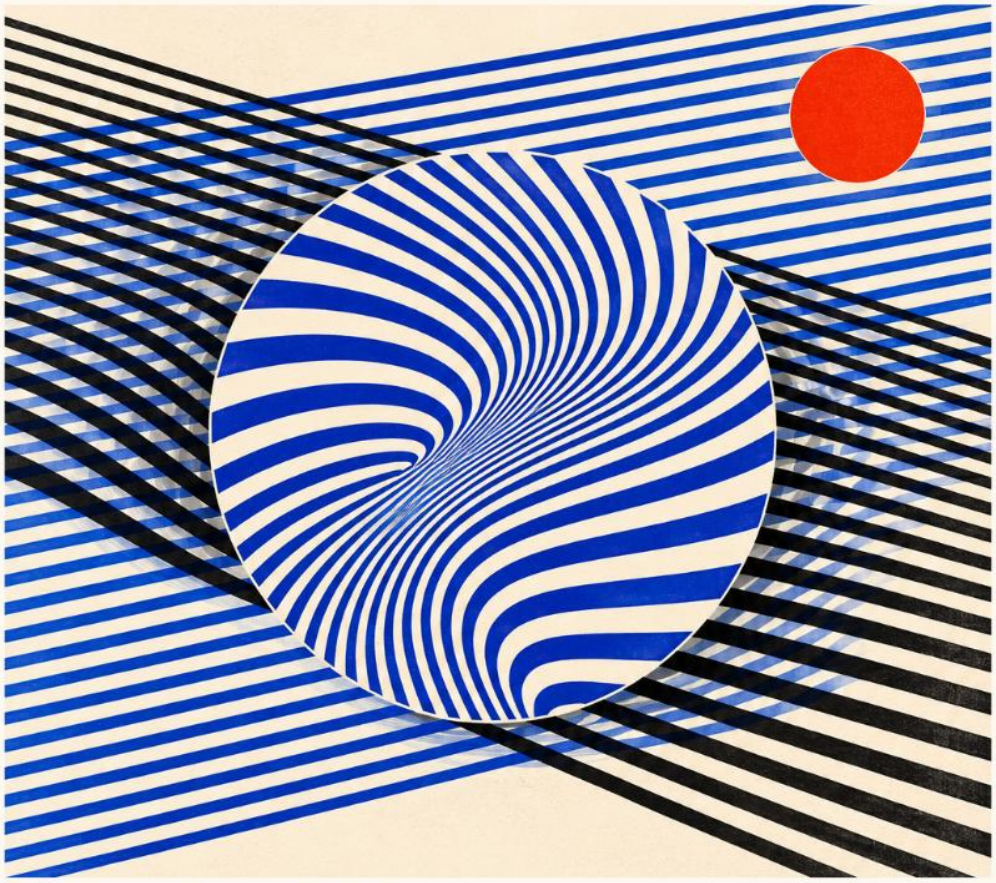
중첩의 한계



Eudgene Brenev
Mira Veyran

2026

중첩의 한계

중첩에서 검증 가능한 가설로

Eudgene Brenev

Mira Veyran

2026

머리말

이 책이 다루는 것

양자 이론은 확률을 매우 정밀하게 계산하고, 분리된 사물이라는 익숙한 그림과 양립시키기 어려운 상태를 제어하게 한다. 그러나 실용적 성공이 상태의 본성과 측정, 양자 기술과 중력의 관계에 대한 질문을 없애지는 않는다. 서로 다른 실험적 예측을 제시할 수 있는 곳에서 이 질문들은 특히 흥미롭다.

이 책의 중심 주제는 열린계의 표준 양자 동역학과 추가 물리 기제 사이에서 검증 가능한 경계를 찾는 일이다. 반복해서 다루는 예는 공간 간섭의 손실이다. 계산하기에 충분히 구체적이면서 주요 어려움을 보여 줄 만큼 복잡하다. 환경이 신호를 모사할 수 있고, 매개변수를 구별할 수 없을 수 있으며, 이상화한 실험에서 궤적의 중요한 부분을 놓칠 수 있다.

책은 필요한 개념에서 시작해 현대 연구로 점차 나아간다. 이어 붕괴 모형과 잡음, 중력적 얽힘 생성, 물리적 시계를 다룬다. 마지막 부분에서는 작업 가설과 측정 프로토콜 구상을 제시한다. 각 방향에서 중요한 것은 적용 범위와 관측량, 제안한 설명을 포기해야 할 조건이다.

출발점인 수학적 구성, 곧 결어긋남 감쇠율의 세 측정 조합은 여러 장을 관통한다. 처음에는 배경을 제거하는 편리한 방법처럼 보인다. 이어 통상적인 무작위 운동량 충격이 같은 법칙을 낼 수 있다는 정확한 반례가 드러난다. 이후 전개는 어떤 추가 정보가 실제로 기제들을 구별하는 데 도움이 되는가를 중심으로 이루어진다. 이렇게 일반 방법론이 구체적인 물리 문제에서 생겨난다.

이 책은 물리 원리 설명과 실제 수행한 검증을 연결한다. 공개된 나트륨 실험은 장치 명세와 환경 계산, 발표된 분석의 재실행을 통해 살핀다. 별도의 인공 모형으로 오탐지 빈도와 검정력, 구간의 포함확률을 측정한다. 중력 부분에서는 이상적 위상을 측정 가능한 증거량과 유한한 사건 수까지 이어 간다. 각 경우에 자료의 기원을 명시한다. 직접 수행한 모의실험을 실험실 관측처럼 제시하지 않으며 다른 연구의 결과를 재현할 때 출처를 유지한다.

이 책의 중심 결과는 방법론적이다. 관측 가능한 효과는 동역학적 설명의 부류와 보정, 결정 규칙에 연결해야 한다. 일부 부류에는 정량적 검증을 구성했고, 다른 부류에는 계에 대한 접근이 제한될 때의 정확한 식별 불가능성을 증명했다. 이런 결과가 새 물리법칙의 학문적 우선권을 확립하는 것은 아니다. 그런 주장을 검증할 수 있는 재현 가능한 토대를 정한다.

이 책을 읽는 방법

첫 여섯 장은 입문 부분이다. 학교에서 배우는 확률과 에너지, 파동의 일반 개념을 알지만 양자 형식을 날마다 쓰지는 않는 독자에게 적합하다. 새로운 수학적 대상은 준비와 측정에서 맡는 역할을 통해 소개한다. 전체 흐름을 이해하는 데 긴 기술적 도출이 필수적인 것은 아니다.

두 번째 부분은 중첩의 물리적 한계를 다룬다. 질량과 분기 분리 거리, 상관 길이, 유지 시간, 환경 매개변수가 등장하면서 개념이 구체화된다. 밀도행렬을 이미 아는 독자는 일곱 번째 장부터 읽고 필요할 때 입문 정의로 돌아가면 편리하다.

세 번째 부분은 중력과 시간을 다룬다. 선택한 실험실 프로토콜로 중력의 양자적 본성이 이미 실험적으로 확립되었다고 전제하지 않는다. 핵심 과제는 결론의 수준을 구별하는 것이다. 힘 측정, 위상 관측, 얽힘 검출, 매개자 구조 검증은 서로 다른 질문에 답한다.

마지막 부분은 직접 계산으로 나아가려는 독자를 위한 것이다. 공통 시공간 모형을 물리적으로 정하고 붕괴 가설과 연결할 때의 한계를 살핀다. 별도 보정과 척도 탐색, 따로 남긴 자료의 검증을 포함한 통계 실험도 수행한다. 시간 잡음에 대해서는 유한한 펄스의 작용을 계산했다. 각 장은 넣은 신호를 성공적으로 복원하는 경우와 배경이 불충분할 때 물리적 원인을 잘못 부여하는 경우를 모두 보여 준다.

공식에는 기호 설명과 장별 번호가 붙는다. 본문에서 측정 과제를 먼저 따라간 뒤 계산을 검증하며 두 번 읽으면 편리하다. 숫자 인용은 참고문헌으로 연결된다. 앞 장들에는 두 상태와 두 기저의 완결된 예들이 있으며 기술 부록에서는 우도와 투영, 시간 잡음의 공식을 도출한다. 용어집과 실행 안내를 이용하면 숨은 단계를 다시 추적하지 않고 정의를 확인하고 수치를 재현할 수 있다.

파랑과 주황 강조색은 요소들을 구별하며 각 그림에서 뜻을 설명한다. 학습용 및 설계용 도식은 발표된 실험 장치와 구별해 표시한다. 설명 그림의 물체 크기는 개념적이며, 정량적 관계는 차원을 가진 기호와 공식, 그래프로 정한다.

목차

제 I부 양자 기술의 기초

1 양자 이론이 주장하는 것 7

2 양자 동역학의 상태와 확률 13

3 측정과 환경 23

4 얽힘과 설명에 대한 제약 30

5 가설이 이론을 바꿀 때 36

6 측정이 증거가 되는 방식 42

제 II부 중첩의 한계 탐색

7 중첩의 한계를 찾는 방법 48

8 객관적 붕괴 모형 58

9 물리적 모형으로서의 환경 67

10 세 측정과 그 의미의 한계 79

11 가열과 상관관계가 더하는 것 89

12 원시 판독값에서 검증된 결과까지 99

제 III부 중력과 물리적 시계

13 중력을 양자적 그림에 포함하기 어려운 이유 108

14 두 질량과 매개자 검증 118

15 양자 시간이 뜻하는 것 134

16 중력 모형을 비교하는 방법 144

제 IV부 검증 가능한 연구 계획

17 보편적인 공간 잡음 가설 156

18 기억과 제어 가능한 결어긋남 가설 171

19 구별 가능성의 한계와 최소 관측 집합 183

20 측정 장치와 전체 자료 경로 193

21 계산 계획의 결과와 결론의 한계 201

확립한 것과 결론의 경계 212

부록 A 기호와 물리 단위 214
부록 B 간단한 용어집 216
부록 C 계산 재현 218
부록 D 기술적 도출 220
참고문헌 224
그림 목록 233

제 I부 양자 기술의 기초

1 양자 이론이 주장하는 것

양자이론은 계의 준비 방식을 측정 결과의 확률과 연결한다. 하나의 물체가 검출기에 여러 경로로 도달할 수 있을 때부터 그 낯선 성질이 드러난다. 이후의 가설들을 이해하려면 먼저 이 실험의 어떤 특징이 실제로 설명을 요구하는지 밝혀야 한다.

하나의 대상과 여러 번의 반복

입자를 하나씩 내보내는 장치를 생각해 보자. 입자원과 화면 사이에는 가능한 두 경로가 있다. 검출한 각 물체는 점 하나나 섬광, 전기 펄스라는 국소 흔적을 남긴다. 여러 번 반복하면 도달 위치의 분포가 생긴다. 특정 조건에서는 확률이 높은 영역과 낮은 영역이 번갈아 나타난다. 이 무늬가 간섭무늬다.

한 점과 점들의 분포는 서로 다른 질문에 답한다. 전자는 검출기와의 특정 상호작용이 어디에서 끝났는지 보여 준다. 후자는 똑같이 준비한 실험들의 통계를 나타낸다. 따라서 “입자가 파동처럼 행동한다”는 말에는 구체화가 필요하다. 검출은 국소적일 수 있어도 파동 구조는 확률 계산 규칙에서 나타난다. 보통 한 번의 검출로 이 구조 전체를 복원할 수는 없다.

복잡한 물체의 이런 거동을 검증한 역사적 단계 중 하나는 1999년에 이루어졌다. C60 분자의 간섭을 관측한 것이다. 분자 안의 개별 전자가 아니라 많은 원자로 이루어진 분자의 질량중심에 관한 결과라는 점이 중요하다. 이 결과는 해당 실험을 구현한 계의 부류를 넓혔다 [1]. 더 무거운 물체를 사용한 후속 실험은 일곱 번째 장에서 다룬다.

두 경로 사고실험은 단순하다는 점에서 유용하다. 준비와 장치 통과, 검출을 따로 논할 수 있다. 단계들을 혼동하면 발생원의 변화를 운동 법칙의 변화로, 검출기의 특성을 자연의 근본 한계로 착각하기 쉽다. 실제 연구에서는 단계마다 고유한 모형과 검증을 마련한다.

진폭과 확률

두 대안에 대해 표준 양자역학은 먼저 진폭을 더한다. 진폭은 복소수일 수 있으므로 양의 확률과 동일시할 수 없다. 더한 뒤 절댓값의 제곱을 계산한다. 바로 이 단계에서 두 기여의 상대 위상에 의존하는 항이 나타난다.

화면의 특정 점에 도달하는 진폭을 a와 b라고 하자. 두 대안이 결맞게 참여하면 확률은 합의 절댓값 제곱에 비례한다. 고전적으로 경로를 독립 선택한다면 확률들을 더하게 된다. 상대 위상을 바꾸어 간섭무늬의 이동을 관측하면 두 절차의 차이를 검증할 수 있다.

위상은 물체가 선택한 경로로 가려다 '마음을 바꾸었다'는 추가 확률이 아니다. 복소 진폭들의 상대적 위치를 정한다. 평면에서 방향을 갖는 두 선분이 편리한 기하학적 비유다. 합은 각 길이와 둘 사이의 각도에 모두 달려 있다. 비유는 계산을 설명하지만 파동함수가 어떤 물리적 물질로 이루어졌는지 자체로 알려 주지는 않는다.

각 기여의 절댓값이 같아도 상대 위상은 한 점의 확률을 높이고 다른 점의 확률을 낮출 수 있다. 확률이 음수가 되는 곳은 없다. 절댓값의 제곱은 언제나 음이 아니다. 어떤 영역에서 확률이 사라지는 것은 전체 규격화를 유지하면서 허용된 결과들 사이로 재분배됨을 뜻한다. 손실이 가능하면 '입자가 검출되지 않음'도 전체 결과 집합에 포함해야 한다.

$$|a+b|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2\mathrm{Re}(a^* b)$$

(1.1) 마지막 항은 간섭항이다. 별표는 복소켤레를 뜻하고 Re는 실수부를 취한다.

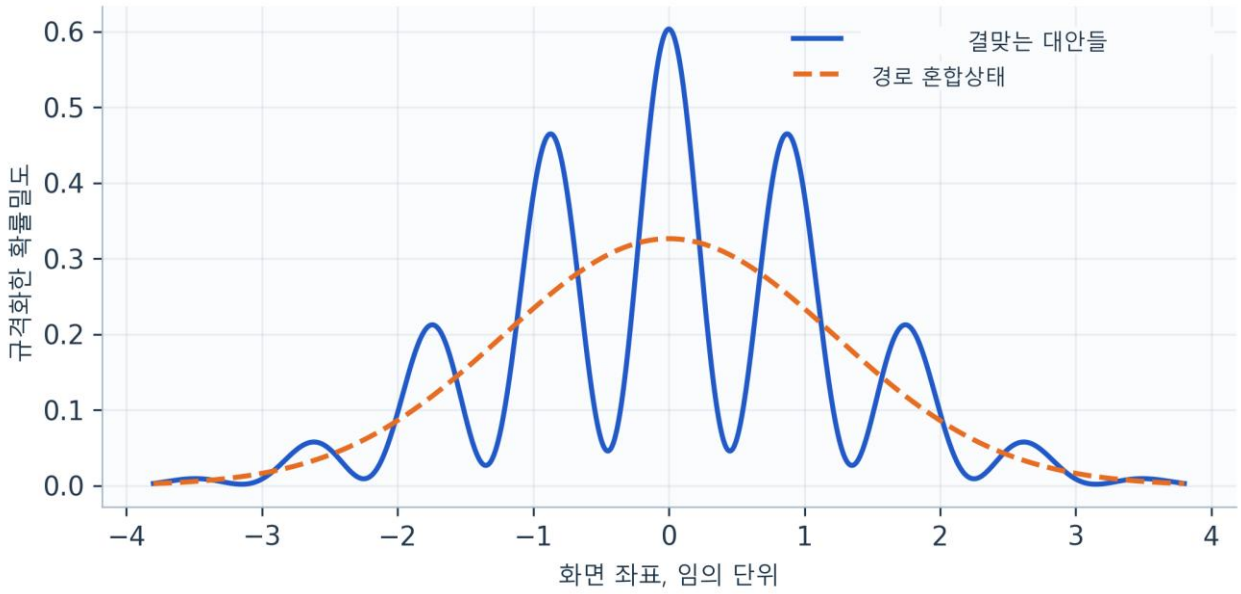


그림 1. 진폭을 더하면 간섭무늬가 생긴다. 규격화한 모형 분포들을 나타냈으며 공통 포락선은 같다.

중첩과 무지

실험의 절반에서는 왼쪽 경로를, 나머지 절반에서는 오른쪽 경로를 열도록 대상을 준비할 수 있다. 어느 쪽을 골랐는지 잊으면 통계적 혼합이 된다. 다른 절차에서는 두 경로의 결맞음을

유지하고 상대 위상을 제어한다. 경로를 재결합하기 전에 위치만 측정하면 두 준비가 같은 통계를 줄 수 있다. 재결합한 뒤에는 차이가 관측 가능해진다.

따라서 결과를 모른다는 것과 양자 중첩은 서로 바꾸어 쓸 수 있는 개념이 아니다. 실험자가 계를 잘 알지 못하면서도 그 계가 상태들의 혼합으로 기술될 수 있다. 또한 계를 알려진 순수 상태로 준비해도 선택한 측정의 개별 결과를 미리 예측할 수 없을 수 있다. 두 경우를 구별하려면 어떤 측정에 접근할 수 있는지 밝혀야 한다.

반대 방향의 미묘한 점도 있다. 한 대상에 대해 혼합으로 보이는 것이 더 큰 계의 순수한 얽힘 상태에서 나올 수 있다. 그 대상에만 접근할 수 있으면 일부 상관관계에는 접근할 수 없다. 그러면 국소 기술에는 공동 상태의 정보 전체가 들어 있지 않다. 세 번째 장에서는 이 전환을 명시적인 계산으로 보인다.

'대상이 두 곳에 있다'는 표현은 공간적으로 분리된 결맞는 성분을 가진 준비를 짧게 가리킨다. 이를 원래 물체의 모든 성질을 각각 지닌 두 고전적 복제품의 그림으로 바꾸어 실험을 설명해서는 안 된다. 어떤 양이 정해지고 어떤 상관관계가 존재하는지는 구체적인 상태가 정한다.

한 번의 시행과 예상되는 무늬

두 경로 예에서는 바로 수치로 넘어갈 수 있다. 발생원이 같은 진폭을 준비하고 경로를 재결합하기 전에 오른쪽 분기에 위상 φ를 설정한다고 하자. 재결합한 빔은 플러스와 마이너스 부호로 표시한 두 출력에 도달한다. 이상적인 설정에서는 위상이 영일 때 진폭들이 플러스 출력에서 보강되고 마이너스 출력에서 서로 상쇄된다. 위상이 π이면 두 출력의 역할이 바뀐다.

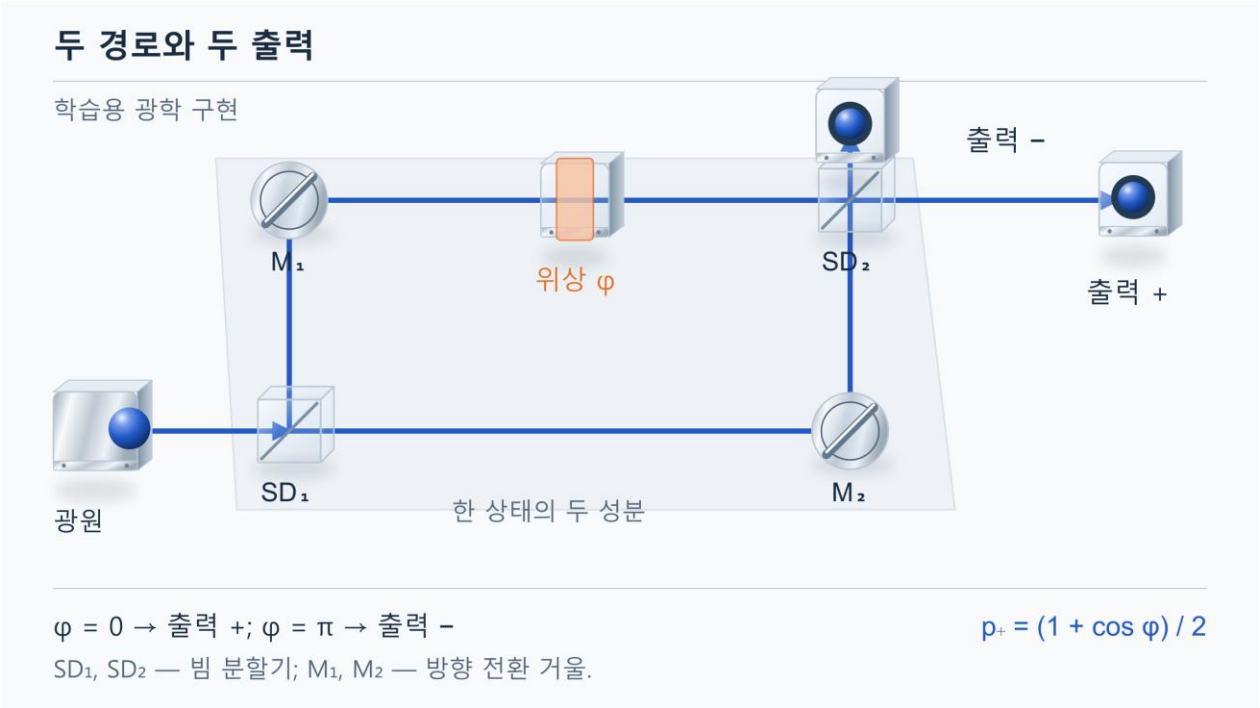


그림 2. 설명용 두 경로 간섭계. 빔 분할기 둘, 경로를 꺾는 거울 둘, 위상 소자 하나, 검출기 둘로 구성된다. 선택한 관례에서 이상적인 설정은 $p_+(\varphi) = (1 + \cos\varphi)/2$를 준다. $\varphi = 0$이면 플러스 출력이, $\varphi = \pi$이면 마이너스 출력이 반응한다. 파란 선들은 한 대상의 상태 성분을 나타낸다. 이는 학습용 광학 도식이며 나트륨 MUSCLE 장치가 아니다.

$\varphi = \pi/2$이면 두 결과의 확률은 같다. 같은 시행을 천 번 반복하면 각 출력에서 약 오백 번의 검출을 기대한다. 이는 기댓값이며 매 실험 계열에서 정수인 검출 횟수가 정확히 같으리라는 약속이 아니다. 시행들이 독립적이면 한 출력의 검출 횟수의 표준편차는 $Np(1-p)$의 제곱근이다. $N = 1000$이고 $p = 1/2$이면 약 15,8이다. 따라서 두 계수기의 값이 어느 정도 다르다는 사실만으로 간섭계가 고장 났다고 볼 수는 없다.

이제 준비 단계에서부터 경로를 무작위로 고른다. 시행의 절반은 대상을 왼쪽 분기로, 절반은 오른쪽 분기로 보내며 둘 사이에 결맞는 연결은 없다. 이상적으로 재결합한 뒤에는 어느 위상에서도 두 출력의 확률이 각각 1/2다. 따라서 두 준비의 차이는 검출기의 개별 점이나 사건 오백 개의 한 자료 집합만으로 드러나지 않는다. 제어한 설정에 따라 분포가 어떻게 변하는지에서 나타난다.

이 장면은 책에서 점차 자세한 기술과 함께 반복된다. 두 번째 장에서는 행렬로부터 확률을 구한다. 세 번째 장에서는 표지자에 경로의 물리적 기록이 생긴다. 여섯 번째 장에서는 검출 손실과 출력 표지 오류를 더한다. 이로써 추상적인 '결맞음의 상실'을 매번 어떤 사건이 달라졌는지, 어떤 추가 측정으로 그 원인을 알아낼 수 있는지와 연결한다.

이상적 공식에서 영의 확률은 정확한 뜻을 가진다. 해당 모형에서 그 진폭이 영이 되었다는 것이다. 실험실 기록에는 배경 사건과 작은 위상 오차, 불완전한 재결합이 남을 수 있다. 따라서 이상적인 영은 계산의 대조용 극한으로 유용하다. 실제 효과를 평가하려면 거의 어두운 출력에 어떤 통상적 과정이 판독값을 만드는지 별도로 기술해야 한다.

$$p_{+}(\varphi) = \frac{1 + \cos\varphi}{2}$$

$$p_{-}(\varphi) = 1 - p_{+}(\varphi).$$

(1.2) 진폭이 같은 이상적인 간섭계의 두 출력 확률. 두 경로의 확률이 같은 혼합에서는 위상과 관계없이 두 확률이 모두 1/2다.

무엇을 관측으로 볼 것인가

물리적 프로토콜에서 관측은 계의 상태를 장치나 환경의 구별 가능한 상태들과 연결하는 상호작용을 뜻한다. 방 안에 사람이 없어도 검출기는 사건을 기록할 수 있다. 자료를 저장했다가 나중에 읽을 수도 있다. 이런 장치의 판독값을 계산하는 데에는 표준 형식 체계에서 상호작용과 준비, 판독을 기술하는 것으로 충분하다.

이것이 의식과 경험에 관한 모든 철학적 질문을 해결하지는 않는다. 모형 구성에 관한 더 좁은 사실을 정할 뿐이다. 여기서 다루는 방정식에는 '사람이 보았다'라는 별도 변수를 넣지 않는다. 의식적 지각에 대한 물리적 의존성을 제안한다면 고유한 관측 귀결을 가진 독립 가설로 정식화해야 한다. 단순히 '관측자'라는 말을 쓰는 것으로는 부족하다.

경로 정보를 얻는 것과 나중에 그 정보를 사용하는 것을 구별하는 일이 특히 중요하다. 정보가 다른 대상에 물리적으로 기록되고 그 대상을 제어하지 않으면 누가 기록을 읽었는지와 관계없이 선택한 부분계의 간섭이 줄어들 수 있다. 접근 가능한 경로 정보와 간섭 가시도의 정량적 관계는 특히 Englert의 연구 [2]에서 다루었다.

이후 '관측자', '센서', '판독 시스템'은 구체적인 물리적 역할을 가리킨다. 이런 언어를 쓰면 실험과 세계관 사이를 은밀하게 오가지 않으면서 주장을 검증할 수 있다. 또한 대중적 설명이 측정에서 따라 나오는 것보다 더 많은 것을 약속하는 순간을 알아차리는 데 도움이 된다.

질문의 규모

일정한 질량과 에너지, 시간 범위에서 양자 계산이 성공했다고 해서 가능한 모든 조건에 적용할 수 있음이 입증되는 것은 아니다. 모든 실험 검증에는 감도 범위가 있다. 동시에 임의로 큰 물체에 대한 직접 실험이 없다는 사실도 이론이 위배된다는 증거는 아니다. 이 두 진술 사이에 측정 범위를 넓히는 작업이 놓여 있다.

이 책은 공간 결맞음과 열린 양자계, 검증 가능한 동역학의 변화에 초점을 맞춘다. 양자장론과 입자물리학, 양자 계산 장치의 구조는 구체적인 질문을 설정하는 데 도움이 되는 곳에서 등장한다. 양자물리학의 모든 분야를 완전히 서술하려면 구조도 분량도 달라져야 한다.

주된 관심은 막연한 의문에서 예측 비교로 넘어가는 데 있다. '양자역학은 완전한가'라는 질문은 두 모형과 장치 매개변수, 둘을 구별할 자료를 정할 때 실험적 질문이 된다. 이렇게 구체화해도 문제의 근본성은 줄어들지 않는다. 답이 선호하는 세계상에만 달려 있지 않으려면 어떤 작업이 필요한지 보여 줄 뿐이다.

다음 장에서는 이 논의에 수학적 언어를 부여한다. 책의 주요 논의를 따라가는 데에는 상태벡터와 밀도행렬, 확률 계산 규칙과 운동 방정식이라는 몇 가지 대상이면 충분하다. 각각은 자신이 해결하는 문제를 통해 소개한다.

2 양자 동역학의 상태와 확률

양자이론의 수학은 준비와 측정을 대조하는 데 필요하다. 기호는 수행할 수 있거나 적어도 정확히 정의할 수 있는 조작을 통해 의미를 얻는다. 이 장에서는 필요한 최소한의 표기를 도입하고 이론을 수정하더라도 어떤 요구를 유지해야 하는지 보인다.

상태벡터

계에 구별 가능한 두 기저 상태가 있으면 영과 일로 표시하는 것이 편리하다. 간섭계에서는 왼쪽과 오른쪽 분기가 될 수 있고 다른 장치에서는 의미가 다를 수 있다. 벡터로 적는다는 것은 임의의 순수 상태를 선택한 기저 상태들의 선형 결합으로 나타낸다는 뜻이다.

계수들은 진폭을 정한다. 절댓값의 제곱은 해당 기저의 결과 확률을 주며, 규격화는 확률의 합이 일임을 나타낸다. 벡터 전체에 같은 위상 인자를 곱해도 관측 확률은 바뀌지 않는다. 반대로 성분 사이 상대 위상은 측정 방법을 바꾼 뒤 드러날 수 있다.

기저는 선택한 구별 가능한 대안들과 연결된 표기 방법이다. 기저를 바꾼다고 실험실에 새 대상이 생기지는 않는다. 그러나 고정된 측정 장치에 대해 상태를 회전시키는 물리적 조작은 통계를 바꾼다. 수학적으로 좌표를 바꾸는 일과 계에 실제로 작용하는 일을 구별하면 유용하다. 두 행위를 혼동하면 거짓 역설이 생기기 쉽다.

두 상태만 다루더라도 영과 일의 확률만으로는 완전한 예측을 얻을 수 없다. 이 확률들이 같은 두 준비도 상대 위상은 다를 수 있다. 차이를 알아내려면 다른 기저에서 측정해야 한다. 이 가능성이 상태 복원과 결맞음 검증의 바탕이 된다.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

(2.1) 계수 α와 β는 복소 진폭이다. 선택한 기저에서 0과 1의 확률은 각 진폭의 절댓값 제곱이다.

밀도행렬

모든 준비를 하나의 벡터로 기술할 수 있는 것은 아니다. 발생원이 서로 다른 순수 상태를 무작위로 고를 수 있고 연구자가 더 큰 계의 일부에만 접근할 수도 있다. 두 경우 모두 밀도행렬을 쓰면 편리하다. 밀도행렬은 국소 확률을 계산하는 데 필요한 정보를 한데 모은다.

알려진 순수 상태의 밀도행렬은 벡터와 그 켤레 전치 벡터의 외적으로 얻는다. 통계적 혼합에서는 이러한 행렬들을 각 준비 확률에 해당하는 가중치를 주어 더한다. 선택한 기저에서 대각 원소는 기저 결과들의 확률을 정한다. 비대각 원소는 그 기저에 대한 결맞는 연결을 나타낸다.

점유 확률이 같은 두 경로는 특히 명료한 예다. 결맞는 중첩의 행렬에는 비대각 원소가 있다. 경로를 무작위로 고르고 위상 연결이 없는 혼합에서는 이 원소들이 영이다. 대각 원소들이 같으므로 경로 측정으로는 두 준비를 구별하지 못한다. 경로를 재결합한 뒤 측정하면 둘을 구별할 수 있다.

‘비대각’이라는 말은 언제나 구체적인 기저에 대한 것이다. 수학적으로 행렬을 대각화할 수 있지만 그 표기 자체가 실험에서 물리적 붕괴가 일어났음을 입증하지는 않는다. 문제는 페이지에 수가 어떻게 놓였느냐가 아니라 준비와 판독의 기술을 고정했을 때 예측이 어떻게 바뀌느냐에 있다.

$$\rho = \sum_{j} p_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$$

$$p_j \geq 0$$

$$\sum_{j} p_j = 1$$

(2.2) 밀도행렬은 준비들의 혼합을 나타낼 수 있다. 같은 행렬을 서로 다르게 분해했다고 해서 반드시 국소적으로 구별 가능한 상황에 해당하는 것은 아니다.

$$\rho_{+} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2.3) 첫 번째 행렬은 진폭이 같은 결맞는 상태를, 두 번째 행렬은 두 기저 상태를 같은 확률로 섞은 혼합을 기술한다.

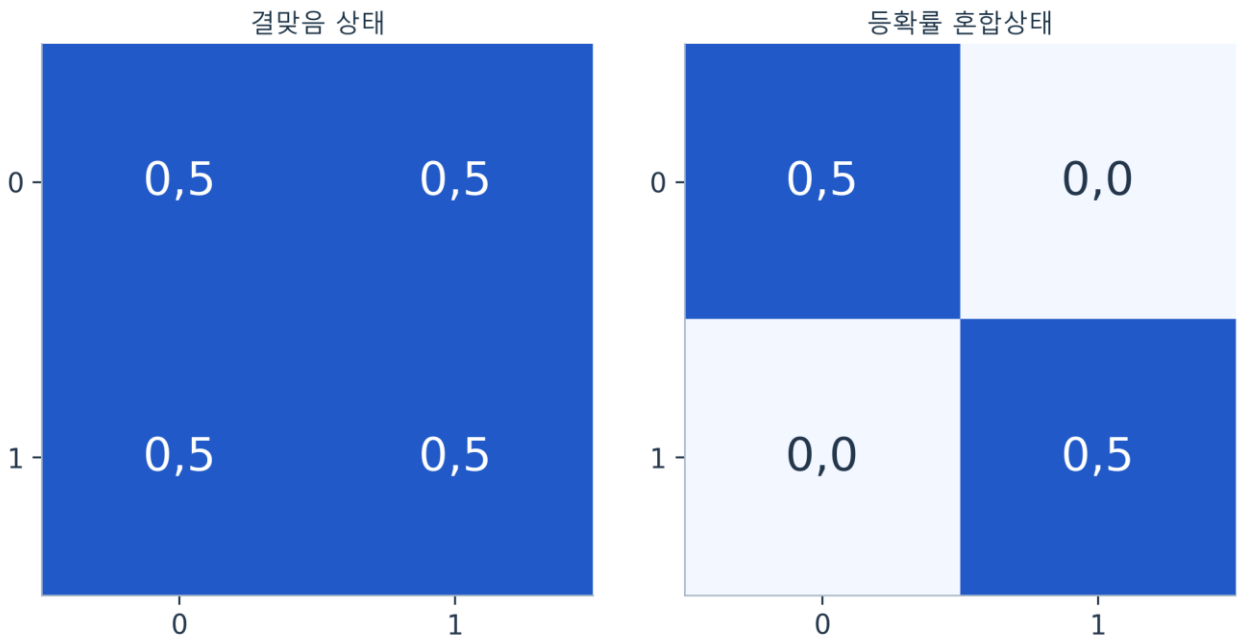


그림 3. 대각성분이 같은 두 준비의 행렬. 비대각성분은 다르므로 다른 기저에서 측정하면 준비를 구별할 수 있다.

확률 규칙

측정은 가능한 결과들의 집합과 각 결과에 대응하는 연산자로 정한다. 가장 단순한 이상적 경우에는 구별 가능한 상태로의 사영 연산자를 쓴다. 실제 장치에는 합이 항등 연산자가 되는 더 일반적인 양의 연산자 집합이 유용하다. 이를 양의 연산자값 측도(POVM)라고 부른다. 장치가 이상적이라고 주장하지 않으면서 유한한 분해능과 일부 판독 특성을 반영할 수 있다.

결과의 확률은 상태와 해당 결과의 연산자로부터 계산한다. 이 규칙은 추상적인 행렬을 관측 사건의 빈도와 연결한다. 또한 측정 집합이 제한되어 있으면 왜 서로 다른 상태를 구별하지 못할 수 있는지 보여 준다. 선택한 연산자들이 행렬 사이의 차이에 민감하지 않으면 같은 실험을 더 반복해도 빠진 정보는 복원되지 않는다.

밀도행렬의 정규화와 양성성에는 직접적인 물리적 의미가 있다. 확률이 음이거나, 전체 결과 집합의 확률 합이 일이 아니라면 모형에 문제가 있거나 자료 선택을 잘못 기술한 것이다. 가능한 새 이론은 어떻게 허용되는 확률을 얻는지 명시적으로 설명해야 한다. 운동방정식이 아름답다는 이유로 이 검증에서 벗어날 수는 없다.

상태를 복원할 때 유한한 통계 오차 때문에 형식적으로 작은 음의 고유값을 갖는 행렬이 나올 수 있다. 이것이 곧 양자역학의 위배를 뜻하지는 않는다. 먼저 통계 절차와 교정, 복원할 때 부과한 제약을 검증해야 한다. 관측 통계와 수치 복원 결과는 서로 다른 기술 수준에 속한다.

$$p(k) = \mathrm{Tr}(\rho E_k)$$

$$E_k \geq 0$$

$$\sum_k E_k = I$$

(2.4) 연산자 E_k는 측정 결과들을 기술한다. 대각합 Tr은 곱의 대각 원소들을 더하여 해당 결과의 확률을 준다.

두 기저와 네 확률

앞서 적은 두 행렬 ρ_+와 ρ_{mix}을 한 장치의 결과를 예측하는 두 지침으로 보자. 경로 측정은 사영 연산자 $P_0 = |0\rangle\langle 0|$과 $P_1 = |1\rangle\langle 1|$로 기술한다. 이 표기에서는 원소 하나만 일인 대각행렬이다. ρ를 곱하고 대각합을 취하면 해당 대각 원소가 뽑힌다. 두 준비 모두 $p(0) = p(1) = 1/2$를 준다.

다른 양을 측정하려면 상대 위상을 제어하며 경로를 재결합한다. 위상이 영이면 플러스 출력에는 벡터 $|+\rangle = (|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$가, 마이너스 출력에는 벡터 $|-\rangle = (|0\rangle-|1\rangle)/\sqrt{2}$가 대응한다. 사영 연산자 P_+는 행렬 ρ_+와 같다. ρ_+의 제곱의 대각합은 일이므로 결맞는 준비는 확률 일로 플러스 출력에 도달한다. 혼합에서는 $I/2$와 P_+의 곱의 대각합이 1/2다. 여기서 쓰는 것은 같은 행렬의 두 행이며 차이를 나타내기 위해 새 물리적 변수를 도입할 필요가 없었다.

곱셈 하나를 직접 해 보면 유용하다. 곱 $\rho_{\mathrm{mix}} P_+$는 모든 원소가 1/4인 행렬이다. 대각 원소들의 합은 1/2다. 반면 $\rho_+^2 = \rho_+$이며 대각 원소의 합은 일이다. 이처럼 대각합 규칙은 정성적인 말인 '결맞음'을 두 분포의 검증 가능한 차이로 바꾼다. 마이너스 결과의 확률은 플러스 확률과 더해 일이 되므로 각각 영과 1/2다.

이제 위상과 점진적인 감쇠를 도입하자. 점유 확률이 같을 때 결맞음의 상대적 크기를 v로 표시하며 $0 \leq v \leq 1$이다. 오른쪽 진폭이 $\exp(i\varphi)/\sqrt{2}$인 벡터의 위쪽 비대각 원소는 $\exp(-i\varphi)/2$이며 선택한 위상 이완 채널을 거치면 $v\exp(-i\varphi)/2$가 된다. 행렬의 고유값은 $(1\pm v)/2$다. 따라서 이 v의 범위는 허용되는 상태를 보장하면서 동시에 가시도를 제한한다.

경로 측정은 여전히 두 확률 1/2를 준다. 재결합한 뒤의 측정은 $p(+) = [1+v\cos\varphi]/2$를 준다. 예를 들어 $v = 0{,}6$이고 $\varphi = 0$이면 플러스 출력 확률은 0,8이며 $\varphi = \pi/2$이면 0,5, $\varphi = \pi$이면 0,2다. 이는 한 상태에 대해 세 설정에서 계산한 세 값이다. 어떤 기제를 실험적으로 추정한 값은 아니다.

이 비교는 방법의 한계도 보여 준다. 측정한 값들로 모형 안에서 v와 φ를 정할 수 있지만 무엇이 v를 줄였는지는 알 수 없다. 준비 과정의 혼합과 제어하지 못한 위상, 환경과의 상호작용은

같은 국소 행렬로 이어질 수 있다. 원인을 찾으려면 준비 조건과 시간 의존성, 독립적인 관측이 필요하며 다음 장들에서 이를 다룬다.

$$P_{+} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{-} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2.5) 플러스와 마이너스 기저에서의 측정을 나타내는 두 사영 연산자다. 합은 I이고 곱은 영이다.

$$\rho(v,\varphi) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & v e^{-i\varphi} \\ v e^{i\varphi} & 1 \end{pmatrix}$$

$$p_{+} = \frac{1 + v\cos\varphi}{2}.$$

(2.6) 매개변수 v는 이 두 준위 예에서 상대 결맞음의 크기를 나타낸다. 결맞음이 줄어드는 물리적 원인을 정하지는 않는다.

준비	p(0)	p(1)	p(+)	p(−)
결맞는 상태 |+⟩	1/2	1/2	1	0
같은 확률의 혼합	1/2	1/2	1/2	1/2
v = 0,6 및 φ = 0	1/2	1/2	0,8	0,2

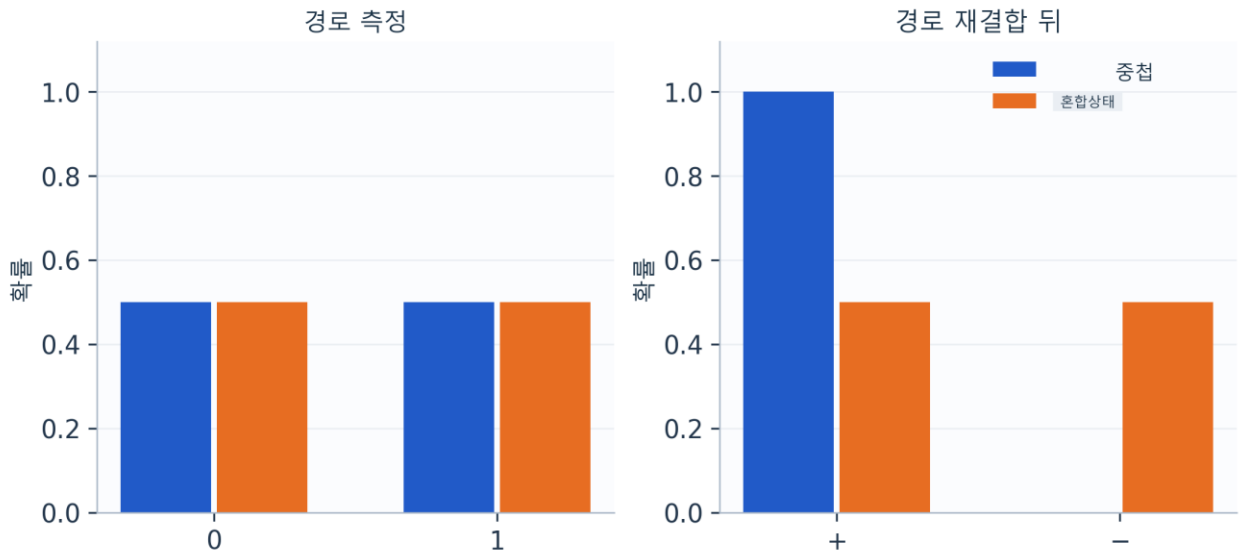


그림 4. 두 기저는 두 준비를 서로 다르게 구별한다. 경로 기저에서는 확률이 같지만 경로를 합친 뒤에는 결맞는 준비와 혼합상태가 다른 출력을 낸다. 모든 값은 제시한 행렬에서 계산했다.

결과가 나온 뒤 일어나는 일

첫 측정의 확률만으로는 두 번째 장치가 마주할 상태가 정해지지 않는다. 완전한 기술은 기록한 각 결과를 계의 변환과 연결해야 한다. 양자이론에서는 측정 도구가 이를 정한다. 결과 k에 완전 양의 사상 $\mathcal{J}_k$를 사용하며 사상들의 합은 대각합을 보존한다. 결과 확률은 규격화하지 않은 출력 상태의 대각합이다. 그 결과를 골라낸 뒤의 규격화한 상태는 이 확률로 나누어 얻는다. 이 형식 체계는 순차 측정과 조건에 따라 선택한 측정에서 특히 중요하다. [56]

유한 차원에서는 사상을 크라우스 연산자 $M_k\alpha$로 나타낼 수 있다. 추가 첨자 α는 같은 결과 k에서 물리적으로 구별하지 않은 여러 경우를 반영한다. $M_k\alpha^{\dagger}M_k\alpha$를 α에 대해 더하면 확률 규칙에 쓰인 효과 연산자 E_k가 된다. 따라서 측정 도구는 POVM을 정하지만 POVM만으로는 보통 측정 도구를 복원하기에 부족하다. 이 차이는 두 상태 실험에서도 드러난다.

장치가 경로를 약하게 구별한다고 하자. 두 연산자 K_+와 K_-는 대각행렬이며 영과 일 사이의 매개변수 μ가 구별의 세기를 정한다. μ = 0에서는 두 연산자가 모두 항등연산자에 비례한다. 기록은 경로에 대해 아무것도 알려 주지 않고 상태도 바뀌지 않는다. μ = 1에서는 경로에 대한 사영연산자가 된다. 중간 경우에는 결맞음 일부를 유지하면서 정보 일부를 얻을 수 있다.

입력이 |+⟩이고 μ = 0,6이면 장치의 각 부호가 나올 확률은 1/2다. 플러스 결과를 얻은 뒤 규격화한 행렬의 대각 원소는 0,8과 0,2이며 두 비대각 원소는 모두 0,4다. 행렬식이 영이므로

상태는 여전히 순수하다. 이 결과는 이상적인 경로 측정이 일어났다는 뜻이 아니다. 상대 진폭이 바뀌어 한 경로의 확률이 더 커진 것이다.

두 장치를 비교하자. 첫 장치는 플러스 부호를 얻은 뒤 계를 앞서 설명한 상태로 둔다. 두 번째 장치는 똑같은 기록을 얻은 뒤 연산자 X로 두 경로를 맞바꾼다. 이 결과에 대한 연산자는 XK_+다. $X^\dagger X = I$이므로 어떤 입력에서도 두 장치의 첫 부호 확률은 같다. 그러나 다음 경로 측정에서 영을 얻을 확률은 첫 장치에서는 0,8이고 두 번째에서는 0,2다. 같은 효과 연산자 집합 E_k만으로는 이 차이를 기술할 수 없다.



그림 5. 두 측정 도구는 같은 효과 E_k를 갖지만 기록 뒤의 작용이 다르다. 입력 $|+\rangle$와 $\mu = 0{,}6$에서 첫 기록이 플러스일 확률은 1/2이다. 그 기록을 선택한 뒤 다음 경로 결과 0의 확률은 추가 작용이 없으면 0,8, 경로를 물리적으로 교환하는 X 뒤에는 0,2다. 첫 통계가 같다고 측정 뒤 상태까지 정해지는 것은 아니다.

약한 측정 장치의 기록을 잃으면 규격화하지 않은 두 출력 상태를 더한다. $\mu = 0{,}6$에서는 대각 원소들이 1/2로 돌아오고 결맞음에는 $\sqrt{(1-\mu^2)} = 0{,}8$이 곱해진다. 경로를 재결합한 뒤 플러스 확률은 0,9다. 기록을 아는 조건부 예측과 기록을 버린 뒤의 무조건부 예측은 서로 다른 실험 질문에 답한다. 이 차이는 환경과 연속 측정, 가정한 객관적 붕괴를 논할 때 필요하다.

$$\mathcal{J}_k(\rho) = \sum_\alpha M_{k\alpha}\rho M_{k\alpha}^\dagger$$

$$E_k = \sum_\alpha M_{k\alpha}^\dagger M_{k\alpha}.$$

(2.7) 측정 도구는 결과 확률과 그 결과 뒤의 규격화하지 않은 상태를 모두 정한다. 모든 효과 연산자를 더하면 I가 된다.

$$p_k = \mathrm{Tr}\mathcal{J}_k(\rho)$$

$$\rho_k = \frac{\mathcal{J}_k(\rho)}{p_k}\,(p_k > 0).$$

(2.8) 조건부 상태는 확률이 영이 아닌 결과에 대해 정의된다. 기록을 잃으면 출력은 $\mathcal{I}_k(\rho)$의 합이며 각 항을 추가로 규격화하지 않는다.

$$K_+ = \begin{pmatrix} \sqrt{(1+\mu)/2} & 0 \\ 0 & \sqrt{(1-\mu)/2} \end{pmatrix}$$

$$K_- = \begin{pmatrix} \sqrt{(1-\mu)/2} & 0 \\ 0 & \sqrt{(1+\mu)/2} \end{pmatrix}.$$

(2.9) 경로의 약한 측정에 쓰는 두 연산자. 여기서 0 ≤ μ ≤ 1이며 두 연산자의 제곱을 더하면 항등행렬이 된다.

$$\rho_{+\text{record}} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$X\rho_{+\text{record}}X = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.4 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

(2.10) 첫 결과의 통계는 같지만 그 뒤 상태는 서로 다르다. 두 경로를 맞바꾼 작용은 다음 측정에서 구별할 수 있다.

닫힌계와 열린계

이상화한 닫힌계의 상태 변화는 해밀토니안으로 정한다. 해밀토니안은 위상이 어떻게 바뀌고 진폭이 어떻게 재분배되는지 정한다. 유니터리 동역학은 규격화를 보존하며 해밀토니안과 제어를 알면 완전한 수학적 기술 수준에서 역변환을 허용한다.

열린계는 환경과 정보를 교환하며 때로는 에너지도 교환한다. 보통 그 상태를 계에만 작용하는 하나의 유니터리 연산자로 기술할 수는 없다. 그렇다고 곧바로 양자역학을 포기해야 하는 것은 아니다. 공동 계를 기술한 뒤 국소 확률을 계산할 때 접근할 수 없는 자유도를 제외할 수 있다.

일정한 마르코프 근사에서 밀도행렬의 동역학은 Gorini, Kossakovsky, Sudarshan, Lindblad의 연구가 확립한 형태로 쓴다. 그 구조는 적절한 조건에서 완전 양성과 대각합 보존을 보장한다 [8, 9]. 이 연구들은 생성자의 한 부류를 규정한다. 실제 환경이 언제나 기억을 갖지 않는다고 주장하는 것은 아니다.

완전 양성은 고려하는 계가 변환이 작용하지 않는 추가 계와 얽혀 있어도 그 변환이 올바르게 작동한다는 뜻이다. 고립된 입력 집합에 대해서만 성립하는 보통의 양성으로는 부족할 수 있다. 이 미묘한 조건은 새 동역학 모형을 만들 때 중요하다. 복합계에서도 모형을 검증해야 한다.

$$i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle$$

(2.11) 닫힌계의 슈뢰딩거 방정식. 상수 ħ는 에너지를 위상 변화율의 척도로 환산한다.

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{k} \left(L_k \rho L_k^{\dagger} - \frac{1}{2}\{L_k^{\dagger} L_k, \rho\} \right)$$

(2.12) GKSL 형태의 마르코프 생성자. 대괄호는 교환자를, 중괄호는 반교환자를 뜻한다. 변화율 매개변수는 연산자 L_k 안에 포함할 수 있다.

공식만으로는 부족한 이유

같은 형태의 방정식이 서로 다른 미시적 기술에서 나올 수 있다. 결맞음을 줄이는 추가 항은 충돌이나 요동하는 장, 가정한 근본 기제를 나타낼 수 있다. 따라서 항에 '붕괴'라는 이름을 붙였다고 그 기원을 밝힌 것은 아니다.

물리적으로 해석하려면 그 항이 어떤 변수에 관한 것인지, 어떤 매개변수를 보편적이라고 보는지, 조건을 제어하며 바꿀 때 어떻게 달라지는지 밝혀야 한다. 실험마다 계수를 따로 자유롭게 맞추면 모형이 관측을 기술할 수는 있지만 예측력은 제한된다. 보편적 가설에는 더 강한 일관성이 요구된다.

이 구체적인 예는 새 동역학을 검증할 편리한 순서를 제시한다. 먼저 한 측정의 규격화한 확률을, 이어 측정 순서의 결합확률을 계산한 뒤 환경과 제어를 더한다. 물체를 점으로 보는

근사와 백색 잡음, 일정한 거리 같은 근사는 해당 계산을 단순화하는 단계에서 도입한다. 뒤에서는 이 단순화들의 한계도 보인다.

이제 측정을 두 개 또는 여러 양자계의 상호작용으로 기술할 수 있다. 바로 이 기술에서 환경의 역할이 드러나며 결어긋남이 무엇을 설명하고 무엇이 그 직접적인 결과 밖에 남는지라는 질문이 생긴다.

3 측정과 환경

측정 장치는 자신의 상태가 연구 대상의 상태에 의존하도록 변해야 한다. 이 단순한 과제가 얽힘으로 이어진다. 장치가 환경과 상호작용하면 일부 상관관계에 접근할 수 없게 되고 국소 간섭이 약해진다. 여기서는 사람이 바라본다는 비유에 기대지 않고 전환 전체를 추적할 수 있다.

기록이 생기는 방식

처음에 준비 상태에 놓인 장치를 생각하자. 대상이 영 상태이면 장치를 한 기록 상태로, 일 상태이면 다른 기록 상태로 바꾸도록 구성한다. 이 두 입력에 대해서는 장치의 작동이 완전히 고전적으로 보인다. 각 입력에 정해진 출력이 대응한다.

그러나 양자 동역학은 선형이다. 입력이 두 상태의 중첩이면 상호작용 뒤에는 대상과 장치의 상관된 두 조합이 중첩된다. 형식적인 결과에는 대상의 상태 성분과 해당 기록 사이의 연결이 들어 있다. 장치가 크다는 이유만으로 이를 한 조합으로 대체할 수는 없다.

바로 여기서 측정 문제의 핵심적인 긴장이 생긴다. 공동 상호작용의 선형 모형은 정해진 상태를 주지만 개별 판독에서는 정해진 기록 하나가 남는다. 이론의 여러 해석과 수정은 이 기술 수준들을 서로 다르게 연결한다. 이를 논하기 전에 장치의 환경이 하는 일을 이해해야 한다.

두 기록은 선택한 판독 절차에서 충분히 안정적이고 구별 가능해야 한다. 모든 짧은 상호작용이 쓸 만한 측정 결과를 만드는 것은 아니다. 장치의 상태들이 거의 같으면 대상에 관한 정보가 적다. 상태들이 빠르고 예측 불가능하게 변하면 읽을 때까지 기록이 남지 않을 수 있다.

$$(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|D_{\text{ready}}\rangle \longrightarrow \alpha|0\rangle|D_{0}\rangle + \beta|1\rangle|D_{1}\rangle$$

(3.1) 이상화한 측정 상호작용은 두 입력 상태를 장치의 두 기록과 연결한다. 선형성은 공동 대안들의 중첩을 보존한다.



그림 6. 대상은 장치와 상호작용하며, 기록 상태에 관한 정보는 이후의 상호작용을 통해 환경에 퍼질 수 있다. 아래 행들은 전체계 기술의 대안들을 보여 주며 한 시행에서 동시에 읽은 두 결과가 아니다. 결어긋남 자체가 하나의 결과가 선택되었다는 증거는 아니다. 개념적 장면이므로 기하 구조와 척도, 환경 조각 수로 정량적 모형을 정하지 않는다.

부분계가 보는 것

대상의 왼쪽과 오른쪽 분기가 환경의 두 상태와 상관된다고 하자. 이상화한 모형에서 결합 상태는 순수하게 유지되지만, 대상의 국소 밀도행렬은 환경을 제외한 뒤 얻는다. 그 비대각성분에는 두 환경 상태의 겹침이 곱해진다.

두 경우의 환경이 거의 같으면 겹침의 절댓값이 일에 가깝고 대상에서 위상 연결에 접근할 수 있다. 환경이 경로를 확실히 구별할 수 있으면 겹침은 작다. 그러면 환경을 따로 측정하지 않고 아무도 그 상태를 읽지 않아도 대상의 간섭이 약해진다.

환경의 독립적인 조각이 여럿이면 전체 겹침은 각 겹침의 곱이 된다. 예를 들어 가상의 조각 백 개 각각의 겹침이 0,99이면 곱은 약 0,366이다. 이런 조각이 천 개이면 약 0,000043이다. 이 수들은 특정 실험 장치가 아니라 수학적 예에 관한 것이다. 수많은 약한 상관관계가 어떻게 국소 간섭에 사실상 접근할 수 없게 만드는지 보여 준다.

여기서는 조각들의 독립성이 중요하다. 실제 환경에는 공간과 시간에 따른 상관관계가 있을 수 있으므로 단순히 곱하는 것이 언제나 허용되지는 않는다. 통상적인 결어긋남을 추가 기제와 구별하려 할 때 바로 이런 세부 사항이 결정적이 된다.

$$|\Psi\rangle = \frac{|L\rangle|E_L\rangle + |R\rangle|E_R\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\rho_{LR} = \frac{1}{2}\langle E_R|E_L\rangle$$

(3.2) 환경에 대해 부분대각합을 취하면 국소 결맞음에 환경 상태들의 겹침이 남는다. 선택한 공동 상태에 대한 직접 계산이다.

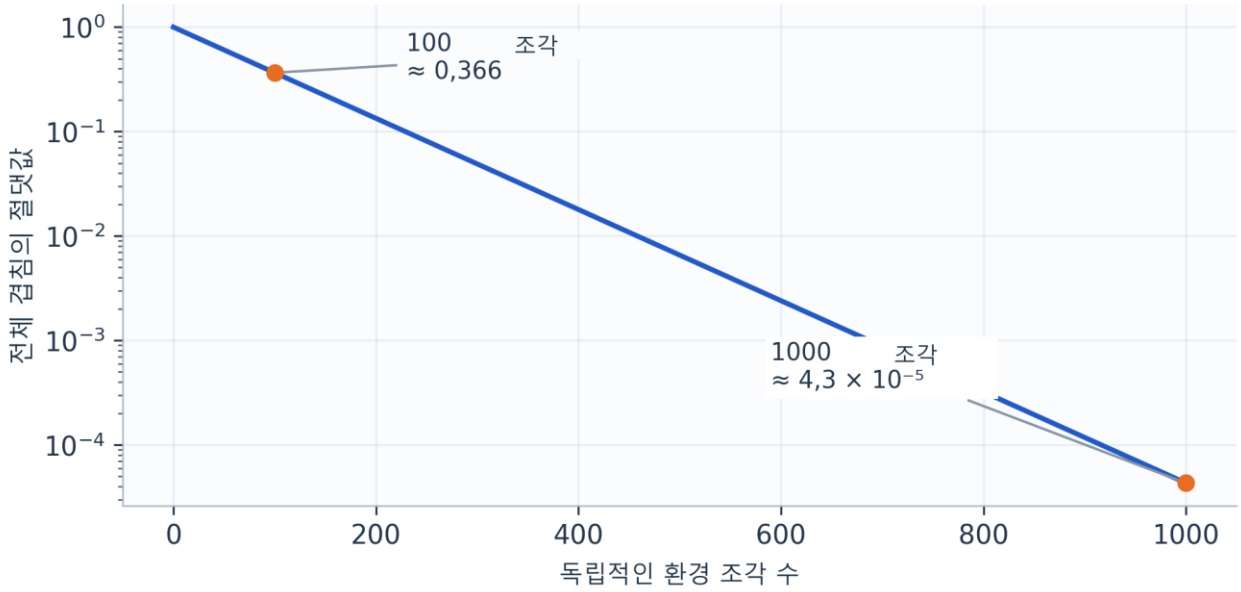


그림 7. 상관관계 누적의 수학적 예. 각 독립 조각의 겹침이 0,99라면 전체 인자는 0,99의 N제곱이다.

어떤 기록이 다른 기록보다 안정적인 이유

환경은 보통 특정 물리량과 상호작용한다. 예를 들어 산란된 복사는 대상의 위치 정보를 운반할 수 있다. 이런 상호작용에서 환경과 안정적으로 상관되는 상태들은 관측 가능한 기록의 형성에서 특별한 역할을 한다.

Zurek의 1981년 연구는 장치의 안정적인 기저와 환경과의 상호작용 해밀토니안 사이의 연결을 명시적으로 정식화했다. 이후 환경이 유도하는 초선택 규칙에 대한 기술이 이 생각을 발전시켰다 [3, 4]. 이 책에서 중요한 구체적 귀결은 안정적인 기록의 선택이 실험자의 임의적 선호가 아니라 환경과의 결합 물리학에 달려 있다는 점이다.

이 결과는 일상적인 측정에서 보통 특정 거시적 기록에 접근할 수 있는 이유를 설명하는 데 도움이 된다. 그러나 어떤 상태 집합이 안정적이라는 진술과 개별 실험에서 결과 하나가

선택된다는 진술은 같지 않다. 전자는 상관관계의 동역학적 구조와 기록 사이에서 관측 가능한 간섭의 억제를 기술한다.

대안 모형을 만들 때 이 차이는 특히 중요하다. 방정식에 더한 항이 앙상블 행렬의 비대각 원소를 줄이기만 한다면 그것으로 개별 사건의 역사를 완전히 기술했다고 할 수는 없다. 그런 결론을 내려면 개별 상태의 추가 규칙이나 동역학을 정하고 앙상블 기술과의 연결을 보여야 한다.

가역성과 상관관계에 대한 접근

이상화한 닫힌계에서는 적절한 역연산자로 유니터리 시간 발전을 되돌릴 수 있다. 그러나 대상이 제어하지 못하는 수많은 자유도와 얽히면 이를 실제로 되돌리는 것은 별도의 물리적 과제가 된다. 방정식이 가역적이라고 해서 실험실이 필요한 모든 변수에 접근할 수 있는 것은 아니다.

따라서 전체 기술의 유니터리성이 근본적으로 깨지지 않아도 실질적인 비가역성이 생길 수 있다. 실험에서는 제어를 얼마나 잃었는지가 중요하다. 얼마나 많은 정보에 접근할 수 있고 어떤 작용이 허용되며 기록이 얼마나 오래 남는지를 물어야 한다. '간섭이 사라졌다'는 진술은 언제나 접근 가능한 특정 조작 집합에 관한 것이다.

추가로 두 준위 대상을 사용해 경로를 표시하는 단순한 모형을 생각할 수 있다. 표지자가 왼쪽과 오른쪽 분기에 서로 다른 기록을 저장하면 표지자를 고려하지 않은 간섭은 줄어든다. 적절한 공동 측정에서는 조건에 따라 고른 자료 부분집합에서 상관관계가 드러날 수 있다. 이로써 이미 기록한 과거를 임의로 바꿀 수 있는 것은 아니다. 어떤 결합확률을 분석하는지의 문제다.

사후선택에는 특히 주의해야 한다. 선택한 사건 부분집합만 보여 주면 전체 분포에 없는 무늬가 나타날 수 있다. 물리적 주장에는 그 부분집합에 속할 확률과 선택 규칙이 함께 제시되어야 한다. 그렇지 않으면 통계 변화를 새 인과적 효과로 오인하기 쉽다.

경로 기록과 조건부 간섭

서로 직교하는 두 상태를 가진 표지자를 택하자. 이상적으로 경로를 표시한 뒤 대상과 표지자의 공동 상태는 (|0⟩|0⟩+|1⟩|1⟩)/√2다. 표지자에 대해 부분대각합을 취하면 대상의 행렬은 I/2가 된다. 경로를 재결합한 뒤 어떤 위상 이동을 주어도 국소 출력 확률은 1/2로 남는다. 공동 기술에서 위상 정보 전체가 사라진 것은 아니다. 대상만으로는 더 이상 그 정보에 접근할 수 없게 된 것이다.

이제 표지자를 플러스와 마이너스 기저에서 측정한다. 각 부호의 확률은 1/2다. 플러스 부호이면 대상의 조건부 상태는 |+⟩이고 마이너스 부호이면 |−⟩다. 위상을 φ만큼 이동하고 재결합한 뒤 플러스 출력 확률은 각각 [1+cosφ]/2와 [1−cosφ]/2다. 두 조건부 간섭무늬는 반 주기만큼 어긋나 있다.

올바른 가중치로 합하면 국소 예측이 돌아온다. 첫 곡선의 절반에 두 번째 곡선의 절반을 더하면 어느 위상에서도 1/2다. 예를 들어 φ = 0에서 '표지 플러스와 대상 플러스' 사건의 확률은 1/2이며, '표지 마이너스와 대상 플러스'의 확률은 영이다. 그러나 대상이 플러스인 모든 사건은 여전히 전체 계열의 절반이다. 선별은 새 검출을 만든 것이 아니라 이미 존재하는 결합 사건들을 나눈 것이다.

대상만 판독하는 장치에는 표지자 부호의 값을 알 수 없다. 따라서 하나의 국소 기록만으로는 표지자를 경로 기저에서 측정했는지 플러스와 마이너스 기저에서 측정했는지 알 수 없다. 조건부 줄무늬를 보려면 두 기록을 대조하고 미리 정한 선별 규칙을 적용해야 한다. 이는 상관관계와 제어 가능한 메시지의 차이를 보여 주는 구체적인 예다.

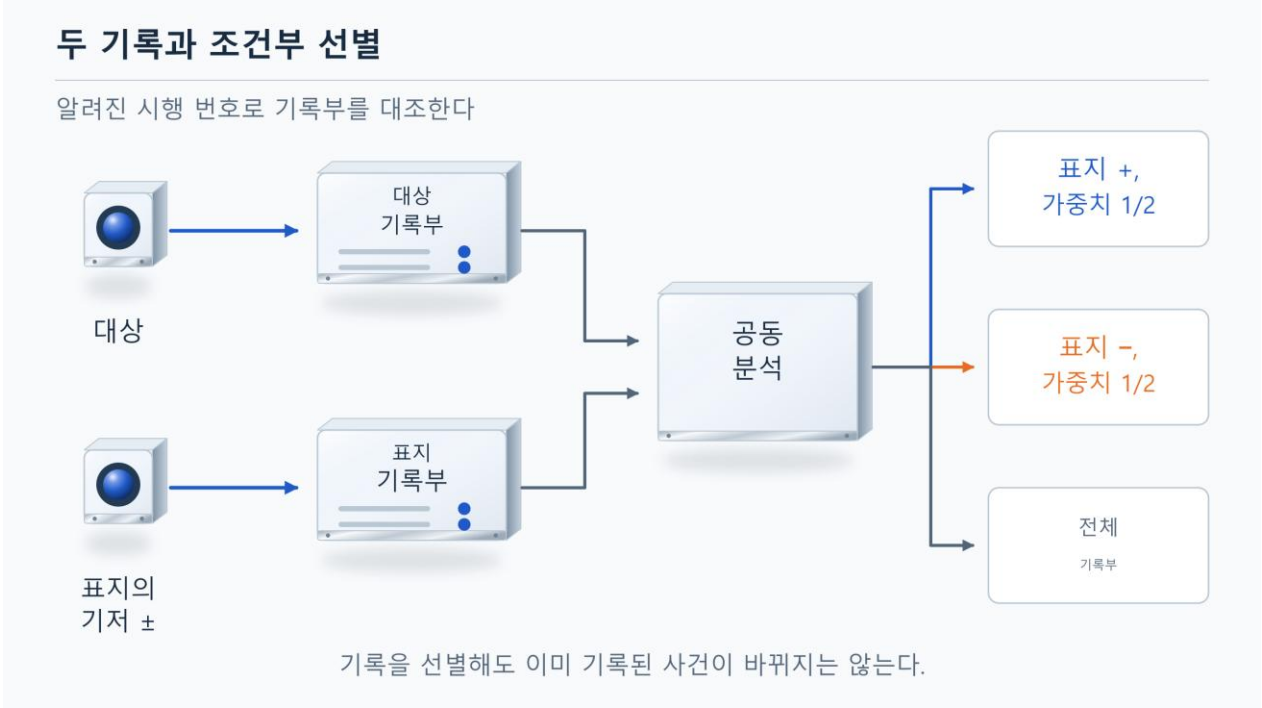


그림 8. 조건부 통계를 얻으려면 대상과 표지의 고전적 기록부를 대조해야 한다. 표지 부호에 따른 선별은 이 장의 예에서 가중치 1/2인 두 부분집합을 만들며 전체 기록부는 보존한다. 대상의 국소 기록이나 이후의 선별만으로는 제어 가능한 메시지를 보내거나 이미 끝난 시행에 영향을 줄 수 없다.

중간 수준의 표지도 직접 계산한다. 표지 상태들의 실수 겹침이 c = 0,5라면 대상의 국소 행렬은 비대각성분 0,25와 가시도 v = 0,5를 갖는다. 위상이 영일 때 플러스 확률은 0,75다. 따라서

환경 상태의 겹침이 연속적으로 줄면 관측 확률도 연속적으로 변한다. 이상적인 직교 기록은 c = 0인 극한이다.

이 예에서 조건부 간섭을 복원하려면 표지자에 특별히 접근할 수 있어야 한다. 거시적 환경에서는 그런 접근이 사실상 불가능할 수 있다. 그래도 이 모형은 유용하다. 부분대각합이 어떤 상관관계를 제외했는지, 관측 집합에 정확히 무엇을 되돌려 넣어야 했는지 보여 주기 때문이다. 선별 확률을 고려하지 않고 결맞음을 복원했다고 주장한다면 서로 다른 통계 문제를 비교하는 셈이다.

$$|\Psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|+\rangle|+\rangle + |-\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}}.$$

(3.3) 같은 얽힌 쌍을 두 기저로 나타냈다. 첫 기호는 대상에, 둘째는 표지자에 해당한다.

$$p(x = +, m = \pm|\, \varphi) = \frac{1 \pm \cos\varphi}{4}$$

$$p(x = +|\, \varphi) = \frac{1}{2}.$$

(3.4) 결합확률에는 위상 의존성이 남는다. 알지 못하는 표지자 기록 m에 대해 합하면 그 의존성이 사라진다.

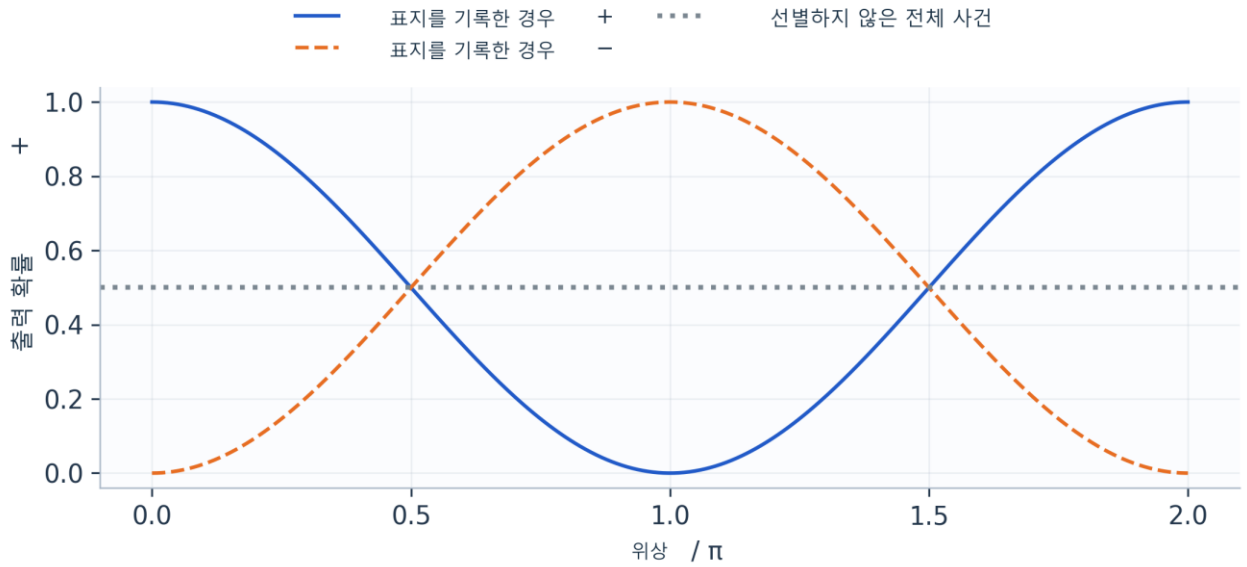


그림 9. 표지의 두 기록에 대한 조건부 간섭무늬는 서로 보완된다. 확률 1/2로 가중하여 더하면 전체 사건 집합에는 줄무늬가 남지 않는다. 이는 결합확률 계산이며 과거의 검출을 바꾸는 일이 아니다.

아직 남아 있는 문제

결어긋남은 공동 양자 동역학에서 안정적인 국소 기록으로 넘어가는 전환의 중요한 부분을 설명한다. 간섭 억제와 환경의 영향, 실질적으로 안정적인 상태의 선택을 계산할 수 있게 한다. 이 결과들은 정량적으로 검증할 수 있다.

왜 실험을 하나의 관측 결과로 기술하는지에 답하려면 채택한 해석이나 동역학 수정을 따로 밝혀야 한다. 일부 접근에서는 결과가 하나라는 것을 관측하는 부분계의 기록에 대해 이해한다. 다른 접근에서는 추가 변수나 객관적 확률적 국소화를 도입한다. 이 접근들은 명시한 가정과 귀결에 따라 평가해야 한다.

책의 실험 프로그램에서 이 계산은 실질적인 질문을 정한다. 어떤 기록에 접근할 수 있으며 그 기록들을 평균하면 어떤 예측을 얻는가? 통상적인 환경과 추가 국소화, 준비 오차를 같은 관측 집합에서 비교한다. 여덟 번째 장에서는 또 다른 모호함을 보인다. 서로 다른 개별 확률적 역사들이 하나의 앙상블 방정식을 줄 수 있다.

이렇게 측정 문제에서 구별 가능성 문제로 넘어간다. 자연에 무엇이 존재하는지 논할 때에는 접근 가능한 정보도 함께 물어야 한다. 서로 다른 모형이 선택한 모든 측정에서 같은 확률을 준다면 바로 그 측정들로는 정밀도에 관계없이 논쟁을 해결할 수 없다.

환경과의 얽힘은 전체 상태가 각 부분의 국소 기술보다 더 많은 것을 담을 수 있음을 이미 보여 주었다. 다음 장에서는 이 성질을 직접 다루고 양자 상관관계에서 익숙한 모형들에 대한 어떤 제약이 따라 나오는지 설명한다.

4 얽힘과 설명에 대한 제약

복합 양자계에서는 각 부분을 완전히 알아도 충분하지 않을 수 있다. 관측 상관관계는 공동 상태에 달려 있다. 얽힘은 이 성질을 특히 뚜렷하게 드러내며 설명들의 전체 부류를 검증할 수 있게 하지만 각 검증의 결론은 특정 가정과 연결된다.

전체가 부분들로 나뉘지 않을 때

각 계의 상태를 따로 정할 수 있고 공동 상태를 두 상태의 텐서곱으로 얻으면 두 계는 순수 곱상태에 있다. 이때 이후의 동역학을 통해 한 부분이 다른 부분에 영향을 줄 수는 있지만 초기 준비에는 얽힘이 없다. 혼합 상태를 부분계 상태들의 텐서곱을 볼록 혼합한 형태로 나타낼 수 있으면 분리 가능하다고 한다. 가중치는 음이 아니며 합이 일이다.

공동 대안 00과 11이 같은 진폭으로 중첩된 두 준위 대상의 쌍을 생각하자. 각 대상만 따로 보면 영과 일이 같은 확률로 나온다. 그러나 이 기저에서는 두 결과가 일치한다. 일치한다는 사실만은 고전적 상관관계로도 재현할 수 있다. 발생원이 같은 무작위 비트를 미리 나누어 주었을 수 있기 때문이다.

다른 기저에서 측정하면 차이가 생긴다. 결맞는 공동 상태는 미리 나누어 준 비트의 단순 혼합에는 없는 대안 사이의 위상 연결을 보존한다. 따라서 선택한 한 종류의 상관관계만으로는 얽힘의 충분한 증거가 되지 않는다. 해당하는 얽힘 없는 설명들을 배제하는 측정 집합이 필요하다.

실험에서는 이를 흔히 증인으로 수행한다. 특정 상태 부류에 대한 경계가 알려져 있고 자료로부터 계산하는 양이다. 그 경계를 위반하면 준비와 측정 장치, 통계 절차에 대한 가정이 성립하는 조건에서 결론을 얻는다. ‘증인’이라는 말이 이런 가정을 면제해 주지는 않는다.

$$|\Phi^{+}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\rho_A = \rho_B = \frac{I}{2}$$

(4.1) 공동 상태는 순수하고 얽혀 있지만 국소 상태들은 최대 혼합 상태다. 공동 기술의 완전성은 두 국소 기술의 완전성으로 환원되지 않는다.

$$\rho_{AB} = \sum_j p_j \rho_A^{(j)} \otimes \rho_B^{(j)}$$

$$p_j \geq 0, \sum_j p_j = 1.$$

(4.2) 분리 가능한 혼합 상태의 정의다. 이런 표현이 존재하지 않는 상태를 얽힌 상태라고 부른다.

벨 부등식의 논리

벨의 1964년 연구는 특정한 국소 숨은 매개변수 기술의 부류가 양자 예측과 양립하지 않음을 보였다. 클라우저, 혼, 시모니, 홀트의 형태는 현실적인 실험 설정에서 검증하기 편리하게 만들었다 [5, 6]. 국소 인수분해와, 사용하는 의미에서 숨은 매개변수로부터 설정 선택의 독립성을 포함한 모형의 전제가 중요하다.

가장 단순한 대수적 발상은 다음과 같다. 한쪽에서는 설정 A와 A′를, 다른 쪽에서는 B와 B′를 고를 수 있으며 각 설정의 결과는 플러스 일 또는 마이너스 일이다. 고려하는 모형에서 이들에 값을 동시에 부여할 수 있다면 숨은 매개변수의 개별 집합에 대한 식 S는 언제나 플러스 이 또는 마이너스 이다. 실제로 B+B′와 B−B′ 중 하나는 영이고 다른 하나의 절댓값은 이다.

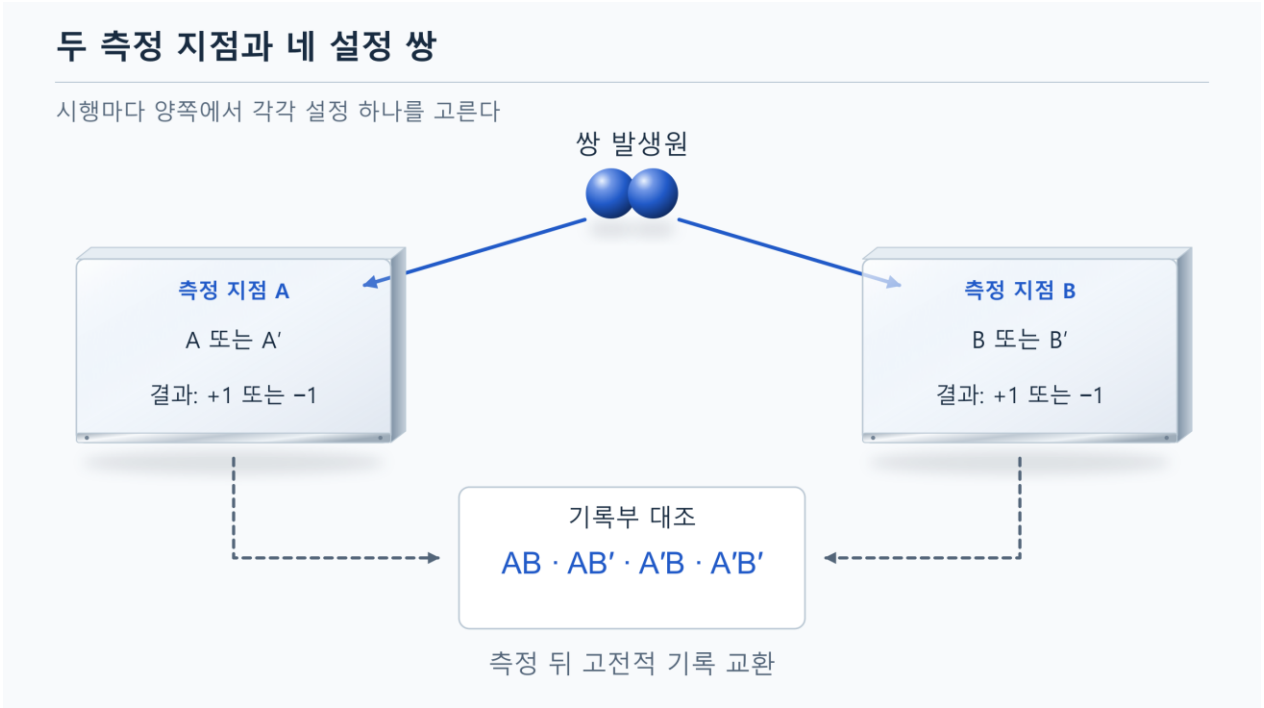


그림 10. CHSH 실험의 논리. 발생원이 쌍을 준비하면 양쪽은 각각 두 설정 중 하나를 골라 결과 ±1을 얻는다. 측정 뒤 고전적 기록부를 AB, AB′, A′B, A′B′의 네 조합에 대해 대조한다. 특정 역사적 실험을 재구성한 그림은 아니다. 실험적 허점을 닫는 데 필요한 조건은 본문에서 논한다.

확률적인 국소 모형도 같은 한계를 따른다. 추가적인 국소 무작위성은 숨은 매개변수의 확장된 기술에 포함할 수 있다. 동등하게 말하면 결과의 조건부 평균이 −1과 +1 사이에 있어 CHSH 한계가 유지된다.

숨은 매개변수들의 공통 분포 하나에 대해 평균하면 S의 절댓값은 이를 넘지 않는다. 양자이론은 적절한 상태와 측정 집합에서 이의 제곱근의 두 배까지 허용한다. 실험의 과제는 유한한 통계와 실험 구성을 고려하여 상관관계를 추정하고 경계를 검증하는 것이다.

여기서는 지나치게 넓은 결론을 내리기 쉽다. 이런 부등식을 위반한다고 해서 가능한 모든 실재가 수학적으로 반박되거나 모든 숨은 매개변수 기술이 금지되는 것은 아니다. 배제되는 것은 유도에 사용한 가정들의 묶음이다. 일부 대안은 국소성을 바꾸고 다른 대안은 설정의 독립성이나 인과적 설명의 구조를 논한다. 각각 따로 분석해야 한다.

$$S = \langle AB \rangle + \langle AB' \rangle + \langle A'B \rangle - \langle A'B' \rangle$$

$$|S| \le 2$$

(4.3) 해당하는 국소 모형 부류의 CHSH 경계. 꺾쇠괄호는 명시한 설정 쌍에서 결과들의 곱의 평균을 뜻한다.

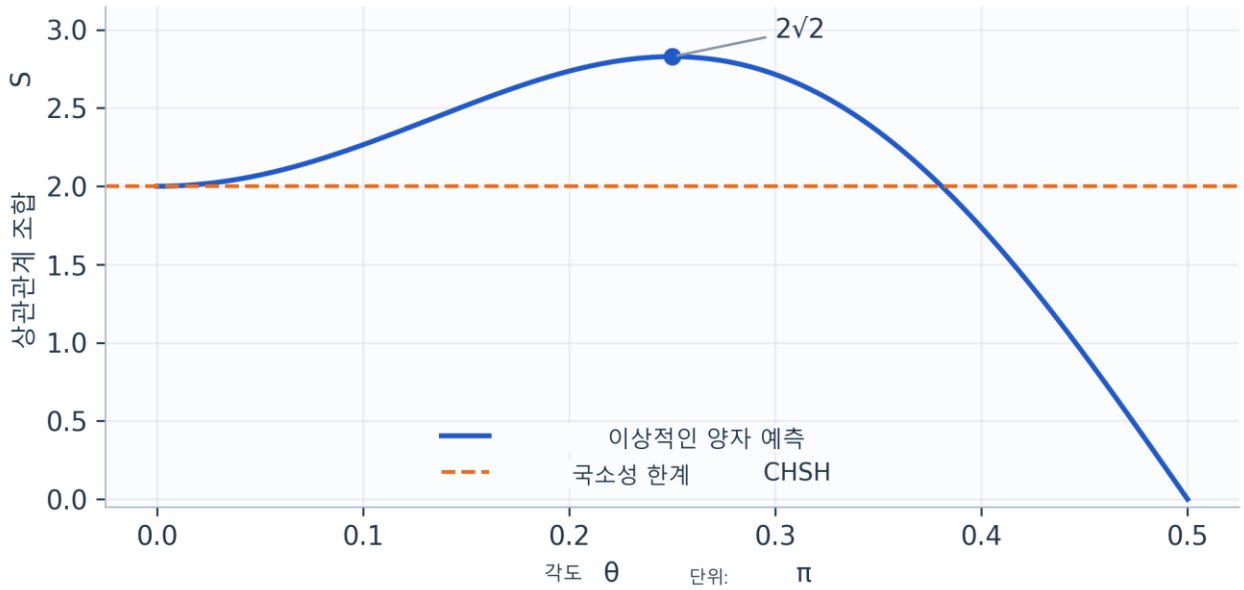


그림 11. 적절한 이상적 양자 측정에서의 예시 관계 S = 3 cos θ − cos 3θ. 한계 2와의 비교에는 CHSH의 전제가 적용된다.

실험이 더하는 것

부등식을 적용하려면 적절한 사건들을 비교하는지 확신할 수 있어야 한다. 불완전한 검출, 설정에 의존하는 선별, 장치 부분들 사이에 가능한 신호 교환은 관측된 위반의 해석을 바꿀 수 있다. 이를 실험적 허점이라고 부른다.

2015년 Hensen과 공동연구자들은 1,3킬로미터 떨어진 전자 스핀을 이용한 검증을 보고했다. 그 실험 설정 안에서 국소성과 검출의 핵심 허점을 함께 닫은 검증이었다 [7]. 이는 구체적인 실험 결과이며 상상 가능한 모든 가정이 없음을 보편적으로 보장한 것은 아니다.

보통 세 진술을 구별하면 유용하다. 정리는 열거한 조건에서 경계를 정한다. 실험은 관측량과 불확실성을 추정한다. 해석은 그 결과로 어떤 조건과 모형 부류를 배제할 수 있는지 설명한다. 이 수준들을 구별하지 않으면 신중한 검증이 지나치게 넓은 주장으로 바뀌기 쉽다.

이 예는 뒤의 장들에서 특히 중요하다. 중력 실험에서도 증인과 불가능성을 보이는 논증을 사용한다. 결론의 힘은 출력된 수뿐 아니라 매개자 모형과 상호작용 구조의 물리적 근거에도 달려 있다. 익숙한 '고전적'이라는 말에는 서로 다른 여러 요구가 숨어 있을 수 있다.

상관관계가 제어 가능한 통신 경로는 아닌 이유

표준 양자이론에서 멀리 떨어진 모든 결과에 대해 평균하면 한 부분의 국소 통계는 다른 부분에 선형이며 완전 양이고 대각합을 보존하는 채널을 작용시켜도 바뀌지 않는다. 이는 공동 상태의 부분대각합에서 따라 나온다. 조건부 부분집합들의 국소 통계는 다를 수 있지만 이를 골라내려면 먼 쪽의 결과와 해당 설정의 기록을 전달해야 한다.

따라서 강한 상관관계가 제어 가능한 초광속 통신을 자동으로 주지는 않는다. 메시지를 보내려면 수신자가 접근 가능한 자료에서 선택을 구별할 수 있도록 송신자가 작용을 골라야 한다. 통상적인 경로로 기록을 비교한 뒤에야 드러나는 상관관계는 이 요구를 만족하지 않는다.

제안한 수정들을 분석할 때에도 이 차이를 유지해야 한다. 순수 상태에 대한 일부 비선형 변화는 같은 밀도행렬의 서로 다른 분해들을 물리적으로 구별 가능하게 만들 수 있다. 그러면 국소 예측이 멀리서 이루어진 준비에 의존하기 시작할 수 있다. Gisin은 Weinberg의 비선형 확장에서 이런 위험이 생기는 잘 알려진 예를 검토했다 [11].

이 결과 자체가 상상 가능한 모든 비선형 모형이나 확률적 모형을 금지하지는 않는다. 복합계와 상태 준비 방법을 검증해야 함을 보여 준다. 연구 프로그램에서는 장치의 예상 감도를 논하기 전에 새 동역학 항들이 이 검증을 통과해야 한다.

파동함수에 대해 말할 수 있는 것

양자 상태가 물리적 실재인지 지식의 기술인지라는 질문도 수학적으로 명확히 설정하면 제약을 받는다. 더 쉽게 물으면 서로 다른 두 순수 양자 상태가 같은 물리적 상황에 대한 서로 다른 지식만을 반영할 수 있는가? Pusey, Barrett, Rudolph의 정리는 관측 확률의 바탕에 물리적 상태를 두며 독립적으로 준비한 계들의 독립성을 가정하는 모형 부류를 다룬다. 이 조건에서는 서로 겹치는 인식론적 기술의 특정 형태가 양자 예측과 양립하지 않는다 [10].

이 정리의 의의는 조건이 정확하다는 데 있다. 추가 논증 없이 실재의 본성에 관한 모든 논쟁을 해결하거나 해석을 자동으로 선택하거나 측정의 기술을 대신하지는 않는다. 이론이 준비 독립성의 가정이나 허용되는 모형 부류 자체를 바꾼다면 따로 연구해야 한다.

이 책에서 정리는 구체적인 구성에 대한 제약으로 쓰인다. 어떤 가정을 재검토해야 하는지 찾는 데 도움을 주지만 일관된 대안을 만드는 일을 면제하지는 않는다. 공준 하나를 포기하는 것과 새 물리이론 사이에는 여전히 방정식과 확률, 복합계와 실험 예측이 남아 있다.

한 쌍의 검증과 세 결론의 한계

상태 $|\Phi^+\rangle$의 CHSH 양자 값을 직접 계산할 수 있다. 연산자 Z는 영과 일을 구별하고 연산자 X는 둘을 맞바꾼다. 선택한 쌍에서 ZZ와 XX의 평균은 일이고 교차 평균 ZX와 XZ는 영이다. 첫 번째 쪽에서는 Z 또는 X를, 두 번째 쪽에서는 방향 $(Z+X)/\sqrt{2}$ 또는 $(Z-X)/\sqrt{2}$를 측정한다. 각 방향은 결과가 ±1인 관측가능량에 해당한다.

네 상관관계는 $1/\sqrt{2}$, $1/\sqrt{2}$, $1/\sqrt{2}$, $-1/\sqrt{2}$다. CHSH에서 정한 대로 마지막 항에 마이너스 부호를 붙여 더하면 $2\sqrt{2}$가 된다. 두 장치 각각의 국소 분포에서는 여전히 결과들의 확률이 같다. 따라서 경계인 이를 넘는 것과 제어 가능한 메시지를 보내지 못하는 것은 하나의 명시적 계산에서도 양립한다. 실제 S 값은 각 설정 쌍의 유한한 실험 계열로부터 추정한다. 기호로 얻은 값은 이상적인 기준만을 정한다.

흔히 함께 등장하는 세 결과는 서로 다른 질문에 관한 것이다. 벨 검증은 상관관계의 인과적 설명 부류를 제한한다. 신호전달 불가는 멀리 떨어진 결과들을 평균한 뒤의 국소 통계를 기술한다. PBR 논증은 독립 준비라는 조건에서 물리적 상태 기술들이 겹치는 문제를 다룬다. 한 결론을 다른 결론으로 바꾸는 것은 증명을 강화하는 것이 아니라 질문을 바꾸는 일이다.

뒤에서 중력 증인을 읽을 때 이 표로 돌아오면 유용하다. 관측 효과는 언제나 전제들과 함께 추론 사슬에 들어간다. 두 연구가 접근 가능한 조작이나 매개자를 서로 다르게 정의한다면 먼저 그

정의를, 다음에 효과의 크기를 비교해야 한다. 이렇게 하면 입증한 범위를 넘지 않으면서도 강한 결론을 유지할 수 있다.

$$A = Z, A' = X, B = \frac{Z+X}{\sqrt{2}}, B' = \frac{Z-X}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\Phi^+} = 2\sqrt{2}.$$

(4.4) 상태 $|\Phi^+\rangle$에 대한 CHSH의 직접 계산. 각 결과 ±1의 국소 확률은 1/2다.

결과	필수 전제 조건	허용되는 결론
CHSH [5, 6]	채택한 모형 부류에서의 국소 인수분해와 독립적인 설정 선택	상관관계는 이 조건들이 모두 함께 성립하는 것과 양립하지 않는다
신호 전달 불가	국소 선형 채널은 대각합을 보존하며 먼 쪽의 결과들은 평균한다	국소 통계로 먼 쪽 조작의 선택을 전달할 수 없다
PBR [10]	기술하는 물리적 상태의 부류와 준비들의 독립성	해당하는 서로 겹치는 기술은 양자 예측 전체를 재현하지 못한다

상관관계를 논한 뒤에는 양자이론을 확장한다는 것이 정확히 무엇인지 구체화할 수 있다. 세계상을 바꾸는 것과 변수를 추가하는 것, 관측 확률을 바꾸는 것은 서로 다른 연구 행위다. 다음 장에서는 이를 검증 가능한 가설의 요구 조건과 연결한다.

5 가설이 이론을 바꿀 때

새로운 말로 된 설명은 계산하는 모든 확률을 그대로 유지하면서도 일어나는 일에 대한 생각을 바꿀 수 있다. 실험으로 검증할 수 있는 물리적 수정은 적어도 어떤 허용되는 실험에서 다른 예측을 주어야 한다. 두 경우의 경계를 정확히 그어야 한다.

현실의 기술과 관측 가능한 확률

두 접근이 개별 계의 상태에 서로 다른 개념을 사용하면서도 같은 통계 결과를 재현할 수 있다. 그러면 선택한 측정들을 비교해도 어떤 개념이 옳은지 정할 수 없다. 이 진술은 접근 가능한 자료에 관한 것이며 설명의 장점에 대한 철학적 질문을 해결하지는 않는다.

Everett의 상대 상태 정식화에서는 별도의 근본적 붕괴 없이 공동 양자 동역학을 다룬다. Bohm의 접근에서는 추가 위치 변수와 유도 동역학을 도입하며 적절한 양자 평형에서 표준 통계 예측을 재현한다 [13, 14]. 이런 짧은 설명이 각 접근의 완전한 분석을 대신하지는 않는다. 다만 개별 사건에 대한 세계상 논쟁이 하나의 실험 분포를 넘어설 수 있음을 보여 준다.

객관적 붕괴 모형은 다른 입장을 취한다. 보통 특정 매개변수에서 관측 통계를 바꾸는 동역학을 도입한다. 따라서 간섭과 확산, 복사로 이 모형들을 제약할 수 있다. 어떤 관측가능량이 적절한지는 '붕괴'라는 일반적인 말이 아니라 모형의 형태에 달려 있다.

연구 글에서는 무엇을 더했는지 늘 물으면 유용하다. 새 변수는 계산을 돕는 보조량일 수도, 환경 매개변수나 근본적 대상일 수도 있다. 새 항은 이미 알려진 유효 상호작용을 기술할 수 있다. 이런 역할을 정하면 새 법칙을 성급하게 선언하는 일을 막을 수 있다.

최소한의 검증 가능한 수정

유용한 전략은 표준적인 모형의 명확히 지정한 성질 하나를 바꾸는 것이다. 예를 들어 발생률과 특징적 길이를 가진 약한 공간 국소화 채널을 추가한다. 발생률이 영인 극한에서는 원래 동역학이 복원되어야 한다. 이렇게 해야 비교 가능한 영가설 모형을 얻고 매개변수 제약을 논할 수 있다.

이런 구성만으로 추가 과정의 기원을 설명한 것은 아니다. 이는 효과의 형태와 검증 방법을 정하는 현상론적 모형이다. 그 가치는 내부 일관성과 적용 범위, 비슷한 배경 과정들을 독립적으로 제약할 수 있는지에 달려 있다.

매개변수가 너무 많고 실험마다 고유한 자유 값을 부여하면 모형은 배제될 실질적인 위험 없이 자료에 맞춰질 수 있다. 이를 피하려면 공통 매개변수와 장치 사이의 적용 규칙을 미리 정한다. 그러면 새 실험은 계수 하나를 더하는 데 그치지 않고 예측을 검증할 수 있다.

최소 모형을 선호한다고 자연이 단순해야 한다고 요구하는 것은 아니다. 첫 결론들을 명료하게 파악하기 위한 방법이다. 불일치를 발견한 뒤 기술을 확장할 수 있지만 확장할 때마다 어떤 새 관측을 설명하며 어떤 추가 귀결을 내는지 보여야 한다.

확률과 에너지의 일관성

발견을 논하기 전에 동역학이 수학적으로 허용되는지 검증하면 유용하다. 규격화는 보존되는가? 밀도행렬의 양의성은 유지되는가? 모형은 얽힌계의 일부에 어떻게 작용하는가? 같은 상태를 서로 다르게 준비해도 이후 예측은 같게 나오는가?

에너지는 별도로 물어야 한다. 일부 단순한 잡음 모형은 가열을 일으킨다. 이는 관측 가능한 귀결일 수도 있고 소산을 포함하는 확장이 필요한 영역을 가리킬 수도 있다. 추가 확산과 에너지 효과가 같은 생성자에서 따라 나온다면 추가 확산의 예측을 사용하면서 관련 에너지 효과를 말없이 무시해서는 안 된다.

에너지 보존 요구는 해당하는 계에 대해 정식화해야 한다. 열린 대상의 에너지는 환경 때문에 달라질 수 있다. 추가 과정을 근본적이라고 선언한다면 전체 기술에서 에너지 수지가 무엇을 뜻하는지 설명해야 한다. 부분계의 유효 방정식 하나만으로 이 답을 항상 복원할 수 있는 것은 아니다.

상대론과의 양립 가능성도 마찬가지로 신중히 다뤄야 한다. 비상대론적 모형은 자신의 적용 영역에서 유용할 수 있지만 별도의 구성 없이 완결된 시공간 이론으로 볼 수는 없다. 성공적인 저에너지 검증은 특정 영역과 특정 매개변수를 검증한다.

확률 규칙을 검증하는 예

또 다른 확장 경로는 보른 규칙에 관한 것이다. 이상화한 세 경로 설정에서 표준적인 진폭 덧셈은 쌍별 간섭항을 만든다. 비교하는 구성들에 일관된 하나의 진폭 모형을 적용할 수 있다면 단일 기여와 쌍별 기여를 모두 빼는 확률 조합은 영이 되어야 한다.

2010년 신하와 공동연구자들은 삼중 슬릿 광자 실험으로 고차 간섭을 제약했다. 그 설정의 관측은 표준 규칙과 일치했고, 가능한 편차에 정량적 한계를 주었다 [12]. 유한한 정확도의 구체적 검증으로 읽어야 하며 모든 물리 조건에서 공식이 증명되었다고 읽어서는 안 된다.

대수적 상쇄는 명확하다. 세 진폭의 합을 제곱하면 각각의 절댓값 제곱과 세 쌍의 교차항이 들어 있다. 해당 두 경로 식들을 빼고 단일 기여를 되돌리면 이 항들이 모두 상쇄된다. 이 도출은 비교하는 대안들이 서로 일관되게 정의되었다는 데 의존한다.

조합 안의 모든 양에는 공통의 절대 규격화가 필요하다. 예를 들어 입사 입자를 같은 방식으로 준비하고 흐름의 안정성을 고려하여 입자 하나당 검출 확률을 쓸 수 있다. 슬릿 구성마다 통과한 입자 수에 대해 따로 재규격화해서는 안 된다. 그렇게 하면 서로 다른 조건부 확률을 비교하게 되어 앞서 보인 상쇄가 반드시 성립하지는 않는다.

실제 광학 장치에서는 슬릿을 닫으면 전파의 경계조건이 달라질 수 있고 검출기의 응답이 비선형일 수도 있다. 그러면 실험에서 영이 아닌 조합을 얻었을 때 장치 자체의 통상적인 물리학을 계산해야 한다. 서로 다른 물리적 상황을 이상화한 항등식에 넣고 남은 값을 확률 규칙의 위배라고 부른다면 잘못이다.

$$I_3 = P_{ABC} - P_{AB} - P_{AC} - P_{BC} + P_A + P_B + P_C - P_{\emptyset}$$

(5.1) 삼차 조합. 첨자는 이용 가능한 대안을 나타내며 마지막 항은 그 대안들이 없을 때의 배경을 고려한다. 영이라는 예측은 명시적으로 정한 이상적 모형에 해당한다.

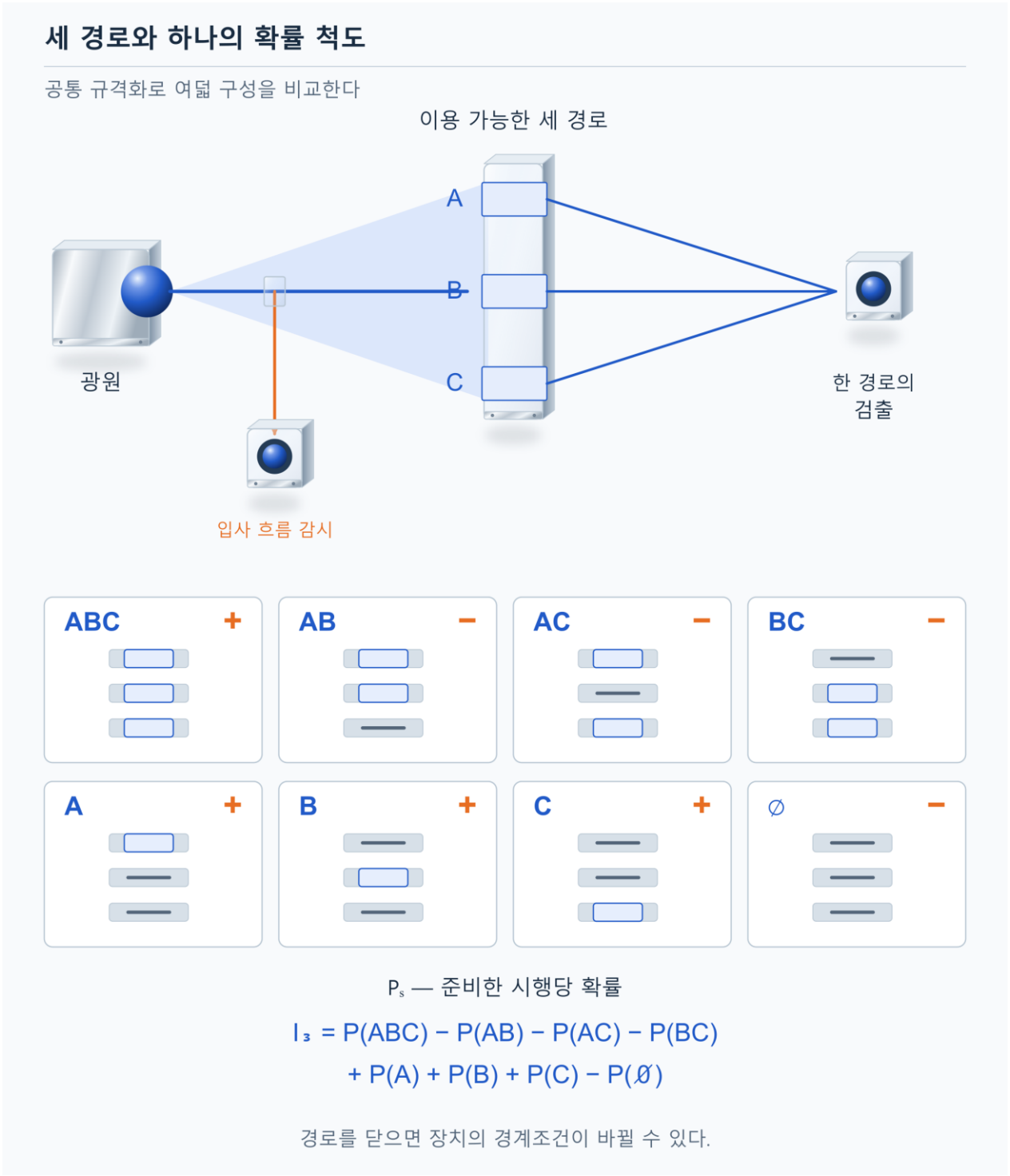


그림 12. 학습용 세 경로 설정과 이용 가능한 경로의 여덟 구성. 그림의 P(S)는 본문의 P_s와 대응한다. 입사 흐름을 공통으로 감시하며, 준비한 시행 하나를 기준으로 확률을 규격화한다. I_3 조합의 부호는 +ABC, −AB, −AC, −BC, +A, +B, +C, −∅다. 틈을 닫으면 경계조건이 바뀔 수 있으므로, 영이 아닌 실험 잔차에는 장치와 검출기 응답의 분석이 필요하다.

새로움을 검증하는 방법

알려진 등식을 새로 표기한 것만으로 과학적 발견이 되지는 않는다. 공식을 얻은 뒤에는 문헌과 비교하고 동등한 표기를 검토하여 어떤 조건들이 이미 다루어졌는지 확인해야 한다. 결과가 알려진 특수한 경우일 때도 있고 다른 물리적 설정에 적용한 것이 유용한 기여일 때도 있다.

새 기여에 대한 가장 설득력 있는 주장은 가장 가까운 기존 연구와의 정확한 차이를 밝힌다. 예를 들어 전에 빠뜨린 배경 상관관계를 반영하거나 제어 집합이 제한된 상황의 구별 한계를 찾거나 매개변수의 보편성을 검증하는 새 방법을 보일 수 있다. 이런 주장은 구체적으로 비판할 수 있다.

뒤의 장들에 나오는 작업 가설은 가장 가까운 발표된 구성들과 대조한다. 모형과 수행한 계산, 가설을 기각할 조건을 제시한다. 독립적으로 공식을 얻었다는 사실만으로 역사적 우선권이 성립하지는 않는다. 따라서 재현인지, 알려진 모형의 교육적 확장인지, 견고성 검증인지, 향후 물리적 검증을 위한 제안인지 결과의 지위를 따로 밝힌다.

수행한 계산이 실제로 더하는 것

연구 결과는 연결된 세 질문으로 설명하면 편리하다. 어떤 가정을 검증하는가, 무엇을 계산했는가, 그 계산이 어떤 결론을 뒷받침하는가? 예를 들어 열 번째 장의 변화율에 대한 세 점 조합은 계수가 공통일 때 상수 배경과 이차 배경을 제거한다. 이를 완전히 유도하고 수치로 검증할 수 있다. 그러나 '제거한다'는 말은 명시한 두 형태에 관한 것이며 통상적인 결어긋남 기제 전체에 관한 것은 아니다.

일정한 분리 거리를 실제 궤적으로 바꾸면 이 조합의 최적점이 달라진다. 이런 결과는 정해진 프로토콜에 대한 정량적 정보를 더한다. 새 근본 법칙이라고 주장하지 않아도 유용하다. 마찬가지로 열두 번째 장에서 발표된 자료의 분석을 반복하는 일은 접근 가능한 자료로부터 특정 추정값을 복원할 수 있음을 확인한다. 다른 이의 측정을 이 책 저자들의 새 실험적 발견으로 바꾸지는 않는다.

뒤의 장들에 제시한 통계 프로그램은 다음 수준을 검증한다. 절차가 얼마나 자주 틀리며 새 설정에서 무엇을 예측하는지를 묻는다. 여기서 결과는 가장 잘 맞는 곡선의 매개변수뿐 아니라 오검출 빈도와 약한 신호에 대한 감도, 배경 변화에 대한 견고성이다. 제21장에서 가장 가까운 기존 연구와 비교하여 어떤 요소가 이미 알려져 있고 정확히 무엇을 독립적으로 검증해야 하는지 보인다.

이 순서는 의미 있는 부정적 결과를 허용한다. 두 모형이 허용되는 모든 조작에서 같은 동역학을 준다면 계산으로 이 프로토콜 안에서 둘을 구별할 수 없음을 확립할 수 있다. 그러면 연구 질문을 고친다. 환경 기록에 대한 접근이나 다른 대상, 독립적 교정을 더한다. 확률 차이가 정확히 영이라면 반복 횟수를 늘리는 것으로 문제 설정의 변화를 대신할 수 없다.

결과	확립하는 내용	다음 단계에 아직 필요한 것
배경의 대수적 상쇄	매개변수가 공통일 때 지정한 함수들에 민감하지 않음	다른 물리적 형태의 배경에 대한 검증
궤적의 최적점	선택한 프로파일 부류에서 가장 좋은 대비	사건 수와 제어 오차, 통계적 판정 기준
발표된 연구의 재현	특정 외부 추정값의 재현 가능성	독자적인 차이와 그 정량적 결과
교정한 수치 검증	명시적으로 모형화한 조건에서의 오류 빈도	전제의 확인과 실제 실험에서의 검증

다음 단계는 이론이 계산한 확률에서 장치가 내놓는 자료로 넘어가는 것이다. 이 연결에는 교정과 유한한 통계, 환경 매개변수가 포함된다. 이 연결이 없으면 올바른 방정식도 신뢰할 수 있는 검증이 되지 못한다.

6 측정이 증거가 되는 방식

이론은 주어진 조건에서 자료의 분포를 예측한다. 실험은 불완전한 장치로 유한한 수의 사건을 측정한다. 두 수준을 대조하려면 명시적인 관측 모형과 미리 정한 질문이 필요하다. 그 결과로 어떤 대안을 배제할 수 있는가를 물어야 한다.

간섭 가시도

단순한 간섭 실험에서는 위상에 따른 사건 빈도를 기록한다. 가시도는 변조의 깊이를 나타낸다. 이상적인 무늬의 최댓값과 최솟값으로 정의할 수 있지만 실제 분석에서는 배경과 검출기 응답을 고려하여 계수 분포에 전체 모형을 맞추는 편이 더 신뢰할 만할 때가 많다.

전체 입자 수가 같은 비율로 줄어든다고 규격화한 가시도가 반드시 낮아지지는 않는다. 두 경로가 똑같이 감쇠되고 선별이 위상에 의존하지 않으면 사건 수는 줄지만 평균에 대한 변조 성분의 비율은 유지될 수 있다. 반면 추가적인 비결맞는 배경은 연구 대상의 위상 연결이 근본적으로 상실되지 않아도 가시도를 낮출 수 있다.

바로 이 때문에 모형에서는 발생원의 세기와 검출 확률, 배경 계수와 결맞음을 따로 반영한다. 이를 하나의 자유 계수로 합치면 계산은 편리할 수 있지만 그 계수의 물리적 해석은 모호해진다.

가시도를 감쇠율로 환산하려면 초기 가시도를 알아야 한다. 그 불확실성은 감쇠율 추정에 전파된다. 초기 대비 자체가 분기 사이의 거리나 실험 순서의 지속 시간에 의존하면 일정한 규격화를 가정하는 것이 찾으려는 효과와 비슷한 인위적 의존성을 만들 수 있다.

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$$\hat{\Gamma} = -\frac{1}{T} \ln \frac{V}{V_0}$$

(6.1) 첫 식은 이상적인 가시도를 정한다. 둘째 식은 초기 가시도를 알고 지수적으로 누적되는 적절한 모형을 쓸 때 일정한 감쇠율을 추정한다.

전체 궤적이 중요하다

간섭계의 분기들은 보통 먼저 갈라지고 일정 시간 움직인 뒤 다시 합쳐진다. 추가 국소화는 이 순서 전체에 걸쳐 작용한다. 따라서 신호는 최대 분리 거리뿐 아니라 거리의 시간 프로파일에 달려 있다.

순간 감쇠율이 거리의 제곱에 비례하면 누적된 감쇠 지수는 그 제곱을 시간에 대해 적분한 값에 달려 있다. 최대 거리와 전체 지속 시간이 같은 두 궤적도 다른 결과를 줄 수 있다. 한 궤적에서는 오랫동안 분리된 채 머물고 다른 궤적에서는 잠깐만 최대 거리에 도달할 수 있다.

포화되는 공간 커널에서는 상황이 더 다양하다. 특징적 척도를 훨씬 넘어 거리를 늘려도 순간 감쇠율이 거의 바뀌지 않을 수 있지만 유지 시간을 늘리면 효과는 계속 누적된다. 이런 의존성은 실험을 고르는 데 유용하되 다른 손실 원인들도 전체 순서에 걸쳐 모형화해야 한다.

여러 구성을 비교할 때에는 어떤 매개변수가 실제로 같은지 정해야 한다. 기하 구조를 바꾸면 가열과 제어 요동, 재결합 효율이 달라질 수 있다. 공통 배경의 형식적 상쇄는 물리적으로 공통인 부분에만 성립한다.

$$-\ln\frac{V}{V_0} = \int_0^T \Gamma[d(t)]\,dt$$

(6.2) 시간에 국소적인 변화율에 대한 일반적인 누적 형태. 환경에 기억이 있으면 역사 전체의 더 복잡한 범함수가 필요할 수 있으며 이는 뒤에서 다룬다.

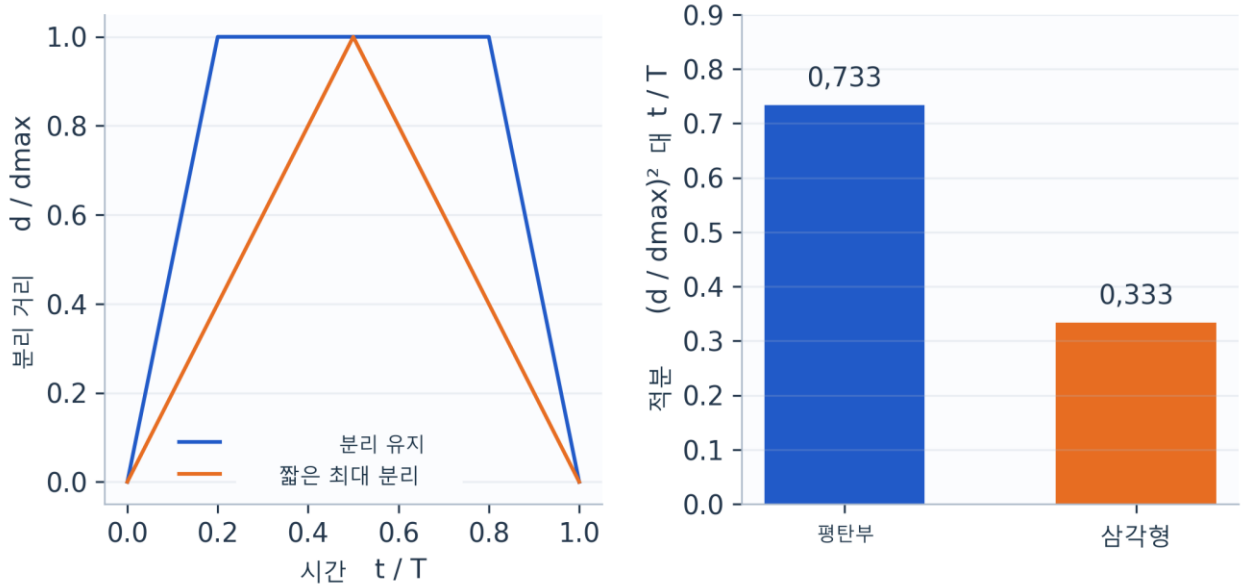


그림 13. 최대 분리 거리와 지속 시간이 같아도 누적 감쇠는 다르다. 이차 영역에서는 전체 궤적의 제곱 적분이 결정적이다.

상태에서 검출기의 세 기록까지

미리 알고 있는 각 시행에서 계 하나를 준비하고 검출은 최대 한 번만 허용하는 장치를 생각하자. 두 이상적 출력은 플러스와 마이너스로 표시하며 '검출 없음'이라는 결과도 기록한다. 예를 들어 준비 횟수를 별도로 알면 이렇게 셀 수 있다. 입사 대상 수를 모르면 흐름 모형이 필요하고 아래의 다항분포 설정을 수정 없이 적용할 수 없다.

검출기에 도달하기 전의 가시도를 V, 검출 확률을 η로 표시하자. 사건을 검출했을 때 장치가 독립적으로 확률 ε로 출력 표지를 반대로 바꾼다고 하자. 두 출력의 효율은 같고 손실의 위상 의존성과 추가 암계수는 없다고 가정한다. 이는 학습용 장치를 기술하는 조건이며 모든 간섭계의 성질이라고 선언하는 것은 아니다.

플러스 출력의 기록을 얻는 서로 배타적인 두 경우를 더한다. 실제 플러스를 올바르게 판독한 경우와 실제 마이너스의 표지를 잘못 붙인 경우다. 따라서 기록된 플러스의 확률은 $\eta[(1-\varepsilon)p_{+}+\varepsilon(1-p_{+})]$다. 기록된 마이너스에는 η의 나머지 부분이, 미검출에는 확률 $1-\eta$가 배정된다. 세 확률의 합은 항등적으로 일이다. η는 검출한 표본의 크기를 줄이고 ε는 두 출력의 차이를 줄인다.

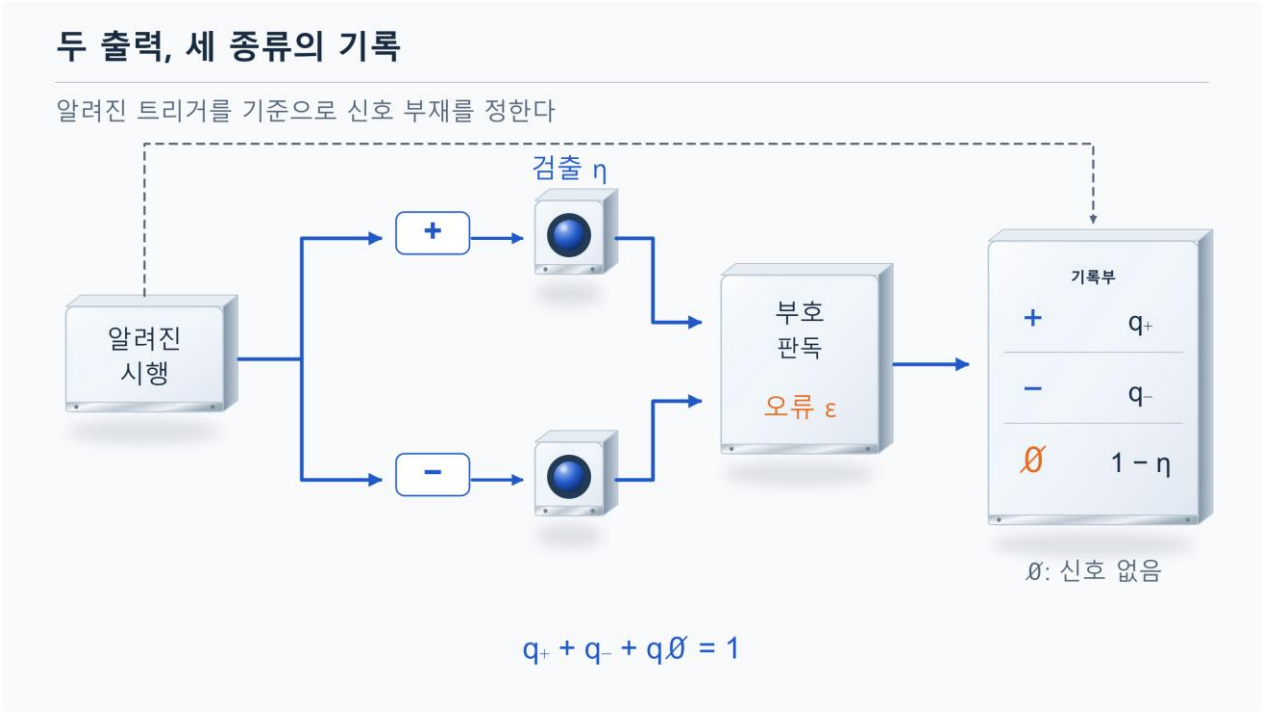


그림 14. 알려진 시행 뒤 계에는 물리적 출력 둘이 있다. 효율 η는 검출 비율을, ε는 기록 부호의 오류 확률을 정한다. 기록부에는 플러스, 마이너스, 확률 $1-\eta$인 신호 부재 ⌀의 세 범주가 나타난다. 점선은 기록부와 알려진 시행의 연결을 나타낸다. ⌀는 세 번째 물리적 검출기가 아니다. 대칭적이고 위상에 독립적인 손실 자체는 조건부 가시도를 낮추지 않는다.

V = 0,8, η = 0,6, ε = 0,02로 두자. 위상 0, π/2, π에서 설정마다 천 번 준비하면 표에 제시한 기댓값을 얻는다. 소수 값이 허용되는 것은 바로 기댓값이기 때문이다. 실제 계열의 수는 무작위 정수다. 가운데 위상에서는 플러스 300개, 마이너스 300개, 미검출 400개를 예상한다. 두 출력의 대비가 영이어도 전체 기록은 손실에 관한 유용한 정보를 담는다.

검출한 사건들만 조건부로 골라내면 관측 가시도는 (1−2ε)V = 0,768이다. 판독 오차를 물리적 결어긋남으로 오인하면 불필요한 감쇠 지수 −ln(0,96) ≈ 0,04082를 부여하게 된다. 지속 시간이 일초인 실험 순서라면 추가 감쇠율 0,04082 s⁻¹처럼 보인다. 그러나 계의 상태에는 아무런 새 기제도 도입하지 않았다.

플러스의 조건부 확률에서 효율 η가 약분되는 것은 손실이 위상과 결과에 독립적이라고 가정했기 때문이다. 그래도 통계적 정확도에는 영향을 준다. 준비 횟수가 고정되어 있으면 유용한 사건이 더 적게 남는다. η가 숨은 궤적에 의존하거나 출력마다 다르면 검출한 전체 입자 수로 단순히 나누는 것이 곡선 형태를 왜곡할 수 있다. 그러면 미검출 결과도 검출 결과들과 함께 모형화해야 한다.

N번의 준비에 대한 가능도는 다항분포 형태다. 입력이 알려진 보정 계열은 ε를 제약하고, 준비 횟수와 검출 횟수의 비교는 η를 제약한다. 한 번의 예비 측정 뒤 그 불확실성이 사라졌다고 볼 수는 없다. 이를 V의 추정에 전파하거나 결합 가능도에 포함한다. 이 작은 예제는 배경과 물리적 신호의 미지 매개변수를 동시에 정하는 제19–21장의 전체 분석을 준비한다.

$$q_{+} = \eta\left[\varepsilon + (1-2\varepsilon)\,\frac{1 + V\cos\varphi}{2}\right]$$

$$q_{-} = \eta - q_{+}$$

$$q_{\emptyset} = 1 - \eta.$$

(6.3) 독립적인 손실과 대칭적인 표지 오류가 있을 때 세 기록의 확률. 여기서 0 ≤ η ≤ 1이고 0 ≤ ε ≤ 1/2다.

$$\mathcal{C} = \frac{N!}{n_{+}!\,n_{-}!\,n_{\emptyset}!}\,q_{+}^{n_{+}}\,q_{-}^{n_{-}}\,q_{\emptyset}^{n_{\emptyset}}$$

$$n_{+} + n_{-} + n_{\emptyset} = N.$$

(6.4) 한 위상 설정의 가능도. 독립된 설정들에 대해서는 이런 인자들을 곱한다. 보정 자료도 그에 해당하는 인자로 추가한다.

위상	예상되는 플러스 결과의 수	예상되는 마이너스 결과의 수	예상되는 미검출의 수
0	530,4	69,6	400
π/2	300	300	400
π	69,6	530,4	400

매개변수와 물리적 원인

관측 변화율을 음이 아닌 두 기여의 합으로 나타낸다고 하자. 접근 가능한 모든 설정에 대한 의존성이 같으면 자료는 합만 정한다. 실험을 아무리 반복해도 추가 정보 없이는 두 기여를 따로 정할 수 없다. 이것이 모형의 구조적 비식별성이다.

두 의존성이 조금 다르지만 잡음에 비해 차이가 작으면 다른 경우가 된다. 원리적으로는 구별할 수 있지만 선택한 측정 횟수로는 부족하다. 이는 실질적인 감도 문제다. 관측 시간을 늘리거나 더 정밀하게 교정하거나 설정을 잘 고르면 개선할 수 있다.

새 실험을 약속하기 전에 두 경우를 구별해야 한다. 예측의 차이가 작아도 영이 아니면 정확도를 높이는 것이 도움이 된다. 정확히 일치하면 관측 집합을 바꾸거나 일부 매개변수를 독립적으로 제약해야 한다. 이 논리가 열 번째 장의 세 점 예와 그 반례의 바탕이다.

매개변수가 여럿인 문제에서는 매개변수를 조금 바꿀 때 각 예측이 어떻게 달라지는지 살펴보면 유용하다. 두 변화가 언제나 모든 관측을 같은 방식으로 옮기면 국소적으로 둘을 구별하기 어렵다. 그러나 한 점에서 이런 이동들이 독립적이어도 해가 전역적으로 유일하다는 보장은 없다. 매개변수 공간의 먼 곳에 또 다른 적절한 집합이 있을 수 있다.

신호 없는 자료로 신호를 검증하기

절차의 신뢰성을 평가하려면 추가 기제가 없는 상황을 모의실험해야 한다. 이어 실험에 적용하려는 것과 같은 방법으로 그 자료를 분석한다. 절차가 긍정적인 신호를 자주 찾는다면, 잘 나온 그래프 하나가 얼마나 설득력 있어 보이든 절차를 재검토해야 한다.

맞춤에 쓰는 것과 같은 이상적 모형으로 만든 자료만 검증하는 것은 특히 위험하다. 그런 실험은 편리한 조건에서 프로그램이 작동함을 확인하지만 환경 기술의 오류에 얼마나 견디는지는

충분히 검증하지 못한다. 잡음 형태와 드리프트를 바꾸고 현실적인 교정 불확실성을 포함한 시나리오가 필요하다.

자료를 본 뒤 고른 매개변수와 설정은 통계적 해석에 영향을 준다. 수많은 구성 중 가장 특이한 것만 보여 준다면 탐색 자체를 고려해야 한다. 이는 특징적 길이를 맞추는 일과 시간 구간을 고르는 일, 가장 아름다운 간섭무늬를 고르는 일 모두에 해당한다.

따로 남겨 둔 구성들은 추가 검증을 제공한다. 일부 조건에서 모형을 맞춘 뒤 근본 매개변수를 다시 조정하지 않고 나머지 조건을 예측한다. 이런 검증의 성공은 이미 맞춤에 쓴 자료에서 단순히 일치하는 것보다 강하다. 그래도 결론은 연구한 대안 부류에 한정된다.

계산 결과의 세 종류

책에는 해석적 유도와 수치 모형 예, 발표된 실험 결과가 등장한다. 이들의 지위는 다르다. 해석적 유도는 열거한 가정의 귀결을 확립한다. 수치 예는 선택한 모형의 거동을 보이며 오류를 찾거나 크기를 가늠하는 데 도움을 준다. 실험 자료는 계산을 물리적 장치와 연결한다.

책의 모형 그래프와 수치 계열은 계산 결과라고 명시한다. 매개변수와 난수 생성기는 첨부 코드에서 확인할 수 있다. 제12장의 발표된 측정 재현은 지위가 다르다. 외부 실험 자료 집합을 사용하며 출처와 반복한 분석의 한계를 밝힌다. 두 종류의 자료를 대조하면 어디서 물리적 장치를 검증하고 어디서 분석 절차의 성질을 검증하는지 알 수 있다.

발표된 제약도 맥락 안에서 읽어야 한다. 매개변수의 상한은 모형과 배경 가정, 채택한 통계 절차에 달려 있다. 절대적인 정확도로 영을 측정한 것과는 다르다. 새 잡음 원인은 제약을 약하게 할 수 있고 독립적 교정은 때로 제약을 강화한다.

이렇게 준비한 검증은 유용한 여러 결과를 줄 수 있다. 원래 모형과의 재현 가능한 불일치를 발견하거나 매개변수 영역을 좁히거나 선택한 관측들이 부족함을 보일 수 있다. 정확히 무엇을 비교하고 어떤 조건을 사용했는지 명확하면 어느 결과든 의미가 있다.

이제 기본 개념과 비교 규칙을 정했다. 책의 두 번째 부에서는 중첩의 물리적 한계를 검증하려는 현대 실험과 모형으로 넘어간다. 여기서는 양자 경계라는 일반적 질문에 구체적인 질량과 공간 척도, 불확실성의 원인을 부여한다.

제 II부 중첩의 한계 탐색

7 중첩의 한계를 찾는 방법

양자 세계의 경계라는 질문은 어떤 계가 중첩을 얼마나 오래 유지해야 하며 어떤 관측으로 그 유지를 확인할지 정한 뒤에야 물리적 질문이 된다. '큰 물체가 양자적으로 거동한다'는 말에는 불명확한 점이 너무 많다. 양자적인 것은 내부 전이 하나일 수도, 집단 여기나 질량중심의 운동일 수도 있다. 가정한 공간 국소화를 검증할 때 이 경우들은 동등하지 않다. 따라서 연구는 소박하게 시작한다. 구체적인 자유도를 고르고 장치가 그 자유도에 대해 정확히 무엇을 말할 수 있는지 확립한다.

대상을 중첩에 놓는다는 뜻

운동을 제어하여 두 공간적 대안이 나중에 다시 만날 수 있는 입자를 생각하자. 대안들이 존재하는 동안 각각을 따로 관측하면서 동시에 원래 간섭 전체가 보존되기를 요구할 수는 없다. 검증은 다르게 구성한다. 제어로 상대 위상을 바꾸면 최종 결과의 분포가 그 변화에 반응한다. 검출 빈도가 일정한 법칙에 따라 변하면 관측에는 대안들의 결맞음에 관한 정보가 들어 있다. 보통 입자가 어느 경로로 갔는지 모른다는 사실만으로는 이런 위상 의존성이 생기지 않는다. 다만 간섭 줄무늬도 적절한 장치의 고전적 모형들과 비교해야 한다.

마지막 단서는 격자와 주기적 마스크에서 특히 중요하다. 연속된 구멍은 공간적 양자 결맞음이 없어도 입자 흐름에 불균일을 만들 수 있다. 따라서 설득력 있는 실험은 멋진 무늬의 존재만이 아니라 제어 매개변수에 따른 신호 의존성을 검증한다. 2026년 일월 제바스티안 페달리노와 공동연구자들은 원자 칠천 개가 넘고 질량이 17만 달톤을 넘는 나트륨 나노입자의 간섭을 보고했다. 실험은 검증된 공간 중첩의 범위를 넓혔지만 중첩의 위반을 발견하지는 않았다. 특정 질량과 기하 구조를 검증했다고 양자 이론의 보편적 적용 한계를 정한 것은 아니다. [15]

질량 하나 대신 네 척도

연구를 계획할 때 실험을 네 척도로 나누어 생각하면 유용하다. 대상의 질량과 대안 사이의 거리, 대안들이 유지되는 시간과 물체 자체의 공간 구조다. 질량은 다른 매개변수들과 함께일 때에만 감도를 정한다. 위치 차이가 극히 작은 무거운 입자는 더 멀리 분리된 가벼운 입자보다 특정 모형에 덜 민감한 탐침일 수 있다. 마찬가지로 거의 겹치는 분기들을 오래 유지하는 것이

뚜렷이 구별되는 분기들을 짧게 유지하는 일을 반드시 대신하지는 않는다. 답은 가정한 기제가 물질 분포를 어떻게 구별하는지에 달려 있다.

물체의 크기는 별도의 어려움을 더한다. 가정한 잡음이 대상 전체에서 결맞게 작용하면 여러 부분의 기여가 함께 더해질 수 있다. 상관 길이가 크기에 비해 작으면 각 영역이 서로 다르게 반응하기 시작한다. 이때 복잡한 질량 구조를 점 하나로 바꾸면 예측이 달라진다. 자세한 계산 전에도 실질적인 결론을 얻을 수 있다. 실험의 전망을 비교하는 표에는 질량 열 하나뿐 아니라 밀도와 형태에 관한 정보도 들어가야 한다. 원자 수에 따른 순위는 결과를 알릴 때 편리하지만 다음 실험을 고르기에는 부족하다.

지형을 재는 간단한 비유가 도움이 된다. 구별해야 할 굴곡의 크기를 모른 채 자의 감도를 평가하는 것은 무의미하다. 양자 실험에서는 연구하는 작용의 상관 길이 등이 이 크기의 역할을 한다. 설정이 해당 공간 척도를 전혀 가로지르지 않는 탐침은 법칙의 국소 근사만 볼 수 있다. 좁은 범위에서는 서로 다른 여러 물리적 의존성이 거의 같아진다. 반복 횟수를 늘리면 통계 오차는 줄지만 이런 기하학적 모호성이 항상 사라지는 것은 아니다.



그림 15. 공간 실험의 네 특성은 질량 m, 지속 시간 T, 대안 사이 분리 거리 d, 질량 구조 μ(r)다. 물체 반지름 R은 두 대안의 중심 사이 거리와 따로 표시했다. 두 반투명 위치는 하나의 상태에 해당하며 독립적인 고전 입자 둘이 아니다. 크기는 개념적이다. 이 그림은 새 기록을 보고하지 않으며 상관 길이를 장의 경계로 그리지도 않는다.

가시도가 측정하는 것

거의 사인파인 간섭 신호는 가시도로 나타내면 편리하다. 최댓값과 최솟값의 차이를 두 값의 합으로 나눈 비율이다. 통상적인 양의 신호에서 이 값은 영과 일 사이에 있다. 밝고 어두운 영역 또는 높고 낮은 검출 빈도가 얼마나 뚜렷하게 번갈아 나타나는지 알려 준다. 가시도만으로 감쇠의 원인을 설명하지는 못한다. 불완전한 준비와 속도 분산, 위상 요동과 입자 손실, 물리적인 결맞음 파괴는 관측 대비를 서로 다르게 바꿀 수 있으며 때로는 동시에 작용한다. 따라서 같은 제어 순서에 대한 기준 가시도가 필요하다.

사고실험에서는 기준을 정확히 안다고 두고 일정한 감쇠율의 지수 감쇠를 쓸 수 있다. 실제 절차에서는 기준도 오차를 지닌 채 측정하거나 계산한다. 분기 사이의 거리가 시간에 따라 바뀌면 궤적의 각 구간이 손실에 고유한 몫을 더한다. 분기 사이의 최대 거리로 운동 역사 전체를 대신할 수는 없다. 같은 최대 분리 거리에 도달한 두 실험도 한쪽은 그 상태에 오래 머무르고 다른 쪽은 빨리 지나가므로 전혀 다른 손실을 누적할 수 있다. 자료와 비교하기 전에 이 차이를 모형에 포함해야 한다.

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$$-\ln \frac{V}{V_0} = \int_0^T \Gamma(d(t))\,dt.$$

(7.1) 첫 식은 적절한 간섭 신호의 가시도를 정의한다. 둘째 식은 시간에 국소적인 감쇠율 Γ의 모형을 적용할 수 있고 기준 V_0를 올바르게 정했을 때 주어진 분리 궤적 d(t)에서의 추가 감쇠를 기술한다. 이는 작업 근사이며 모든 열린계의 보편적 성질은 아니다.

효과의 부재가 결과가 되는 방식

모형은 간섭이 거의 완전히 사라진다고 예측하지만 장치는 뚜렷한 대비를 안정적으로 관측한다고 하자. 배경과 준비를 검증했다면 해당 모형 매개변수를 배제할 수 있다. 새 입자나 힘을 찾지 않았어도 의미 있는 답이다. 찾으려는 기제가 어떤 모습일 수 없는지 보여 준다. 다만 부정적 결과에는 조건이 따른다. 잡음과 질량 분포, 시간 동역학에 대한 특정 가정에서 매개변수 영역을 배제하는 것이다. 이를 ‘붕괴는 없다’는 주장으로 바꾸면 얻은 지식의 대부분을 잃는다.

다른 경로는 제안한 기제의 부수적 발현을 이용한다. 2026년 삼월 XENON 협력단은 XENONnT 자료에서 자발적 엑스선 방출을 탐색한 결과를 발표했다. 유의한 신호는 찾지 못했으며, 조사한

마르코프형 연속 자발적 국소화(CSL)와 디오시–펜로즈(DP) 모형에 새 제약을 설정했다. CSL에서는 신뢰수준 90 %에서 $\lambda / r_C^2 < 3{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}\,m^{-2}}$ 한계를 얻었다. 이 형태는 상관 길이 rC가 대략 10^{-5} m 이하일 때 적용된다. 결론은 사용한 백색잡음과 채택한 복사 모형에 해당한다. 다시 계산하지 않고 임의의 스펙트럼에 옮기거나 모든 객관적 붕괴를 배제했다고 선언해서는 안 된다. [16]

복사 계산은 물질의 내부 구조에도 달려 있다. Manti와 공동연구자들의 프리프린트는 게르마늄과 제논에서 예측 복사의 저에너지 스펙트럼을 바꾸는 원자 상관관계를 연구했다. 1–100 keV 영역에서는 광자 에너지에 반비례하는 단순 의존성으로 특정 물질의 계산을 대신할 수 없다. 이는 신호 모형의 이론적 정밀화이며 붕괴의 발견이 아니다. 새 수치 제약을 얻으려면 실험 자료를 다시 처리해야 한다. [68]

이런 결과는 이후의 모형화에 엄밀한 태도를 요구한다. 이미 배제된 매개변수의 아름다운 수치 예도 그 사실을 명시하면 학습용 예시로 쓸 수 있다. 실제 발견을 예측하려면 선택한 모형의 버전에서 현재 제약과 양립하는 영역부터 시작해야 한다. 그렇지 않으면 다른 실험이 이미 부재를 보인 효과를 계산에서 찾고 있기 때문에 종이 위에서만 높은 감도를 얻게 된다. 새 장치의 성능을 약속하기 전에 허용되는 매개변수 영역을 확인해야 한다.

설명들을 비교하는 실험

잘 설계한 검증은 같은 기록들에 대한 여러 설명을 비교한다. 첫 설명은 통상적인 양자 동역학과 환경, 장치를 포함한다. 둘째는 근본 동역학에 특정 변화를 더한다. 여기에 통상적 배경을 더 충실히 기술한 세 번째 설명도 검토하면 유용하다. 추가 매개변수가 기술을 개선했다면 새 기제 때문일 수도 있고 원래 모형이 너무 빈약했기 때문일 수도 있다. 잔차가 작은 그래프 하나만으로는 둘 중 하나를 고를 수 없다.

따라서 실험 프로그램에는 조건 변경을 미리 포함해야 한다. 압력을 낮추면 한 가정 집합을, 온도를 바꾸면 다른 집합을, 질량을 재분배하면 또 다른 집합을 검증한다. 모든 변경이 편리하지는 않겠지만 물리적으로 독립적인 변화는 특히 가치가 있다. 같은 근본 매개변수를 유지하면서 설명이 새 예측을 내도록 요구하기 때문이다. 중첩의 경계가 존재한다면 이런 검증 체계에서 일관되게 드러나야 한다. 다음 장에서는 이 요구를 어떤 구체적 법칙에 적용할 수 있는지 밝힌다.

자유도와 검증 방법 비교

실험 플랫폼 표는 같은 말이 같은 측정 과제를 뜻할 때에만 유용하다. 진동 모드의 질량과 분자의 전체 질량, 간섭계 안 원자의 질량은 서로 다른 기술 대상에 관한 것이다. 모드에서는 유효 질량과 좌표 진폭이, 분자 빔에서는 질량 분포와 질량중심 분리의 역사가 중요하다. 내부 스핀의 중첩 자체가 공간적 질량 밀도의 차이를 정하지는 않는다. 따라서 표의 각 행은 기록적인 원자 수가 아니라 자유도에서 시작한다.

이후 공통 수치 기준으로 쓰는 것은 발표된 MUSCLE 측정 자료 집합 하나다. 2025년 사월 22일에 기록한 나트륨 클러스터의 두 번째 격자 출력 스캔이다. 논문은 2026년에 나왔으며 자료 기록일과 논문 발표일은 서로 다른 사건을 뜻한다. 같은 장치의 다른 작동 영역에서 얻은 정보로 선택한 자료 집합의 매개변수를 대체해서는 안 된다. 이렇게 선택하면 궤적 계산과 계수 처리, 모형 제약을 하나의 출처와 연결할 수 있다. [15, 63]

플랫폼 유형을 비교하려면 각각 어떤 검증을 가능하게 하는지 명시하면 된다. 빔 간섭계는 통과한 입자의 공간 간섭을 직접 검증한다. 부유하는 역학적 물체에서는 운동과 가열을 자세히 제어할 수 있지만, 바닥상태를 달성하는 것이 멀리 분리된 두 분기를 준비하는 것과 같지는 않다. 상관된 역학적 잡음은 다른 관측 경로를 열며 자체적인 기하 구조 계산이 필요하다. 이런 가능성들은 서로 보완된다. 선택한 하나의 모형이 내는 예측을 기준으로 비교해야 한다. [20, 29]

플랫폼	관측량	공간 검증에 필요한 것
원자 간섭계	질량중심 운동의 위상과 대비	분리의 역사와 지속 시간, 상호작용과 사건 빈도
분자 및 클러스터	통과한 입자의 분포와 간섭무늬의 고조파	질량과 형태, 속도와 격자의 광물리학, 손실
부유하는 물체	진동 좌표와 운동 스펙트럼, 가열	정해진 운동 상태. 간섭을 위해서는 분기의 준비와 재결합이 필요함
결합된 역학계	공통 성분과 차이 성분의 상관관계	질량 폼 팩터, 간격, 기계적 응답 및 공통 배경

선택한 측정 자료 집합의 명세

원래 표와 프로그램 설명에서 격자 간 거리 0,98375 m, 주기 133 nm, 평균 속도 158 m/s, 가우스 폭 9 m/s를 가져온다. 질량 필터의 공칭 중심은 170 kDa다. 저자들이 채택한 창에서

발표된 질량 스펙트럼을 가중하면 168,940 kDa를 얻는다. 이는 공개 코드의 특정 선별 규칙에 해당하는 값이다. 논문 본문에 제시한 유효 중심 172 kDa는 그 논문의 분포 기술에 해당한다. 한 계산에서 이 값들을 눈에 띄지 않게 섞어서는 안 된다. 열두 번째 장의 재현에서는 공개 보관 자료의 입력을 일관되게 사용한다. [15, 63]

이 매개변수에서 드브로이 파장은 14,949 fm이고 탈보트 길이는 1,18327 m다. 첫 번째 격자에서 세 번째 격자까지 비행하는 데에는 12,4525 ms가 걸린다. 이는 간섭계 안의 개별 입자가 시간 발전하는 기간이며 한 위치에서 일 초 동안 계수를 누적하는 시간이나 실험 계열 전체를 기록하는 시간과는 다르다. 결어긋남과 통계 오차를 계산하려면 이 세 시간을 구별해야 한다.

대칭 간섭계의 고조파 기술에서 첫 고조파의 특징적인 최대 분리 거리는 hL/(mvd)다. 선택한 입력에서는 110,574 nm다. 격자 주기 133 nm는 기하학적 척도이며 이 계산된 분리 거리를 자동으로 대신하지는 않는다. 분리 거리는 질량과 속도에 의존하므로 전체 계산에서는 그 분포들에 대해 신호를 평균한다. 하나의 단색 예는 차원을 검증하는 데 편리하다. 뒤에서 제시하는 최종 거시성 추정에는 발표된 평균화를 사용한다.

표의 반지름 4,101 nm는 벌크 나트륨의 밀도 971 kg/m³를 가진 균일한 구에 대해 계산한 값이다. 각 입자의 형태를 따로 측정한 값은 아니다. 압력과 온도는 장치 설명과 논문의 보충 자료에서 가져왔다. 챔버 안 기체는 실온에 가깝고 클러스터의 내부 온도는 약 80 K로 추정한다. 한 온도를 다른 온도로 바꾸면 산란과 복사의 추정값이 달라진다. [64]

공개 표에는 각 41개 위치에서 수행한 스캔 95회가 들어 있다. 간격은 15 nm이고 위치당 검출 시간은 일 초다. 합계는 3895초, 즉 순수 누적 시간 64,92분이다. 이동과 조정, 배기와 별도 교정은 이 시간에 들어 있지 않다. 총 10 772 714회의 계수를 기록했다. 격자가 없는 해당 기준 신호에 대한 비율은 0,13612다. 이는 전체 측정 경로의 상대 투과율이며 검출기의 절대 양자 효율은 아니다.

마지막 차이는 완성된 명세가 어떠해야 하는지 보여 준다. 수치는 그것을 얻은 절차와 해석의 한계와 함께 제시해야 한다. 두 양에 이미 알려지지 않은 손실이 들어 있다면 둘을 나누어 빠진 절대 효율을 복원할 수는 없다. 조건을 비교할 때는 규격화한 응답으로 충분할 수 있지만, 새 장치의 성능을 예측하려면 흐름과 검출기의 추가 측정이 필요하다.

$$\lambda_{\mathrm{dB}} = \frac{h}{mv}$$

$$L_T = \frac{d_g^2}{\lambda_{\mathrm{dB}}}$$

$$T_{13} = \frac{2L}{v}.$$

(7.2) d_g는 격자 주기이고 L은 이웃한 격자 사이의 거리다. 첨자 13은 첫 번째 격자에서 세 번째 격자까지의 비행을 뜻한다. 선택한 입력에서 T_{13} = 12,4525 ms다.

$$\Delta x^{(1)}_{\max} = \frac{hL}{mvd_g}$$

$$R = \left(\frac{3m}{4\pi\rho_m}\right)^{1/3}.$$

(7.3) 첫 식은 첫 고조파의 특징적 분리 거리를 정하고 둘째 식은 균일한 밀도 ρ_m를 가정하여 질량을 반지름으로 환산한다. 서로 다른 기하학적 특성이다.

매개 변수	값	기원
공칭 질량	170 kDa	보관 자료의 질량 구간 [63]
가중한 뒤의 질량	168,940 kDa	공개된 질량 스펙트럼으로부터의 계산
속도와 그 분포 폭	158 및 9 m/s	공개 분석의 입력 [63]
주기와 거리	133 nm; 0,98375 m	동일한 구성의 입력 [63]
G_1와 G_3 사이의 시간	12,4525 ms	2L/v
챔버 압력	9 × 10⁻⁹ mbar 미만; 계산에서는 9 × 10⁻⁹	동작 모드 설명 [15, 64]
가스/클러스터	300 K / 약 80 K	서로 다른 물리적 온도 [64]
구 크기	반경 4,101 nm	밀도 971 kg/m³ - 가정

매개 변수	값	기원
기록 규모	3895개 위치. 10 772 714회의 계수	파일에서 직접 집계 [63]
순 축적	3895 s	등록 시간의 합; 전체 실험 시간이 아님

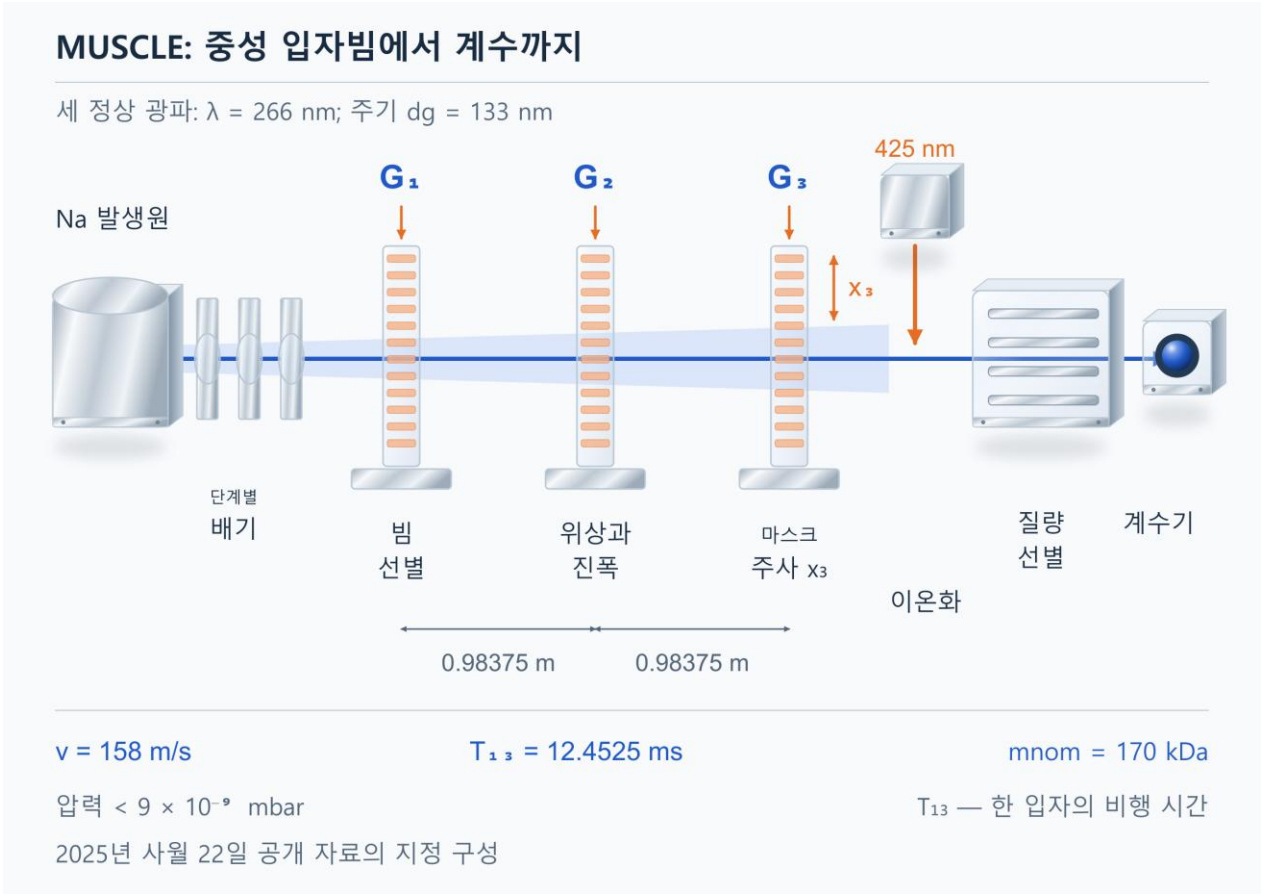


그림 16. 나트륨 실험의 측정 경로. 중성 클러스터는 주기 133 nm인 세 자외선 정상파를 지나며, 세 번째 격자 뒤에서 이온화와 질량 선별, 검출을 수행한다. 축척을 맞춘 그림이 아니라 기능도다. 명세의 값들은 선택한 발표 자료에 해당하며, 입자의 비행 시간은 계수기의 누적 시간과 다르다. 자료 [63]과 설명 [15]에 따랐다.

모형을 명시한 제약 지도

공간 검증에서는 발생률 λ와 길이 rC의 평면에 경계를 그리면 유용하다. 지도의 각 점은 정해진 동역학 수정을 뜻한다. 같은 가시도 한계도 길이가 다르면 보통 상당히 다른 제약을 준다. 작은 척도에서는 물체의 구조가 중요하고 큰 척도에서는 가까운 분기들을 약하게 구별하기 때문이다. 따라서 지도는 임의로 고른 rC에서의 λ 값 하나보다 많은 정보를 준다.

명확한 예로 질량비례 마르코프형 CSL, 명세의 매개변수를 갖는 균일한 구, 기준 대비의 78% 이상을 유지하는 조건을 채택한다. 마지막 값은 논문 보충 자료의 간섭계 비교에 쓰인 것이다. 여기서는 첫 고조파와 유한한 반지름을 포함한, 범위를 명확히 제한한 단색 설정에 옮긴다. 얻은 선은 공식으로 재현한 민감도 추정이며, 모든 보정을 다시 전면 처리해 얻은 새로운 신뢰 한계가 아니다. [17, 64]

rC = 100 nm에서 이 설정은 해당 조건의 경계에 λ 약 7,51 × 10⁻⁹ s⁻¹를 준다. 규격화의 기준 질량은 일 달톤이다. 이 수치는 선택한 궤적에서 어떤 발생률이 추가 감쇠 지수 −ln(0,78)을 주는지 답한다. 그 발생률을 발견했다는 뜻도 아니며 잘못 배제할 확률을 정한 것도 아니다.

같은 그림에는 신뢰수준 90%에서 발표된 백색 잡음 모형의 XENONnT 한계 λ/rC² < 3,0 × 10⁻³ s⁻¹ m⁻²도 표시한다. 이 모형에서 한계가 더 엄격하다고 간섭계 실험이 불필요해지는 것은 아니다. 각 관측 경로는 기제의 서로 다른 발현을 검증하며 서로 다른 주파수 가정에 의존한다. 스펙트럼을 바꾸면 복사와 간섭계의 응답을 다시 계산해야 한다. 두 선의 통계적 지위는 다르며 따로 표시한다. [16, 24]

앞으로의 프로토콜은 관련 제약들과 여전히 양립하는 모형 공간에서 설계하는 편이 합리적이다. 학습용 계산에서 잘 보이도록 더 강한 효과를 사용했다면 그 진폭은 모의실험 매개변수로 남는다. 달성 가능한 근본적 검증이라고 주장하려면 스펙트럼과 물체, 궤적과 사용하는 모든 관측가능량의 공통 모형이 필요하다.

$$\lambda_{\max}(r_C) = \frac{-\ln R_{\min}}{K(r_C)}$$

$$R_{\mathrm{CSL}} = e^{-\lambda K(r_C)}.$$

(7.4) K(rC)는 선택한 질량 커널을 궤적을 따라 적분하여 계산한다. 여기서 Rmin = 0,78은 예시 선을 위해 명시적으로 채택한 조건이며 독립적인 통계적 신뢰수준은 아니다.

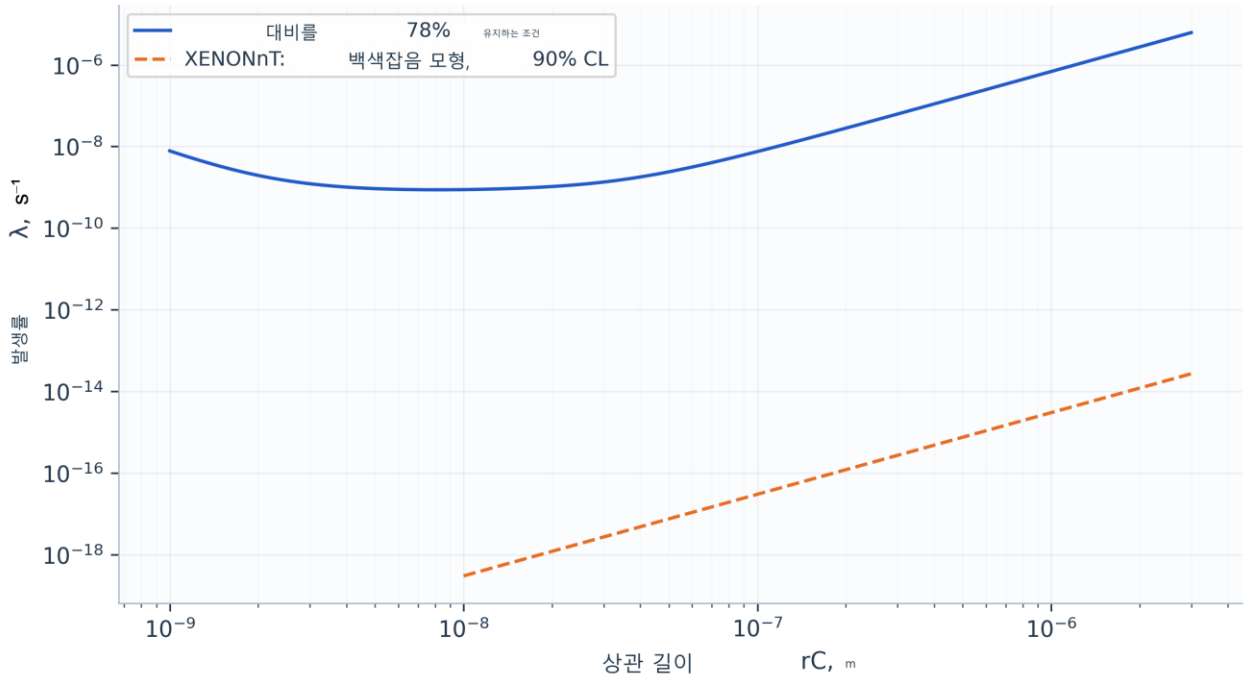


그림 17. 명세의 기하 구조에서 계산한 조건 R ≥ 0,78의 선과 발표된 XENONnT 한계. 첫 선은 예시이며 두 번째 선에는 명시한 90% CL 수준이 적용된다. 둘 다 지정한 백색잡음 모형에 해당한다. 이 선들을 임의의 스펙트럼에 옮겨서는 안 된다. [16, 64]

질량에 기하 구조와 시간, 검출 모형을 함께 제시하면 플랫폼 비교에 의미가 생긴다. 이후에는 선택한 나트륨 자료 집합에 대해 환경을 평가하고 원래 계수를 다시 분석한다. 이로써 추론의 각 고리를 검증하고 발표된 측정과 모형의 교정, 계산한 귀결을 구별할 수 있다.

8 객관적 붕괴 모형

객관적 붕괴는 공간적 대안들의 집합이 줄어드는 일이 누가 장치를 보는지와 무관하게 작용하는 물리법칙과 연결된다고 가정한다. 이런 가설은 동역학과 매개변수를 정하면 검증할 수 있게 된다. 위치가 자발적으로 선택된다는 말만으로는 부족하다. 어떤 상태가 얼마나 빨리 국소화되며 에너지에는 무슨 일이 생기는지 설명해야 한다. 답이 다르면 이론도 달라지지만 대중적 서술에서는 흔히 하나의 이름으로 묶는다.

운동법칙에서 바뀌는 것

통상적인 유니터리 시간 발전은 닫힌계의 순수 상태를 다른 형태로 바꾸면서 노름과 순수성을 보존한다. 붕괴 모형은 특별한 동역학을 더한다. 개별 상태 수준에서는 무작위이고 비선형일 수 있지만 평균하면 밀도행렬의 선형 방정식을 줄 수 있다. 두 기술은 서로 다른 질문에 답한다. 첫째는 개별 상태의 가정된 역사를 기술하고 둘째는 수많은 반복에서 결과의 빈도를 계산하게 한다. 설명 없이 둘을 서로 대체해서는 안 된다.

Ghirardi, Pearle, Rimini의 1990년 연구에서는 동일 입자의 대칭과 양립하는 확률적 시간 발전으로 연속 자발적 국소화를 정식화했다. 목적은 익숙한 미시적 예측을 유지하면서 일부 거시적 중첩을 빠르게 억제하는 것이었다. 이는 출발점이 된 이론적 구성이며 실험으로 확립된 기제는 아니다. 표준 동역학과 다르므로 검증 가능한 보편적 동역학을 제안할 수 있다는, 연구에서 중요한 가능성을 보여 준다. [21]

이런 모형을 읽을 때에는 세 수준의 진술을 구별하면 유용하다. 밀도행렬의 법칙은 관측 가능한 앙상블 확률을 정한다. 개별 상태에 대한 추가 규칙은 가정한 사건의 모습을 정한다. 마지막으로 그 모습을 지각되는 하나의 결과와 연결하려면 고유한 논증이 필요하다. 비대각 원소의 감쇠를 입증한 계산이 세 수준을 한꺼번에 입증한 것은 아니다. 이런 신중함은 모형의 가치를 떨어뜨리지 않으며 어떤 질문을 실제로 해결했는지 보게 한다.

공간적 국소화의 두 매개변수

질량비례 CSL에서는 발생률 λ와 길이 r_C를 구분하면 편리하다. 앞의 양은 기준 질량에 대한 주파수 척도, 뒤의 양은 기제의 공간 해상도를 정한다. 두 대안이 r_C에 비해 거의 겹치면 작용은 둘을 약하게 구별한다. 충분히 크게 분리되면 구별 가능성은 포화된다. 크기가 r_C보다 훨씬 작은

물체의 법칙에는 핵자 기준 질량에 대한 물체 질량 비의 제곱이 들어간다. 님리히터와 공동연구자들은 이 유효 형태와 충돌 결어긋남 방정식의 관계를 명시적으로 논한다. [17]

작은 물체의 공식으로 첫 차원 검증을 할 수 있다. λ는 시간의 역수 차원을 가지며 질량 비와 지수의 인자는 무차원이다. 따라서 Γ는 실제로 변화율이다. 분리 거리가 영이면 영이 된다. 겹치는 위치들은 공간 국소화로 구별할 수 없기 때문이다. 분리 거리가 작으면 지수함수의 전개에서 거리의 제곱이 나오고 크면 일정한 극한값이 나온다. 이 성질들은 계수 하나를 외우는 것보다 유용하다. 새 계산에서 수많은 오류를 곧바로 찾아내기 때문이다.

$$\Gamma_{\mathrm{CSL}}(d) = \lambda\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\left[1 - \exp\left(-\frac{d^2}{4r_C^2}\right)\right]$$

$$R \ll r_C.$$

(8.1) 여기서 m은 크기가 작은 강체의 질량이고 m_0는 선택한 핵자 기준 질량, d는 공간적 대안들의 분리 거리다. 이 공식은 백색 잡음을 사용하는 특정 질량비례 CSL에 해당한다. R은 물체의 크기를 나타낸다. 공간적으로 넓게 퍼진 대상에서는 이 근사를 질량 밀도에 따른 계산으로 대체한다.

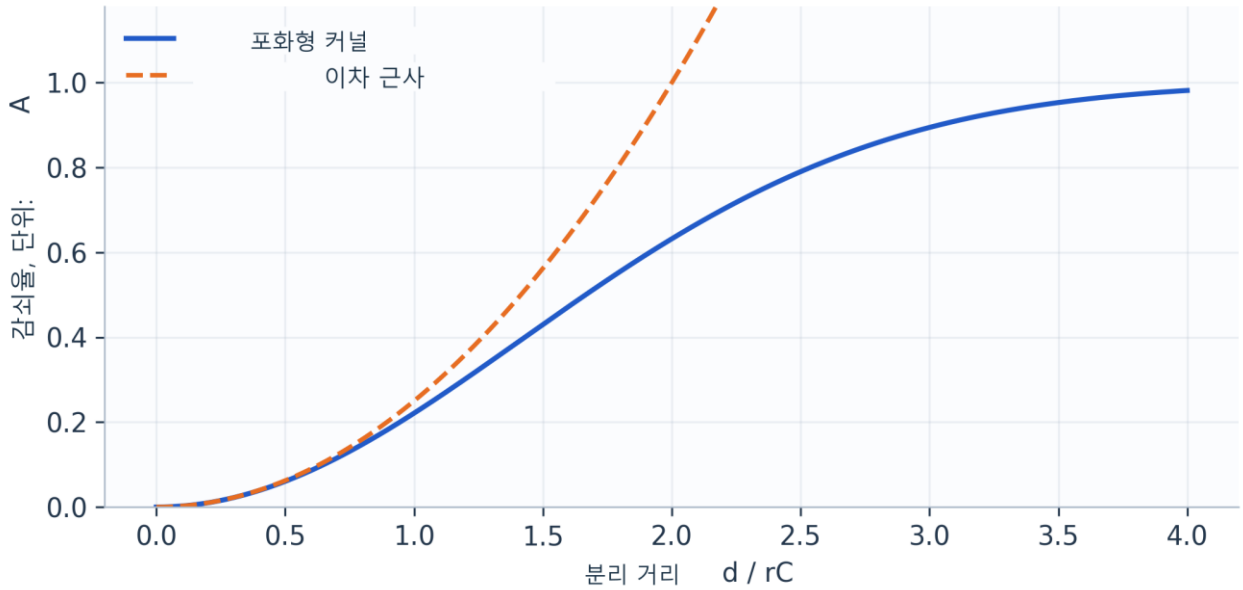


그림 18. 작은 물체의 공간 모형은 이차 거동에서 포화로 넘어간다. 이차 근사는 d / rC가 작을 때만 적용된다.

물체의 모양이 이론에 들어가는 이유

실제 대상의 질량은 공간에 분포한다. 질량이 같은 두 물체도 중심은 같지만 껍질과 빈 공간, 내부 층은 다를 수 있다. 모형이 r_C 척도에서 물질 분포에 민감하다면 이 경우들을 구별해야 한다.

계산에는 질량 밀도의 공간 푸리에 변환이 편리하다. 대상에 주어진 크기의 불균일이 얼마나 강하게 포함되는지 보여 준다. 각 불균일의 가중치는 모형의 상관 커널로 정한다. 이를 형태인자를 반영한 계산이라고 한다.

극한 경우를 검증하면 간단히 점검할 수 있다. 물체 크기가 영으로 갈 때 형태인자는 전체 질량이 되고 적분은 작은 물체의 공식을 재현해야 한다. 큰 물체의 부분들을 멀리 벌려 거리가 해당 척도를 넘으면 상호 상관관계의 기여가 올바르게 사라져야 한다. 점입자 결과에 원자 수를 단순히 곱하는 것으로는 보통 이 절차를 대신할 수 없다. 원자 수와 전체 질량의 제곱은 각 기여의 결맞음에 대한 서로 다른 가정에서 나온다.

이 차이는 실험 설계의 가능성을 연다. 전체 질량을 거의 유지하면서도 기하 구조를 바꾸어 연구 신호를 바꿀 수 있다. 그러나 동시에 역학적 모드와 표면 상호작용, 외부 장에 대한 감도도 바뀐다. 따라서 기하 구조의 이점은 달라진 배경과 함께 평가해야 한다. 형식적인 붕괴항을 가장 크게 증폭하는 대상이 반드시 통상적 물리학과 가장 설득력 있게 비교할 수 있는 대상은 아니다.

이 계산을 검증하려면 질량 밀도와 선택한 푸리에 변환 관례를 명시하면 된다. 아래 표기에서 파동벡터 k는 길이의 역수 차원이고 변환한 밀도는 질량 차원이다. 가우스 가중치는 너무 작은 척도의 공간적 불균일을 억제한다. 코사인을 포함한 인자는 원래 분포와 이동한 분포를 비교한다. 점입자 극한에서 변환한 밀도는 m이며 통상적인 가우스 적분은 앞 절의 공식을 재현한다. 이는 구현에 대한 편리한 해석적 검증이다. 적분의 규격화가 틀리면 점입자 극한부터 곧바로 어긋난다.

$$\tilde{\mu}(\mathbf{k}) = \int d^3 r \mu(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}.$$

(8.2) μ(r)는 강체의 질량 밀도다. 적분 앞에 규격화 계수를 붙이지 않는 변환을 채택하며 μ˜(0) = m이다.

$$\Gamma(\mathbf{d}) = \frac{\lambda r_c^3}{\pi^{3/2} m_0^2} \int d^3 k e^{-r_c^2 k^2} |\tilde{\mu}(\mathbf{k})|^2 \left[1 - \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{d})\right].$$

(8.3) 명시한 질량비례 CSL 관례에서 질량 형태인자로 유한한 기하 구조를 반영한다. 같은 강체의 두 사본이 같은 방향을 향하고 평행이동 d만큼만 다를 때를 고려한다. 방향이 다른 상태들의 중첩에는 분포 차이에 대한 더 일반적인 계산이 필요하다.



그림 19. 전체 질량 m이 같은 세 가능한 분포는 균일한 구, 속이 빈 구껍질, 연결된 두 작은 부분이다. 주황색 표지는 전체 물체의 질량중심이다. 단면은 구조를 개념적으로 드러내며 물질을 제거했다는 뜻이 아니다. 구조들의 크기와 밀도는 다를 수 있다. 질량이 같다고 바깥 반지름이나 밀도가 같아야 하는 것은 아니다. 계산한 형태인자가 아니라 기하 구조를 보여 주는 장면이다.

한 앙상블의 두 역사

개별 역사와 앙상블 법칙의 차이는 공간 적분 없이 두 준위 계에서 볼 수 있다. $H = 0$이고 B는 유계인 무차원 자기수반 연산자라고 하자. 아래의 구체적 수치에는 고유값 ± 1인 $B = Z$를 쓴다. 매개변수 κ는 양이며 시간의 역수 차원을 갖는다. 규격화된 두 확률적 시간 발전을 비교한다.

첫 진화에서는 잡음이 위상을 유니터리하게 바꾼다. B가 일정할 때 정확한 해는 $\exp(-i\sqrt{\kappa}\, B\, W_t)|\psi_0\rangle$다. 각각의 유한 변환이 유니터리인데도 확률미분 표기에는 결정론적 항 $-\kappa B^2 dt/2$가 나타난다. 이 항은 이토 규칙을 사용할 때 필요하다. 이차변동 dW^2의 기여가 dt 차수이기 때문이다. 이 항이 없으면 노름이 잘못 변하게 된다.

두 번째 시간 발전에서는 잡음이 B와 현재 평균 b_t의 차이에 곱해진다. 평균은 같은 개별 규격화 파동함수로 계산하므로 방정식은 비선형이다. 이런 확률 방정식은 특히 이상적 연속 측정의 기록에 조건 지어진 상태에서 나타난다. 기록과 조건부 상태, 평균 방정식의 관계는 연속 측정 문헌에서 자세히 유도한다. [57]

개별 사영 연산자를 $P = |\psi\rangle\langle\psi|$로 표시하자. dP를 계산할 때에는 $d|\psi\rangle\langle\psi|$와 $|\psi\rangle d\langle\psi|$, $d|\psi\rangle d\langle\psi|$라는 세 항을 유지해야 한다. 마지막 항에는 dW^2가 들어 있으며 dt 차수의 통상적인

기여를 준다. 두 방정식 모두 상쇄한 뒤의 결정론적 부분은 κ(BPB−{B²,P}/2)다. 두 번째 경우의 b_t 항들은 바로 이 부분에서 서로 상쇄된다.

확률적인 부분은 여전히 다르다. 유니터리한 경우에는 교환자 −i√κ[B,P]dW를, 조건부 경우에는 √κ(BP+PB−2b_tP)dW를 포함한다. 위너 증분의 물리적 확률측도에 대해 평균하면 이 부분들의 평균 기여는 영이다. 따라서 두 구성은 같은 선형 운동방정식을 따르는 동일한 행렬 ρ를 준다.

앙상블 동역학이 같아도 개별 역사들이 같아지지는 않는다. 첫 시간 발전에서는 B의 고유상태 점유도가 변하지 않는다. 둘째에서는 기록이 이 상태들을 점차 구별하면서 조건부 점유도를 바꾼다. 하나의 린드블라드 방정식에서 확률적 기술이 유일하지 않다는 점은 Hofmann과 Drossel이 다룬 공간 운동 모형에서도 나타난다. [28]

$$d|\psi\rangle = \left[-\frac{\kappa}{2} B^2 dt - i\sqrt{\kappa} B dW \right] |\psi\rangle .$$

(8.4) 이토 형태의 무작위 유니터리 위상. W는 실수 위너 과정이며 dW의 기댓값은 영이다.

$$d|\psi\rangle = \left[-\frac{\kappa}{2} (B - b_t)^2 dt + \sqrt{\kappa} (B - b_t) dW \right] |\psi\rangle$$

$$b_t = \langle \psi | B | \psi \rangle .$$

(8.5) 규격화한 비선형 확률적 시간 발전. 연속 측정 모형에서 W는 기록에서 그 조건부 평균을 뺀 무작위 잔차를 기술하며 장치의 판독값 자체는 아니다.

$$\dot{\rho} = \kappa \left(B\rho B - \frac{1}{2} \{ B^2, \rho \} \right) = -\frac{\kappa}{2} [B, [B, \rho]] .$$

(8.6) 두 구성에 공통인 앙상블 방정식. 명시한 제약 아래 이토 곱 규칙을 직접 적용하여 얻었다.

점유도는 다르고 가시도는 같아지는 방식

초기 상태를 |+⟩, B = Z로 두자. 무작위 유니터리 위상에서는 매 역사에서 영 경로의 확률이 1/2로 남는다. 경로 사이의 상대 위상은 W_t에 비례하는 만큼 바뀐다. 분산이 t인 가우스 변수에 대해 exp(−2i√κ W_t)를 평균하면 exp(−2κt)가 된다. 따라서 어느 개별 역사도 한 경로를 선택하지 않지만 앙상블 가시도는 감쇠한다.

두 번째 시간 발전에서는 z = ⟨Z⟩를 추적하면 편리하다. 확률 방정식을 직접 적용하면 dz = 2√κ(1−z²)dW를 얻는다. 평균 z의 결정론적 이동은 없다. 그러나 개별 궤적은 잡음 계수가

작아지는 +1이나 −1 부근으로 향한다. 이는 두 고유상태 중 하나의 조건부 점유가 우세해지는 것에 해당한다.

이 예에서 Z의 고유상태는 측정할 때 변하지 않는다. 기록 분포는 시간 이산화 오차 없이 생성할 수 있다. 무차원 시간 τ = κt에서 확률 1/2로 보조 부호 h를 고른다. 이어 Y(τ) = 2hτ + B_τ로 두며, B_τ는 분산 τ인 위너 과정이다. 조건부 z는 tanh(2Y)다. 여기서 부호 h는 측정 기록의 정확한 분포를 표집하는 방법이다. 양자계의 입증된 숨은 물리 변수로 도입하는 것이 아니다.

τ = 1/2에서 두 구성에 공통인 앙상블 가시도는 exp(−1) ≈ 0,367879이다. τ = 1에서는 exp(−2) ≈ 0,135335다. 제시한 계산에서는 각 유형의 독립적인 실현 160 000개에 대해 네 시점에서 이를 따로 검증했다. 평균의 편차는 통계적 불확실성과 일치한다. 그림은 서로 다른 조건부 점유도와 일치하는 앙상블 예측을 보여 준다. 주어진 법칙의 모의실험이다.

조건부 궤적을 관측한다는 것은 구체적인 측정 기록에 접근하고 그 기록과 계의 연결 모형을 채택한다는 뜻이다. 기록을 버리면 같은 ρ만 남는다. 기록에 접근할 수 있으면 관측 집합이 달라졌으므로 계와 기록의 결합 통계를 비교해야 한다. 따라서 서로 다른 확률적 경로를 보이는 것이 측정 문제의 새 해법이 되거나 객관적 붕괴를 입증하지는 않는다. 하나의 앙상블 방정식에 어떤 추가 구조가 빠져 있는지 보여 줄 뿐이다.

공간 모형에서는 이 결론이 기술의 요구 조건으로 이어진다. 국소화 연산자와 개별 시간 발전의 규칙, 접근 가능한 관측을 밝혀야 한다. 두 준위 계산이 질량비례 CSL을 대신하지는 않는다. 그 앙상블 법칙에서 개별 사건에 대한 주장으로 넘어가는 논리를 검증하게 한다.

$$dz = 2\sqrt{\kappa}(1 - z^2)dW$$

$$z(0) = 0$$

$$p_0 = \frac{1 + z}{2}.$$

(8.7) H = 0일 때 Z의 연속 측정에 대한 조건부 점유도. 무작위 유니터리 구성에서는 같은 초기 상태에 대해 z가 항등적으로 영이다.

$$\rho(t) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & e^{-2\kappa t} \\ e^{-2\kappa t} & 1 \end{pmatrix}$$

$$V(t) = e^{-2\kappa t}.$$

(8.8) 일치하는 앙상블 행렬. 두 모형 모두 대각 원소는 일정하고 비대각 원소는 감쇠한다.

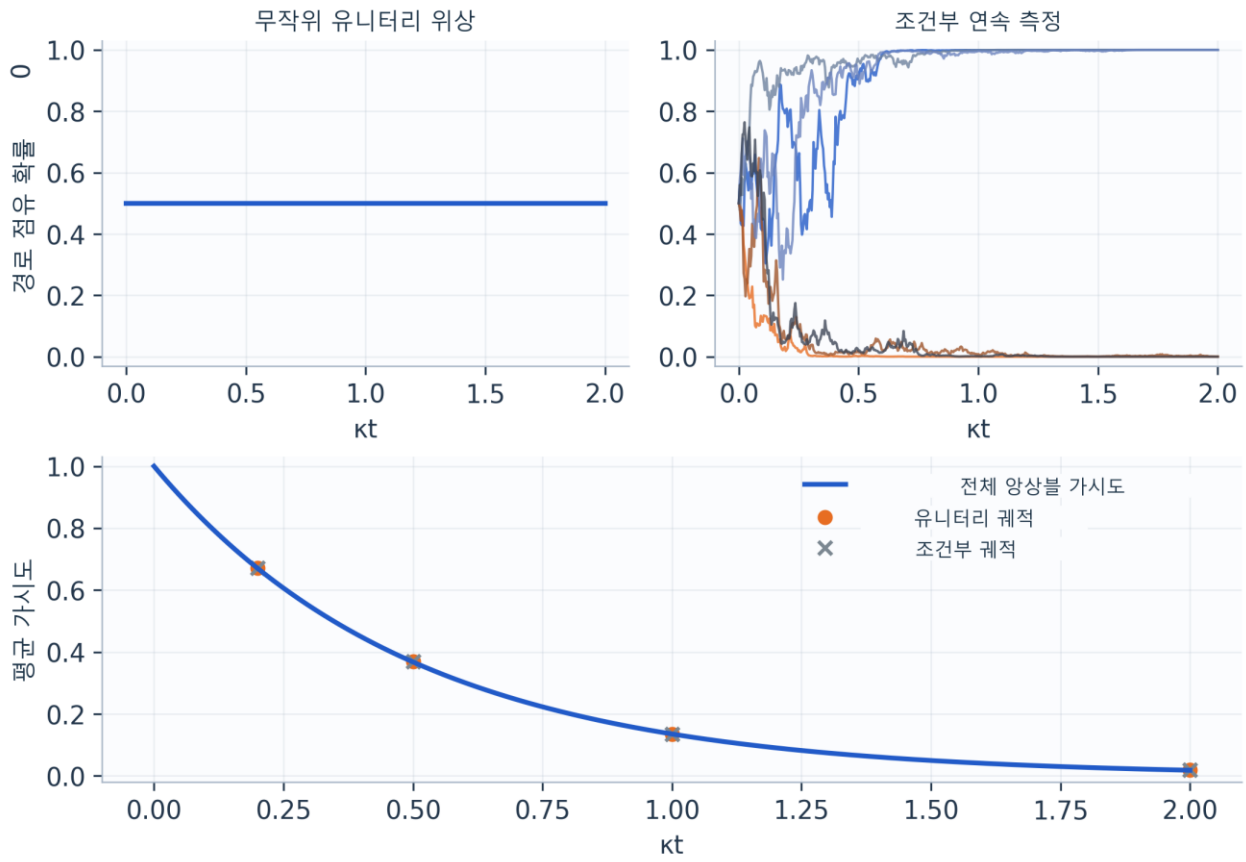


그림 20. 서로 다른 개별 기술이 하나의 앙상블을 준다. 무작위 유니터리 위상에서는 경로 점유도가 일정하지만 조건부 연속 측정에서는 변한다. 아래 그림은 정확한 가시도와 독립적으로 모의실험한 평균을 비교한다. 모형 자료다.

중력에서 얻은 동기와 그 한계

또 다른 경로는 중첩의 불안정성을 두 질량 분포와 해당 중력장들의 차이와 연결한다. Diósi는 1989년에 질량 요동의 중력적 측도를 사용하는 동역학 모형을 제안했다. Penrose는 1996년에 다른 논증을 제시했다. 중첩된 기하 구조들의 시간 발전을 대응시키는 어려움과 그 차이의 중력 에너지에 반비례하는 특징적 시간 척도를 논한 것이다. 추정값들이 비슷하므로 널리 쓰이는 결합 명칭을 이해할 수 있지만 원래의 두 구성이 완전히 같아지는 것은 아니다. [22, 23]

두 질량 밀도의 차이를 δμ로 표시하면 그 차이의 뉴턴 중력 에너지는 공간 이중적분으로 주어진다. 매끄러운 밀도에서는 기하 구조들을 비교할 수 있다. 물질을 점원으로 바꿀 때에는 짧은 거리에서 주의해야 한다. 짧은 파장의 기여가 제대로 정의되지 않을 수 있기 때문이다. 따라서 평활화나 다른 물리적 한계는 모형의 일부이며 무해한 기술적 세부 사항이 아니다. 이 가정을 바꾸면 가열 예측과 제약이 달라질 수 있다.

에너지로 시간을 추정하는 것은 완전한 법칙을 대신하지 않는다. 어떤 확률적 역사가 실현되고 확률이 어떻게 갱신되며 일관된 상대론적 버전을 어떻게 구성하는지 자동으로 알려 주지는 않는다. 연구 글에서는 척도 추정만 쓰는지 구체적으로 정칙화한 동역학을 쓰는지 밝혀야 한다. 그렇지 않으면 공식 하나가 눈에 띄지 않게 서로 다른 여러 가설을 대표하게 된다.

$$E_G = \frac{G}{2}\int d^3r d^3r' \frac{\delta\mu(\mathbf{r})\delta\mu(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$\tau \sim \frac{\hbar}{E_G}.$$

(8.9) 이 표기는 매끄럽거나 명시적으로 정칙화한 질량 밀도 차이에 대한 널리 쓰이는 뉴턴 중력 추정이다. 수치적 관례와 평활화는 따로 정해야 한다. 관계 τ ~ ħ/E_G는 모형 추정이며 실험으로 확립된 보편적인 붕괴 시간이 아니다.

백색잡음과 기억

백색 잡음은 시간 상관관계가 극히 짧고 고려하는 주파수 범위에서 스펙트럼 밀도가 일정한 이상화다. 방정식은 단순해지지만 가설이 담는 내용은 넓어진다. 같은 법칙이 사실상 매우 다른 주파수들을 연결하기 때문이다. 작용에 기억 시간이 있으면 고주파 부분이 약해질 수 있다. 그러면 한 종류의 복사로 얻은 제약을 훨씬 낮은 주파수의 역학적 운동에 자동으로 적용할 수는 없다.

Carlesso, Ferialdi, Bassi는 간섭을 이용하지 않는 붕괴 모형 검증이 유색 잡음의 스펙트럼에 어떻게 의존하는지 연구했다. 이 연구는 제약을 비교할 때 스펙트럼 가정을 명시해야 함을 보인다. [24] 그렇다고 임의로 복잡하게 만들면 모형이 검증에서 보호된다는 뜻은 아니다. 더한 함수나 척도는 각각 자료로 제약해야 한다. 실험마다 스펙트럼을 자유롭게 다시 맞출 수 있으면 가설은 점차 예측력을 잃는다.

첫 연구 프로그램에서는 매개변수 수가 제한된 작은 스펙트럼 부류를 고르고 다른 부류로 바꿀 때 결론이 얼마나 견고한지 검증하는 편이 합리적이다. 얻은 제약은 보편적 주장보다 범위가 좁지만 검증하고 재현할 수 있다. 다음 단계는 환경도 마찬가지로 명시적인 모형으로 구성하는

것이다. 가정한 새 법칙에는 정확성을 요구하면서 통상적인 손실 원인은 '잡음'이라는 모호한 말로 기술해서는 안 된다.

9 물리적 모형으로서의 환경

새 동역학을 찾을 때 환경을 잔여 범주로 만들기 쉽다. 원하는 효과를 보는 데 방해가 되는 모든 것을 잡음이라고 부르는 것이다. 근본적인 실험에서는 그것으로 부족하다. 기체와 열광자, 전기장과 제어 불안정성은 서로 다른 법칙을 따른다. 서로 다른 매개변수에 의존하며 서로 다른 기록을 남긴다. 이 차이들을 이해하면 방해를 줄일 뿐 아니라 설명들의 예측이 갈라지는 대조용 조건 변경도 설계할 수 있다. 바로 여기서 양자 세계의 경계라는 추상적 문제가 구체적인 연구가 된다.

입자 손실과 결맞음 손실의 구별

설정을 바꾼 뒤 검출한 입자 수가 줄었다고 하자. 그렇다고 남은 입자들의 공간적 대안 사이의 결맞음이 상실된 것은 아니다. 흐름의 일부가 검출기를 빗나가거나 벽과 충돌하거나 전하를 바꾸었을 수 있다. 다른 설정에서는 입자 수가 거의 유지되어도 무작위 위상 이동 때문에 간섭이 약해질 수 있다. 세 번째 가능성은 속도 분포가 넓어져 평균할 때 서로 다른 간섭무늬가 더 이상 겹치지 않는 것이다. 각 경우에는 서로 다른 보정이 필요하며 검증 예측도 다르다.

따라서 준비와 통과, 생존과 최종 판독이라는 검출 과정 전체를 모형화하면 유용하다. 끝까지 도달한 입자만 분석한다면 선별도 물리 모형의 일부가 된다. 예를 들어 작용이 특정 속도나 크기의 입자를 더 많이 제거할 수 있다. 남은 앙상블은 원래 분포를 더 이상 대표하지 않는다. 이때 공통 가시도 하나만 맞추면 표본 구성의 변화를 붕괴 때문이라고 해석할 수 있다. 이는 드문 논리적 미묘함이 아니라 조건부 통계의 일반적인 귀결이다. 결과는 어떤 사건을 분모에 포함하는지에 달려 있다.

계산 모형에서는 인공 자료로 이 차이를 검증하면 편리하다. 먼저 통상적인 물리학과 알려진 손실 기제만을 정한다. 이어 그 자료를 단순화한 절차로 처리한다. 절차가 영이 아닌 근본 매개변수를 자신 있게 내놓으면 분석의 문제가 발견된 것이다. 고쳐야 할 것은 분석이며 거짓 효과를 새 이론으로 설명해서는 안 된다. 이런 검증은 기대가 특정 그래프에 아직 묶이지 않은 실제 자료 수집 전에 특히 유용하다.

정보 전달로서의 충돌

기체 분자는 산란 뒤의 상태를 통해 대상의 위치 정보를 가져갈 수 있다. 주변 기체를 검출하지 않는 관측자에게는 공간 결맞음의 감소로 드러난다. Hornberger와 공동연구자들은 2003년에 잔류 기체 압력을 높일 때 풀러렌 간섭이 약해지는 것을 측정하고 관측을 충돌 결어긋남과 정량적으로 대조했다. 이로써 환경은 불편한 결과의 임의적 설명이 아니라 제어 가능한 물리적 실험 참여자가 되었다. [26]

충돌로 전달되는 운동량이 무작위이면 두 공간적 대안 사이에 상대 위상 차이가 생긴다. 차이의 크기는 운동량과 거리의 곱에 달려 있다. 해당 사건은 아주 작은 분리 거리를 거의 구별하지 못하지만 큰 분리 거리는 거의 완전히 구별할 수 있다. 이 논리만으로도 환경에 의한 결어긋남이 모든 거리에서 이차적으로 커질 필요는 없음을 알 수 있다. 이차 법칙은 흔히 겹치는 위치 부근에서 전개한 첫 항일 뿐이다.

독립적인 무작위 충격이 이어질 때의 일반적인 결과는 전달 운동량 분포의 특성함수로 나타낸다. 이렇게 쓰면 양자역학을 바꾸지 않아도 공간적 감쇠율의 포화가 자연스럽게 나온다. Vacchini의 충돌과 레비 과정 연구에서 이 형식 체계를 자세히 구성했다. [18] 연구 과제에서 중요한 귀결은 가시도 손실 곡선의 형태만으로 작용에 근본적 기원이 부여되지는 않는다는 점이다. 측정한 환경에서 어떤 형태들이 허용되는지 알아야 한다.

차가운 챔버 안의 따뜻한 물체

벽의 온도와 기체 온도, 입자의 내부 온도는 서로 다른 양이다. 챔버가 차갑고 충분히 배기되었어도 입자는 내부 에너지를 지니며 광자를 방출할 수 있다. 복사는 환경 상태를 바꾸고 위치 정보에 접근할 수 있는지는 특히 파장에 달려 있다. 가장 가까운 센서에서 읽은 온도 하나로 이 과정 전체를 대신할 수는 없다. 모형에는 정확히 어떤 온도를 측정하며 비행 중인 대상의 상태와 어떻게 연결되는지 밝혀야 한다.

Hackermüller와 공동연구자들은 2004년에 열복사 때문에 C_{70} 분자의 간섭이 상실되는 것을 보였다. 복잡한 대상의 내부 상태가 관측 가능한 공간 결맞음에 영향을 주는 실험적 예다. [25] 새 프로토콜에서는 여기서 실질적인 요구가 따른다. 준비에 쓰는 출력이나 비행 시간의 변화는 공간 궤적의 변화뿐 아니라 열적 역사의 가능한 변화로도 검증해야 한다.

제어 설정 사이의 숨은 연결은 특히 위험하다. 분기 사이의 거리를 늘리려면 더 강한 광학 펄스가 필요할 수 있다. 펄스가 입자를 가열하고 가열이 복사와 대비를 바꿀 수 있다. 자료에는

거리에 따른 손실이 나타나지만 직접 원인은 준비에 있다. 궤적을 유지하면서 투입 에너지를 바꾸거나 비슷한 에너지에서 궤적을 바꾸는 추가 순서가 이 모호함을 해소하는 데 도움이 된다. 이런 제어가 가능한지는 설계 단계에서 밝혀야 한다.

위상 불안정성과 제한된 복원

무작위 위상은 평균 간섭무늬를 거의 평평하게 만들 수 있다. 그래도 교란하는 장의 기록에 접근할 수 있으면 개별 시행은 잘 정해진 채 남을 수 있다. 그 기록을 반영한 조건부 처리로 때로 대비를 복원한다. 복원의 뜻은 이미 일어난 근본적 사건을 취소하는 것이 아니라 통상적 동역학에 대해 접근 가능한 정보를 바꾸는 데 있다. 다만 이런 성공은 기록한 원인에 관한 것이며 장치의 결맞음 손실 전체가 같은 성격임을 입증하지는 않는다.

반대 결론도 옳지 않다. 복원에 실패했다고 객관적 붕괴가 입증되지는 않는다. 기록의 정확도가 부족하거나 제어 펄스가 너무 느리거나 환경에 접근 불가능한 자유도가 있을 수 있다. 따라서 복원 가능성에 대한 진술에는 언제나 허용되는 조작과 그 정확도의 기술이 따른다. 닫힌계 동역학을 완전히 되돌릴 이론적 가능성과 실험실이 이를 실제로 수행할 능력은 서로 다른 문제다.

개별 궤적을 모형화할 때 언어의 정확성은 특히 중요하다. 같은 앙상블 방정식의 서로 다른 확률적 표현이 전혀 다른 파동함수의 역사를 그릴 수 있다. Hofmann과 Drossel은 잡음이 있는 퍼텐셜 안의 입자 모형에서 이를 보였다. 위상 결맞음의 손실이 같아도 표현마다 같은 국소화가 보장되지는 않았다. [28] 따라서 좁아지는 파동묶음의 애니메이션 자체는 붕괴의 독립적인 실험 증거가 아니다.



그림 21. 일반화한 투명 챔버는 손실의 물리적 원천들을 측정 경로의 부분들에 연결한다. 기체 산란, 열복사, 위상 교란, 검출 영역 이탈을 따로 나타냈다. 입자와 기체, 벽의 온도는 서로 다르다. 충돌이 반드시 입자를 표본에서 제거하지는 않는다. 개념적으로 그린 광자 파동의 색은 파장을 정하지 않는다. 이 장면은 MUSCLE의 재구성이 아니며 정량적인 기여 예산을 정하지도 않는다.

배경을 검증했다고 부를 수 있는 조건

검증된 배경 모형이 우주의 가능한 모든 작용을 열거할 필요는 없다. 매개변수를 측정한 영역을 명확히 정하고 예정한 대조용 조건 변경에 올바른 답을 주어야 한다. '잔류 기체는 무시할 수 있다'는 진술은 압력과 조성, 불확실성과 해당 기여의 계산이 함께 있어야 유용하다. 마찬가지로 짧은 기록에서 눈에 띄는 드리프트가 없다고 장기간 자료 수집 동안에도 없었다고 할 수는 없다. 모형은 용어 목록을 늘려서가 아니라 예측을 검증하면서 더 신뢰할 수 있게 된다.

이후 분석에서는 매개변수들의 역할을 물리적 실체로 만들지 않으면서 여러 역할로 구분하면 유용하다. 일부는 연구할 법칙을 정하고 일부는 환경을, 나머지는 검출을 기술한다. 모두 불확실할 수 있지만 전부 하나의 곡선에 자유롭게 맞춰서는 안 된다. 일부 매개변수는 별도 측정으로 정한다. 나머지에는 허용 범위를 정하고 이를 넓힐 때 결론이 어떻게 바뀌는지 검증한다. 배경을 조금 합리적으로 보정했을 뿐인데 결론이 사라지면 그 결론은 취약하다고 보아야 한다.

마지막으로 배경을 뺀 잔차도 오차를 가진 계산 결과다. 음일 수도 있고 설정들 사이에서 상관되거나 선택한 처리 방법에 의존할 수도 있다. 먼저 배경을 정확한 양으로 다룬 뒤 잔차를 새 힘의 직접 관측으로 해석해서는 안 된다. 올바른 방법은 중요한 모든 성분의 불확실성을 최종 비교에 전파하는 것이다. 다음 장에서는 특별히 고른 측정 조합이 이 과제를 어떻게 단순화하며 어디서 한계에 이르는지 보인다.

수치로 보는 기체 기여

일곱 번째 장에 명시한 구성의 기체 기여는 Pedalino와 공동연구자들의 보충 자료에 있는 산란 추정으로 계산할 수 있다. 그 자료에서는 구별 가능한 충돌의 완전 결어긋남 감쇠율을 압력과 온도, 분자의 최빈속도와 반데르발스 상호작용 계수 C_6로 나타낸다. 이 추정의 잔류 기체 조성은 모형 가정이다. 저자들은 간섭계 챔버에 교정된 조성 분석기가 없다고 명시한다. [64]

물의 분압 $4{,}6 \times 10^{-9}$ mbar, 헬륨의 분압 $1{,}4 \times 10^{-9}$ mbar, 수소의 분압 $3{,}0 \times 10^{-9}$ mbar인 혼합물을 사용한다. 합은 계산에 채택한 압력의 작업상 상한 추정 9×10^{-9} mbar와 같다. C_6 계수는 출처에 제시된 정적 분극률을 이용하여 슬레이터 커크우드 근사로 계산한다. 나트륨 원자당 9,4 Å³, 물 1,5 Å³, 헬륨 0,2 Å³, 수소 0,8 Å³다. 이 추정의 전자 수도 출처에서 정한 값이다.

질량 168,940 kDa와 비행 시간 12,4525 ms에서 각각 감쇠율 8,339 s^{-1}, 1,804 s^{-1}, 7,979 s^{-1}를 얻는다. 합은 18,122 s^{-1}이며 전체 대비 유지 인자는 0,79798이다. 보충 자료의 약 0,79라는 추정과 가깝다는 사실은 단위와 규모를 검증하는 데 쓰인다. 마지막 몇 퍼센트 차이를 새 효과로

해석해서는 안 된다. 이런 계산의 질량과 속도, 조성은 훨씬 더 큰 물리적 가정 아래 정해지기 때문이다.

여기서는 독립적인 푸아송 산란 채널을 가정하므로 감쇠율들을 더한다. 반면 가시도 인자들은 곱한다. 같은 법칙의 두 표현이다. 곱에 로그를 취하면 각 기제가 별도 기여가 된다. 이 표현은 어떤 매개변수가 최종 손실을 더 크게 바꾸는지 보여 주므로 기여를 평가하는 데 편리하다.

수소는 분압이 더 낮아도 물과 비슷한 기여를 준다. 기체 밀도뿐 아니라 분자의 속도도 중요하기 때문이다. 따라서 진공계의 판독값 하나만으로 기체 보정을 안다고 결론 내릴 수 없다. 조성과 채택한 산란 모형의 적용 한계를 알아야 한다. 이 모형은 충돌한 입자가 검출 각도 안에 남는다고 가정한다. 검출기가 이를 제외하면 앙상블의 선별도 함께 바뀐다.

$$\Gamma_g \simeq \frac{8 p_g}{k_B T_g} \left(\frac{C_6^2 v_g^3}{\hbar^2} \right)^{1/5}$$

$$R_g = \exp\!\left[-T_{13} \sum_g \Gamma_g \right].$$

(9.1) 추정은 원문에 명시한 장거리 산란의 전제 아래 적용된다. 대입할 때 압력은 파스칼로 환산한다. 1 mbar = 100 Pa다. T_{13}은 첫 격자부터 세 번째 격자까지의 전체 시간이다.

구성 요소	분압, mbar	Γ, s⁻¹	인자 R
H₂O	4,6 × 10⁻⁹	8,339	0,90137
He	1,4 × 10⁻⁹	1,804	0,97778
H₂	3,0 × 10⁻⁹	7,979	0,90541
합 / 곱	9,0 × 10⁻⁹	18,122	0,79798

분압은 발표된 조성 모형이며 이 자료 집합에서 수행한 세 독립 측정이 아니다. 결과는 명세의 입력으로 다시 계산했다.

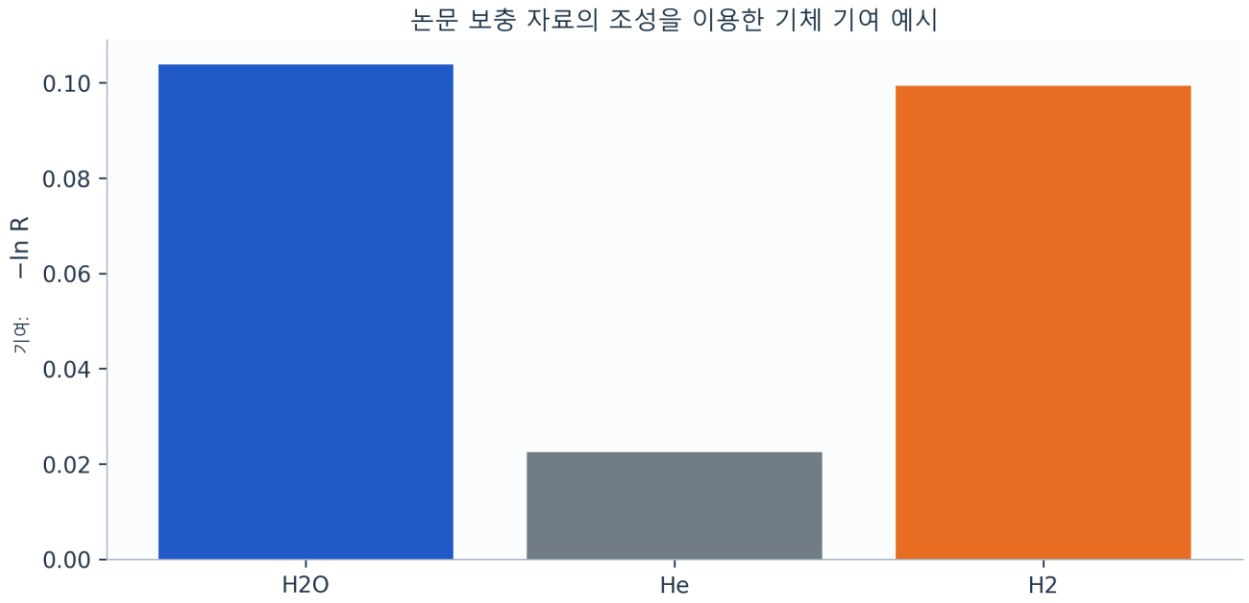


그림 22. 선택한 잔류 기체 모형에서 대비 손실 지수에 대한 각 성분의 기여. 조성은 보충 자료에서 가져왔지만 해당 자료 집합에서 독립적으로 측정된 것은 아니다. 명세의 매개변수로 계산을 반복했다. [64]

조성의 불확실성이 결론을 바꾼다

알려지지 않은 조성의 역할을 평가하려면 전체 압력을 그대로 두고 같은 물질 집합 안에서 극단적인 경우를 검토할 수 있다. 압력 전부를 헬륨에 부여하면 Rg = 0,86550이며, 물에는 0,81615, 수소에는 0,74223을 얻는다. 이 양끝값은 챔버가 실제로 순수 기체로 채워졌다는 주장이 아니다. 성분 비율에 관한 추가 정보가 없을 때 모형 자체가 허용하는 범위를 보여 준다.

이 변화는 근본 동역학에 돌리고 싶었던 작은 잔차보다 훨씬 크다. 기준 가시도의 78%를 관찰했다는 조건은 통상적인 기체의 일부 조성과 양립한다. 명목 혼합물을 정확하다고 보면 그 기여로 나눈 뒤 약 0,97747의 인자가 남는다. 다른 허용되는 조성에서는 이 잔차가 줄거나, 사라지거나, 로그 표현에서 부호를 바꿀 수 있다. 하나의 배경만 뺀 뒤 영이 아닌 보정이 남는다는 사실만으로 새로운 기제가 정해지는 것은 아니다.

계통오차는 분압들의 합을 제약한 매개변수를 통해 분석에 전달하면 편리하다. 그러면 조성 측정이나 압력 변경을 위한 별도 실험이 실제로 설명의 범위를 좁힌다. 편리한 조성 하나를 오차 영으로 대입하면 근본적 매개변수의 정밀도가 인위적으로 높아진다. 새 실험에서는 같은 간섭 판독값을 한 시간 더 모으기보다 기체 조성을 보정하는 일이 우선일 수 있다.

조성을 고정해도 분극률과 단면적의 적용 가능성에는 불확실성이 남는다. 제시한 모형에서 기체 속도를 온도로 나타내면 Γ는 $pC_6^{2/5}T_g^{-7/10}$에 비례한다. 따라서 작은 상대 변화는 서로 다른

계수를 통해 전파된다. 이를 이용하면 모든 입력을 똑같이 중요하게 여기지 않고 어떤 보조 매개변수를 더 정밀하게 측정할지 미리 정할 수 있다.

$$\frac{\delta \Gamma}{\Gamma} \simeq \frac{\delta p}{p} + \frac{2}{5}\frac{\delta C_{6}}{C_{6}} - \frac{7}{10}\frac{\delta T_{g}}{T_{g}}.$$

(9.2) 선형 감도는 한 기체 성분과 $v_g \propto \sqrt{T_g}$에 관한 것이다. 작은 변화의 전파이며 독립적인 표준 오차를 더하는 공식은 아니다. 표준 오차에는 공분산 행렬이 필요하다.

위상에는 세 격자의 공분산이 필요하다

줄무늬의 이동은 첫 번째와 두 번째, 세 번째 격자 변위의 조합으로 정해진다. 구조물 전체가 함께 움직이는 것은 세 독립 진동과 동등하지 않다. 가우스 변위에서는 유효 변위 Xeff = δx₁ − 2δx₂ + δx₃를 도입하면 편리하다. 그러면 대비는 가속도계 하나의 평균 판독값이 아니라 바로 이 조합의 분산으로 정해진다.

세 변위가 모두 독립이고 분산이 각각 σx²이면 Xeff의 분산은 6σx²다. 완전히 공통된 동기 이동에서는 조합이 영이 된다. 실제 장치는 이런 극한들 사이에 있으며 주파수 상관관계가 중요하다. σx² 앞의 수치 계수는 진폭의 정의와 상호 상관관계를 검증하지 않고 다른 역학 모형에 옮길 수 없다.

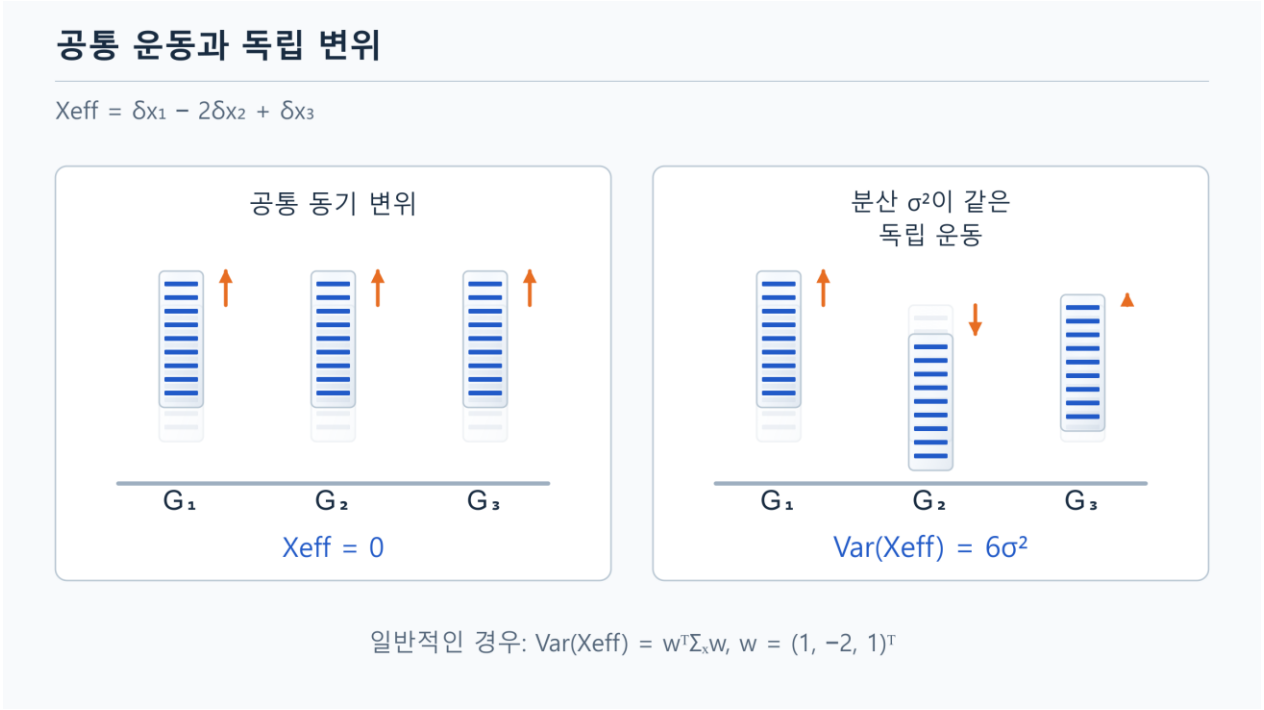


그림 23. 세 격자의 유효 변위는 Xэфф = δx₁ − 2δx₂ + δx₃다. 같은 유효 이동은 상쇄되며, 분산 σ²이 같은 독립 이동 셋은 Var(Xэфф) = 6σ²를 준다. 일반적으로는 공분산 행렬 Σₓ가 필요하다. 이동은 비행하는 입자의 상호작용 시점과 대응시켜야 한다. 공통 기계적 지지대만으로 임의 진동의 보상이 보장되지는 않는다. 모형의 극한 경우를 나타냈으며 측정한 진폭이 아니다.

위상 평균화만으로 가시도 비 0,78을 얻으려면 Xeff의 표준편차가 약 14,922 nm여야 한다. 세 독립 변위가 같은 특수한 경우에는 각 격자의 σx 약 6,092 nm에 해당한다. 먼저 공칭 기체 인자 0,79798을 채택하면 남은 비율 0,97747에는 σeff 약 4,519 nm면 충분하다. 이 수들은 선택한 손실로부터 계산한 등가 잡음 수준이며 진동을 측정한 결과는 아니다.

따라서 같은 대비 감소에 대한 두 설명을 통째로 곱한 뒤 전체 기여라고 부를 수는 없다. 기체가 이미 손실의 거의 전부를 설명한다면 추가 위상 진폭도 기체와 함께 추정해야 한다. 그렇지 않으면 같은 손실을 두 번 센다. 올바른 모형에서는 기체 세기와 위상 분산을 독립적 대조 측정으로 제약하고 남은 불확실성을 자료의 전체 확률에 전파한다.

논문 보충 자료의 약 7 nm라는 추정은 감쇠 지수의 계수 8π²에 해당한다. 여기서 명시적으로 가정한 세 격자의 독립성에서는 계수가 12π²이며 6,09 nm를 얻는다. 제곱평균제곱근 변위가 같다는 사실만으로 두 모형을 동일시할 수는 없다. 공분산이 필요하다. 여기서 원문 저자들이 명시하지 않은 특정 상관관계를 그들에게 돌리는 것은 아니다. [64]

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{d_g}\mathbf{w}^{T}\delta\mathbf{x}$$

$$\mathbf{w} = (1, -2, 1)^{T}.$$

(9.3) 두 번째 격자의 가중치는 첫 번째와 세 번째 격자의 가중치와 다르다. 가중치의 합이 영이므로 공통 이동은 상쇄된다.

$$R_{\phi} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{d_g}\right)^{2}\mathbf{w}^{T}\Sigma_{x}\mathbf{w}\right].$$

(9.4) Σ_x는 비행 시간에 따라 평균한 격자 변위들의 공분산 행렬이다. 식은 가우스 무작위 위상을 가정하며 교차 상관관계를 포함한다.

한 측정 경로에서의 열과 검출

저자들은 나트륨 클러스터 내부 온도가 약 80 K일 때 열복사가 대비 손실의 중요하지 않은 원인이라고 추정한다. 격자에서의 레일리 산란과 원자 증발에 대해서도 비슷한 결론을 내렸다. 따라서 공칭 기여 계산에서는 열 인자 Rth = 1을 채택한다. 이는 발표된 물리적 추정을 사용하는 것이며 독립적으로 측정한 상한은 아니다. 다른 입자를 가열하면 그 입자의 주파수 의존적 광학 응답으로 이 항목을 다시 계산해야 한다. [64]

광학 모형을 검증하지 않고 온도를 이상적 흑체 법칙에 대입해서는 안 된다. 반지름이 몇 나노미터인 입자는 특징적 열 파장보다 훨씬 작으며 흡수와 복사는 물질과 기하 구조로 정해진다. 기하학적 면적만으로 스펙트럼이 정해지지는 않는다. 따라서 열 기여의 신뢰성은 표에 온도계 수치가 있는지가 아니라 빛과 선택한 대상의 상호작용 모형에 달려 있다.

검출은 관측 가시도를 낮추는 또 다른 기제를 더한다. 평균 수준이 S인 사인파 신호에 일정한 암배경 D를 더하면 줄무늬의 진폭은 같지만 평균은 S + D가 된다. 측정한 가시도에는 S/(S+D)가 곱해진다. 이미 배경을 뺐다면 이 보정을 다시 적용해서는 안 된다.

선택한 보관 자료의 평균 계수율은 2765,78 s^{-1}다. 논문에는 전자적 암계수율 범위가 15–100 s^{-1}로 제시되어 있다. 이 평균 계수율에 아직 빼지 않은 이런 일정한 기여가 있다면 해당 가시도 인자는 0,99458과 0,96384 사이가 된다. 이는 배경 처리에 대한 감도 계산이다. 공개 보관 자료 자체만으로 이 보정들이 모든 지점에서 실제로 적용되었다고 자동으로 가정할 근거는 없다. [15]

일정한 암배경과 달리 조성이 그대로인 유용한 입자들의 일정 비율을 잃으면 사건 수는 줄지만 가시도가 반드시 낮아지지는 않는다. 그 대가는 통계 오차와 누적 시간에 나타난다. 손실이 속도나 질량, 위치에 의존하면 평균하는 분포도 바뀐다. 이 경우들은 응답 모형에 서로 다른 계수를 요구하므로 이름 없는 효율 매개변수 하나로 합쳐서는 안 된다.

$$V_{\mathrm{recorded}} = V_{\mathrm{signal}} \frac{S}{S + D}.$$

(9.5) 유용한 평균 신호 S에 일정한 비간섭 배경 D를 더하는 식이다. 모든 종류의 손실을 기술하지는 않으며 같은 배경을 올바르게 뺀 뒤 다시 적용해서는 안 된다.

기여 항목	수치 기준	지위
잔류 기체	R = 0,79798	명시한 모형 조성에서의 계산
같은 압력에서의 조성	0,74223에서 0,86550까지의 R	세 기체 혼합의 극단적 경우
중력과 회전	R > 0,99	정렬한 장치에 대한 저자들의 추정 [64]
열복사	명목상 R = 1	약 80 K에서 발표된 추정. 정확히 일이라는 측정값은 아님
위상 평균화	공칭 기체 기여를 반영한 뒤 σeff = 4,519 nm	비율 0,78에 해당하는 등가 잡음. 새 교정은 아님
암계수	인자 0,96384–0,99458	명시한 배경을 아직 빼지 않은 경우의 조건부 계산
누적	3895 s. 10,773백만 회의 계수	보관 자료의 측정값. 장치 재설정은 포함하지 않음

주요 불확실성을 줄이는 대조 검증

정리한 기여를 이용하면 다음 측정에 대한 구체적인 결정을 내릴 수 있다. 채택한 기체 모형에서 알려지지 않은 수소 비율은 고려하는 잔차 전체와 비슷한 크기로 대비를 바꾼다. 따라서 조성의 제어와 압력 의존성 검증은 주요 설명 중 하나를 직접 시험한다. 조건을 유지한 채 간섭 스캔을 더하면 무작위 오차는 줄지만 이 물리적 축퇴는 사라지지 않는다.

역학에서는 위상에 민감한 변위 조합의 기록이나 진동이 간섭무늬에 전달되는 정도의 등가 교정이 유용하다. 가속도계 하나의 작은 신호로 세 격자의 모든 상관관계가 정해지지는 않는다. 검출에서는 암계수 계열과 질량 선별의 점검이 유용하다. 주 기록과 비교 가능한 조건에서 수행해야 한다. 열에 대한 검증은 기하 구조를 알고 광학 응답을 제어하는 상태에서 대상의 내부 상태를 바꾸어야 한다.

이 조작들은 추상적인 주의 사항 목록이 아니라 측정 순서를 만든다. 먼저 관심 있는 잔차를 정하고 이를 흡수할 수 있는 매개변수를 찾은 뒤 그 매개변수의 독립적 대조 검증을 고른다. 열아홉 번째 장에서는 같은 논리를 원래 사건들의 결합확률로 표현하고 인공 자료의 앙상블에서 검증한다.

계산한 기여는 손실의 크기와 그 구성에 대한 지식의 한계를 함께 보여 준다. 선택한 나트륨 자료 집합에서는 통상적인 기체만으로도 필요한 크기의 대비 감소가 나오며 작은 위상 보정이나 검출 보정이 잔차를 상당히 바꾼다. 따라서 이후의 통계 분석에는 교정을 포함하면서 측정한 양과 추정한 기제, 조건부 예를 구별해야 한다.

10 세 측정과 그 의미의 한계

첫 계산에서는 대규모 모의실험 전에 풀 수 있는 과제를 고르면 유용하다. 분기 사이의 거리에 따른 손실에 단순 배경 모형에는 없는 곡률이 있는지 검증한다고 하자. 객관적 붕괴를 입증하는 것보다 훨씬 좁은 과제지만 방법이 어떻게 작동하는지 정확히 보일 수 있다. 공간 국소화 공식도 이웃한 값들의 차도 새 발견은 아니다. 이 예의 가치는 명료함에 있다. 어떤 가정을 사용하고 측정 조합이 무엇을 제거하며 어떤 대안들이 남는지 알 수 있다.

작업 모형과 각 항의 의미

분기들을 같은 시간 동안 일정한 거리로 유지하는 이상화한 실험 구간을 고려한다. 장비는 기준 대비를 고려한 뒤 가시도 손실의 추가 감쇠율을 추정한다. 영이 아닌 어떤 거리 구간에서 배경을 상수 부분과 이차 부분의 합으로 근사한다. 여기에 작은 물체의 질량비례 CSL에 특징적인 포화 의존성을 더한다. 이 항의 발생률을 A로 쓴다. 이런 표현은 장치 전체의 법칙이 아니라 두 함수 형태를 구별하는 과제를 정한다.

상수 부분은 국소적인 경험적 의미를 갖는다. 예를 들어 어떤 배경 과정이 연구하는 모든 거리에서 이미 포화될 수 있다. 검증 없이 이런 근사를 정확히 겹치는 위치까지 연장해서는 안 된다. 순수한 공간 결어긋남의 물리적 감쇠율은 분리 거리가 영일 때 사라져야 한다. 마찬가지로 이차 부분의 계수는 세 설정 모두에서 공통이라고 가정한다. 궤적을 바꾸면서 온도나 전하도 바뀌면 이 가정은 깨질 수 있다.

$$\Gamma(d) = b_0 + b_2 d^2 + A\left[1 - e^{-d^2/(4r_C^2)}\right]$$

$$A = \lambda\left(\frac{m}{m_0}\right)^2 .$$

(10.1) b_0와 b_2는 선택한 구간의 배경을 기술하고 A와 r_C는 더한 포화항을 정한다. 제8장에서 논한 작은 물체 극한의 CSL을 사용한다. 환경 전체가 이렇게 단순하다고 주장하는 표기는 아니다.

거리의 제곱을 기준으로 거리 고르기

통상적으로 두 측정의 차를 취하면 상수 배경은 없어지지만 이차 배경은 남는다. 둘 다 없애려면 거리의 제곱들이 등차수열이 되도록 세 거리를 고르면 편리하다. 이를 위해 d_0, $\sqrt{2}\,d_0$,

√3 d₀를 쓴다. 이어 첫 번째와 세 번째 감쇠율을 더하고 두 번째 값의 두 배를 뺀다. 변수 d²에 대한 모든 직선이 사라진다. 이 방법은 직선의 기원을 모른다. 장비 보정과 물리적 작용을 구별하지 않고 해당 형태를 똑같이 없앤다.

포화항을 대입하면 짧은 식을 얻는다. 발생률이 양이고 거리가 유한하며 영이 아니면 음이다. 분리 거리가 아주 작으면 포화 의존성 자체가 거의 이차적이므로 조합은 이 항도 억제한다. 분리 거리가 극히 크면 세 값 모두 거의 포화되어 조합이 다시 사라진다. 절대 대비의 최댓값은 두 극한 사이에 있다. 이것이 최적점의 기하학적 이유이며 미분하기 전에도 이해할 수 있다.

지수함수를 새 변수로 치환하면 문제는 구간 안에서 삼차다항식의 최댓값을 찾는 것으로 바뀐다. u = ln 3이며 절댓값은 4A/27이다. 척도 r_C를 안다고 가정하면 이 결과로 스캔할 영역을 고를 수 있다. r_C를 모르면 어떤 단일 설정도 가능한 모든 기제에 최적이라고 선언할 수는 없다. 범위를 탐색하되 자료 자체에서 가장 뚜렷한 구간을 찾는 일이 주장의 통계를 바꾼다는 점을 고려해야 한다.

$$d_j = \sqrt{j}\, d_0 \quad (j = 1,2,3)$$

$$u = \frac{d_0^2}{4 r_C^2}$$

$$Q = \Gamma(d_1) - 2\Gamma(d_2) + \Gamma(d_3) = -A e^{-u}(1 - e^{-u})^2 .$$

(10.2) Q는 거리의 제곱에 대한 이차 차분이다. 계수들이 공통이면 상수 배경과 이차 배경이 대수적으로 상쇄된다.

$$|Q|_{\max} = \frac{4A}{27}$$

$$u_* = \ln 3$$

$$d_{0,*} = 2 r_C \sqrt{\ln 3}.$$

(10.3) A를 고정했을 때 모형의 절대 대비가 최대가 되는 값이며 실험적 유의성의 최댓값이 자동으로 되는 것은 아니다.

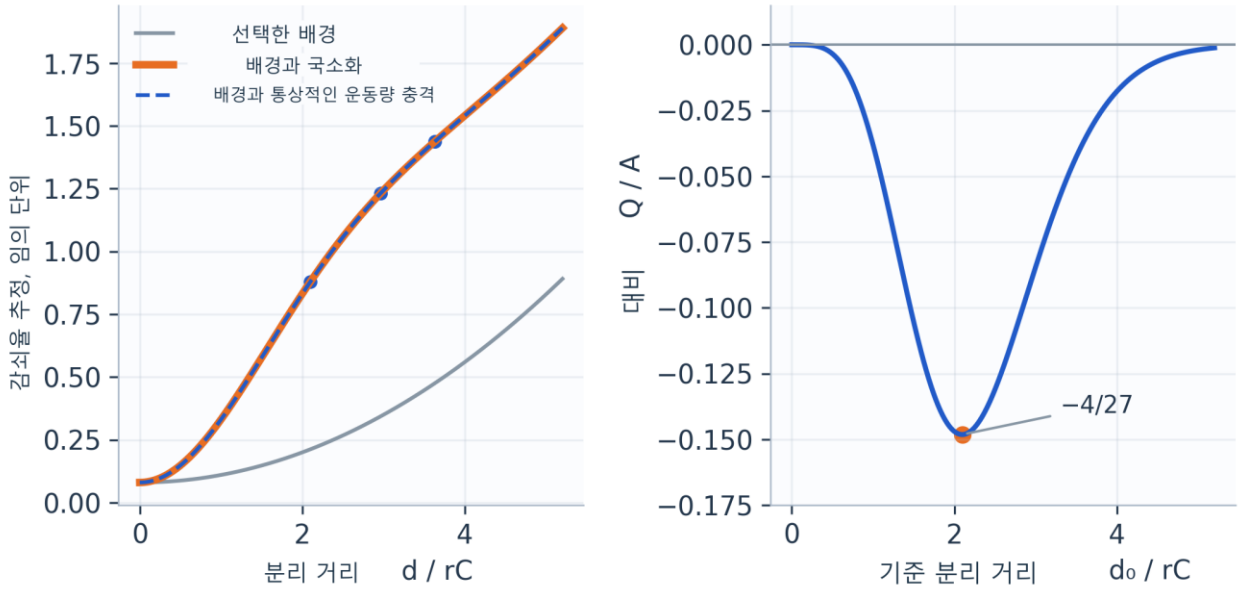


그림 24. 세 측정은 상수 및 이차 배경을 상쇄한다. 그러나 국소화와 적절한 통상적 잡음의 포화 곡선은 같다. 대비만으로 원인이 정해지지는 않는다.

배경 상쇄에 따른 대가

측정 조합은 특정 계통오차에 대한 감도를 줄이지만 자료를 공짜로 만들지는 않는다. 각 감쇠율 추정에는 오차가 있다. 분산들이 같고 독립적이면 Q의 분산은 개별 추정값 분산의 여섯 배다. 오차들이 상관되면 결과는 전체 공분산 행렬로 정해진다. 공통된 같은 보정은 상쇄될 수 있지만 연속 설정에 다르게 작용하는 드리프트는 오히려 증폭될 수 있다. 따라서 자료 수집 순서는 중립적인 기술적 세부 사항이 아니라 설계의 일부다.

실제 실험에서는 오차가 보통 서로 다르다. 감쇠가 강하면 대비 정보가 적게 남아 감쇠율을 정하기 어려워진다. 또한 로그 변환은 오차 분포를 비대칭으로 만들 수 있다. 따라서 Q의 절댓값이 최대인 지점이 신호 대 불확실성 비율의 최대점과 반드시 같지는 않다. 최종 설정을 고르려면 원래 계수를 모의실험하고 실제 실험에 적용할 절차로 통계를 평가해야 한다.

근사에는 물리적 대가도 따른다. 배경에 $b_4 d^4$ 항이 있으면 Q에 $2 b_4 d_0^4$만큼 기여한다. 따라서 영이 아닌 답은 선택한 d^2의 선형 의존성에서 벗어났음을 확립한다. 어떤 추가 항이 그 답을 만들었는지는 알려 주지 않는다. 배경 검증에는 찾으려는 부호와 크기를 흉내 낼 수 있는 바로 그 비선형성들이 포함되어야 한다. 이런 검증 없이 측정 정확도를 높이면 틀린 설명에 대한 확신만 강해질 수 있다.

간단한 대조는 세 설정을 서로 다른 시간 순서로 반복하는 것이다. 어느 설정을 먼저 했는지에 따라 Q가 뚜렷하게 달라지면, 공통 정상 배경이라는 처음 가정을 의심해야 한다. 네 번째 점을

추가하면 매개변수 분리에 도움이 될 수 있지만, b₀와 b₂, A, r_C를 모를 때는 일반적으로 점 넷만으로 네 매개변수 모형 전체를 독립 검증하기에 부족하다. 추가 구성이나 미리 따로 남겨 둔 구성이 필요하다. 반복과 새 점 중 선택할 때는 구별 가능성의 이득을 평가한다. 물리적 결론이 의존하는 가정을 검증할 때 더 많은 설정이 정당화된다.

$$\mathrm{Var}(Q) = \mathbf{w}^{T}\Sigma\mathbf{w}$$

$$\mathbf{w} = (1, -2, 1)^{T}.$$

(10.4) Σ는 세 감쇠율 추정값의 공분산 행렬이다. 오차가 독립적이고 동일한 σ²이면 Var(Q) = 6σ²다. 공통 드리프트가 있으면 이 단순화는 틀릴 수 있다.

분기의 분리와 재결합

일정한 거리를 서로 맞춘 세 궤적 $d_j(t) = \sqrt{j}\, d_0\, f(t)$로 바꾸자. 여기서 j = 1, 2, 3이며 공통 프로파일 f(t)는 영에서 일까지 변한다. 전체 지속 시간 T는 같다. 각 설정에서 평균 누적률 $-\ln(V/V_0)/T$를 추정한다. 원래 예처럼 b₀와 b₂가 실제로 공통이며 시간에 국소적인 작은 물체 모형이 유지된다고 하자.

이제 매 순간 배경이 상쇄된다. 가중치의 합은 영이며 가중치에 $d_j^2(t)$를 곱한 합도 영이다. 적분해도 이 항등식은 깨지지 않는다. 그러나 포화하는 항은 전체를 적분해야 한다. 최대 거리만으로는 계가 공간 커널의 민감한 영역에서 얼마만큼의 시간을 보냈는지 알 수 없다.

첫 프로파일에서는 이상화한 순서 전체에서 f = 1이며 앞서 얻은 결과 $2\sqrt{\ln 3}$가 돌아온다. 둘째에서는 시간의 앞 절반 동안 분기들이 선형으로 갈라지고 뒤 절반 동안 선형으로 다시 합쳐진다. 이 삼각형 프로파일에서 f의 임의 함수의 평균은 그 함수를 f에 대해 영에서 일까지 적분한 값과 같다. 따라서 개별 시간 단계를 모형화하지 않고 일차원 수치 적분으로 최적점을 찾는다.

$d_0/r_C \approx 3{,}060183$이며 평균 대비의 최대 절댓값은 0,0785904 A다. 두 수 모두 일정한 분리 거리를 유지했을 때와 다르다. 삼각형 운동에서 거리를 2,096294 r_C로 그대로 두면 0,0591464 A만 얻는다. 여기서는 최대 분리 거리를 늘리는 것이 작은 거리에 머문 시간을 보완한다.

시간의 절반은 최대 분리 거리를 유지하고 나머지 절반은 선형 분리와 재결합에 똑같이 배분할 수도 있다. 대비는 같은 d_0에서 두 프로파일 결과를 더한 값의 절반이 된다. 그러면 최적 비율은 약 2,252402이며 최대 절댓값은 0,1052741 A다. 표는 하나의 연속적인 실험 순서 부류에서 세 점을 제시한다.

이 최적점들은 r_C를 알고 지속 시간을 고정했을 때의 절대 대비에 관한 것이다. 실제 가속 제약과 주기 시간, 손실과 판독 오차를 더하면 선택 문제가 달라진다. 그래도 이 적분 예는 구체적인 검증 역할을 한다. 더 복잡한 궤적을 맡기기 전에 프로파일을 바꿀 때 코드가 이 극한들을 재현해야 한다.

$$\overline{Q} = -\frac{A}{T}\int_0^T e^{-u(t)}[1 - e^{-u(t)}]^2 dt$$

$$u(t) = \frac{d_0^2 f^2(t)}{4r_C^2}.$$

(10.5) 전체 실험 순서에 대해 평균한 세 점 조합. 시간 프로파일과 계수들이 공통이면 상수 배경과 이차 배경이 상쇄된다.

$$\frac{\overline{|Q_\triangle|}}{A} = J_1(\alpha) - 2J_2(\alpha) + J_3(\alpha)$$

$$J_k(\alpha) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha\sqrt{k}}\operatorname{erf}\left(\frac{\alpha\sqrt{k}}{2}\right).$$

(10.6) 삼각형 궤적의 닫힌 형태의 식. α = d_0/r_C다. α가 아주 작으면 거의 같은 항들을 직접 빼는 것보다 수치 적분이나 전개가 더 신뢰할 만하다.

유지 시간의 비율	최적의 d_0/r_C	$\overline{\lvert Q\rvert}/A$의 최댓값
0 — 삼각형 궤적	3,060183	0,0785904
1/2 — 평탄한 유지 구간이 있는 분리	2,252402	0,1052741
1 — 일정한 분리 거리	2,096294	0,1481481

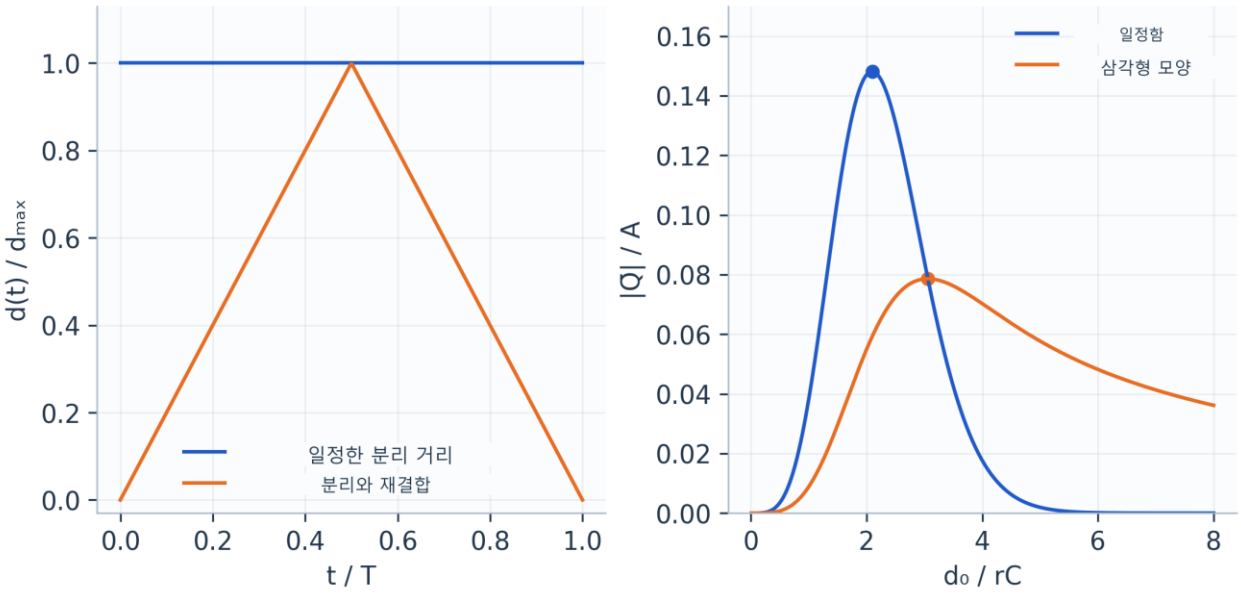


그림 25. 시간 프로파일이 공간적 최적점을 바꾼다. 지속 시간이 같을 때 일정하게 유지하면 $d_0/r_C \approx 2{,}0963$에서, 삼각형으로 분리하고 재결합하면 3,0602에서 최대가 된다. 주어진 모형에서 평균 대비의 절댓값을 최대화한다.

기하 오차가 있을 때 남는 배경

대수적 조합은 지정된 거리를 쓰지만 장치는 불확실성을 가진 거리를 구현한다. 각 궤적의 편차를 $\delta d_j(t)$로 표시하자. 이차 배경에 대입하고 일차까지 전개하면 적분 $d_j(t)\delta d_j(t)$에 비례하는 잔차가 나온다. 따라서 사건 수를 완벽하게 세더라도 기하학의 평가가 물리적 결론에 들어간다.

실험 순서 동안 일정한 상대 오차 ε_j를 생각하자. 실제 프로파일은 $(1+\varepsilon_j)d_j(t)$다. 모든 ε_j가 같으면 거리의 제곱들은 여전히 필요한 부류를 이루며 이차 배경은 정확히 상쇄된다. 이런 공통 척도 오차는 추정한 r_C의 물리적 의미와 포화 신호의 크기를 바꾸지만 그 자체로 이차 배경의 잔차를 만들지는 않는다. 반면 거리에 더해지는 공통 가산 오차에는 이런 자동적 보호가 없다.



그림 26. 거리 d_0, $\sqrt{2}\,d_0$, $\sqrt{3}\,d_0$와 가중치 +1, −2, +1인 세 공간 설정. 가중합은 상수 및 이차 배경을 상쇄한다. 공통인 곱셈형 척도 오차는 이 상쇄를 유지하지만 독립적인 거리 오차는 일반적으로 잔차를 남긴다. 회색 표지는 기준 기하 구조, 파란 영상은 두 분기다. 잘 보이도록 변위를 개념적으로 확대했다. 그림은 주어진 보정 모형에 해당한다.

작은 εⱼ들이 독립적이고 표준편차가 모두 σ_ε이면 잔차의 분산은 합 1²+4·2²+3² = 26으로 정해진다. 삼각형 프로파일에서 f²의 평균은 1/3이다. 이 공식은 왜 '기하 구조를 일 퍼센트 정확도로 안다'는 말만으로 부족한지 분명히 보여 준다. 배경 계수의 크기와 설정 사이의 오차 상관관계도 중요하다.

학습용 값 A = 1 s⁻¹, b₂r_C^2 = 0,1 s⁻¹, σ_ε = 0,01과 삼각형 최적점을 택하자. 일차 잔류 배경의 표준 불확실성은 0,03183 s⁻¹이며 찾으려는 조합의 절댓값은 0,07859 s⁻¹다. 기하학적 불확실성만으로 이 신호의 약 40,5 %에 이른다. 오차 집합 180 000개를 직접 모의실험하면 0,03181 s⁻¹를 얻어 선형 전파와 일치한다.

이 불확실성은 교정의 불확실성이며 통상적인 계수 잡음이 아니다. 같은 미지의 기하 구조에서 검출을 더한다고 반드시 줄어들지는 않는다. 상대 거리를 더 정확히 정하거나 기하 구조를 공동 추정하거나 독립적인 대조 설정이 필요하다. 전체 통계 분석에서는 공통 척도 오차를 세 독립 오차로 잘못 대체하지 않도록 교정의 공분산을 보존해야 한다.

$$\overline{\delta Q}_{\mathrm{bg}} = \frac{2b_2}{T}\sum_{j=1}^{3} w_j \int_0^T d_j(t)\,\delta d_j(t)\,dt + O(\delta d^2)$$

$$\mathbf{w} = (1, -2, 1).$$

(10.7) 작은 궤적 오차가 세 점 배경에 전달되는 방식. 분리가 일정하면 적분은 익숙한 식 2b₂Σwⱼdⱼδdⱼ로 돌아간다.

$$\sigma_{Q,\mathrm{bg}} = \frac{2b_2 d_0^2}{3}\sqrt{26}\,\sigma_\varepsilon .$$

(10.8) 삼각형 프로파일과 독립적이며 같은 크기의 상대 거리 오차에 대한 식. 오차들이 상관되면 전체 공분산 행렬을 사용한다.

통상적인 운동량 충격에 의한 정확한 모사

작은 미지의 사차항보다 더 강한 모호함이 있다. 입자에 무작위 운동량을 주는 통상적인 유니터리 충격을 생각하자. 충격 시점은 발생률 ν인 푸아송 과정을 따르고 운동량은 독립적인 가우스 분포를 따른다고 하자. 매 시행에서 충격의 전체 기록을 알면 상태는 유니터리하게 발전한다. 이 모형에는 한 위치를 선택하는 추가 규칙이 없다.

알지 못하는 기록에 대해 평균하면 상대 위상들이 상실된다. 가우스 분포의 특성함수는 거리 제곱의 지수함수를 준다. 운동량 분산 $\hbar^2/(2r_C^2)$와 발생률 $\nu = A$를 선택하면 같은 포화 커널, 따라서 같은 Q를 재현한다. 이는 알려진 무작위 운동량 전달 형식 체계 안의 직접 계산이다. 유효한 작은 물체 CSL과 충돌 생성자의 동등성은 일차 문헌에도 명시되어 있다. [17, 18]

이 예의 힘은 정확히 일치한다는 데 있다. 단순히 점 수가 부족하거나 장치 오차가 큰 문제가 아니다. 접근 가능한 축약 생성자 전체가 같으면 주어진 모형에서 이 단일 입자 동역학으로 정해지는 모든 관측에도 모호함이 남는다. 가열도 자동적인 해법이 되지는 않는다. 같은 운동량 확산은 같은 가열을 주기 때문이다. 추가 정보는 물리적 설정을 바꾸어야 한다. 예를 들어 독립 측정으로 환경의 작용을 제약할 수 있다.

$$\Gamma_{\text{kick}}(d) = \nu\left[1 - \int dq P(q) e^{iqd/\hbar}\right]$$

$$P(q) = \frac{e^{-q^2/(2\sigma_q^2)}}{\sqrt{2\pi\sigma_q^2}}$$

$$\sigma_q^2 = \frac{\hbar^2}{2r_C^2}.$$

(10.9) 대칭 가우스 분포에서 적분은 실수이며 $\exp[-d^2/(4r_C^2)]$다. $\nu = A$이면 감쇠율이 포화항과 같다. 이는 신호 특징의 유일성에 대한 모형 반례이며 모든 실제 기체가 정확히 이런 분포를 가진다는 주장은 아니다.

이 검증 뒤 주장할 수 있는 것

Q가 영과 양립하면 달성한 정확도에서 연구 영역의 추가 곡률을 제약한다. Q가 안정적으로 영과 다르면 단순 배경 근사가 부족하거나 추가 효과가 있는 것이다. 다음에는 그 효과를 만들 수 있는 물리 모형들을 비교해야 한다. 어느 결과도 측정의 본성에 대한 최종 답과 같지는 않다. 그러나 둘 다 유용하다. 첫째는 매개변수를 좁히고 둘째는 어떤 설명을 발전시켜야 하는지 가리킨다.

적분 계산은 실제 시간 프로파일과 기하학적 교정의 대가를 이미 보여 준다. 공간적으로 넓게 퍼진 대상에 적용하려면 제8장의 형태인자와 제6장의 검출 모형이 추가로 필요하다. 수치 계산이 복잡해질 때에는 일정한 분리 유지와 삼각형 운동, 공통 척도 오차라는 단순한 극한들이 대조 사례가 된다.

세 측정은 두 방해항을 상쇄하고, 서로 맞춘 궤적은 시간에 걸쳐 그 상쇄를 유지한다. 효과의 크기와 기하 구조의 정확도는 별도로 계산한다. 무작위 운동량 충격을 이용한 정확한 반례는 다음 단계에서 공동 물리 예측과 그 구별 가능성의 경계를 검증해야 하는 이유를 보여 준다.

11 가열과 상관관계가 더하는 것

추가 관측가능량은 설명에 새로운 일관된 예측을 요구할 때 유용하다. 가열과 회전, 여러 탐침의 공동 운동은 실제로 검증 범위를 넓힌다. 그러나 그래프 수가 독립적 증거의 수와 같지는 않다. 두 기제가 이미 접근 가능한 전체 동역학을 똑같이 정한다면 그 동역학의 귀결을 하나 더 측정해도 둘을 구별할 수 없다. 따라서 먼저 각 측정이 어떤 새 물리적 정보를 주는지 이해하고 그다음 정확도를 평가해야 한다.

하나의 원인과 두 발현

가장 간단한 예는 공간 결어긋남과 운동량 확산을 연결한다. 운동량을 무작위로 바꾸는 작용은 공간 대안의 상대 위상을 흐리게 하면서 운동량 제곱의 평균을 늘릴 수 있다. 일차원 모형에서는 두 효과를 하나의 계수 D_{pp}로 나타낸다. 이런 관계는 검증하기에 특히 편리하다. 간섭 손실을 맞추면 예상되는 추가 가열량도 이미 정해진다. 하나 대신 두 계수를 자유롭게 고른다면 다른, 덜 엄격한 모형을 검증하는 셈이다.

방정식의 추가 항이 좌표와의 이중 교환자 형태라고 하자. 좌표 표현에서는 밀도행렬에 위치 차이의 제곱을 곱한다. 따라서 분리 거리 d에서의 감쇠율은 D_{pp} d²/ħ²다. 운동량의 이차 모멘트 변화를 얻으려면 같은 생성자를 연산자 p_x^2에 적용한다. 정준 교환자는 확산계수의 두 배를 준다. 이를 질량의 두 배로 나누면 선택한 축을 따른 운동에너지 증가율이 된다.

이 유도는 적어 놓은 방정식의 직접적인 귀결이며 별도의 실험 법칙은 아니다. 손실과 가열을 같은 항으로 설명한다면 두 크기가 연결된다는 조건부 등식으로 유용하다. 불일치는 모형이 불완전하거나 추가 기여를 분리하는 데 오류가 있음을 가리킨다. 일치하면 검증을 통과했음을 알 수 있지만 작용의 본성이 유일하게 정해지지는 않는다.

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho] - \frac{D_{pp}}{\hbar^2}[x,[x,\rho]]$$

$$\Gamma(d) = \frac{D_{pp} d^2}{\hbar^2}.$$

(11.1) 일차원 마르코프 운동량 확산을 가정한다. Γ는 명시한 확산항의 기여이며 다른 결맞음 손실은 따로 반영한다.

$$\left.\frac{d\langle p_x^2\rangle}{dt}\right|_{\text{diff}} = 2D_{pp}$$

$$\left.\frac{d\langle E_x\rangle}{dt}\right|_{\text{diff}} = \frac{D_{pp}}{m}$$

$$\Gamma(d) = \frac{md^2}{\hbar^2}\left.\frac{d\langle E_x\rangle}{dt}\right|_{\text{diff}}.$$

(11.2) $E_x = p_x^2/(2m)$는 한 좌표의 운동에너지이며 전체 삼차원 에너지가 아니다. 한 기제의 추가 기여들을 비교한다. 해밀토니안과 냉각, 다른 원인의 영향은 따로 반영해야 한다.

관계가 더 이상 단순하지 않을 때

이차 의존성을 모든 거리에 적용할 수는 없다. 앞 장의 포화 모형에서 확산 근사는 r_C에 비해 분리 거리가 작을 때에 해당한다. 거리가 크면 결맞음 손실은 포화되지만 가열은 같은 생성자의 다른 측면을 나타낸다. 작은 척도의 등식을 유도한 범위에서 멀리 벗어나 적용하면 가짜 모순이 생긴다. 따라서 두 관측가능량을 비교하기 전에 양립하는 근사에서 계산했는지 검증해야 한다.

냉각을 사용하는 장치에는 다른 미묘한 점도 있다. 추가 확산이 있어도 그 기여가 에너지 유출로 보상되어 관측 에너지는 일정할 수 있다. 이때 검증하는 것은 시간에 따른 온도의 영이 아닌 기울기가 아니라 정상상태 분산이나 전체 수지다. 모형에 소산이 포함되면 순수 가열 공식도 바뀐다. 적절한 수지 없이 '온도가 오르지 않으므로 붕괴는 없다'고 결론 내리면 물리적으로 정의되지 않은 주장이다.

유색잡음에서는 서로 다른 측정이 스펙트럼의 다른 부분에 민감하다. 긴 자유 운동과 역학적 공명, 고주파 복사는 서로 다른 필터를 사용한다. 스펙트럼 모형을 명시하지 않고 발생률 하나로 환원할 수는 없다. [24] 그러나 바로 그 차이가 유용할 수 있다. 여러 대역은 스펙트럼을 조정할 자유를 제약한다. 엄격한 연구 계획은 보편적이라고 주장하는 한 과정에 대해 장비마다 독립 발생률을 배정하는 대신, 모든 자료에서 하나의 스펙트럼군을 검증한다.

이차 근사 밖의 가열

열 번째 장의 가우스 충격에서는 공간 커널을 전개하지 않고 에너지 증가를 유도할 수 있다. 각 충격은 운동량 p_x를 p_x+q로 바꾼다. q의 분포가 대칭이면 교차항 $2p_xq$의 평균은 사라지고 운동량

제곱의 평균은 충격 분산만큼 증가한다. 푸아송 발생률 A는 개별 사건의 증가분을 변화율로 환산한다.

q의 분산이 ħ²/(2r_C^2)이면 일차원 운동에너지의 증가율은 Aħ²/(4mr_C^2)다. 이 결과는 작은 물체 모형에서 어떤 d에 대해서도 정확한 포화 감쇠율 Γ(d) = A[1−exp(−d²/(4r_C^2))]와 양립한다. 등방적인 삼차원 버전에서는 세 좌표의 같은 기여로 인해 전체 운동에너지의 증가율이 세 배가 된다.

그러므로 개별 수치뿐 아니라 A를 제거하는 비율도 비교하면 유용하다. md²Ė$_x$/(ħ²Γ)는 u/(1−exp(−u))와 같으며, u = d²/(4r_C^2)다. d가 작으면 일로 수렴하여 장의 시작에서 본 확산 등식으로 돌아간다. d = 2r_C이면 약 1,582다. 이 영역에서 일과 다르다는 사실은 포화 모형을 반박하지 않는다. 이차 근사의 한계를 보여 준다.

이제 수치가 완전히 정해진 공동 예를 구성하자. 기준 길이 L과 매개변수 A = 0,5 s⁻¹, r_C = L을 택한다. d = L과 d = 2L에서 두 평균 감쇠율은 각각 0,1105996과 0,3160603 s⁻¹다. 에너지 관측가능량은 H = 4mL²Ė$_x$/ħ²로 나타내면 편리하며 값은 0,5 s⁻¹다. 세 수 모두 정확한 모형 기댓값이며 무작위 실험 계수가 아니다.

비교를 위해 학습용 표준 오차를 0,005, 0,005, 0,02 s⁻¹로 정하고 서로 독립이라고 가정하자. 순수 이차 확산에는 계수 B 하나가 있으며 Γ(d) = Bd²/(4L²)와 H = B를 예측한다. 세 관측가능량의 규격화한 편차 제곱합을 최소화하면 B = 0,3332979 s⁻¹를 얻는다. 선택한 가중치에서 이 모형의 예측은 두 공간적 값과 에너지 증가에 동시에 가까워질 수 없다.

최소 가중 불일치는 111,12다. 정해 준 오차 아래 기댓값들로 계산한 진단 수치다. 실제 발견의 p-값이 아니며 장치에서 이 오차들을 달성할 수 있다는 근거도 아니다. 목적은 공동 예측의 구체적인 이득을 보이는 데 있다. 무작위 원래 사건들에 대한 전체 절차와 그 통계적 교정은 책의 마지막 부에서 다룬다.

결과는 대안의 부류에 달려 있다. 이 관측 집합은 포화 커널과 명시한 순수 이차 모형을 구별한다. 그러나 A와 r_C가 같은 가우스 푸아송 충격은 세 기댓값을 모두 정확히 재현한다. 가열은 함수 형태의 검증을 강화했지만 물리적 기원의 원래 모호함은 그대로 남겼다.

$$\dot{E}_x = \frac{A\hbar^2}{4mr_C^2}$$

$$\frac{md^2\dot{E}_x}{\hbar^2\Gamma(d)} = \frac{u}{1-e^{-u}}$$

$$u = \frac{d^2}{4r_C^2}.$$

(11.3) 작은 물체의 가우스 운동량 충격 생성자에서 정확한 에너지 증가와 공간 결맞음 손실의 관계. ṫₓ는 한 좌표에 해당한다.

$$\widehat{B} = \frac{\sum_i y_i g_i/\sigma_i^2}{\sum_i g_i^2/\sigma_i^2}$$

$$\mathbf{g} = (1/4, 1, 1)$$

$$\mathbf{y} = (\Gamma(L), \Gamma(2L), H).$$

(11.4) 이차 확산의 매개변수 하나에 대한 공동 가중 맞춤. 지정한 σᵢ 는 학습용 가중치이며 장치의 측정된 특성이 아니다.

관측가능량	포화 커널	가장 잘 맞는 이차 모형	학습용 오차
Γ(L), s⁻¹	0,110600	0,083324	0,005
Γ(2L), s⁻¹	0,316060	0,333298	0,005
H, s⁻¹	0,500000	0,333298	0,020

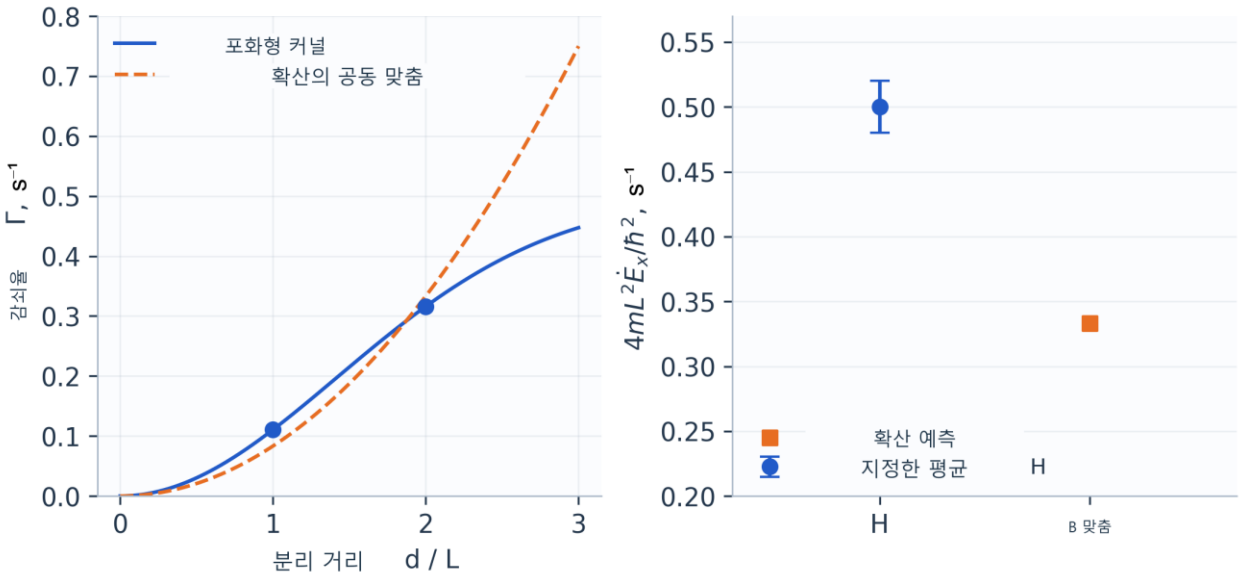


그림 27. 두 공간 감쇠율과 가열의 공동 비교. 계수 하나를 맞춘 이차 확산은 학습용 오차 아래 포화형 커널의 주어진 모든 평균을 재현하지 못한다. 정확한 가우스 운동량 충격은 이를 완전히 재현한다.

회전이 특별히 흥미로운 이유

병진 운동은 알짜힘에, 회전 운동은 선택한 축에 대한 돌림힘에 반응한다. 작용의 공간적 분포에 가중치를 주는 서로 다른 방법이다. 잡음이 질량 구조와 연결된다면 복잡한 형태의 물체는 병진 요동과 회전 요동의 서로 다른 비율을 줄 수 있다. 전체 질량이 같다고 이런 비율까지 같지는 않다. 따라서 배향과 내부 기하 구조는 질량중심 측정 하나에는 없는 정보를 더할 수 있다.

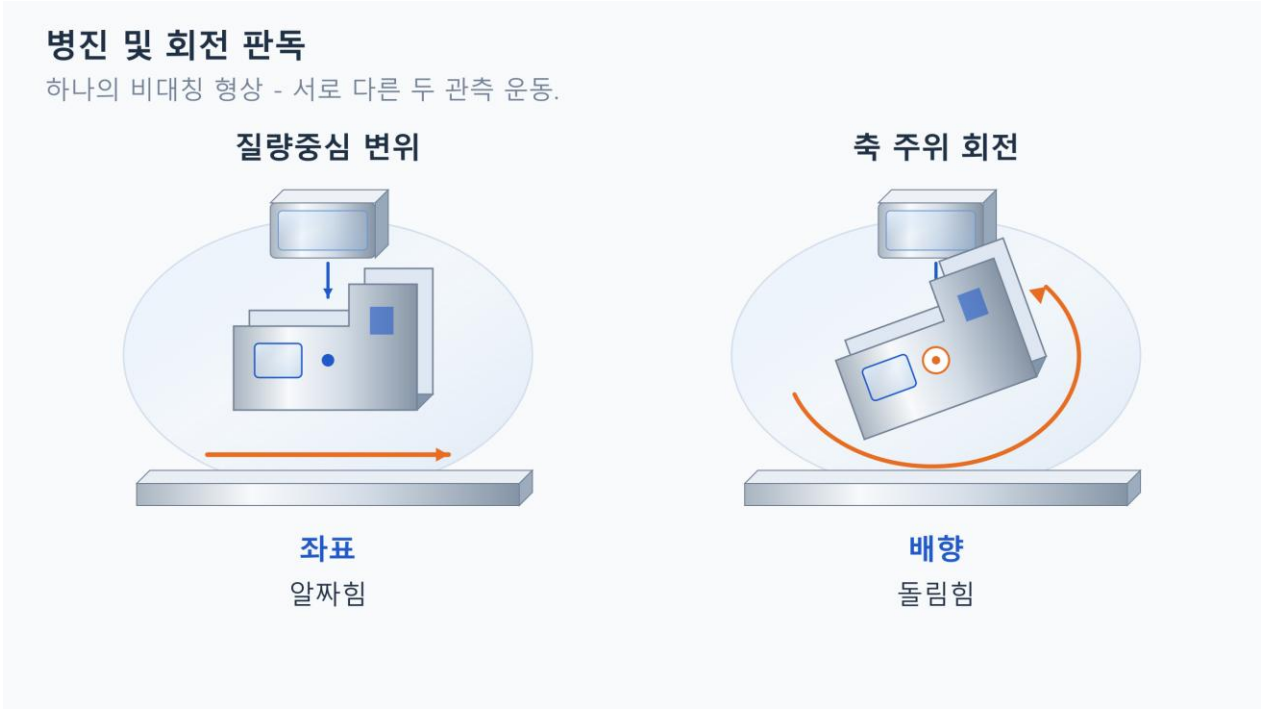


그림 28. 하나의 비대칭 물체에 대한 병진 및 회전 판독. 앞의 경우에는 질량중심 좌표의 변화를, 뒤의 경우에는 선택한 축에 대한 배향 변화를 측정한다. 알짜힘과 돌림힘은 작용의 공간 구조에 대해 서로 다른 정보를 준다. 센서와 챔버는 개념적으로 나타냈으며 특정하게 구현된 장치의 설계도가 아니다.

Altamura, Vinante, Carlesso는 2025년에 LISA Pathfinder의 회전 잡음 자료로 CSL 제약을 개선했다. 다른 관측가능량을 선택하고 그 양과 모형의 연결을 올바르게 다시 계산하면 이미 기록한 운동에도 추가 검증 정보가 담겨 있을 수 있음을 보인다. [20] 그렇다고 회전 측정이 보편적으로 우월한 것은 아니다. 비교는 형태와 축, 주파수 범위와 배경에 달려 있다.

직접 계산할 때에는 일부 공통 불확실성에 견고한 응답 비율을 찾는 것이 자연스러운 과제가 된다. 그러나 여기서도 매개변수 상쇄는 검증해야 한다. 병진 모드와 회전 모드의 온도나 손실, 교정 오차가 다르면 형식적으로 단순한 계수도 신뢰하기 어려울 수 있다. 먼저 공동 역학 모형을 유도한 뒤 유용한 조합을 계산한다. 순서를 뒤집으면 아름다운 무차원량 아래 중요한 차이가 숨을 수 있다.

두 탐침과 공통 잡음

작용에 공간 상관 길이가 있으면 가까운 두 탐침이 함께 움직일 수 있다. 거리가 커지면 그 일치가 약해질 수 있다. 베딩엄과 울브리히트는 2015년 CSL에서 두 입자의 상관된 확산을 연구하고, 모형의 공간 척도 검증에 이용하자고 제안했다. 이는 기존 연구 방향이며 이 계획의 새

아이디어가 아니다. [27] 실질적 가치는 잡음 진폭에서 상대 배치에 대한 의존성으로 나아가는 데 있다.

서로 일치하는 요동 자체가 얽힘은 아니다. 받침대의 공통 진동이나 전기장, 불안정한 레이저도 상관관계를 만든다. 따라서 거리와 배향, 전하, 공통 지지대와의 연결에 대한 의존성을 측정해야 한다. 때로는 차동 채널이 균일한 교란을 억제하지만, 때로는 원하는 신호의 일부도 함께 억제된다. "공통"이라는 말만으로는 어느 경우인지 알 수 없다. 답은 작용의 공간 모형이 준다.

두 센서는 측정계를 통해서도 상관될 수 있다. 공통 증폭기나 전산 처리가 한 채널의 오차를 다른 채널로 옮기면 물리적 운동 사이의 해당 연결 없이 기록 사이의 연결이 나타난다. 독립 판독과 대조 채널이 유용하지만 그 독립성도 검증해야 한다. 요구사항은 간단하다. 관측된 상관관계는 그것이 생길 수 있었던 경로를 확인한 뒤에야 물리적 의미를 얻는다.

동일한 탐침들의 좌표 합과 차의 운동을 비교하면 편리하다. 역학적 응답이 같을 때 공통의 동상 충격은 합 채널에서 강화되고 차 채널에서는 상쇄된다. 독립적인 충격은 다른 분산 비율을 준다. 이 간단한 논증은 추가 정보가 어디서 나오는지 보여 준다. 그러나 응답이 다르면 먼저 채널들을 공통의 물리적 척도로 환산해야 한다. 그렇지 않으면 공통 기술 잡음의 불완전한 상쇄를 연구 대상 메커니즘 자체의 요동으로 오인할 수 있다. 장치의 전달함수는 상관관계 검증의 일부이다.

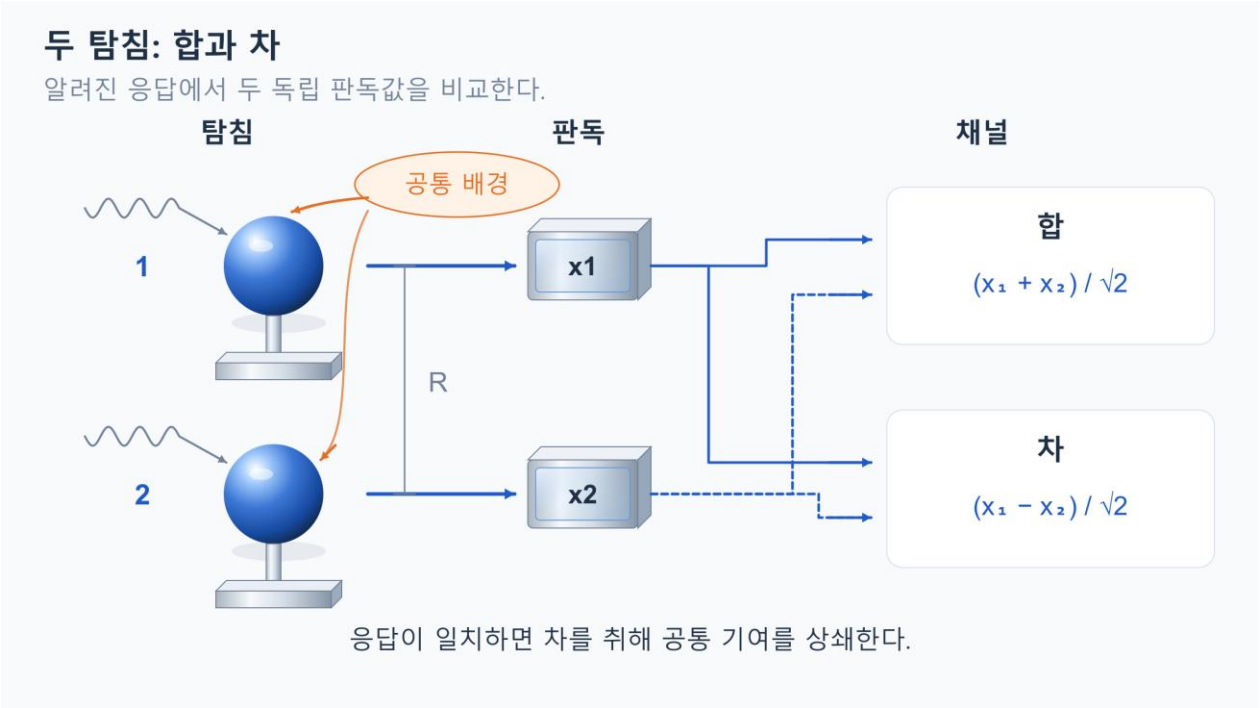


그림 29. 독립 판독을 갖는 두 탐침은 합 및 차 경로 $(x_1 \pm x_2)/\sqrt{2}$를 준다. 기계적 응답과 이득이 일치할 때만 공통 기여가 차에서 상쇄된다. 국소 잡음과 공통 검출 경로에는 별도 보정이 필요하다. 기록들의 상관관계 자체가 얽힘을 뜻하지는 않는다.

두 번째 탐침이 더하는 수치

일차원 학습용 조건에서 동일한 탐침 두 개를 생각하자. 운동량 증분의 평균은 영이고 공분산 행렬은 $2D_{dt}$이다. 여기서 D의 대각 성분은 D_0, 비대각 성분은 cD_0이다. 공분산의 양성 조건은 $-1 \le c \le 1$을 요구한다. 이 예는 허용되는 고전적 공동 잡음을 정할 뿐, 아직 특정한 CSL 질량 커널과 동일시하지 않는다.

규격화한 합 운동량 $p_+ = (p_1+p_2)/\sqrt{2}$와 차 운동량 $p_- = (p_1-p_2)/\sqrt{2}$를 도입하자. 각각의 분산 증가율은 $2D_0(1+c)$와 $2D_0(1-c)$이다. $c = 0$이면 두 채널의 기여가 같다. $c = 1$이면 공통 잡음은 차 채널에서 완전히 사라진다. 음의 상관관계는 반대로 차 채널을 강화한다.

이 모형에서 측정한 증가율의 비가 넷이면 $c = 0{,}6$이다. 척도 D_0가 상쇄되므로 이 비율은 단일 탐침의 절대 진폭과는 다른 작용의 성질을 제약한다. 그러나 역학적 전달함수가 같고 판독이 독립적이라는 것이 계산의 전제이다. 예를 들어 발견하지 못한 이득 차이는 공통 잡음이 차 기록에 새어 들어가게 한다.

거리 의존성을 물리적으로 검증하려면 선택한 상호작용과 탐침의 기하 구조로부터 $c(R)$을 유도해야 한다. 질량 모형에서는 힘의 상관관계를 공간 국소화의 가우스 함수 자체로 임의로 바꿀

수 없다. 퍼텐셜에서 힘으로 넘어갈 때 미분이 생기고, 물체의 유한한 형태는 추가 가중치를 준다. 관측한 비율을 물리 법칙과 이처럼 연결한 뒤에야 두 탐침의 자료가 정보를 더한다.

$$\frac{d\mathrm{Var}p_{\pm}}{dt} = 2D_{0}(1 \pm c)$$

$$\mathcal{R} = \frac{1 + c}{1 - c}$$

$$c = \frac{\mathcal{R} - 1}{\mathcal{R} + 1}.$$

(11.5) 두 응답이 같고 추가 잡음이 분리된 경우의 관계. 운동량의 상관관계 자체가 얽힘의 증거는 아니다.

공동 검증과 그 한계

데이, 바커, 다타의 2026년 프리프린트는 쿨롱 결합된 두 나노구의 차동 모드 분산 변화로 CSL을 제약하자고 제안한다. 저자들은 특정 유색잡음 확장에 대한 견고성도 검토한다. 매개변수와 가정을 정한 이론적 제안이며 붕괴 발견을 보고한 것이 아니다. [29] 이런 설정을 평가하려면 민감도 계산뿐 아니라 가정한 조건이 기존 제약과 양립하는지도 검증해야 한다.

가장 강한 검증은 하나의 매개변수 집합이 결맞음 손실과 추가 확산, 공간 상관관계를 모두 설명하도록 요구한다. 불가능하면 선택한 모형을 기각하거나 수정한다. 가능하면 허용되는 설명의 수가 줄어들지만 하나가 되지는 않을 수 있다. 특히 정확히 동등한 잡음 생성자는 자신의 모든 귀결을 계속 재현한다. 그러면 구별에는 최초의 단일 입자 검증에 포함되지 않았던 환경이나 그 기록, 계들 사이의 연결에 대한 새로운 정보가 필요하다.

따라서 실험 확장의 목표는 인상적인 그래프의 축적이 아니라 독립적인 제약 수의 증가이다. 새로운 관측가능량이 정보를 거의 더하지 못할 때도 있다. 비교적 거친 측정이 기본 실험을 수백만 번 반복해도 해소되지 않던 축퇴를 깨뜨릴 때도 있다. 이를 미리 판단하려면 공동 모형과 그 식별가능성에 대한 명시적인 검증이 필요하다. 다음 장은 이 문제를 다룬다.

같은 실험의 어떤 새 측정 계열도 도움이 되지 않을 때

구별가능성의 정확한 한계를 전체 프로토콜에 대해 정식화할 수 있다. 두 모형의 초기 축약 상태가 같고 허용된 각각의 제어에서 측정 사이의 양자 채널도 같다고 하자. 준비와 판독의 측정

도구도 같다고 하자. 그러면 어떤 기록 열의 확률도 동일한 사상들의 합성으로 얻으므로 두 모형에서 일치한다.

증명은 개별 이력들이 같다고 가정할 필요가 없다. 첫 단계에서 가능한 각 기록에 대한 규격화하지 않은 상태가 일치한다. 같은 다음 채널을 적용하면 그 같음이 유지된다. 이 논증을 반복하면 모든 유한한 이력의 확률이 같아진다. 이후 설정을 이전 결과에 따라 선택하더라도 이미 주어진 각 이력에서 선택 규칙 역시 같으므로 결론이 유지된다.

허용된 모든 제어에서 채널이 같다는 조건은 중요하다. 자유 감쇠 곡선 하나가 일치한다고 이 조건이 증명되지는 않는다. 기억이 있는 환경에서는 단일 시점 상태의 일치도 충분하지 않다. 개입이 다중 시점 통계의 차이를 드러낼 수 있기 때문이다. 따라서 여기서 다루는 것은 제어를 같은 방식으로 포함한 공통의 마르코프 축약 법칙이다. 우연히 비슷한 그래프를 주는 임의의 모형 쌍을 다루는 것이 아니다.

작은 물체의 백색잡음 예에서는 CSL형 생성자와 그에 맞춘 가우스 운동량 충격 생성자가 일치한다. 모든 연산이 기술 대상 계에만 작용한다면 그 상태의 또 다른 함수를 측정하는 새로운 방법도 잡음의 기원을 밝히지 못한다. 추가 정보는 이 동등성을 넘어야 한다. 예를 들어 운동량 충격의 유입을 독립적으로 제약하거나, 이용할 수 있는 환경 기록을 관측하거나, 여러 계의 일관된 공간적 연결을 검증해야 한다.

이런 한계는 다음 실험을 선택하는 데 유용하다. 서로 다른 분포에 대한 민감도를 높이는 과제와, 새로운 물리적 정보를 얻는 과제를 미리 구분할 수 있다. 후자의 정보가 없으면 분포들이 일치한다. 첫 과제는 프로토콜 안에서 통계와 제어로 해결한다. 둘째 과제는 모형과 함께 검증 대상 자체를 확장해야 한다.

$$p(\mathbf{y}\mid\mathbf{u}) = \mathrm{Tr}\Big[\mathcal{J}_{y_n,u_n}\Phi_{u_{n-1}}\cdots\mathcal{J}_{y_1,u_1}\Phi_{u_0}(\rho_0)\Big].$$

(11.6) 채널 Φ와 측정 도구 $\mathcal{J}$의 합성으로 표현한 결과 열의 확률. 두 모형에서 합성의 각 요소가 일치하면 전체 프로토콜도 일치한다.

가열과 상관관계는 한 가설이 여러 결과를 동시에 설명하게 하므로 연구를 더 엄격하게 만든다. 그렇다고 동등한 모형들의 분석이 면제되지는 않는다. 유용한 다음 실험은 추가 센서 수가 아니라 어떤 모호성을 없앨 수 있는지에 따라 고른다.

12 원시 판독값에서 검증된 결과까지

기록된 사건에서 최종 제약까지의 과정을 추적할 수 있을 때 이론 검증은 재현 가능해진다. 이 장에서는 먼저 통계 모형의 구성을 명확히 한 뒤 발표된 나트륨 실험을 다시 계산한다. 어떤 수치가 실제로 보관 자료에서 도출되는지, 처리에 어떤 가정이 들어가는지, 얻은 결론의 범위 밖에 무엇이 남는지를 보여 준다.

멋진 효과에서 구별 가능성까지

약한 대비 감소에 대한 두 설명을 생각하자. 첫 설명에서 추가 손실은 주로 질량에 의존한다. 둘째 설명에서는 가열과 연결되며, 기존 장치에서는 더 무거운 입자를 다룰 때 가열도 증가한다. 현재 자료에서는 두 모형이 똑같이 설득력 있어 보일 수 있다. 질량에 따른 측정 계열을 단순히 연장해도 모호성이 유지될 수 있다. 장치가 조건들을 독립적으로 바꿀 수 있다면 같은 질량에서 열적 이력을 달리한 측정이 더 유용할 수 있다.

이 논리는 식별 가능성의 발상을 나타낸다. 한 매개변수의 서로 다른 값을 다른 허용 매개변수의 변화로 완전히 보상하면서 모든 관측 예측을 유지할 수 없다면 그 매개변수는 식별 가능하다. 보상이 가능하면 알고리즘의 좁은 오차는 지나치게 엄격히 고정한 배경 같은 숨은 제약에서만 나올 수 있다. 따라서 자료를 많이 모으기 전에 선택한 프로토콜로 어떤 매개변수 조합을 구별할 수 있는지 밝혀야 한다.

국소 검증은 매개변수에 대한 예측의 미분을 쓴다. 한 매개변수 변화가 다른 매개변수 변화와 거의 같게 모든 예상 자료를 이동시키면 예측 공간의 방향들이 거의 겹친다. 이는 축퇴에 대한 경고다. 그러나 국소 분석이 전역적 구별 가능성을 보장하지는 않는다. 멀리 떨어진 매개변수 영역들도 비슷한 자료를 낼 수 있다. 미분과 함께 잘 맞는 다른 해를 직접 탐색하면 유용하다.

계산 모형에 포함되어야 할 것

시뮬레이션 입력에는 근본 매개변수만 들어가는 것이 아니다. 궤적과 질량 및 속도 분포, 환경 특성, 준비 오차와 판독 모형이 필요하다. 출력은 사건 수나 충돌 위치, 시계열처럼 원래 자료와 같은 형태로 만드는 것이 좋다. 가시도 자체를 바로 모형화하면 편리할 때도 있지만 추정의 편향을 숨길 수 있다. 실험이 먼저 계수를 모으고 이후 대비를 추출한다면 검증에서도 두 단계를 모두 재현해야 한다.

형식적으로 필요한 것은 주어진 매개변수와 설정에서의 자료 확률이다. 연구 대상 법칙의 매개변수를 θ, 배경과 교정을 η, 제어를 u로 표시한다. 이 표기는 θ에 대한 결론이 η의 불확실성에 의존함을 상기시킨다. 공동 맞춤과 프로파일링, 베이즈 평균은 서로 다른 통계 절차이다. 어느 것도 허용값의 물리적 의미를 검증할 필요를 없애지 않는다. 인접한 실행 사이에서 온도가 임의로 변할 수 없다는 사실을 알고리즘이 스스로 알아내지는 않는다.

Laing과 Bateman은 2024년에 외부 결어긋남과 제어 매개변수 선택을 포함해 붕괴 모형의 근접장 간섭 검증을 위한 베이즈 정식화를 개발했다. [19] 이는 중요한 기존 기준점이다. 통계적 추론으로 실험을 최적화한다는 발상 자체는 이미 새롭지 않다. 새로운 프로그램의 기여는 환경 모형 오차에 대한 견고성이나 독립적인 관측가능량의 공동 활용, 실현 가능한 새로운 조건처럼 구체적인 확장에 있어야 한다.

$$p(\mathcal{D} \mid \theta, \eta, u).$$

(12.1) 연구 대상 동역학의 매개변수 θ, 환경과 기록의 매개변수 η, 선택한 제어 u가 주어졌을 때 가능한 자료 $\mathcal{D}$의 확률이다. 다음 실험의 유용성은 경쟁하는 설명들에서 이 분포들이 얼마나 다른지로 결정된다.

거짓 발견 검증

실제 실험 전에 새로운 동역학이 확실히 없는 자료로 분석을 시험해야 한다. 이때 자료 생성기는 처리에 쓰는 모형보다 조금 더 풍부해야 한다. 느린 표류나 배경 의존성의 약한 비선형성, 부정확하게 알려진 크기 분포를 넣을 수 있다. 작고 그럴듯한 편차가 체계적으로 붕괴를 발견한 듯한 인상을 만든다면 방법을 개선해야 한다. 자체의 이상적 자료로 하는 검증은 내부 일관성만 확인하며 현실에 대한 견고성을 확인하지는 않는다.

다음에는 크기를 아는 효과를 인공 자료에 더한다. 매개변수가 복원되는지, 구간이 참값을 얼마나 자주 포함하는지, 어디서 민감도가 사라지는지 검증해야 한다. 이런 주입은 가설의 실험적 확인이 아니다. 주어진 가정에서 절차가 할 수 있는 일을 보여 준다. 결과는 예측으로 기술하고 시뮬레이션에 포함하지 않은 요인 목록을 함께 제시해야 한다.

강도가 영인 경계에는 특히 주의해야 한다. 정의상 음이 아닌 매개변수라면 대칭 오차에 대한 통상적 근사가 영 근처에서 잘 작동하지 않을 수 있다. 또 자료를 본 뒤 가장 두드러지는 거리나 주파수, 시간 창을 선택하면 우연히 인상적인 편차가 나타날 확률이 커진다. 따라서 탐색 범위와 판정 규칙을 미리 정하거나 전체 절차의 통계 모형화에 포함해야 한다. 그렇지 않으면 개별 지점의 유의성이 연구 전체의 유의성을 나타내지 못한다.

이런 계산 시험의 결과는 실험 관측과 구분해 보관해야 한다. 각 인공 표본은 생성 법칙이 알려져 있어 특정한 분석 실패를 검증할 수 있다. 자연이 그 법칙을 선택했다는 확인은 아니다. 따라서 유용한 보고서에는 성공적인 복원과 실패 조건을 모두 담는다. 예를 들어 거리 범위가 너무 좁으면 이상적인 시뮬레이션에서도 두 모형은 사실상 구별되지 않을 수 있다. 이를 대비가 큰 유리한 예 하나 뒤에 숨기기보다 그 영역을 미리 보여 주는 것이 더 유용하다.

비용과 정보

실용적 최적화는 측정 비용을 고려해야 한다. 어떤 조건은 큰 신호를 주지만 재설정에 오래 걸리고 성공적인 실행의 빈도가 낮다. 다른 조건은 개별 사건마다 신호가 약하지만 독립 자료를 빠르게 모으고 더 자주 교정할 수 있다. 진폭만 비교하면 이 상충관계를 놓친다. 제한된 시간과 입자 수, 이용 가능한 제어 집합에서 정보량이나 정밀도로 표현한 목표가 필요하다.

견고한 결과를 위해서는 가장 유리한 배경 매개변수뿐 아니라 합리적인 불확실성 범위도 평가하는 것이 유용하다. 정확히 아는 단 하나의 온도에서 뛰어난 설정이 작은 온도 표류에는 취약할 수 있다. 더 절제된 프로토콜이 허용 범위 전체에서 구별가능성을 유지하기도 한다. 이렇게 예상한 지식의 오차 아래에서도 의미가 있는 실험을 고르는 견고한 설계 문제가 생긴다.

제약에는 물리적인 측면도 있다. 실제 장치에서 설정들이 연결되어 있다면 각각을 독립적으로 최적화할 수 없다. 질량은 준비에, 기하 구조는 역학적 응답에, 포획 시간은 생존 확률에 영향을 준다. 허용 제어 집합은 이런 연결을 기술해야 한다. 그렇지 않으면 프로그램은 대상을 준비하거나 판독할 수 없는 영역에서 수학적 최댓값을 찾는다. 실현가능성 검증은 계산 자체에 포함되며 아름다운 결과에 나중에 덧붙이는 것이 아니다.

반복 가능한 실험을 정의하는 보관 자료

기초 자료는 Nature 649, 866–870의 논문과 연결된 Pedalino와 공저자들의 공개 자료 집합 DOI 10.5281/zenodo.17502163이다. 측정 부분에는 2025년 사월 22일의 주사 기록과 출력 및 기준 신호 표, 질량 스펙트럼이 담겨 있다. 보관 자료에는 가시도 추출과 거시성 계산 프로그램, 탈보–라우 모듈이 공개되어 있다. 자료의 라이선스는 CC BY 4.0이다. [15, 63]

재현을 위해 먼저 보관 자료 자체를 고정한다. 원본 ZIP의 MD5 체크섬은 7917961b27676f4e9df3af6d3b01c374이며 저장소 기록과 일치한다. 이 식별자는 특정 바이트들을 이후의 페이지 갱신과 구분한다. 원본 파일은 변경 없이 보존하고 실행은 별도의 작업 사본에서 한다. 라이브러리 버전과 정확한 명령은 계산에 딸린 안내에 제시되어 있다.

다음으로 기본적인 구조 검증을 한다. 표에는 이름 95개가 있고 각각 위치 41곳의 파일에 대응하며 계수는 음이 아니다. 변위 단위는 나노미터에서 미터로 바꾼다. 각 실행에서 세 격자의 실제 출력을 표에서 가져온다. 이 행들 대신 평균 출력 하나를 쓰면 투과 확률이 달라져 배포된 절차의 재현이 아니게 된다.

전체 자료 집합은 수치 지점 3895개와 계수 10 772 714회를 포함한다. 이 둘은 다른 자료 규모이다. 한 지점은 주어진 위치에서 많은 사건을 누적한 것이다. 선택한 모든 행의 적분 시간이 일 초이므로 계수와 계수율의 수치가 같은 것은 이 특정한 누적 시간 덕분이다. 다른 표라면 이 같음을 시간의 명시적 곱셈으로 바꿔야 한다.

내부 대조 파일은 문헌의 설명과 독립적으로 처리를 재현하게 해 주지만 모든 교정을 정확한 물리적 사실로 만들지는 않는다. 예를 들어 기준 입자 유입률은 별도로 측정하여 발표된 우도에서 고정된 수로 사용한다. 더 완전한 분석에는 그 측정의 불확실성을 포함할 수 있다. 원래 절차를 재현할 때는 그 조건을 유지하고 정확히 명시한다.



그림 30. 발표된 나트륨 자료 집합을 검증하는 두 경로는 공개된 저자 절차의 재실행과 개별 계산의 독립 검증이다. 보관 자료에는 위치 41곳을 주사한 95개 기록, 곧 측정점 3895개와 검출 사건 10 772 714개가 있다. 독립 경로에는 선택한 주사 54와 적분 검증이 포함된다. 배포된 절차에서 길이는 10 nm로 고정되어 있다. 이는 보정 전제 아래 분석을 재현한 것이며 새 실험이나 보정의 전면 재평가는 아니다.

한 번의 주사와 독립적인 가시도 추출

복잡한 추론에 앞서 자료를 보기 위해 주사 기록 Sodium_int_powerscan_54를 선택했다. 선택 규칙은 설정으로 정했다. 둘째 격자의 출력이 15,2 mW에 가장 가까운 행이다. 최대 대비를 찾는 방식은 쓰지 않았다. 실제 출력은 15,252 mW이다. 위치 41곳에서 132 283회의 계수가 기록되었다.

주기를 알면 신호를 상수항과 코사인, 사인의 합으로 쓸 수 있다. 세 계수에 대해 선형이므로 제곱합의 최솟값을 통상적인 선형대수로 찾을 수 있다. 그 뒤 계수를 가시도와 위상으로 바꾼다. 같은 사인파 기술에 이르는 독립적인 경로이며 비선형 맞춤과 비교하기 편리하다.

선택한 주사에서 위치당 평균 3217,865계수, 가시도 0,07320, 그 잔차 기반 표준오차 0,00814를 얻었다. 채택한 원점에서 위상은 −2,58149 rad다. 그림은 실제 판독값과 직접 수행한 맞춤을 나타낸다. 세로 선분 √n은 푸아송 규모를 시각적으로 보여 줄 뿐이다. 가시도의 오차 추정은 선형회귀의 잔차 공분산 행렬에서 계산했다.

이 결과는 미리 선택한 한 행에 대한 것이며 논문 전체의 최대 가시도가 아니다. 실행 간 산포와 표류, 출력 변화는 사인파 하나를 아름답게 맞췄다고 사라지지 않는다. 최종 분석에는 예정된 모든 자료와 각 설정의 전체 응답이 중요하다.

사건 수가 적으면 잡음이 있는 두 계수로부터 양의 크기로 복원한 진폭의 분포가 편향된다. 그러면 단순한 대칭 오차로는 충분하지 않다. 여기서는 계수가 많아 선형 맞춤을 선택한 주사 기록의 투명한 기술로 사용할 수 있다. 아래의 근본적 제약은 추출한 가시도 하나가 아니라 원래 계수로 재현한다.

$$n(x) = a + b\cos(2\pi x/d_g) + c\sin(2\pi x/d_g)$$

$$V = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{a}.$$

(12.2) 선형 맞춤으로 a, b, c를 정한다. 가시도로의 변환은 비선형이므로 이 계수들의 전체 공분산을 전파해 그 오차를 얻는다.

$$\phi = atan2(-c, b)$$

$$\mathrm{Var}(\widehat{V}) \simeq (\nabla V)^{T}\,\mathrm{Cov}(\hat{a},\hat{b},\hat{c})\,\nabla V.$$

(12.3) 위상은 격자 변위의 원점을 기준으로 정의한다. 분산 공식은 국소 근사이다. 진폭이 영에 가까우면 전체 분포를 써야 한다.

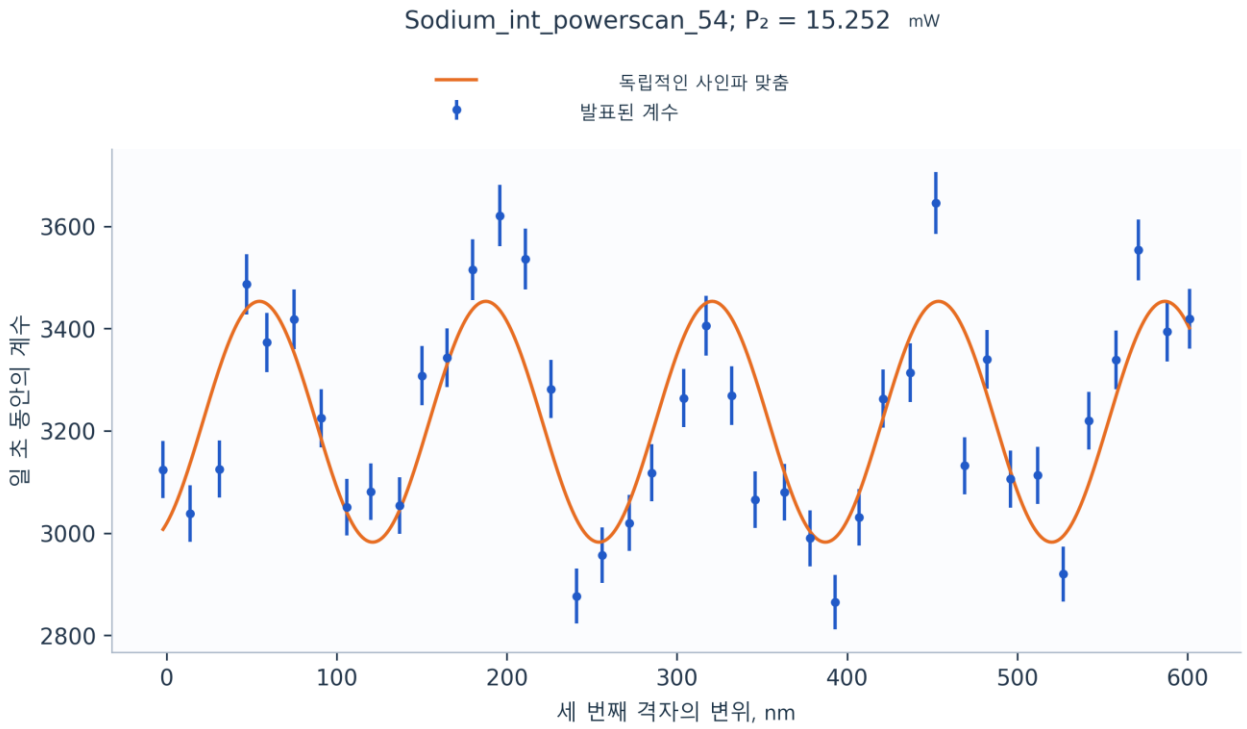


그림 31. 발표된 주사 54의 판독값과 독립적인 선형 사인파 맞춤. 출력이 15,2 mW에 가까운 것을 골랐다. V = 0,07320 ± 0,00814를 얻었으며 오차는 본문에서 설명한다. 자료는 Pedalino와 공동연구자들, CC BY 4.0에 따른다. 처리와 그림은 이 책을 위해 작성했다. [63]

수정에 따라 달라지는 검출 확률

원래 절차는 최소 거시실재론적 수정들의 계열을 다룬다. 고전화 시간 τe는 전자 질량을 기준으로 규격화하며, 길이 ħ/σq는 공간 척도를 정한다. 이 표기들을 다른 CSL 관례의 강도와 길이에 바로 등치할 수 없다. 변환하려면 생성자 자체와 질량 규격화를 대조해야 한다. [65, 66]

먼저 세 격자의 진폭 및 위상 작용을 고려하여 양자 투과 확률을 계산한다. 그 뒤 영이 아닌 조화 성분에 궤적과 질량 형태인자에 의존하는 수정 인자를 곱한다. 배포된 모듈 talbotlau.py와 같이 속도와 질량에 대해 평균한다. 선택한 절차에서는 최종 추정에 사용한 발표된 설정인 ħ/σq = 10 nm로 공간 척도를 고정한다.

기록한 계수 c와 별도로 측정한 기준 신호 C₀가 있는 점에 대해 저자의 분석은 통과 확률 S에 관한 이항형 조건부 우도를 사용한다. 기준 신호는 초당 17,5–26,5천 회 계수이며 시행 횟수로 조건부 고정한다. 이 재현에서는 그 측정 불확실성을 전파하지 않았다. τe와 무관한 항은 사후분포의 형태에 영향을 주지 않으므로 생략할 수 있다. 핵심 연산은 모든 점의 확률 로그를 차례로 더하는 것이다. 동시에 위상 −2,48 rad와 자료실의 교정 관계들을 고정한다.

사후분포는 우도에 선택한 모형의 제프리스 사전밀도를 곱해 얻는다. 시간 τe는 10^{14}부터 10^{16}초까지 400개 점의 로그 격자에서 다룬다. 로그 격자는 점을 배치하는 방법이지, 그 자체로 log τe에 대해 균일한 밀도를 정하지는 않는다. 규격화할 때는 밀도를 정의한 바로 그 변수의 간격을 사용한다.

하위 오 퍼센트 분위점 τ_5는 채택한 사후밀도에서 그 아래에 확률 5%가 있다는 뜻이다. 거시성 척도를 구성하는 데 사용한다. 이는 명시한 모형과 보정 아래의 베이즈 추론이다. 양자역학이 틀릴 보편적인 빈도주의 확률이 아니며 추가 붕괴가 실제로 있음을 확립하지도 않는다.

$$\log L(\tau_e) = \sum_i \left[c_i \log S_i(\tau_e) + (C_{0i} - c_i) \log(1 - S_i(\tau_e)) \right] + \text{const.}$$

(12.4) 확률 S_i에는 제어와 분포들에 대한 평균, 선택한 수정이 포함된다. 이 재현에서 기준 계수 C_{0i}는 배포된 분석과 같은 방식으로 취급한다.

$$p(\tau_e \mid \mathcal{D}) = \frac{L(\tau_e)\pi_J(\tau_e)}{\int L(\tau_e)\pi_J(\tau_e)\,d\tau_e}$$

$$\int_0^{\tau_5} p(\tau_e \mid \mathcal{D})\,d\tau_e = 0.05.$$

(12.5) π_j는 선택한 제프리스 밀도이다. 하위 분위수는 밀도의 최댓값이 아니라 규격화된 밀도로 계산한다.

발표된 추정값의 재현

변경하지 않은 Macroscopicity_April2025.py와 talbotlau.py를 원본 자료로 실행했다. 계산 결과는 τ_5 = 2,842065516 × 10^{15} s와 μ = $\log_{10}(\tau_5/1\ \text{s})$ = 15,453634이다. 논문의 Methods에는 2,84 × 10^{15} s와 μ = 15,45가 제시되어 있고 초록에서는 15,5로 반올림했다. 저자들이 제시한 반올림 범위 안에서 일치한다. [15, 63]

최종 밀도와 그에 대응하는 가우스 근사 사이의 쿨백–라이블러 발산도 재현했다. 값은 0,001267708이며 논문에는 1,27 × 10^{-3}으로 제시되어 있다. 여기서 이 양은 얻은 분포의 형태를 나타내며 새로운 물리학의 오발견 확률을 대신하지 않는다.

물리적 결과와 분위수를 읽는 방법을 분리하기 위해 사다리꼴 적분으로 밀도를 독립적으로 규격화하고 이웃한 격자점 사이에서 5% 위치를 보간했다. τ_5 = 2,827503744 × 10^{15} s와 μ = 15,451403을 얻었다. μ의 차이는 약 0,00223으로 Methods에 제시한 결과의 정밀도보다 작다. 이는 같은 격자에서 분위수를 수치적으로 추출하는 방식의 검증이며 독립적인 물리적 교정이 아니다.

척도 μ는 특정한 수정들의 부류에서 제약하는 시간의 로그이다. 세계의 수나 대상의 의식 정도, 보편적인 양자성 백분율이 아니다. 그 의미는 선택한 동역학 계열과 질량 규격화, 통계적 제약 절차로 정해진다. 이 구성을 일관되게 사용할 때 실험 간 μ 비교에 의미가 있다. [65, 66]

이 결과는 공개 자료 묶음으로 발표된 수치 절차를 실제로 재현할 수 있음을 보여 준다. 다만 원본 코드의 재실행과 물리적 기술의 독립적인 구성은 서로 다른 과제를 해결한다. 전자는 자료 접근성과 계산 호환성, 발표된 수치를 검증한다. 후자는 교정과 대안 배경, 확률 모형 자체를 바꾸어 보아야 한다. 후자의 과제를 위해 뒤의 장들에서 별도의 통제된 수치 실험을 구성한다.

크기	발표값	재계산
점의 수	3895	3895
하위 5% 분위수 τ_5	$2{,}84 \times 10^{15}$ s	$2{,}842065516 \times 10^{15}$ s
Methods의 μ	15,45	15,453634
가우스 밀도에 대한 KL 발산	$1{,}27 \times 10^{-3}$	$1{,}267708 \times 10^{-3}$
CDF 보간 시 μ	별도의 공개된 결과가 아님	15,451403 — 이산화 검증

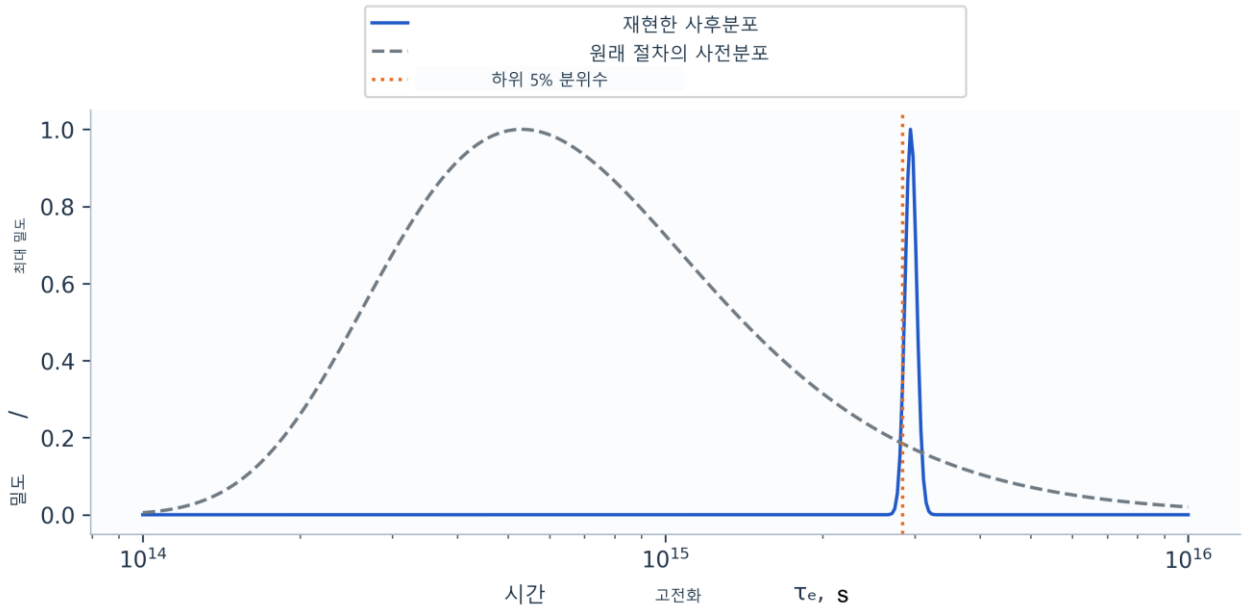


그림 32. 공개된 저자 절차를 다시 실행한 결과인 고전화 시간의 사후확률밀도와 하위 오 퍼센트 분위점. 그림을 위해서만 각 밀도를 자체 최대값으로 규격화했다. 자료와 원래 절차는 [63]에 따르며 표현은 직접 구성했다.

반복으로 실제 검증한 것

수행한 비교는 배포된 절차의 설정을 유지한다. 고정 길이 10 nm와 주어진 질량 구간, 위상, 광물리학적 관계에서의 계산을 확인한다. 모든 공간 길이에 걸친 최댓값 탐색이나 모든 교정의 공동 재평가는 다른 매개변수 공간의 별도 분석일 것이다. 원래 논문이 더 넓은 프로그램을 논의한다는 이유만으로 그 결과를 여기 기술한 재현의 결과로 돌릴 수 없다.

일곱 번째와 아홉 번째 장은 이런 한계가 왜 중요한지 보여 준다. 기체 조성과 격자 진동, 암계수 배경 처리는 잔여 손실의 추정값을 바꿀 수 있다. 한 교정에서 얻은 결과가 이 매개변수들에 둔감함을 증명하지는 않는다. 이를 검증하려면 추가 자료나 범위를 명시한 민감도 분석이 필요하다. 일반 측정 이론은 실제로 사용한 바로 그 조건들을 주장에 포함하도록 요구한다.

계산 부록에서는 원래 측정과 인공 계열을 구분한다. 실제 파일은 이름과 체크섬, 출처 표시를 보존하고 인공 계열은 생성기의 시드와 생성 법칙을 보존한다. 이렇게 구분하면 성공한 시뮬레이션을 가공의 자연 관측으로 바꾸지 않고 발표된 실험과 통계 방법을 모두 검증할 수 있다.

재현 후에는 다음 단계의 선택이 구체적이 된다. 교정 관계 하나를 바꾸고 결과의 이동을 측정하거나, 발생원과 전달을 공동으로 추정하거나, 같은 시간 조건에서 두 설계를 비교할 수 있다. 19–21장에서는 참 매개변수를 아는 모형으로 전체 탐색과 주입 신호 복원, 구간의 포함률, 새 조건에 대한 예측을 검증한다. 여기서는 그 모형이 실제 실험에 근거를 두고 적용의 한계를 명확히 한다.

공개 나트륨 보관 자료는 재현 가능한 외부 결과를 준다. 배포된 절차의 μ = 15,453634는 발표된 반올림값과 일치한다. 이 검증의 유용성은 파일과 확률, 수치 사이의 연결을 추적할 수 있다는 데 있다. 다음 수준의 연구는 불확실한 교정과 경쟁 배경 아래에서도 같은 투명성을 요구한다. 책의 마지막 부분은 이를 다룬다.

제 III부 중력과 물리적 시계

13 중력을 양자적 그림에 포함하기 어려운 이유

돌은 떨어지고 원자는 간섭하며 시계는 높이에 따라 속도가 달라진다. 각 과정에는 작동하는 물리적 기술이 있다. 어려움은 하나의 고전적 궤적으로 위치를 대신할 수 없는 대상이 중력원이 될 때 생긴다. 중첩된 질량은 어떤 장을 만드는가? 물질 자체가 양자 동역학을 따른다면 기하 구조는 어떻게 되는가? 이런 질문으로 나아가려면 정밀함이 필요하다. 두 위대한 이론의 양립 불가능성이라는 익숙한 문구 뒤에는 여러 다른 과제가 숨어 있다.

함께 적용한다고 통합되는 것은 아니다

통상적인 양자 문제에서는 공간이 장치의 위치를 정하고 시간이 연산의 순서를 표시하며 상태가 연구 대상 계를 기술한다. 이런 계산 구성을 유지하면서 발생원의 궤적이나 외부장의 형태, 검출기 설정을 정교하게 할 수 있다. 일반상대성이론에서는 기하 구조 자체가 동역학에 참여한다. 에너지 분포가 거리와 시계의 흐름에 영향을 준다. 따라서 두 기술을 통합할 때 바뀌는 것은 힘의 공식만이 아니다. 애초에 어떤 물리량을 기준으로 상태를 정하는가라는 문제가 생긴다.

그렇다고 양자역학과 중력을 한 계산에서 함께 쓰지 않는 것은 아니다. 알려진 지구 퍼텐셜을 원자의 해밀토니언에 더하면 파동함수 위상에 대한 중력 기여를 계산할 수 있다. 이 근사에서 지구는 외부 발생원 역할을 한다. 계산은 주어진 장 안에서 양자 물질이 어떻게 운동하는지 답한다. 중력장 자체에 어떤 상태가 허용되고 발생원의 양자 변화에 어떻게 반응하는지는 아직 말해 주지 않는다.

사고실험으로 이 차이를 쉽게 볼 수 있다. 무거운 구를 미리 왼쪽에 놓으면 그 옆 원자의 운동을 계산할 수 있다. 미리 오른쪽에 놓으면 다른 계산이 나온다. 그러나 두 위치 사이의 결맞음을 유지하는 구의 상태에는 상호작용이 두 가지와 그 상대 위상에 어떻게 작용하는지 명시해야 한다. 구의 평균 위치를 대입한다고 반드시 그 동역학을 재현하는 것은 아니다. 좌표의 평균값에는 양자 상태의 모든 정보가 들어 있지 않다.

여기서 세 독립적인 목표가 나온다. 고전장 안의 양자 물질을 연구하거나, 고전장과 양자 물질의 일관된 동역학을 구성하거나, 중력 자유도를 양자화할 수 있다. 접근 가능한 조건에서 예측들이 때로 일치한다. 두 자동차의 속도가 같다고 엔진 구조까지 같은 것은 아니듯, 예측의 일치가 접근법들을 동일하게 만들지는 않는다. 실험은 일치가 깨지는 양을 찾아야 한다.

낮은 에너지에서 작동하는 이론

문제는 종종 지나치게 극단적으로 제시된다. 중력의 양자화가 언제나 무의미한 무한대로 이어지는 것처럼 말한다. 더 정확한 주장은 임의로 높은 에너지에서 이론이 갖는 예측력에 관한 것이다. 통상적인 아인슈타인 작용을 모든 척도에서 최종적인 양자 이론으로 간주하면 새로 필요한 매개변수가 생긴다. 그러나 보정의 작음을 따라 체계적으로 고려하면서 제한된 적용 범위에서 사용하는 데에는 지장이 없다.

이 접근을 유효장이론이라 한다. 존 도너휴의 1994년 연구는 낮은 에너지의 양자 기여와 알려지지 않은 고에너지 물리학을 구별하고 특정한 장거리 보정을 얻는 방법을 보였다. 이는 대중적인 주장에 중요한 제약을 준다. 양자중력은 아무것도 계산할 줄 모른다는 주장은 틀리다. 다만 유효 기술이 우주의 가장 이른 단계나 특이점 내부의 완전한 그림을 주장하는 것은 아니다. [30]

여기서 유효하다는 것은 정확도를 제어한다는 뜻이다. 긴 파동을 연구할 때 파장보다 훨씬 작은 발생원의 세부는 몇 매개변수를 통해서만 계산에 들어갈 수 있다. 에너지가 커질수록 더 많은 세부를 고려해야 한다. 비슷한 원리로 모든 분자를 추적하지 않고 물의 흐름을 계산할 수 있다. 비유는 근사를 조직하는 방식에 관한 것이다. 공간이 어떤 특정한 미시적 매질로 이루어졌음을 입증하지는 않는다.

특성 에너지가 E인 과정에서는 G와 플랑크 상수, 광속으로 양자중력 효과의 작음을 나타내는 자연스러운 무차원 지표를 만들 수 있다. 이는 익숙한 실험실 에너지가 기하 구조에 강한 양자 보정이 생기는 조건과 왜 멀리 떨어져 있는지 보여 준다. 그러나 익숙한 힘의 작은 보정과 그 힘이 양자 결맞음을 전달하는 능력은 다른 징표이다. 후자는 때로 플랑크 에너지에 접근하지 않고 위상 누적과 상관관계로 검증할 수 있다.

$$\epsilon_G(E) = \frac{GE^2}{\hbar c^5} = \left(\frac{E}{E_{\mathrm{P}}}\right)^2$$

$$E_{\mathrm{P}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}.$$

(13.1) E가 관련 에너지 척도를 정하는 과정에 대한 차원 추정이다. 특정 실험의 계산을 대신하지 않으며 중력의 양자적 성격을 다루는 모든 실험이 플랑크 에너지에 도달해야 한다는 뜻도 아니다.

불확정적인 발생원이 만드는 장

가장 직관적인 갈림길은 장의 발생원을 선택할 때 생긴다. 반고전적 근사에서는 양자 물질의 에너지 분포 평균값이 기하 구조를 정할 수 있다. 양자 매개자를 기술할 때는 상호작용이 복합계의 상태에 작용하며 두 대상의 자유도를 연결할 수 있다. 전자에서는 평균이 연결 법칙 자체에 들어가고, 후자에서는 구체적인 관측 결과를 계산할 때 나중에 나타난다. 이 연산들의 순서를 바꾸면 예측이 달라질 수 있다.

질량을 가진 한 대상의 멀리 떨어진 두 파동묶음을 생각하자. 평균 밀도가 장을 정한다면 시험계는 발생원의 특정 분포에 반응한다. 상호작용의 결맞는 대안들이 유지되면 시험계는 발생원의 위치와 연결될 수 있다. 이 차이를 물질의 두 반쪽 그림으로 대체해서는 안 된다. 공간적 중첩과 고전적 혼합, 문자 그대로 나눈 질량은 평균 밀도가 같아도 접근 가능한 정보가 다를 수 있다.

그렇다고 평균 발생원을 쓰는 모든 기술이 자동으로 논리적으로 불가능한 것은 아니다. 상태 진화 규칙과 측정 확률, 장의 반응, 허용 개입을 포함한 전체 이론을 정해야 한다. 나머지와 조율하지 않고 방정식 하나만 바꾸면 비선형성이나 혼합의 준비 방식에 대한 예측 의존성, 정보 전달 문제가 생길 수 있다. 이런 성질은 공식이 아인슈타인 방정식과 겉으로 닮았는지가 아니라 복합계에서 검증한다.

고전적 양이 확률적이며 양자계와 연결되는 혼성 접근도 있다. Oppenheim과 공저자들이 연구한 일관된 고전–양자 동역학의 부류에서는 연결에 양자 부문의 결어긋남과 고전 부문의 확산 사이의 제약이 따른다. 이는 특정 수학적 부류의 이론적 조건이며 시공간 요동의 관측이 아니다. 고전적 기하 구조라는 가정이 추가 잡음이라는 정량적 대가를 갖는다는 데 가치가 있다. [43]



그림 33. 발생원과 탐침 문제의 세 설정은 주어진 장 안의 운동, 조건 없이 평균한 발생원의 장, 결맞는 대안들의 공동 동역학이다. 가운데 그림의 파란 영역은 밀도 분포를, 오른쪽 그림은 상태 성분과 탐침의 상관관계를 나타낸다. 반투명 영상은 물질의 절반을 뜻하지 않는다. 화살표는 힘의 방향이 아니라 모형의 연결을 나타낸다. 도식은 모형들을 구별하며 실험이 하나를 선택했다고 선언하지 않는다.

평균 발생원 실험이 검증한 것

평균 발생원 문제에는 실험의 역사가 있다. Page와 Geilker는 1981년에 가장 단순한 반고전적 아인슈타인 방정식과 양립하지 않는 결과를 보고했다. 이 예의 강점은 장과 양자 물질을 연결하는 특정 규칙을 검증한다는 데 있다. 저자들은 이를 중력 양자화의 간접적 지지로 정식화했으며 최종적인 증명으로 제시하지 않았다. [61]

간단한 도식으로 핵심적인 갈림길을 재구성할 수 있다. 양자 결과에 따라 발생원의 두 거시적 배치 중 어느 것이 실현될지 정해진다고 하자. 두 배치를 무조건 평균한 뒤 그 평균을 유일한 물리적 발생원이라 하면 시험 장치에 대한 한 예측이 나온다. 장치의 판독값이 실제 기록된 특정 배치와 상관된다면 다른 규칙이 필요하다. 기록 후 어떤 상태를 사용하며 개별 실험에서 정확히 무엇을 발생원으로 간주하는지가 결정적이다.

따라서 '고전적'이라는 말이 들어간 모든 모형에 실험적 논증을 옮길 수는 없다. 확률적 고전장, 측정 뒤의 조건부 동역학, 무조건적 평균장은 서로 다른 구성이다. 다음 검증을 위해 준비와 평균, 검출의 규칙을 미리 써 두어야 한다. 이 필요성이 중력 문제를 세 번째 장에서 다룬 측정 문제와 연결한다.

어려운 실험의 작은 질량

중력 신호는 질량과 함께 커지지만 무거운 대상을 제어된 중첩에 유지하기는 더 어렵다. 내부 자유도와 열복사, 잔류 기체와의 충돌, 지지대와의 결합은 추가 상호작용 채널을 만든다. 거리를 줄이면 중력이 강해지는 동시에 전자기력 억제의 요구도 높아진다. 따라서 가장 무거운 물체와 가장 가까운 이웃을 선택하는 것만으로 문제가 해결되지는 않는다. 모형들이 서로 달라지는 바로 그 성질을 유지해야 한다.

베스트팔과 동료들의 주목할 만한 실험은 반지름 약 일 밀리미터, 질량 약 구십 밀리그램인 금 구체들의 중력 결합을 측정했다. 연구는 2021년에 Nature에 발표되었다. 이는 작은 원천 사이의 고전적 인력을 민감하게 측정한 실증이다. 두 거대한 중첩의 중력 얽힘을 만들었다고 주장한 실험이 아니다. 이런 결과는 측정 영역을 개척했다는 점에서 중요하지만, 그 과학적 의미를 양자 매개체의 확인으로 넓혀서는 안 된다. [31]

완전한 실험에는 상태 준비와 충분히 긴 결맞음 유지, 제어된 상호작용, 신뢰할 수 있는 상관관계 판독이라는 여러 능력이 함께 필요하다. 각 단계의 개별 성공이 공동 프로토콜의 성공을 보장하지는 않는다. 예를 들어 냉각 수단은 포획 중 잡음을 더하고 파동묶음 분리 장치는 대상들 사이에 원치 않는 상호작용을 만들 수 있다. 장치의 매개변수들은 연결된 문제를 이루며 한 특성의 개선이 다른 특성을 악화시키기도 한다.

이것이 사전 계산의 가치를 설명한다. 온도와 거리 표류, 무작위 전하, 판독 시간, 반복 수 중 무엇이 실험을 실제로 제한하는지 보여 줄 수 있다. 이런 분석이 없으면 이론의 구별가능성을 거의 높이지 못하는 부품을 수년간 개선할 수 있다. 좋은 모형은 엔지니어에게 측정 가능한 목표를 제시하고 근본적인 결론이 의존하는 가정도 명시한다.

기하 구조와 준비의 수치적 오차 예산

어려움의 목록에서 한 계산의 오차 예산으로 넘어가 보자. 다음 장에서는 각각 10^{-14} kg인 두 질량과 중심 거리 d = 450 μm, 가지 간격 s = 250 μm, 유지 시간 t = 2 s를 사용한다. 이는 학습용 배치이다. 매개변수들이 장치에서 동시에 달성된 특성이라고 주장하지 않는다. 여기서는 질량과 기하 구조의 오차를 얽힘을 만드는 위상의 오차로 변환하고 결과 해석에 어떤 제어가 필요한지 보기 위해 쓴다. 여기서 Δ는 LL과 RR 가지의 위상 합에서 LR과 RL의 위상 합을 뺀 것이다. 왜 이 조합이 얽힘을 정하는지는 다음 장에서 보인다.

점질량의 뉴턴 에너지에서 위상의 절댓값은 m₁m₂ts²/[d(d²−s²)]에 비례한다. 각 입력의 작은 변화에는 해당 로그 미분이 곱해진다. 따라서 d의 일 마이크로미터 오차와 s의 일 마이크로미터 오차는 대가가 다르다. s가 d에 가까워지면 미분들이 커진다. 신호 증대에 기하 구조에 대한 민감도 증대가 따른다. 이는 모형의 성질이며 측정 장치의 결함이 아니다.

표에는 예시용 독립 표준불확도를 정했다. 미분 계산에는 작은 s/d 근사 없이 정확한 네 분기 공식을 사용했다. 각 행은 Δ의 표준불확도에 대한 기여다. 제곱합의 제곱근으로 더하면 약 0,00399 rad, 곧 위상 절댓값의 1,59 %를 얻는다. 보정들이 상관되어 있다면 이 합산 대신 전체 공분산 행렬이 필요하다. 예를 들어 영상의 공통 척도 오차는 d와 s를 동시에 바꾼다.

일정한 교정값의 불확실성과 실행마다의 무작위 변화는 다르게 작용한다. 전자는 허용 예측의 범위를 넓힌다. 후자는 평균 상태에서 위상을 추가로 흐리게 할 수 있다. 표의 수치를 결어긋남 지수에 자동으로 대입할 수 없다. 그러려면 표류의 시간 통계를 측정하고 어떤 요동이 두 대상과 네 가지에 공통인지 정해야 한다.

고정된 파동묶음이라는 가정도 물리적으로 구현해야 한다. 자유 파동묶음은 퍼지며 포획 퍼텐셜과 제어는 그 형태와 위상을 바꾼다. 폭을 아는 가우스 파동묶음에 대해서는 좌표 분포에 대해 뉴턴 퍼텐셜을 평균하거나 전체 상태를 수치적으로 전파할 수 있다. 폭이 최소 거리 d−s보다 훨씬 작아야 한다는 좁음의 전제는 이런 평균이 작은 보정일 수 있는 영역만 정한다. 파동묶음 운동의 검증을 대신하지 않는다.

이후 가시도 v는 준비와 유지, 재결합을 거친 각 두 가지 부분계의 결맞음을 나타낸다. 이 채널들이 같은지 검증한 뒤에만 하나의 v를 사용할 수 있다. 판독 오차는 별도로 도입한다. 이렇게 구분하면 양자 자원 자체가 줄었는지, 아니면 이를 검출할 능력이 나빠졌는지 알 수 있다.

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta} = \frac{\delta m_1}{m_1} + \frac{\delta m_2}{m_2} + \frac{\delta t}{t} + \left(\frac{2}{s} + \frac{2s}{d^2 - s^2} \right) \delta s - \left(\frac{1}{d} + \frac{2d}{d^2 - s^2} \right) \delta d .$$

(13.2) 작은 매개변수 변화의 선형 전파. 공분산 Σ를 갖는 표준불확도에는 σ²Δ = JΣJᵀ를 사용하며, J는 입력들에 대한 Δ의 미분으로 이루어진 행벡터이다.

예시용 위상 불확도 예산

입력	가정한 불확도	σΔ에 대한 기여, rad
첫째 물체의 질량	1 %	0,002511
둘째 물체의 질량	1 %	0,002511
거리 d	0,5 μm	0,001086
간격 s	0,5 μm	0,001453
유지 시간 t	1 ms	0,000126

이 불확도들은 계산을 위해 정한 것이며 실험 플랫폼에서 달성한 정밀도의 보고가 아니다.

약한 외부 결합이 결정적일 수 있는 이유

중력적 해석을 좌우하는 것은 외부 힘의 절대적 작음이 아니라 유용한 효과에 대한 그 비율이다. 각각 10^{-14} kg인 동일한 두 질량의 경우, 각 대상에 기본전하 하나가 있으면 쿨롱 에너지는 같은 기하학적 형태 1/r을 가지면서 뉴턴 에너지보다 약 $3{,}46\cdot10^{10}$배 크다. 여기서는 실제로 전하가 있다고 가정하지 않는다. 그런 준비 오차의 대가를 계산하는 것이다.

두 잔류 전하를 연속적으로 줄일 수 있다고 가정하면, 쿨롱 기여가 중력 기여의 일 퍼센트보다 작아야 한다는 요구는 각 전하의 절댓값이 대략 기본전하의 $5{,}4\cdot10^{-7}$보다 작아야 한다는 조건에 해당한다. 고립된 물체에서 자유전하가 이런 분수 값을 가질 수 있다는 기술이 아니다. 이 수치는 중성 상태와 전자기 상호작용의 독립 검증이 필요함을 보여 준다. 전체 전하가 영이어도 쌍극자 모멘트, 불균일한 표면 퍼텐셜, 분극이 배제되지는 않는다.

교정은 바로 네 가지의 위상 조합을 검증해야 한다. 둘째 대상의 모든 상태에서 첫 대상에 똑같이 작용하는 장은 국소 위상을 주며 판독 축을 선택해 제거할 수 있다. 두 대상의 상태에 모두 의존하는 결합은 중력과 같은 얽힘 위상 조합을 만들 수 있다. 따라서 평균 가속도 측정과 낮은 배경 잡음의 입증만으로는 상관관계의 비중력적 기원이 배제되지 않는다.

거리와 배향, 차폐, 전하 준비 조건을 바꾸어 대조 계열을 구성할 수 있다. 각 변화에는 별도의 모형이 필요하다. 차폐막은 정전기 결합을 억제하면서 요동이나 역학적 결합을 더할 수 있다. 최종 분석에서 얽힘 증인에는 기하 구조의 교정과 외부 상호작용에 대해 검증한 한계가 함께 제시되어야 한다. 그렇지 않으면 최종 상태의 양자성은 확립해도 그 발생 원인은 확립하지 못한다.

$$\frac{|U_C|}{|U_G|} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 G m_1 m_2}.$$

(13.3) 이 비는 같은 거리에 놓인 점전하와 점질량에 해당한다. 공간적으로 퍼진 중성 대상에는 다른 전자기 모형이 필요하다.



그림 34. 두 작은 질량 사이의 외부 결합을 검증하는 개념도. 삽화의 단면은 별도의 국소 제어 수단과 공통 기계 구조를 나타낸다. 확대 도식은 잔류 전하, 표면장, 지지대를 통한 전달을 강조한다. 기체와 열복사도 환경 모형에 들어간다. 구현은 개념적으로 나타냈다. 필요한 중첩이나 중력적 얽힘이 달성되었음을 확인하는 그림이 아니며 정량적 설계도를 정하지도 않는다.

답변의 수준

가능한 첫 답은 상호작용 자체에 관한 것이다. 관측 신호가 선택한 범위에서 중력과 일치한다. 다음 답은 물질의 양자 상태에 관한 것으로, 상호작용 후 얽힘이나 미리 정한 다른 성질이 생긴다. 더 강한 결론은 매개자에 관한 것이다. 자료가 상호작용을 전달하는 고전적 방식의 특정 부류를 배제한다. 장의 양자와 상대론적 동역학, 기하 구조의 최종 미시 이론에 대한 주장은 더 먼 단계에 있다.

이 수준들 사이에는 추가 논증이 필요하다. 매개자에 대한 결론을 위해서는 물체 사이의 다른 결합을 배제하고 초기 상태들의 독립성을 검증해야 한다. 중력자에 대해 결론을 내리려면 장의 양자가 정확히 무엇을 뜻하며 어떤 조건을 연구했는지 명확히 해야 한다. 근본 이론을 선택하려면 경쟁 이론들이 다르게 예측하는 관측가능량이 필요하다. 성공적인 상관 곡선 하나에 이 모든 내용이 자동으로 담기지는 않는다.

이 순서는 실험실 실험의 중요성을 줄이지 않는다. 오히려 달성 가능한 결과를 미리 정하게 한다. 넓지만 구체적인 모형 계열의 배제는 최종 이론을 고르지 못해도 연구 방향을 바꿀 수 있다. 잡음에 대한 새 제약도 의미가 있다. 대안 동역학이 여러 측정을 동시에 충족하도록 요구하기 때문이다. 허용되는 설명의 공간이 줄고 다음 결정적 실험이 더 명확해질 때 과학은 전진한다.

14 두 질량과 매개자 검증

작은 두 질량을 처음에 독립적으로 준비했다고 하자. 각각은 두 공간 위치의 결맞는 중첩에 있을 수 있다. 둘을 상호작용하게 둔 뒤 측정 결과를 비교한다. 겉으로는 아주 약한 힘을 연구하는 실험과 비슷하다. 핵심 질문은 더 깊다. 상호작용이 두 참여자의 독립적인 상태들로는 더 이상 기술할 수 없는 상태를 만들 수 있는가?

네 대안에서 하나의 상태로

Bose 연구진과 Marletto–Vedral 연구진은 2017년에 중력이 만드는 얽힘을 매개자의 비고전적 성질에 대한 증인으로 쓰자고 제안했다. Bose와 공저자들의 방식에서는 공간 상태를 스핀과 연결해 스핀 측정으로 필요한 상관관계를 판독한다. 이는 실험 제안과 이론적 논증이다. 발표 자체가 중력적 얽힘이 검출되었다는 뜻은 아니다. [32, 33]

학습용 계산에는 각 질량의 잘 구별되는 두 위치 L과 R만 남겨도 충분하다. 공간 파동묶음은 상호작용하는 대상 사이의 거리에 비해 좁다고 가정한다. 초기 상태에는 진폭의 절댓값이 같은 네 조합 LL, LR, RL, RR이 들어 있다. 독립적인 준비는 두 상태의 곱을 정한다. 처음에는 얽힘이 없다.

각 조합에서 질량 사이의 거리가 다르므로 중력 퍼텐셜 에너지도 다르다. 유지 시간 동안 각 가지는 서로 다른 위상을 쌓는다. 이 위상들을 첫 대상의 개별 기여와 둘째 대상의 개별 기여로 완전히 분해할 수 있으면 상태는 곱으로 남는다. 그런 분해가 불가능하면 얽힘이 생긴다. 따라서 중요한 것은 누적 위상의 크기만이 아니라 두 위치에 동시에 의존하는 방식이다.

가장 단순한 모형에서는 유지 중 위치가 고정되고 파동묶음 분리와 재결합 때의 이동은 무시할 수 있으며 손실이 없다. 의도적으로 범위를 제한한 기술이다. 이를 통해 대수와 크기 차수를 검증할 수 있다. 실험 설계에서는 제어 구간을 포함한 실제 궤적을 따라 위상을 적분하고 추가 상호작용을 중력과 같은 계산에 넣어야 한다.

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2}\sum_{a,b\in\{L,R\}} e^{i\phi_{ab}}|a\rangle_1|b\rangle_2$$

$$\phi_{ab} = \frac{Gm_1m_2t}{\hbar r_{ab}}.$$

(14.1) 위상의 양의 부호는 음의 뉴턴 에너지 U = −Gm₁m₂/r와 진화 인자 exp(−iUt/ℏ)에서 나온다. 거리가 바뀌면 t/r 대신 1/r(τ)의 시간 적분을 쓴다.

국소적으로 제거할 수 없는 위상 조합

첫 대상의 상태에 L 또는 R에만 의존하는 임의의 위상을 더하고 다른 대상에도 같은 작업을 한다고 하자. 이 연산들은 개별 계수를 바꾸지만 대상 사이 상호작용을 만들지는 않는다. 이를 빼고 나면 네 위상의 중요한 조합 하나가 남는다. 같은 표지의 위상 합에서 다른 표지의 위상 합을 뺀 값이다. 계수의 절댓값이 같은 이상적 상태의 얽힘을 정하는 것이 바로 이 양이다.

보이지 않는 매개 입자의 이미지에 의존하지 않고 유도를 검증할 수 있다. 상태 계수들은 이 행이 열의 행렬을 이룬다. 두 벡터의 곱 상태라면 행렬식은 영이다. 여기서 행렬식은 두 복소수의 차이에 비례한다. 하나는 LL과 RR 위상의 합을, 다른 하나는 LR과 RL의 합을 포함한다. 절댓값이 같으므로 차이는 둘 사이의 각도로만 정해진다.

두 이준위계의 순수 상태에 대한 편리한 얽힘 척도를 concurrence라 하며 아래에서는 C로 표시한다. 영은 곱 상태에, 일은 최대 얽힘에 해당한다. 공식은 효과의 주기성을 보여 준다. 시간을 늘린다고 C가 항상 커지지는 않는다. 위상이 최댓값을 지나 다시 곱 상태로 돌아올 수 있다. 따라서 지속 시간을 한 번 잘못 골랐다고 상호작용이 전혀 얽힘을 만들지 않는다고 결론 내릴 수 없다.

$$\Delta = \phi_{LL} + \phi_{RR} - \phi_{LR} - \phi_{RL}.$$

(14.2) 독립적인 위상 α_a와 β_β 를 더해도 Δ는 바뀌지 않는다. 이 조합에서 그 기여들이 서로 상쇄된다.

$$C = 2|a_{LL}a_{RR} - a_{LR}a_{RL}| = \left|\sin\frac{\Delta}{2}\right|.$$

(14.3) 마지막 등식에서는 $a_{a\beta} = \exp(i\varphi_{a\beta})/2$를 썼다. 순수 상태와 직교 가지, 같은 초기 진폭에 해당한다. 혼합 상태에는 이 짧은 공식을 적용할 수 없다.

기하 구조는 힘보다 많은 것을 정한다

직관적인 예로 초기 위치들의 중심이 거리 d만큼 떨어져 있고, 두 질량 모두 같은 직선 위에서 가지 사이에 같은 크기 s만큼 이동한다고 하자. 그러면 두 조합의 거리는 d이고 하나는 d+s, 다른 하나는 d−s이다. 이를 대입하면 점질량 모형 안에서 정확한 식을 얻는다. s가 d보다 훨씬 작으면 s의 제곱과 d의 세제곱의 역수에 대한 의존성이 남는다.

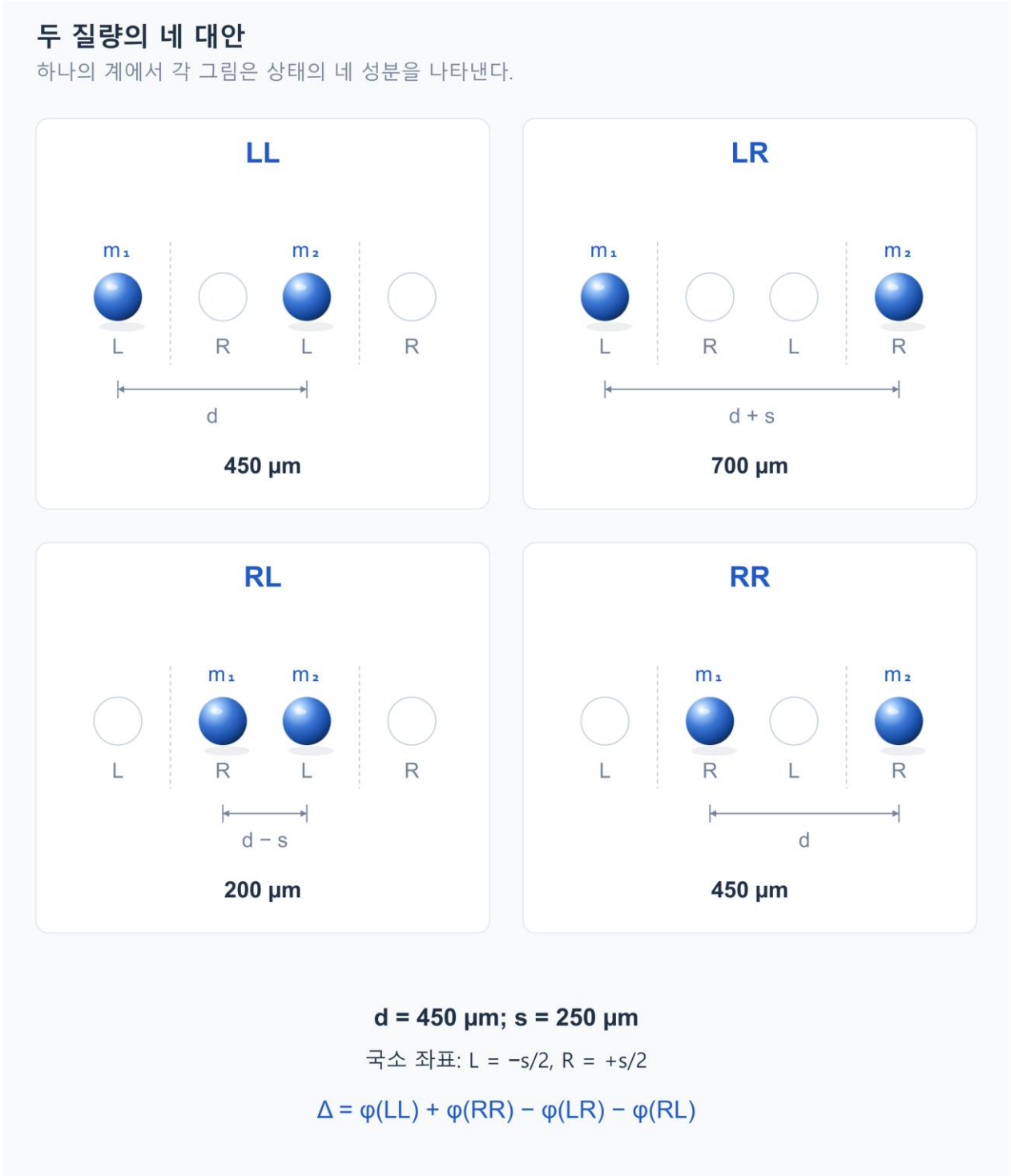


그림 35. 국소 좌표 L=−s/2와 R=+s/2의 방향을 공통으로 정한 두 질량 모형의 네 성분. LL과 RR 분기의 거리는 d, LR에서는 d+s, RL에서는 d−s다. 예시용 d=450 μm와 s=250 μm에서는 각각 450, 700, 200, 450 μm다. 회색 표지는 가능한 두 국소 위치를, 파란 구는 각 그림에서 선택한 대안을 나타낸다. 이는 한 상태의 성분들이며 각 분기에서 각 물체의 질량은 온전히 유지된다. 중심 사이 거리는 제시한 값에 비례하지만 구의 지름은 개념적이다.

결과에는 물리적 의미가 있다. 모든 가지의 거의 같은 가속도는 주로 국소 위상 이동을 주며, 이것만으로는 대상들을 연결하지 않는다. 얽힘을 만드는 부분은 대안들 사이 상호작용의 차이에 민감하다. 따라서 평균 힘이 같아도 기하 구조가 다르면 유용한 신호가 달라질 수 있다. 파동묶음의 배치 선택은 장치의 편의만이 아니라 근본적인 측정의 일부이다.

실현된 실험이라고 주장하지 않는 예시값 $m_1 = m_2 = 10^{-14}$ kg, d = 450 μm, s = 250 μm와 유지 시간 2 s를 대입할 수 있다. 결어긋남이 전혀 없을 때 정확한 공식은 Δ의 절댓값 약 0,25 라디안과 C 약 0,13을 준다. 여기서는 s/d가 절반보다 커 작은 s 근사는 이미 그다지 정확하지 않다. 아름다운 점근 공식을 공학적 결론에 앞서 검증해야 하는 이유를 보여 주는 예이다.

긴 유지 시간은 위상을 키우지만 환경이 결맞음을 파괴할 시간도 늘린다. 거리를 줄이면 그 측정 오차에 대한 민감도가 커진다. 공간적으로 퍼진 물체에는 질량 분포에 대한 적분이 필요하다. 특히 형태의 편차와 배향, 표면의 근접성이 중요하다. 서로 겹치지 않는 구대칭 물체들의 뉴턴 에너지는 중심에 놓인 점질량의 에너지와 같다. 따라서 크기가 항상 보정을 요구하는 것은 아니지만 대칭 조건을 정당화해야 한다.

$$\Delta = \frac{G m_1 m_2 t}{\hbar}\left(\frac{2}{d} - \frac{1}{d+s} - \frac{1}{d-s}\right) = -\frac{2G m_1 m_2 t s^2}{\hbar d(d^2 - s^2)}.$$

(14.4) d > s이고 물리적 물체들이 겹치지 않아야 한다. $s \ll d$이면 분모를 $\hbar d^3$으로 바꿀 수 있다. 부호는 가지의 표지에 따라 달라지며 C에는 영향을 주지 않는다.

$$U_{ab} = -G\int d^3x\, d^3y\, \frac{\varrho_{1a}(\mathbf{x})\,\varrho_{2b}(\mathbf{y})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}.$$

(14.5) ϱ는 질량밀도이며 첨자 a와 b는 해당 분기의 위치 또는 배향이다. 모양과 질량 분포가 중요할 때 이 에너지가 점질량 식을 대신한다.

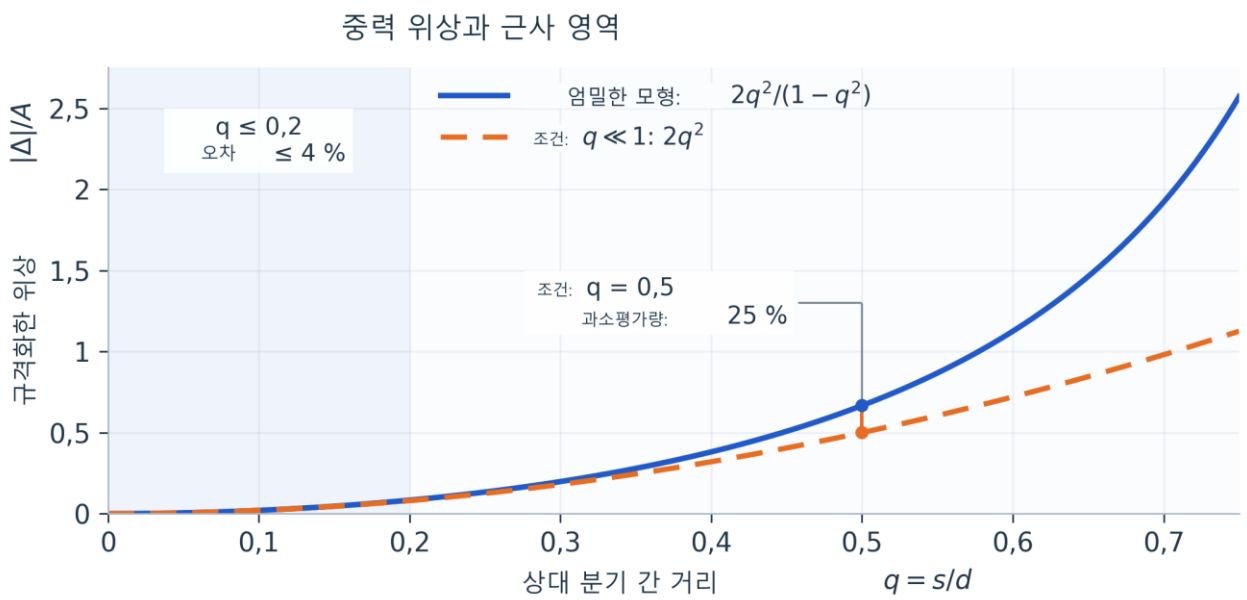


그림 36. $A = Gm_1m_2t/(\hbar d)$를 고정했을 때 점질량의 규격화한 중력 위상 계산. 실선은 $|\Delta|/A = 2q^2/(1-q^2)$이며 $q = s/d$다. 점선은 $q \ll 1$에서의 근사 $2q^2$다. 정확한 값에 대한 상대적 과소평가는 q^2로, $q = 0{,}2$에서는 4 %, $q = 0{,}5$에서는 25 %다. 실험 자료가 아니라 예시 모형이다.

환경과 만난 뒤 남는 것

실제 결과는 밀도행렬로 기술한다. 대각 성분은 가지의 확률을 주고 비대각 성분은 가지 사이의 결맞음을 담는다. 무작위 위상 잡음은 위치 확률을 바꾸지 않고 후자를 줄일 수 있다. 따라서 거의 같은 네 검출 빈도만으로는 중첩의 보존을 알 수 없다. 다른 기저에서의 측정이나 간섭에 대한 접근, 미리 정당화한 얽힘 증인이 필요하다.

단순한 순수 결어긋남 모형에서는 행렬 성분에 위상 인자와 감쇠가 붙는다. 그러나 각 가지 쌍에 편리한 감쇠율을 임의로 지정할 수는 없다. 전체 변환이 상태의 물리적 허용성을 보존해야 한다. 구체적인 무작위 힘이나 올바른 열린계 방정식으로부터 잡음을 유도하는 편이 더 확실하다. 상태 전이와 입자 손실, 가열까지 생기면 비대각 성분에 대한 지수함수 하나로는 부족하다.

허용되는 모형에서도 손실은 자료 선별에 영향을 줄 수 있다. 성공한 검출만 분석한다면 성공이 무엇에 의존하는지 명시해야 한다. 선별은 관측된 상관관계의 형태를 바꿀 수 있다. 검출기 교정과 준비 오차도 마찬가지이다. 올바른 계산은 발생원 매개변수를 미검출까지 포함한 원시 결과 확률과 연결한 다음 얽힘 추정값과 불확실성을 구성한다.

얽힘이 관측되지 않는 데에는 여러 원인이 있을 수 있다. 상호작용이 얽힘을 만들지 않거나, 환경이 너무 빨리 지우거나, 선택한 증인이 충분히 민감하지 않거나, 아직 측정 수가 부족할 수 있다. 추가 설정과 대조 계열로 이 가능성들을 구분한다. 음성 결과는 구체적인 예측 범위를

배제하는 것으로 정식화할 때 유용하다. 민감도 평가 없이 "얽힘을 찾지 못했다"는 말은 중력에 대해 거의 알려 주지 않는다.

$$\rho_{ab,cd}(t) = \rho_{ab,cd}(0)\exp\{i[\phi_{ab}(t) - \phi_{cd}(t)] - \Gamma_{ab,cd}t\}.$$

(14.6) 물리적으로 일관된 감쇠율 Γ를 갖는 정상 마르코프 순수 위상 잡음의 학습용 형태이다. 보편적인 환경 모형이 아니며 객관적 붕괴 메커니즘을 증명하지 않는다.

위상 잡음에서의 명시적 상태행렬

추가적인 미정 계수 없이 혼합 상태로 넘어갈 수 있다. 먼저 국소 위상 판독 축을 선택하면 편리하다. 임의의 네 위상은 공통 위상과 두 개별 회전, 상호작용 부분으로 분해된다. z_L = 1이고 z_R = −1이면 마지막 부분은 $\Delta z_\alpha z_\beta/4$이다. 공통 위상은 관측되지 않는다. 국소 회전은 교정으로 정하며 측정할 때 보상한다.

이 연산 후 순수 상태는 $\exp(i\Delta Z_1 Z_2/4)|{+}{+}\rangle$로 쓴다. 여기서 $|+\rangle = (|L\rangle+|R\rangle)/\sqrt{2}$이고 Z는 두 가지를 구별한다. 보상은 두 국소 연산의 곱이므로 얽힘을 만들지 않는다. 그러나 보상 오차는 구체적인 측정 상관관계의 값을 바꾼다. 따라서 증인의 유의성을 선언할 바로 그 표본에서 축들을 독립적으로 최적화할 수 없다. 이런 조정에는 별도의 학습 계열이나 탐색에 대한 통계적 처리가 필요하다.

각 대상이 독립적으로 순수 위상 감쇠 채널을 통과한다고 하자. 단일 입자 행렬의 대각 성분은 보존되고 비대각 성분에는 영에서 일 사이의 v를 곱한다. 두 입자 행렬에서 한 부분계의 표지만 다른 성분에는 v가, 두 표지가 모두 다른 성분에는 v^2가 곱해진다. 허용되는 두 채널의 텐서곱이므로 전체 상태의 양성은 구성상 보장된다.

아래 행렬의 순서는 LL, LR, RL, RR이다. 대각 성분들이 같지만 이것만으로 양자적 성질을 정할 수는 없다. $v = 0$이면 네 가지의 완전 혼합 상태가 되고 $v = 1$이면 순수 위상 예가 복원된다. 중간값들은 위치 검출 확률을 유지하면서 결맞음이 연속적으로 저하되는 것을 기술한다.

정상적인 국소 위상 잡음에는 $v = \exp(-\gamma t)$로 둘 수 있다. 이 감쇠율 γ의 정의는 단일 입자 비대각 성분의 감쇠에 해당한다. 대상의 손실이나 준비의 비대칭, 가지 사이의 무작위 전이는 포함하지 않는다. 이런 과정들이 중요하면 각각의 채널에 따라 행렬을 바꿔야 한다.

$$\phi_{ab} = \phi_0 + \alpha z_a + \beta z_b + \frac{\Delta}{4} z_a z_b$$

$$\phi_0 = \frac{1}{4}\sum_{a,b} \phi_{ab}.$$

(14.7) α = (φLL+φLR−φRL−φRR)/4이고 β = (φLL−φLR+φRL−φRR)/4이다. 회전 exp(−iαZ₁)과 exp(−iβZ₂)는 국소 성분들을 제거한다.

$$\rho_v = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & v e^{i\Delta/2} & v e^{i\Delta/2} & v^2 \\ v e^{-i\Delta/2} & 1 & v^2 & v e^{-i\Delta/2} \\ v e^{-i\Delta/2} & v^2 & 1 & v e^{-i\Delta/2} \\ v^2 & v e^{i\Delta/2} & v e^{i\Delta/2} & 1 \end{pmatrix}.$$

(14.8) 직교 가지와 같은 초기 진폭, 보상된 국소 위상, 동일하고 독립적인 위상 감쇠 채널에 대한 행렬이다.

얽힘 증거를 위한 세 설정

두 준위 계 둘의 행렬에는 엄밀한 검증이 있다. 분리 가능한 상태라면 두 번째 부분계에 대한 부분 전치가 양의성을 보존해야 한다. 이 곱하기 이 차원에서는 이 조건이 분리 가능성에 충분하기도 하다. 더 큰 차원에서는 이 마지막 주장이 성립하지 않는다. [59] 고려하는 모형군의 스펙트럼은 명시적으로 계산되며 원소 하나만 음수가 될 수 있다.

C₀ = |sin(Δ/2)|로 표시하자. 네거티비티, 즉 부분 전치 행렬의 음의 고유값들의 절댓값 합은 max[0,(v²+2vC₀−1)/4]이다. 따라서 문턱은 v²+2vC₀ = 1로 정해진다. 원래 기하 구조에서 그 값은 v = 0,88256848이다. 유지 시간이 이 초이고 v = exp(−γt)이면 얽힘에는 γ < 0,06245945 s⁻¹가 필요하다. 이는 특정 상태 모형의 경계이다.

여기서는 완전한 토모그래피가 필수는 아니다. 가지 기저의 파울리 행렬로 X, Y, Z를 도입하고 q = sign[sin(Δ/2)]를 미리 고정하자. 세 설정이면 충분하다. 두 대상의 X, 이어 첫 대상의 Y와 둘째의 Z, 이어 첫 대상의 Z와 둘째의 Y를 측정한다. 세 상관관계로 지표 S를 구성한다. 제시한 예의 음의 Δ에서는 q = −1이므로 측정한 세 상관관계를 모두 더한다.

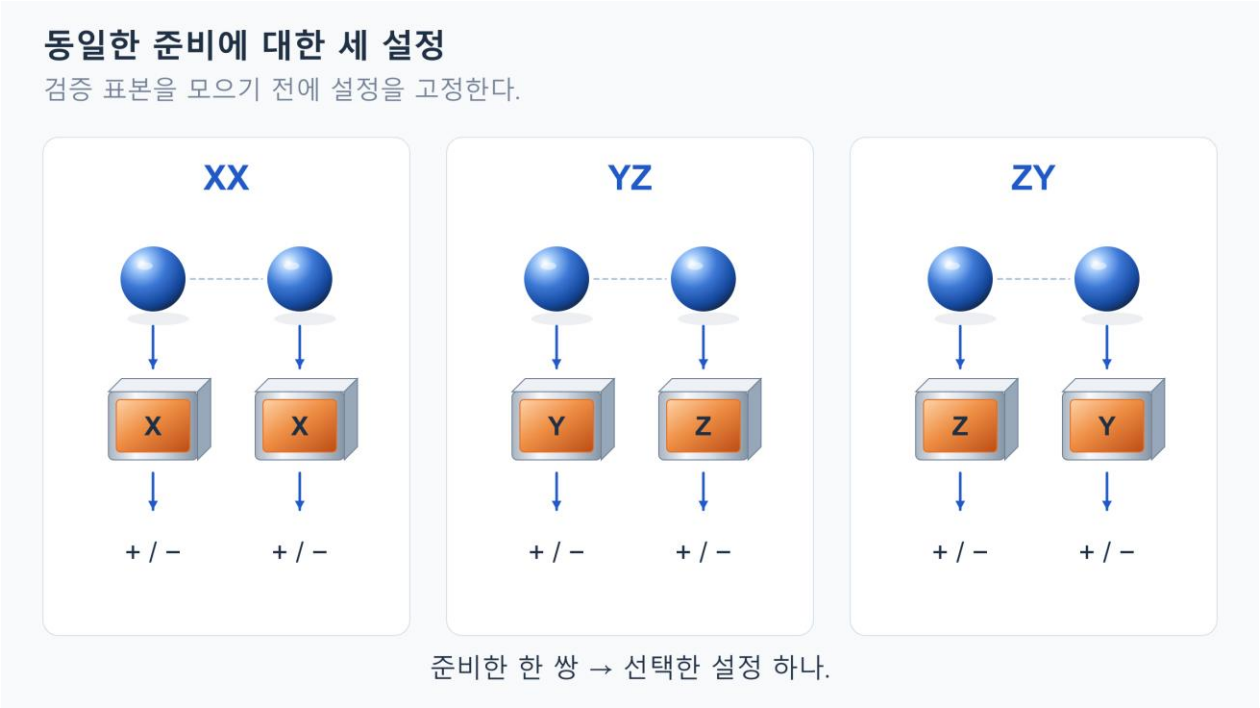


그림 37. 미리 선택한 XX, YZ, ZY의 세 설정에 대해 같은 준비를 반복한다. 각 쌍은 하나의 설정에서 검출되어 네 부호 쌍 중 하나를 준다. 양립하지 않는 축들을 같은 쌍에서 동시에 측정하지 않는다. 도식은 얽힘 증거량의 판독 방법을 설명한다. 매개자의 본성에 대한 결론에는 추가 전제와 다른 결합의 검증이 필요하다.

경계 S ≤ 1은 선택한 잡음 집합뿐 아니라 모든 분리 가능한 두 큐비트 상태에 적용된다. 곱 상태에서는 상관관계가 국소 블로흐 벡터 r과 s의 성분 곱으로 나타난다. 이때 S = $r^{T}Ts$이며, T는 두 좌표를 바꾸고 경우에 따라 부호를 바꾼다. T의 스펙트럼 노름은 일이며 블로흐 벡터의 길이는 일을 넘지 않는다. 따라서 S ≤ 1이다. 곱 상태들의 혼합에서도 선형성 때문에 부등식이 유지된다.

주어진 행렬에서 ⟨XX⟩ = v^2이고 ⟨YZ⟩ = ⟨ZY⟩ = −v sin(Δ/2)다. 따라서 S = v^2+2vC_0이며, 이 특정 증인은 부분전치 기준과 같은 문턱에 도달한다. 이 일치는 상태 집합의 대칭성에서 나온다. 임의의 혼합 상태에서 S ≤ 1을 위반하지 않았다는 사실은 분리 가능성의 증거가 아니다. 다른 증인이 더 민감할 수 있다.

여기서 수학적 검증의 범위는 명확하다. 선택한 두 자유도의 성질을 측정한다. 중력 매개자에 대한 결론에는 초기 준비의 독립성과 다른 연결 채널의 검증이 추가로 필요하다. 국소적인 축 변경이 물리적으로 거짓 얽힘을 만들 수는 없지만, 알려지지 않았거나 자료에 맞추어 고른 축 선택 절차는 통계 추정을 왜곡할 수 있다.

$$\operatorname{spec}\left(\rho_{v}^{T_2}\right)=\left\{\frac{1+v^2\pm 2v\left|\cos(\Delta/2)\right|}{4},\frac{1-v^2\pm 2v\left|\sin(\Delta/2)\right|}{4}\right\}.$$

(14.9) 각 쌍에는 값이 둘씩 있다. 첫 쌍은 음이 아니며 둘째 쌍의 최솟값이 이 계열의 문턱을 정한다.

$$S = \langle X \otimes X \rangle - q(\langle Y \otimes Z \rangle + \langle Z \otimes Y \rangle)$$
$$W = \frac{I - X \otimes X + q(Y \otimes Z + Z \otimes Y)}{4}.$$

(14.10) 모든 분리 가능한 상태에서 S ≤ 1이고 ⟨W⟩ ≥ 0이다. S > 1의 위반은 얽힘을 나타낸다. q는 데이터를 분석하기 전에 선택한다.

$$v_{\text{crit}} = \sqrt{1 + C_0^2} - C_0$$
$$\mathcal{N} = \max\left(0, \frac{v^2 + 2vC_0 - 1}{4}\right).$$

(14.11) C_0는 이상적인 순수 상태를 나타낸다. 네거티비티 N과 concurrence C_0는 서로 다른 척도이며 잡음이 있는 상태에서 동일시할 수 없다.

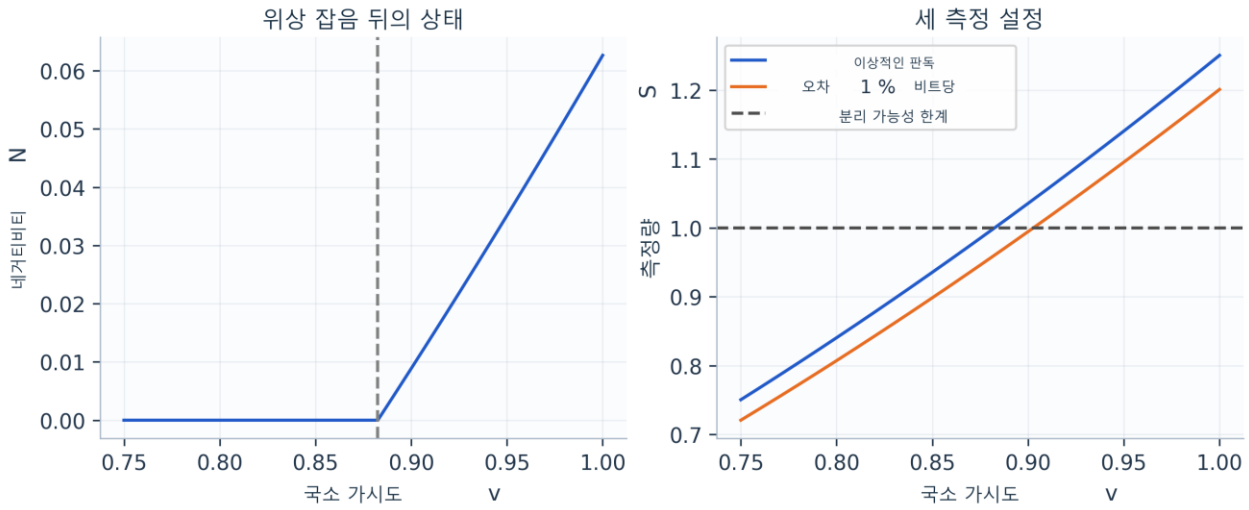


그림 38. 두 가지 모형의 얽힘 경계. 왼쪽은 혼합 상태의 네거티비티이며 오른쪽은 이상적 판독과 기록 부호당 오류 1 %에서의 세 설정 지표 S이다. 채택한 기하 구조에서 상태의 문턱은 v = 0,882568이며, 이 오류가 있는 직접 증인의 문턱은 v = 0,902822이다. 주어진 모형의 계산이며 측정이 아니다.

상태에서 검출기의 네 결과로

세 설정 각각에는 네 쌍의 이진 결과가 있다. ++, +−, −+, −−다. 상관관계는 그 빈도에서 직접 얻는다. 같은 부호는 +1, 다른 부호는 −1을 기여한다. 그러나 완전한 우도에는 네 확률 모두가 필요하다. XX 설정에서는 단일 입자 평균도 영이 아니기 때문이다. 데이터를 하나의 지표로 줄이면 증인에는 편리하지만 원기록을 잃어서는 안 된다.

첫 대상에서 A를, 둘째 대상에서 B를 측정할 때 결과 쌍 a,b의 확률은 일과 두 단일 입자 평균과 상관 항의 합의 사분의 일이다. 선택한 축에서 〈X₁〉 = 〈X₂〉 = v cos(Δ/2)이며 Y와 Z의 평균은 영이다. 따라서 준비가 잘되면 XX 결과 대부분은 ++ 부호를 갖지만, 다른 두 설정은 균일 분포에 가깝게 남는다.

별도로 검증할 수 있는 간단한 검출 응답을 도입하자. 기록하는 각 부호가 독립적으로 확률 ε로 반대 부호로 뒤집힌다. η = 1−2ε일 때 단일 입자 평균에는 η가, 상관관계에는 η²가 곱해져 감소한다. 모든 축에서 같은 대칭 오차 모형이다. 비대칭 검출기에는 대상마다 두 오차 확률과 설정마다 별도의 응답 행렬이 필요하다.

v = 0,95이고 ε = 0,01이면 기대되는 기록 지표는 1,095301이다. 판독의 작은 저하도 눈에 띈다. v = 0,90이면 PPT에 따르면 상태는 여전히 얽혀 있지만 기록 지표는 이미 일보다 작다. 응답을 역보정하지 않은 이 증인의 문턱은 0,882568에서 0,902822로 높아진다. 따라서 "상태에 얽힘이 있다"와 "이 판독 방법으로 얽힘을 발견한다"는 서로 다른 정량적 조건이다.

이 예에서는 검출 오차를 상관관계에서 빼지 않는다. 기준을 원시 부호들에 직접 적용한다. 채택한 대칭 모형에서는 얽힘을 만들지 않는 블로흐 벡터의 국소적 약화와 동등하다. 부정확하게 알려진 응답 행렬을 역변환하면 S가 인위적으로 커질 수 있다. 이런 역변환은 교정 불확실성을 분석에 포함할 때만 허용된다.

대상의 손실에는 결과 변수가 하나 더 필요하다. 아래 표는 올바르게 준비되고 검출된 쌍이라는 조건에 따른 것이다. 측정축을 선택하기 전에 성공 사건을 선언하거나, 선택이 설정 및 숨은 결과와 독립임을 별도 모형으로 뒷받침한다면 이런 조건부 처리는 허용된다. 검출 확률이 결과에 의존한다면 네 조건부 빈도만으로는 완결된 검사가 되지 않는다. 누락을 가능도에 포함하고 선택의 영향을 검증해야 한다.

$$P(a,b\mid A,B)=\frac{1}{4}\Big[1+a\langle A\otimes I\rangle+b\langle I\otimes B\rangle+ab\langle A\otimes B\rangle\Big],\quad a,b=\pm 1.$$

(14.12) 사영연산자 (I+aA)/2와 (I+bB)/2에 대한 보른 규칙이다. 대칭 검출 오차가 있으면 평균은 η〈A〉와 η〈B〉로, 상관관계는 η²〈AB〉로 바뀐다.

$$S_{\mathrm{reg}} = \eta^{2}(v^{2} + 2vC_{0})$$

$$v_{\mathrm{crit,reg}} = \sqrt{C_{0}^{2} + \eta^{-2}} - C_{0}.$$

(14.13) 응답을 보정하지 않고 기록된 상관관계를 직접 사용하는 경우의 문턱이다. 우변이 일보다 크면 이 판독으로는 해당 증인을 사용할 수 없다.

v = 0,95 및 ε = 0,01에 대한 결과 확률

설정	P(++)	P(+−)	P(−+)	P(−−)
XX	0,928525	0,033310	0,033310	0,004856
YZ	0,278568	0,221432	0,221432	0,278568
ZY	0,278568	0,221432	0,221432	0,278568

각 행의 합은 반올림 정밀도 안에서 일이다. 모든 값은 모형에서 계산한 것이며 측정값이 아니다.

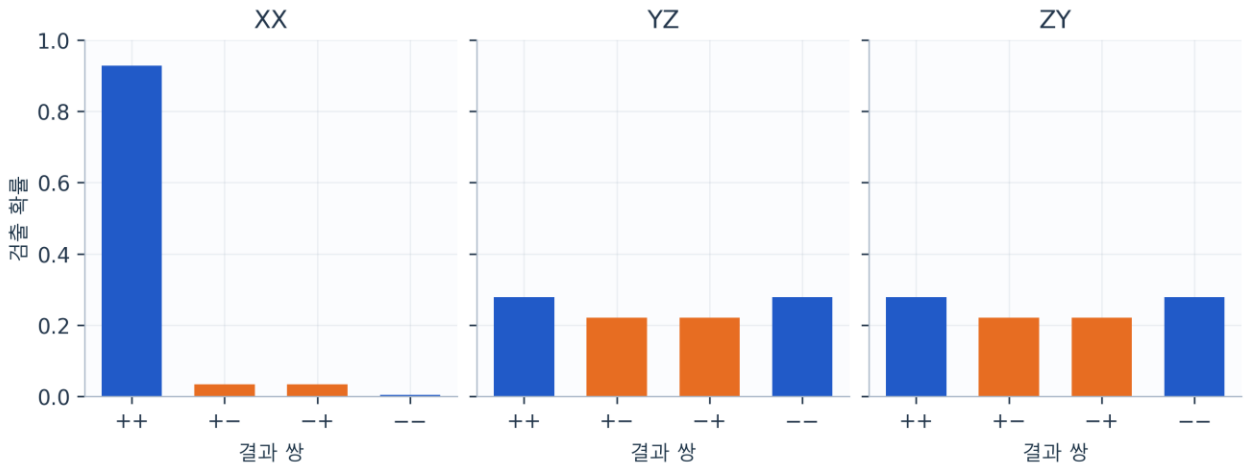


그림 39. v = 0,95와 부호당 판독 오류 1 %에서 XX, YZ, ZY 설정의 네 결과에 대해 계산한 확률. XX의 불균일성에는 단일 입자 평균에 관한 정보도 들어 있다. 이후 분석을 위해 네 결과를 모두 기록에 보존한다.

이 모형에서 충분한 반복 횟수

반복 수를 주어진 오차 확률과 연결할 수 있다. 각 설정을 n번 반복하고, 쌍들을 같은 방식으로 독립적으로 준비하며, 설정과 부호 q, 중단 규칙을 자료 수집 전에 고정한다고 하자. 각 부호의 곱은 −1에서 1 사이에 제한된다. 회프딩 부등식을 쓰면 추정량 분포의 가우스 근사 없이 보수적인 한계를 얻을 수 있다. [62]

세 상관관계의 합을 참값보다 h만큼 과대평가할 확률은 exp(−nh²/6)을 넘지 않는다. 분리 가능한 상태에서는 S ≤ 1이므로 추정값이 일보다 6 ln(1/α)/n의 제곱근만큼 더 클 것을 요구하면 충분하다. 그러면 채택한 조건에서 얽힘을 잘못 선언할 확률은 α를 넘지 않는다. 전체 인자 육은 결과가 제한된 이진값인 세 독립 측정군에서 나온다.

계획에는 검출 확률도 중요하다. 예상 초과량을 δ = Sreg−1로 두자. 오탐지 확률의 상한 α와 검정력의 하한 1−β를 동시에 보장하려면 n을 아래 식 이상으로 택하면 충분하다. 신호의 과소평가에도 같은 집중부등식 추정을 적용한다. 예상 평균에 문턱값을 정확히 놓는다면 이런 보장은 없다. 계열의 약 절반이 평균 아래에 놓이기 때문이다.

δ = 0,095301, α = 0,01, β = 0,05이면 설정마다 n = 9929쌍, 총 29 787개의 검출된 쌍이 나온다. 문턱은 1,052753이다. 의도적으로 보수적인 추정이다. 네 결과의 전체 분포를 사용하는 더 효율적인 검정에는 자료가 덜 필요할 수 있지만 그 이점은 별도의 교정으로 확인해야 한다.

난수 생성기의 초기 상태를 고정한 재현 가능한 시뮬레이션에서 표의 계수를 얻었다. 이들은 상관관계 0,871085, 0,132037, 0,103636, 즉 추정값 S = 1,106758을 준다. 분리 가능한 상태에서 이런 초과가 생길 확률의 해당 상한은 6,44·10⁻⁹이다. 주어진 모형에서 얻은 인공 표본의 결과이며 중력적 얽힘의 검출이 아니다.

추가 모의실험 계열 20 000개에서는 검출 비율 99,80 %와 대략 99,73–99,85 %의 95 퍼센트 윌슨 구간을 얻었다. 상관관계가 각각 1/3이고 판독이 이상적인, 선택한 경계상의 분리 가능한 곱상태에서는 오탐지 빈도가 0,065 %이며 구간은 약 0,038–0,111 %였다. 이 계열은 특정 영가설 상태에서 구현을 검증한다. 채택한 전체 부류에 대한 보장은 이 계열이 아니라 도출한 한계에서 나온다.

여기서는 준비의 독립성과 동일성이 중요하다. 발생원이 변하는 동안 세 설정을 긴 블록으로 측정하면 표류가 각 분포를 다르게 바꿀 수 있다. 설정들을 섞거나 시간 의존성을 명시적으로 모형화해야 한다. 마찬가지로 처음 성공적으로 문턱을 넘었을 때 중단하면 검정 절차가 달라진다. 순차 수집에는 미리 정한 순차 검정 기준이 필요하다.

등록한 쌍의 수를 곧바로 작업 시간으로 바꾸려면 수율 모형이 필요하다. 유효한 쌍을 얻을 확률이 pгодн이고 전체 주기가 тцикл이면 평균 취득 시간은 3nтцикл/pгодн에 교정 시간을 더한 값으로 추정한다. 이 식에는 실제 플랫폼의 매개변수를 넣을 수 있으며, 통계적 충분성과 공학적 실현 가능성의 차이를 유지할 수 있다.

$$\Pr(\hat{S} - S \geq h) \leq e^{-nh^2/6}$$

$$\hat{S} > 1 + \sqrt{\frac{6\ln(1/\alpha)}{n}}.$$

(14.14) 미리 선택한 세 설정 각각에서 n개의 독립이고 동일하게 분포한 쌍을 사용하는 경우의 한계이다. 상관관계는 부호 곱의 평균으로 계산한다.

$$n \geq \frac{6}{\delta^2}\left(\sqrt{\ln(1/\alpha)} + \sqrt{\ln(1/\beta)}\right)^2$$

$$\delta = S_{\text{reg}} - 1 > 0.$$

(14.15) 이 모형에서 오탐지 수준이 α 이하이고 검정력이 1−β 이상이기 위한 충분한 자료 규모이다. 보편적인 최소 반복 수가 아니다.

설정마다 9929쌍을 사용한 모의 표본 하나

설정	++	+−	−+	−−
XX	9250	320	320	39
YZ	2787	2159	2150	2833
ZY	2755	2195	2255	2724

생성기의 초기 상태는 20261113이다. 보관 자료에는 모든 입력과 재계산 프로그램이 들어 있다.

무엇이 입증되는가에 관한 논쟁

정보이론적 논증은 국소 연산과 고전적 메시지 교환만으로 독립 상태에서 얽힘을 만들 수 없다는 금지에 근거한다. 그러나 중력에 적용할 때는 가정한 고전적 매개자가 왜 실제로 이 과정 부류에 속하는지 정당화해야 한다. "국소적"과 "고전적"의 의미, 부분계의 구성, 접근 가능한 연결 채널이 주장에 포함된다. 정리는 전제 아래에서 유효하다. 논쟁은 그 전제들이 어떤 물리 모형을 포괄하는가에 관한 것이다.

Aziz와 Howl의 2025년 논문은 양자장이론으로 물질을 기술하면 고전적 중력장에서도 얽힘을 얻을 수 있다는 메커니즘을 제안했다. 이는 저자들의 주장이다. 연구는 기술적 반론을

불러일으켰다. 따라서 고전 중력이 물체를 얽히게 할 수 있다는 확립된 사실이 아니라 논쟁 중인 이론적 논증으로 다룬다. [34]

확인한 Gundhi, Infantino, Bassi의 2026년 팔월 7일 프리프린트 버전에서 비판은 대상들 사이의 입자 이동과 상태공간 분할 선택에 관한 것이다. 저자들은 그 분할에서 자유 진화만으로 이미 얽힘이 생기며, 이동을 금지하면 파동함수가 인수분해된 채 유지된다고 주장한다. 따라서 정확히 어떤 부분계가 얽히고 어떤 물리 과정이 그 상관관계를 만드는지 밝혀야 한다. 계산에 중력 퍼텐셜이 있다는 사실만으로는 충분하지 않다. [35]

Di Biagio는 2026년 시월 논문에서 관련 불가능성 정리에 쓰인 국소성의 정보이론적 의미와 모형의 정량적 비교 필요성을 강조한다. Schneider, Huggett, Linnemann은 자신들이 다루는 뉴턴 극한에서 고전적 중력 매개가 불가능하다는 입장을 옹호한다. 이 연구들은 서로 다른 전제와 정의를 쓴다. 다루는 모형 부류를 대조하지 않고 결론들이 직접 모순된다고 선언할 수 없다. 과학적 결론을 위해서는 무엇을 매개자로 간주하고 부분계 사이 어떤 연결을 허용하는지 추적해야 한다. [36, 44]

Feng, Vedral, Marletto는 2026년에 또 다른 입장을 제시했다. 중력의 붕괴 모형에서 얽힘이 생긴다는 주장들을 검토하고 이 구성들이 국소성 전제를 위반한다고 지적한다. 그 분석에 따르면 해당 상관관계는 원래 증인의 조건을 유지할 때 그 증인을 반박하지 않는다. 이 논증은 특정한 모형 구성에 관한 것이며 정량적 비교의 필요성을 없애지 않는다. [60]

표는 서로 다른 수준의 주장을 비교한다. 정보적 국소성은 선택한 부분계 사이 정보 전달 방식을 제한하고, 시공간적 국소성은 시공간에서 상호작용이 조직되는 방식에 관한 것이다. 직접적인 이입자 퍼텐셜과 자체 변수를 가진 명시적 매개자도 모든 불가능성 논증에서 서로 바꿔 쓸 수 있는 기술은 아니다. 마지막으로 부분계 분할을 바꾸면 무엇과 무엇 사이에 얽힘이 확립되었는지라는 질문 자체가 달라진다. 구체적인 실험에서는 이런 선택이 상관관계 분석 전부터 모형에 포함된다.

중력적 얽힘 논의의 전제들

접근	필수 전제 조건	허용되는 결론
매개자 증인 [33]	독립적인 탐침들; 매개자만을 통한 연결; 채택한 정보적 의미에서의 국소 연산	이 과정 부류에서는 얽힘이 고전적 매개자를 배제한다.
Aziz와 Howl [34]	고전적 퍼텐셜 아래에서 물질의 양자장 기술	저자들은 얽힘을 주장한다. 부분계와 상관관계의 기원을 정해야 한다.
Gundhi와 공저자들 [35]	입자 이동과 선택한 상태공간 분할을 검증한다.	저자들의 분석에 따르면 이동은 자유 진화만으로 이미 효과를 주며, 이동을 금지하면 인수분해가 유지된다.
Di Biagio [36]	정보적 국소성과 시공간적 국소성을 구분한다.	장에 대한 일반적 결론에는 정리의 적용가능성 검증과 동역학 비교가 필요하다.
슈나이더 외 [44]	해당 뉴턴 극한에서의 고전적 매개	명시한 부류에서 이런 얽힘 생성이 불가능하다는 입장을 옹호한다.
Feng 외 [60]	붕괴 모형 구성의 국소성을 검증한다.	저자들의 분석에 따르면 제시된 반례들은 증인의 전제를 위반한다.

표는 논쟁의 대상을 정리하며, 입장들의 순위를 확정된 합의처럼 매기지는 않는다.

양자 매개자의 다른 징표

Hanif와 공저자들은 추가 경로를 제안했다. 발생원이 만든 장을 측정할 때 발생원에 생기는 불가피한 교란을 찾는 것이다. 그 구상에서는 여러 간섭계로 특정한 고전적 위상 변화와 찾고자 하는 측정 효과를 분리한다. 얽힘 검증을 보완할 수 있는 독립적인 이론 제안이다. 이 역시 물리적 연결의 검증이 필요하며 관측한 모든 잡음을 양자중력의 징표로 만들지는 않는다. [37]

중력자에 관한 질문은 더 엄격하다. 미트라코스와 공동연구자들의 2026년 논문은 어떤 가정 아래 뉴턴 퍼텐셜을 통한 얽힘이 장의 양자에 대한 결론을 지지하는지 분석한다. 지연 효과와, 근사로서의 순간 퍼텐셜을 제어 가능한 정보의 초광속 전달과 구별하는 일이 특히 중요하다. 결과는 개별 중력자의 검출이 아니라 이론적 분석에 해당한다. [38]

이 차이들에서 일반적인 연구 전략이 나온다. 한 실험은 상호작용을 전달하는 여러 고전적 방식을 확실히 배제하고, 다른 실험은 측정에 대한 반응을 검증하며, 또 다른 실험은 추가 잡음을 제약할 수 있다. 모든 측정에 같은 모형 매개변수를 사용할 때 종합된 그림은 개별적인 아름다운 신호보다 강하다. 다음 단계에서는 이 모든 비교의 또 다른 참여자가 등장한다. 상호작용의 시점을 정하고 위상을 읽는 기준인 시계이다.

증인을 해석하려면 초기 상태, 하위 시스템으로의 분할, 허용 연결 및 측정을 기록해야합니다. 이러한 조건들이 물리적 추론의 힘을 결정한다.

15 양자 시간이 뜻하는 것

이전 장에서 계산한 모든 위상에는 상호작용 시간이 들어 있다. 시계만 보면 되니 가장 단순한 양처럼 보인다. 그러나 시계도 물리계이다. 판독값에는 오차가 있고 운동과 장에 의존하며 충분히 정밀한 수준에서는 양자 상태로 기술된다. 시간에 관한 질문은 이런 실용적 세부에서 시작한 뒤에야 세계의 구조에 관한 더 넓은 가설로 이어진다.

방정식의 매개변수와 장비 판독값

슈뢰딩거 방정식에서 시간은 보통 외부 매개변수이다. 계의 상태를 비교하는 기준이 되는 수이다. 반면 실험실의 시계에는 진동과 에너지 준위 사이의 전이, 신호 위상, 기록 방식이라는 구조가 있다. 시간의 부정확성이 문제에 중요한 다른 부정확성보다 훨씬 작을 동안에는 이상적인 시계로 간주해도 된다. 이 경계에 이르면 시계의 기술을 측정 모형에 포함해야 한다.

그렇다고 양자이론이 시간 측정을 금지한다고 결론 내리면 안 된다. 사건의 기록 시각과 과정의 지속 시간, 물리적 시계의 작동을 기술할 수 있다. 어려움은 미리 정한 성질을 갖는 보편적 시간 연산자와 해밀토니언의 관계에 있다. 구체적인 측정은 보통 가능한 각 판독값에 대응하는 더 넓은 양의 연산자 집합으로 정한다. 하나의 보편적 구성이 없다고 측정 가능한 시간적 양이 없는 것은 아니다.

세 질문을 구분하면 유용하다. 첫째, 구체적인 장치의 정확도는 얼마인가? 둘째, 시계라는 부분계와의 상관관계로 동역학을 쓸 수 있는가? 셋째, 자연의 최종 이론에는 근본적인 외부 시간 매개변수가 존재하는가? 첫 답이 둘째를 자동으로 해결하지 않으며, 둘째의 성공적인 수학적 구성이 셋째의 특정 답을 증명하지도 않는다. 이 수준들을 섞으면 흥미로운 연구가 과장된 발표로 바뀌기 쉽다.

중력 실험에서는 이 차이에 직접적인 의미가 있다. 장치 두 부분이 다른 시계를 쓰면 판독값을 어떻게 맞추는지 명시해야 한다. 중첩 상태 물체가 내부 진동에 연결되어 있으면 궤적과 판독값이 상관될 수 있다. 그러면 '같은 시간 동안 유지한다'는 말에 물리적 정의가 필요하다. 약한 장에서는 흔히 통상적인 근사로 해결하지만, 실험에 가깝다고 덜 근본적인 문제가 되지는 않는다.

조건부 의존성으로서의 동역학

Page와 Wootters는 1983년에 시계 부분계와 나머지 계 사이의 상관관계로 변화를 기술하자고 제안했다. 이 구성에서 복합 상태는 정상 상태여도 계의 조건부 상태는 시계 판독값에 의존할 수 있다. 양자 기술을 조직하는 특정한 방식이다. 이런 구성이 존재한다고 실제 우주가 반드시 그 정상 상태에 있다는 것이 증명되거나 양자중력의 모든 문제가 해결되지는 않는다. [39]

조건부라는 의미는 통상적인 통계에서도 익숙하다. 열 시에 열차가 어디 있는지 알려면 위치와 시계 판독값의 공동 자료가 필요하다. 양자의 경우 공동 자료는 두 부분계의 상태와 측정 규칙으로 정한다. 조건부 확률은 공동 결과의 확률을 해당 시계 판독값의 확률로 나누어 정의한다. 따라서 동역학에 관한 주장은 우주 밖 관찰자가 아니라 접근 가능한 상관관계에 관한 것이어야 한다.

가장 단순한 해석적 예로 현재 상호작용하지 않는 시계와 계를 택하고, 에너지 원점을 선택한 뒤 전체 에너지가 영이라는 조건을 공동 상태에 부과할 수 있다. 영 판독값의 기준 시계 상태에는 에너지들의 중첩이 필요하다. 해밀토니언의 고유 상태는 공통 위상만 바뀌므로 판독값들을 구별하지 못한다. 시계 해밀토니언에 따른 기준 상태의 변화가 t로 표지한 위상 상태 계열을 정한다.

이 판독은 공변 측정으로 기술할 수 있다. 시계가 어떤 지속 시간만큼 진화하면 결과의 표지도 같은 양만큼 이동한다. 해당 구성에서 측정 효과는 계수가 일이며 시계 위상 상태의 사영연산자에 비례한다. 이 상태들은 서로 직교할 필요가 없다. 시계 상태 계열과 표지 t에 대한 측도, 규격화를 일관되게 골라 효과들이 POVM을 이루도록 한다. 즉 합이나 적분이 항등연산자가 되는 양의 연산자들이어야 한다. 이는 추가적인 구성 조건이며 임의의 에너지 중첩이 갖는 성질이 아니다. 공동 순수 상태를 사영하면 계의 조건부 벡터를 얻는다.

이 검증에서 "얽힘"이라는 말 하나로 운동이 탄생하는 것은 아니다. 시계 부분계의 구조와 에너지 스펙트럼, 특별한 상관관계, 조건부 상태 선택 규칙이 중요하다. 임의의 얽힌 대상 쌍이 좋은 시계를 이룰 필요는 없다. 여기서 에너지 제약 자체는 학습 모형의 전제이다. 우주의 완전한 이론에서 유도한 것이 아니며 확립된 우주의 법칙으로 제시해서는 안 된다.

$$P(a \mid t) = \frac{\mathrm{Tr}[(E_t \otimes M_a)\rho_{CS}]}{\mathrm{Tr}[(E_t \otimes I)\rho_{CS}]}.$$

(15.1) E_t는 시계 판독값을, M_a는 계의 측정 결과를, ρCS는 공동 상태를 나타낸다. 분모는 영이 아니어야 한다. 이 공식은 조건부 확률을 정의하며 그 자체로 동역학을 정하지는 않는다.

$$(H_C + H_S)|\Psi\rangle = 0, |t\rangle_C = e^{-iH_C t/\hbar}|\chi_0\rangle_C, |\tilde{\psi}(t)\rangle_S = \langle t|_C \Psi\rangle.$$

(15.2) χ_0는 영 판독값의 기준 위상 상태이며 에너지 고유 상태가 아니다. 계수가 일인 판독에서는 E_t가 적절한 POVM 규격화 아래 $|t\rangle\langle t|$에 비례한다. 물결표는 규격화하지 않은 조건부 벡터를 나타내며 이 구성에서 그 노름은 일정하다. 시계의 상호작용과 판독에 대한 구체적인 모형은 조건부 동역학을 바꿀 수 있다. 시계 상태가 유한하거나 비직교라는 사실만으로 보편적 보정이 정해지지는 않는다.

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\tilde{\psi}(t)\rangle_S = -\langle t|_C H_C|\Psi\rangle = H_S|\tilde{\psi}(t)\rangle_S.$$

(15.3) 이 등식은 시계 상태의 정의와 전체 에너지 제약에서 직접 나온다. 이상화된 메커니즘의 작동 검증이며 시간이 근본적으로 없다는 증명이 아니다.

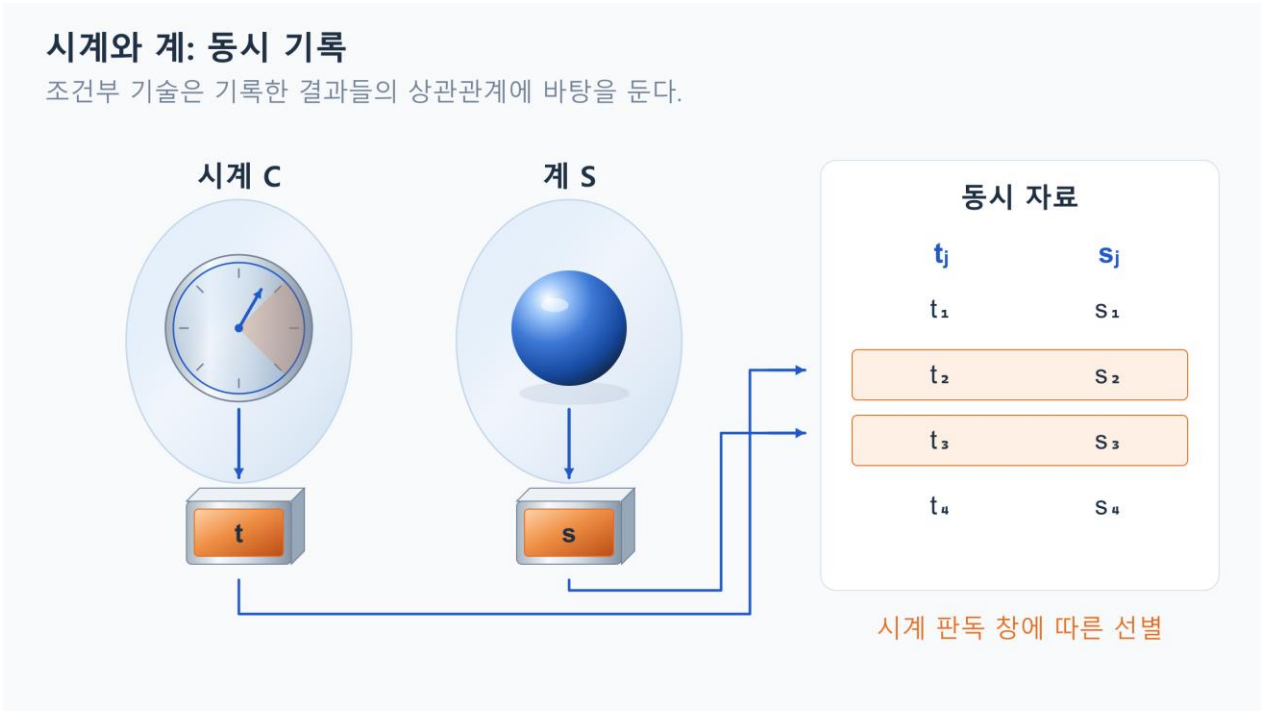


그림 40. 계의 조건부 기술은 계 S와 시계 부분계 C에 관한 공동 기록으로 구성한다. 표시값의 창을 선택한다는 것은 그에 해당하는 공동 결과를 고르는 것이다. 기호 t_j와 s_j는 기록 필드이며 실험 표본이 아니다. 시계 눈금은 위상 판독을 보여 주며 모든 표지를 완벽히 구별할 수 있다고 가정하지 않는다. 이 도식에는 의식 있는 관찰자의 별도 역할이 없다.

두 준위 시계의 규격화한 측정

이제 작은 시계의 모든 확률을 계산할 수 있다. 상태 $|0\rangle$와 $|1\rangle$의 에너지 차이가 $\hbar\omega$라고 하자. 시계 해밀토니언은 $\hbar\omega|1\rangle\langle 1|$이고, 계에도 같은 에너지 간격을 택하되 원점은 $-\hbar\omega$만큼 옮긴다. 그러면 상태 $(|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$의 두 성분 모두 전체 에너지가 영이다. 에너지 원점의 선택은 측정 확률이나 상대 위상을 바꾸지 않는다.

시계의 표시는 상태 $|t\rangle = (|0\rangle + e^{-i\omega t}|1\rangle)/\sqrt{2}$로 정해진다. 주기 T = 2π/ω 뒤에는 반복된다. 한 주기에서 측정을 얻으려면 단순한 사영자 $|t\rangle\langle t|$가 아니라 효과의 밀도 $E(t) = (2/T)|t\rangle\langle t|$가 필요하다. E(t)를 한 주기 적분하면 단위행렬이 된다. 대각 원소는 적분하면 일이 되고, 진동하는 비대각 원소는 영이 된다.

연속 결과에서는 정확한 표지 하나의 확률이 영이다. 물리적 의미가 있는 것은 확률밀도와 유한 구간의 확률이다. 시계의 축약 상태가 I/2이므로 판독값 밀도는 1/T로 일정하다. 반면 계의 조건부 상태는 표지에 따라 바뀐다. 공동 벡터에 시계의 브라를 작용시키면 노름의 제곱이 1/2인 규격화하지 않은 벡터가 나온다. 규격화하면 $(e^{i\omega t}|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$가 남는다.

계의 기저 |+⟩, |−⟩에서 측정하면 P(+|t) = [1+cos(ωt)]/2와 P(−|t) = [1−cos(ωt)]/2를 얻는다. t = 0에서는 플러스의 확률이 일이고, 사분의 일 주기 뒤에는 두 결과의 확률이 같으며, 반 주기 뒤에는 마이너스의 확률이 일이다. 한 주기 뒤에는 확률이 되돌아온다. 이처럼 전체의 정지 상태를 바꾸지 않고도 하나의 정규화된 예시에서 표시값에 대한 의존성이 드러난다.

이 의존성을 썼다는 사실만으로 시계가 이상적이 되지는 않는다. 두 위상 상태의 겹침은 cos²[ω(t−t′)/2]이다. 반 주기만큼 다른 표지들만 직교한다. 가까운 표지들은 한 측정으로 오류 없이 구별할 수 없고, 한 주기 또는 여러 주기 뒤의 같은 표지는 아예 같은 상태에 대응한다. 주기를 세려면 추가 기억이 필요하며 이는 이준위 모형에 들어가지 않는다.

Moreva와 공저자들의 2014년 실험은 편광이 얽힌 광자로 Page–Wootters 메커니즘을 예시했다. 측정은 준비한 상태의 전체 정상 기술과 선택한 시계 부분계를 기준으로 한 조건부 진화의 차이를 보여 주었다. 모형의 구현에 관한 실제 실험실 결과이다. 우주론적 시간이 전적으로 얽힘에서 생긴다는 실험적 증명이 아니다. [40]

이런 모형의 실용적 의미는 조작적 주장을 검증하는 데 있다. 무엇을 측정하고 어떤 조건부 확률을 얻으며 시계가 나빠지면 답이 어떻게 바뀌는지 정확히 말할 수 있다. 여기서 "내부 관찰자"라는 말은 의식이나 지속 시간의 체험, 인간의 특별한 지위를 요구하지 않는다. 특정 상관관계에 대한 접근을 뜻한다. 관찰자는 장치에 연결된 통상적인 물리적 기억장치일 수 있다.

$$|\Psi\rangle = \frac{|0\rangle_C|1\rangle_S + |1\rangle_C|0\rangle_S}{\sqrt{2}}, H_C = \hbar\omega|1\rangle\langle 1|, H_S = \hbar\omega(|1\rangle\langle 1| - I).$$

(15.4) 이 선택에서는 $(H_C+H_S)|\Psi\rangle = 0$이다. 에너지 원점을 선택한 특정 모형의 조건이다.

$$|t\rangle = \frac{|0\rangle + e^{-i\omega t}|1\rangle}{\sqrt{2}}, E(t) = \frac{2}{T}|t\rangle\langle t|, \int_0^T E(t)dt = I, T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

(15.5) E(t)는 역시간 차원을 갖는 POVM 효과의 밀도이다. 구간의 확률은 그 구간에서 밀도를 적분해 얻는다.

$$|\psi(t)\rangle_S = \frac{e^{i\omega t}|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$P(+|\, t) = \frac{1 + \cos\omega t}{2}$$

$$|\langle t \mid t^{'}\rangle|^2 = \cos^2 \frac{\omega(t - t^{'})}{2}.$$

(15.6) 조건부 벡터는 규격화되어 있다. 주어진 공동 상태에서 시계 표지의 밀도는 1/T이므로 공동 밀도를 통상적으로 1/T로 나누어 조건부 확률을 얻는다.

유한한 판독 창과 해상도의 대가

실제 기록 장치는 결과를 구간별로 묶는다. 표지 t_0 주위의 폭 w인 창에 대응하는 효과는 그 창에서 E(t)를 적분한 것이다. 주기의 경계에서는 창을 원형으로 이어 붙인다. 표지 0과 T는 같은 상태를 뜻한다. 선택한 공동 상태에서 그 확률은 w/T이다. 계의 조건부 상태는 시간을 임의로 창의 중간값으로 바꾸는 것이 아니라 창 안의 위상 상태들을 평균해 얻는다.

코사인을 적분하면 가시도 sinc(ωw/2)를 얻는다. 여기서 sinc(x) = sin(x)/x이다. 창의 폭이 T/4이면 0,900316이다. 따라서 플러스의 최대 확률은 일에서 0,950158로 낮아지고 최소 확률은 영에서 0,049842로 높아진다. 창의 폭이 한 주기이면 코사인의 평균은 영이 되어 두 결과의 확률이 같아진다. 거친 판독으로 접근 가능한 위상 정보를 잃는 것이다.

반복 수를 늘리면 이미 흐려진 확률을 더 정확히 추정하지만 개별 사건의 잃어버린 표지를 복원하지는 못한다. 시간 분해능을 높이려면 측정 자체나 시계 부분계의 자원을 바꿔야 한다. 검출 수와 함께 줄어드는 추정 빈도의 불확실성과 무한한 표본에서도 남는 물리적 응답의 흐림이라는 두 오차를 구분하면 유용하다.

이 모형은 결어긋남 연구의 또 다른 대조 검증을 준다. 대비 감소가 유한한 시간 창 때문이라면 폭을 바꿀 때 계산된 의존성대로 효과도 바뀌어야 한다. 가시도가 예측한 정도로 반응하지

않는다면 거친 판독이라는 설명만으로는 부족하다. 공간 잡음에서와 마찬가지로 메커니즘은 곡선 하나의 일치가 아니라 제어의 변화로 검증한다.

$$P(+|\,t \in [t_0 - w/2, t_0 + w/2]) = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\sin(\omega w/2)}{\omega w/2}\cos(\omega t_0)\right].$$

(15.7) 주기 안에서 시계 표지의 밀도가 균일하고 창이 직사각형이며 경계 근처에서 원형으로 이어진다고 가정한 공식이다. w→0이면 정확한 표지의 조건부 확률이 복원된다.

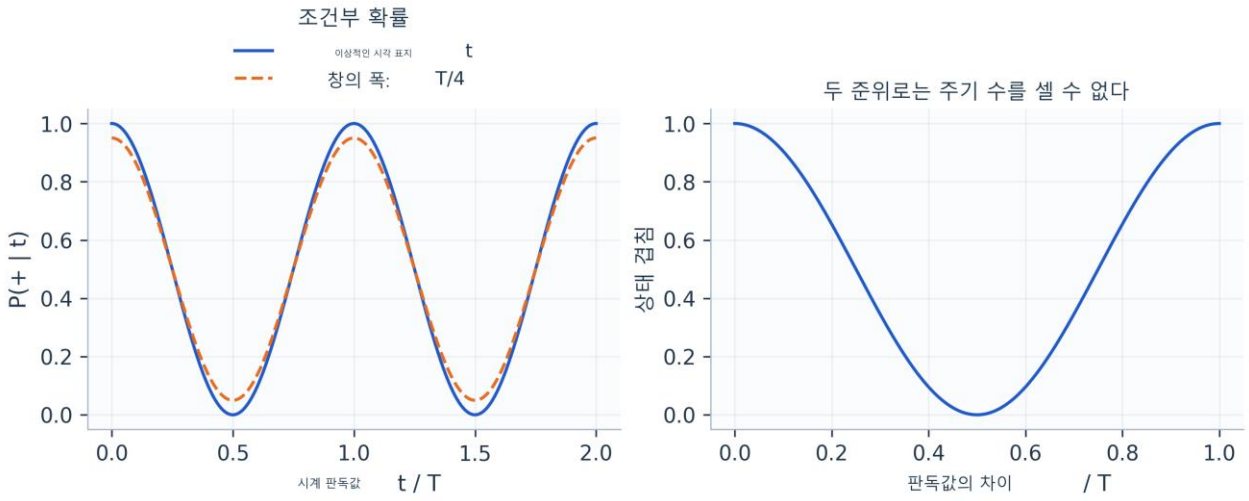


그림 41. 두 준위 시계의 조건부 확률. 왼쪽은 이상적인 관계 P(+|t)와 폭 T/4인 창에서의 평균이다. 오른쪽은 위상 상태의 겹침이다. 가까운 판독값들이 직교하지 않으며 한 주기 뒤 같은 상태가 반복됨을 보여 준다.

시계를 두 번 읽는 데 새 프로토콜이 필요한 이유

한 번의 조건부 분포만으로 시계를 다루는 연속 동작이 정해지지는 않는다. 두 번의 판독을 계산하려면 첫 측정이 어떤 상태를 남기는지 정해야 한다. 둘째 장에서 나왔던 측정 도구의 문제와 같다. 물리적 측정 도구가 달라도 효과 E(t)는 같을 수 있지만 다음 검출에 미치는 결과는 다를 수 있다.

구체적으로 측정 도구 $K(t) = \sqrt{2/T}|t\rangle\langle t|$ 를 생각하자. K†(t)K(t)의 적분이 I이므로 지정한 POVM을 구현한다. 첫 결과 t_1 후 시계는 $|t_1\rangle$ 상태에, 계는 자신의 조건부 상태 $|\psi(t_1)\rangle$에 놓인다. 공동 상태는 이제 곱이다. 따라서 원래의 정상 예가 기초로 삼던 상관 구조는 이미 바뀌었다.

이 측정 도구는 준비한 쌍에 대한 외부 실험실 연산을 정한다. 초기 상태에 부과한 전체 에너지가 영이라는 제약을 보존할 의무는 없다. 닫힌 관계적 모형에서는 장치와 기억을 상호작용

및 에너지 제약의 전체 기술에 포함해야 한다. 따라서 두 판독의 예는 정상 조건부 형식론에 대한 반박이 아니라 POVM 효과와 측정 도구의 차이를 검증하는 것이다.

중간 진화 없이 같은 측정을 즉시 반복하면 둘째 결과의 밀도는 $[1+\cos\,\omega(t_2-t_1)]/T$이다. $t_2 = t_1$에 집중되지 않는다. 같은 표지가 밀도상 가장 유력하지만 결과는 주기 전체에 분포한다. 이유는 위상 상태의 비직교성과 선택한 측정 도구의 구조에 있으며 외부 시간의 무작위 도약에 있지 않다.

또한 첫 판독 후 시계만 다시 측정해도 이 도구에서 이미 시계와 분리된 계 자체의 상태는 바뀌지 않는다. 따라서 계의 플러스에 대한 조건부 확률은 $P(+|t_1)$로 남고 $P(+|t_2)$로 자동으로 바뀌지 않는다. 한 번의 판독 공식에 둘째 표지를 대입하면 기술한 측정 순서에 대해 잘못 예측하게 된다.

판독 사이에 자유 동역학이나 기억과의 상호작용, 다른 측정을 넣으면 공동 규칙이 달라진다. 그러면 해밀토니언과 지속 시간, 검출 연산자, 선별의 조건부 처리를 명시해야 한다. 양자 시계를 기준으로 한 측정 사건 연구는 조작적으로 다른 구성들이 이상적 극한에서는 일치하지만 자원이 유한한 시계에서는 달라질 수 있음을 보여 준다. [41]

따라서 조건부 시간은 정확한 계산적 의미를 가지지만 물리적 프로토콜이 필요하다. 한 경우에는 동일하게 준비한 여러 쌍의 상관관계를 비교하고, 다른 경우에는 한 쌍의 연속적인 역사를 추적한다. 두 과제가 같다고 기본적으로 가정해서는 안 된다. 시간에 대한 가설을 실험으로 검증하려면 첫 판독 뒤 장비가 무엇을 하는지 기술하는 일이 에너지 스펙트럼만큼 중요하다.

$$K(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}|t\rangle\langle t|$$

$$p(t_2 \mid t_1) = \frac{2}{T}|\langle t_2 \mid t_1\rangle|^2 = \frac{1+\cos\omega(t_2 - t_1)}{T}.$$

(15.8) 이 밀도는 같은 지정 측정 도구로 중간 진화 없이 즉시 연속해서 두 번 판독하는 경우에 해당한다. 둘째 판독의 주기에 대한 적분은 일이다.

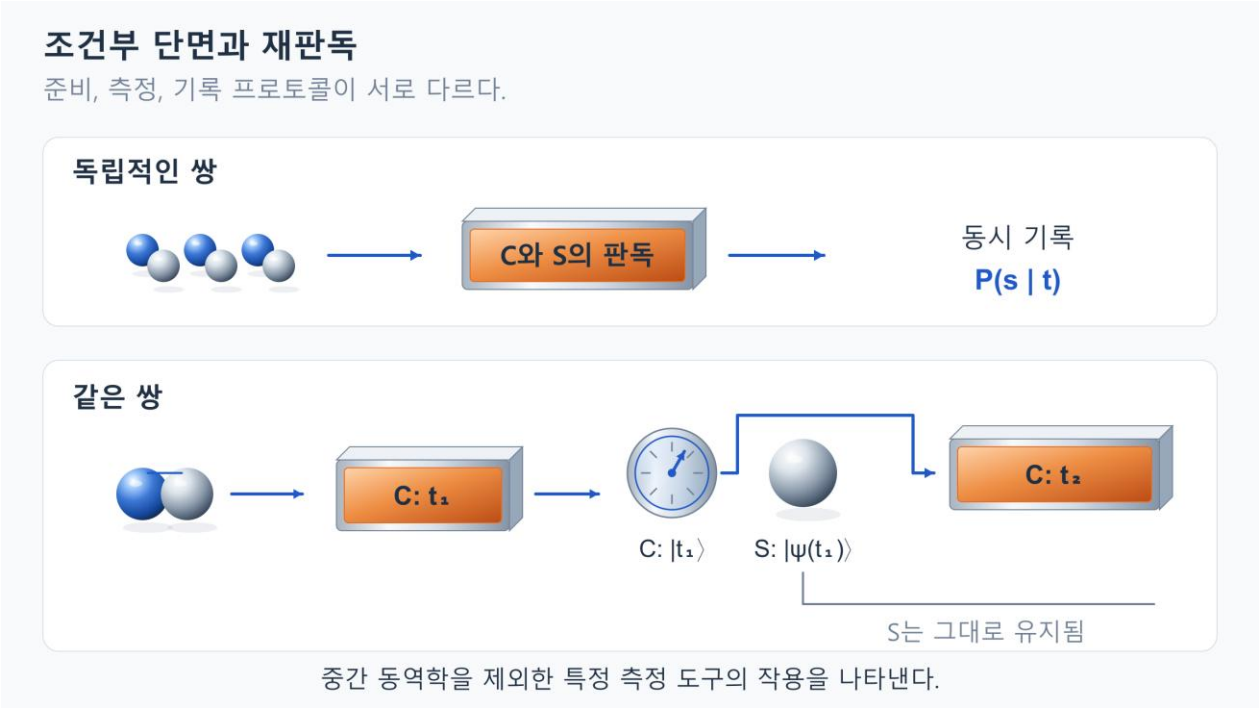


그림 42. 동일하게 준비한 여러 쌍에서 한 번 조건부 단면을 취하는 것과 한 쌍을 두 번 읽는 것은 다른 프로토콜이다. 본문에서 선택한 측정 도구의 첫 판독은 $|t_1\rangle$와 $|\psi(t_1)\rangle$의 곱을 남긴다. 중간 동역학이 없다면 이후 시계만 읽어도 계가 t_2에 해당하는 상태로 자동으로 옮겨지지 않는다. 이 그림은 특정한 외부 실험실 연산에 해당한다.

시계의 부정확성이 결어긋남처럼 보일 때

더 익숙한 경우를 생각하자. 이상적인 계는 유니터리하게 진화하지만 장치가 시간을 오차와 함께 보고한다. 판독값 T 하나에 가능한 지속 시간들의 분포가 대응한다. 그러면 그 분포에 대해 평균한 상태는 시간을 정확히 알 때의 상태보다 결맞음이 작을 수 있다. 이를 위해 중첩을 추가로 파괴하는 근본적 과정은 필요하지 않다. 누적 위상에 대한 정보가 부족한 것만으로 충분하다.

가우스 오차의 계산은 특히 간단하다. 두 에너지 준위 사이의 위상은 에너지 차이와 시간에 비례한다. 가우스 분포에 대해 복소 지수함수를 평균하면 추가 실수 인자가 생긴다. 에너지 간격과 시간 산포가 클수록 해당 비대각 성분들이 더 강하게 완화된다. 산포가 일정하면 고정된 판독 흐림이고, 지속 시간과 함께 커지면 증가하는 결어긋남처럼 보일 수 있다.

새로운 물리적 잡음을 찾을 때 이 효과를 고려해야 한다. 지수 감쇠와 일치한다고 시공간이 근본적 수준에서 확률적이라는 뜻은 아니다. 발진기의 불안정성과 동기화, 주파수 표류, 전자장치 지연을 독립적으로 평가해야 한다. 동시에 모든 감쇠를 시계 오차라고 선언할 수도 없다. 설명은 시계 교정과 계의 여러 에너지 간격에 정량적으로 부합해야 한다.

하우스만, 슈미트후버, 카스트로루이스는 2025년 연구에서 양자 시계를 기준으로 측정 사건을 기술하는 두 방법을 비교했다. 이상적 극한에서는 일치하지만 시계 자원이 제한되면 서로 다른 조작적 상황을 기술하고 시간 발전의 성질도 달라질 수 있다. 이는 측정 모형을 명시하는 일의 중요성을 보여 준다. 시간의 이산성을 확립하거나 조건부 기술의 모든 비유니터리성을 양자역학의 위반으로 바꾸는 연구는 아니다. [41]

$$\bar{\rho}(T) = \int dt p(t \mid T) e^{-iHt/\hbar} \rho(0) e^{iHt/\hbar}.$$

(15.9) p(t|T)는 판독값 T에서 지속 시간의 고전적 불확실성을 정한다. 여기서는 장치 오차의 학습 모형을 쓴다. 본격적인 양자 시계에는 더 일반적인 기술이 필요할 수 있다.

$$\bar{\rho}_{mn}(T) = \rho_{mn}(0) e^{-i\omega_{mn}T} \exp\left[-\frac{\omega_{mn}^2 \sigma_t^2}{2}\right]$$

$$\omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}.$$

(15.10) 평균 T와 분산 σ_t^2인 가우스 시간 분포에서 얻은 결과. 감쇠 인자는 위상 평균을 반영하며 객관적 붕괴에 대한 독립 증거가 아니다.

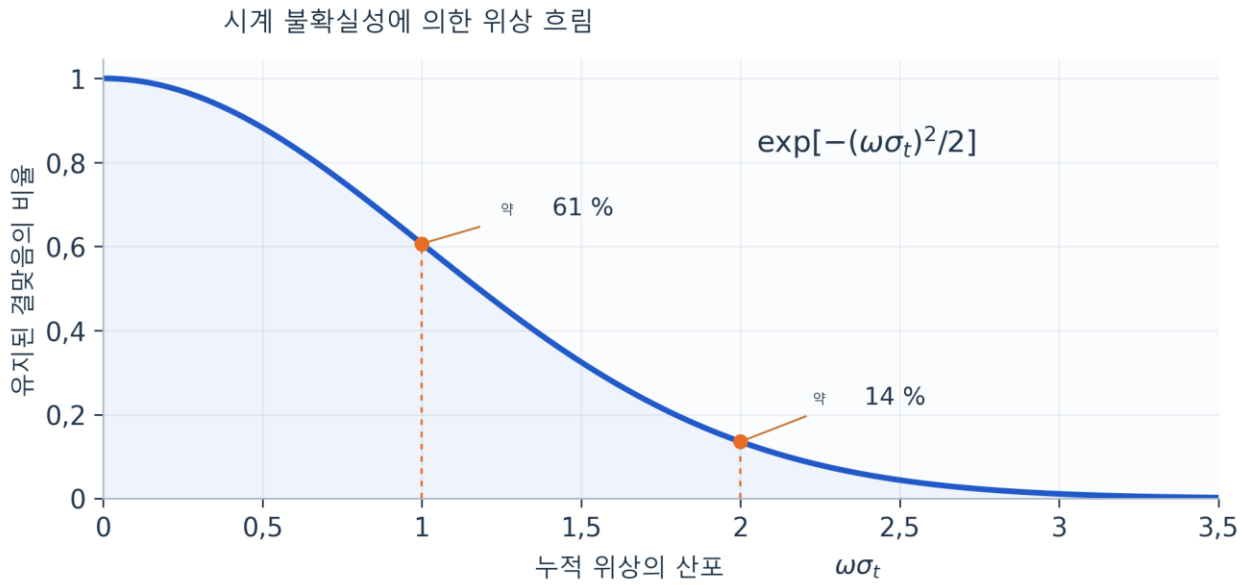


그림 43. 표준편차 σ_t인 가우스 시간 불확실성에 대해 위상을 평균하는 예시 계산. 각진동수 ω의 결맞음에서 남는 인자는 $\exp[-(\omega\sigma_t)^2/2]$다. $\omega\sigma_t$ = 1에서는 약 0,61, $\omega\sigma_t$ = 2에서는 약 0,14다. 상수 σ_t는 판독 때의 고정된 흐림을 기술한다. 이 곡선에서 별도의 결맞음 손실 동역학이 따라 나오지는 않는다.

변화의 시간과 시간의 방향

시계 판독값에 대한 상태의 의존성을 얻었다고 왜 과거는 기록을 남기고 미래는 남기지 않는지 설명한 것은 아니다. 이는 과정의 방향성과 접근 가능한 정보, 초기 조건의 문제이다. 방정식은 매개변수가 양방향으로 변하는 것을 허용해도 실제 실험 준비와 안정된 기억의 형성은 뚜렷한 비대칭을 만든다. 조건부 양자 시간과 열역학적 시간의 화살은 연결되어 있지만 같은 주장은 아니다.

마찬가지로 이벤트의 순서에 대한 불확실성은 기록된 과거를 변경할 수 있는 기회로 자동 해석되어서는 안 됩니다. 이러한 효과를 주장하려면 이벤트, 참조 프레임, 사용 가능한 개입 및 기록 통계를 식별해야합니다. 상관 관계의 특이한 구조는 역설적 인 독서없이 물리적으로 중요 할 수 있습니다. 시간 연구에서, 질문으로 시작하는 것이 특히 유용합니다: 제안 된 모델을 일반적인 모델과 구별 할 수있는 계기 판독 순서는 무엇입니까?

시간은 거리, 질량 및 상태와 함께 불확실성 예산에 포함되어 있습니다. 이러한 모델과의 안정적인 불일치는 시계 및 상호 작용에 대한보다 일반적인 법칙을 테스트 할 수있는 근거를 제공합니다. 다음 장에서는 이러한 불확실성의 원천을 단일 모델 비교에 통합 할 것입니다.

16 중력 모형을 비교하는 방법

중력 위상을 유도하면 곧바로 그래프를 그려 고전 세계와 양자 세계의 경계를 보고 싶어진다. 그러나 그래프 하나는 보통 선택한 모형의 선택한 매개변수에 관한 질문에만 답한다. 과학적으로 의미 있는 결과에는 다른 규모의 검증이 필요하다. 허용되는 경쟁 모형 중 적어도 하나가 같은 정밀도로 전체 측정 집합을 재현할 수 있는가?

모형은 확률을 내놓아야 한다

"양자 중력"과 "고전적 중력"이라는 이름은 직접적인 통계적 비교를 위해 너무 넓다. 각각은 특정 진화 규칙, 입력 상태 및 읽기 작업 집합으로 대체되어야 합니다. 해밀토니안은 역학의 일부를 지정하지만 준비 오류, 손실 또는 검출기 응답을 포함하지 않습니다. 실험에 대한 예측은 지정된 설정 하에서 기록된 결과의 확률입니다.

가장 단순한 양자 가설에는 양자 좌표 사이의 유효 뉴턴 상호작용과 독립적으로 정당화한 환경 모형이 들어간다. 대안에는 위치 측정과 결과의 고전적 전달, 평균 힘을 만드는 되먹임 작용이 들어갈 수 있다. 셋째 가설은 평균한 장의 발생원을 사용할 수 있다. 각 구성에는 고유한 전제가 있다. 비교하려면 자유 매개변수의 제약까지 포함해 맞춤 전에 이를 제시해야 한다.

경쟁 모형들은 교정 정보를 공유해야 한다. 거리를 특정 오차로 측정했다면 한 모형에는 정확한 값을 허용하면서 다른 모형에는 잘 맞추기 위한 임의의 변경을 허용할 수 없다. 온도와 전하, 주파수, 검출 효율의 허용값들은 공통의 보조 매개변수 집합을 이룬다. 가설의 차이는 불확실성을 다루는 불평등한 규칙이 아니라 동역학에서 나와야 한다.

복잡한 시뮬레이션이 시작되기 전에도 제어 한계가 유용합니다. 상호 작용이 꺼져있는 경우, 독립적으로 준비된 시스템은 환경이 그들을 바인딩하지 않는 경우 독립적으로 행동해야합니다. 제로 타임에 모델은 준비된 상태를 반환해야합니다. 이상적인 클럭 가정이 제거되면 위상 오류가 일관되게 나타납니다. 이러한 테스트는 물리적 정확성을 증명하지는 않지만 새로운 기본 속성으로 보이는 오류를 감지할 수 있습니다.

같은 힘, 다른 잡음

평균 힘만을 기준으로 삼는 것은 특히 취약하다. 물체의 평균 운동량을 똑같이 바꾸는 서로 다른 메커니즘을 구성할 수 있다. 그러면서 운동량 분포와 다른 물체와의 상관관계, 결맞음

손실률은 다를 수 있다. 따라서 인력 측정이 모형 검증을 끝내지는 않는다. 한 특성을 정한 뒤 나머지 관측가능량들도 같은 매개변수 집합과 부합해야 한다.

카프리–테일러–밀번 모형에서는 두 역학계의 중력 결합을 연속 측정과 고전적 되먹임으로 나타낸다. 이 구성은 추가 결어긋남과 가열을 동반하는 상호작용을 재현하며 독립적인 상태들로부터 얽힘을 만들지 않는다. 이는 특정한 고전 채널 모형이다. 이 모형을 배제하더라도 논리적으로 가능한 모든 비양자화된 기하 구조의 기술이 자동으로 배제되지는 않는다. [42]

힘과 잡음의 연결은 대안을 검증 가능하게 한다. 필요한 힘을 얻기 위해 측정을 강하게 하면 그 되작용이 달라진다. 측정을 약하게 하면 되먹임에 쓰는 정보가 나빠진다. 특정 모형에서 이 기여들은 정량적 상충관계를 이룬다. 따라서 상호작용의 같은 고전적 전달을 유지하면서 모든 잡음을 독립적으로 영까지 줄일 수는 없다. 검증할 것은 바로 공동 제약이다.

Oppenheim과 공저자들은 일관된 고전–양자 동역학에서 결어긋남과 확산 사이의 더 일반적인 제약을 연구했다. 중력에 적용하면 물질의 결맞음과 고전 부문의 요동을 대조할 동기가 된다. 결과의 적용가능성은 채택한 수학적 부류와 연결 형태에 의존한다. 이 전제들을 열거하지 않은 "가장 일반적인 이론"이라는 말로 구체적인 관측가능량의 계산을 대신해서는 안 된다. [43]

주어진 고전 채널의 최소 잡음

정량적 비교에는 먼저 완전 양성과 고전적 매개를 구분해야 한다. 음이 아닌 행렬 D는 특정 잡음 생성자의 허용성을 보장한다. 추가한 해밀토니언이 얽힘을 만드는 것을 금지하지는 않는다. 가장 단순한 반례는 D = 0과 상호작용 Kx_1x_2이다. 진화는 유니터리하고 완전 양성이지만 공간 중첩들의 적절한 곱은 얽히게 된다.

대칭 선형 Kafri–Taylor–Milburn 모형에서는 각 대상의 위치를 연속 측정하고 고전적 결과를 다른 대상에 가하는 되먹임 힘에 사용한다. 양의 측정 세기를 μ로 표시하자. 단위는 계수 K와 같다. 이중 교환자의 계수에 대한 측정의 기여는 μ에 비례하고 되먹임 잡음의 기여는 K^2/μ에 비례한다. 하나를 줄이면 다른 것이 커진다. [42]

여기서 채택한 정규화에서 합 $[x_j,[x_j,\rho]]$ 앞의 계수는 $\mu/(2\hbar)+K^2/(8\hbar\mu)$다. μ에 대한 최솟값은 $\mu = |K|/2$에서 얻으며 $|K|/(2\hbar)$와 같다. D로 생성기를 정의한 식과 비교하면 $D_{11} = D_{22} = \hbar|K|/2$, $D_{12} = 0$을 얻는다. 따라서 힘과 최소 잡음은 연결된다. 같은 K에서 D를 임의로 작게 선택하면 더 이상 이 고전적 채널을 기술하지 않는다.

계수 K는 거리 d 주변의 작은 변위에서 뉴턴 에너지를 전개해 얻는다. 상수항은 동역학에 영향을 주지 않고 선형항과 개별 이차 기여는 국소 힘과 주파수에 들어간다. 교차항은 Kx_1x_2이며 좌표의 방향을 일관되게 정하면 $K = 2Gm_1m_2/d^3$이다. 한 축을 다시 정의하면 부호가 바뀔 수 있다. 최소 잡음은 K의 절댓값에 의존한다.

이 구성은 모든 혼합 이론을 분류한다고 주장하지 않는다. 선형 영역에서 같은 뉴턴 상호작용과 필수적인 추가 잡음을 갖는 구체적인 대안을 정한다. 고려하는 좁은 갈래들에 대해서는 예측을 직접 검증할 수 있다. 상태 행렬은 같은 위상 해로부터 얻되, K로 정해지는 국소 감쇠를 포함한다. 이 계산은 방정식의 이름만으로 고전성을 판단할 필요가 없다는 점에서 특히 유용하다.

$$a(\mu) = \frac{\mu}{2\hbar} + \frac{K^2}{8\hbar\mu} \geq \frac{|K|}{2\hbar}$$

$$\mu_{\text{opt}} = \frac{|K|}{2}.$$

(16.1) a는 $[x_j,[x_j,\rho]]$ 앞의 계수이며 μ는 이 모형의 규격화에서 연속 측정의 세기이다. 위상 감쇠 모형의 감쇠율 γ가 아니다.

$$H_{\text{int}} = Kx_1x_2$$

$$K = \frac{2Gm_1m_2}{d^3}$$

$$D_{11} = D_{22} = \frac{\hbar|K|}{2}, D_{12} = 0.$$

(16.2) D의 최솟값은 대칭 선형 측정 및 되먹임 채널에 해당한다. 값을 높이면 채널은 더 시끄러워진다. 낮추는 것은 같은 구성에서 허용되는 자유로운 조정이 아니다.

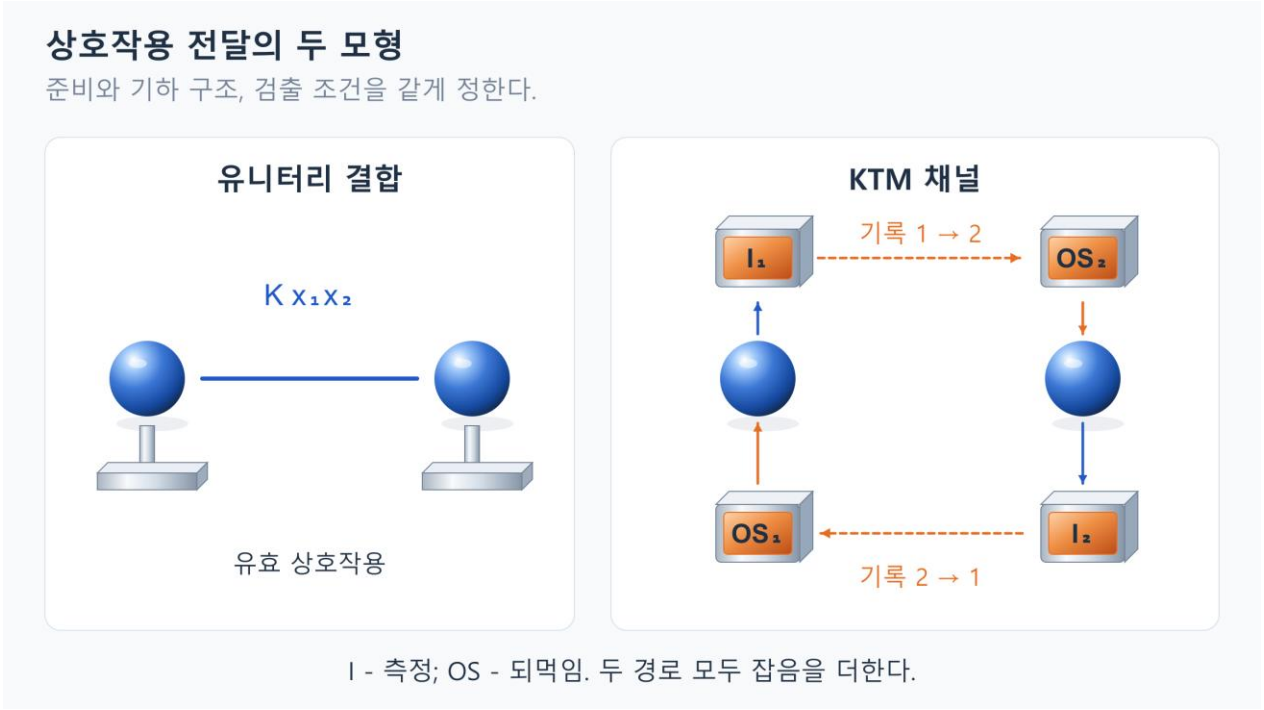


그림 44. 유효 유니터리 결합과 구체적인 측정 및 되먹임 채널 KTM의 비교. 오른쪽 위아래 경로에서는 각각의 대상을 측정하고 고전적 기록을 다른 대상에 작용하는 데 쓴다. 측정 교란과 되먹임 잡음은 공동 제약을 이룬다. 이 힘 모형을 유지하면서 둘을 독립적으로 없앨 수는 없다. 도식은 가능한 모든 고전–양자 이론을 분류하지 않는다.

두 질량의 상관 잡음

11장에서는 한 물체에 대해 결어긋남과 확산의 연결을 다루었다. 두 질량에는 새로운 검증 가능량이 생긴다. 각각에 작용하는 무작위 힘의 상관관계이다. 마르코프 백색잡음 모형에서는 이것이 실대칭 행렬 D에 들어간다. 대각 성분은 각 운동량 자체의 확산을, 교차 성분 D_{12}는 운동량들의 공동 변화를 기술한다. 같은 열린계 생성자의 표준적인 확장이다.

행렬 D는 양의 준정부호여야 한다. 두 질량에서는 대각 성분이 음이 아니며 교차 계수의 제곱에 제약이 있다는 뜻이다. 따라서 공통 무작위 힘을 각 물체의 잡음과 독립적으로 맞출 수 없다. 제안한 계수 집합이 이 조건을 위반하면 해당 형태의 물리적으로 허용되는 채널을 정하지 못한다. 이런 제약은 상관 잡음으로 관측된 잔여량을 설명하려 할 때 특히 유용하다.

좌표 표현에서 생성자의 작용은 두 공간 배치의 차이를 통해 각 결맞음의 감쇠율을 준다. LL과 RR 사이에서는 두 물체의 변위 방향이 같고 LR과 RL 사이에서는 반대이다. D_{12}가 양이면 첫 결맞음은 더 빨리, 둘째는 더 느리게 감쇠한다. 음이면 차이의 부호가 바뀐다. 두 감쇠율을 모두 측정하면 한 질량의 개별 감쇠로는 정할 수 없는 교차 계수를 검증할 수 있다.

같은 D_{12}가 운동량 공분산의 증가도 정한다. 따라서 운동의 상관관계와 공동 공간 대안들의 대비는 같은 행렬 D와 부합해야 한다. 거리 s가 같으면 앞의 두 감쇠율의 차이는 $4D_{12}s^2/\hbar^2$에 비례한다. 이는 표준 생성자의 귀결이자 일관성 검증 수단이며 독립적인 새 법칙이 아니다. 파동묶음 폭이 유한하고 궤적이 바뀌면 전체 순서에 맞는 계산이 필요하다.

이 의존성들이 일치해도 잡음의 기원은 아직 확립되지 않는다. 서로 다른 물리적 발생원이 같은 행렬을 줄 수 있다. 기하 구조와 거리, 제어 스펙트럼을 더 바꿔야 한다. 근거 없이 상관 배경을 완전히 배제하면 신호가 유일하다는 잘못된 인상을 줄 수 있다. 반대로 계열마다 임의의 새 행렬을 허용하면 예측력이 사라진다. 검증 가능한 모형은 공통 매개변수와 독립 교정의 제약을 사용한다.

$$\mathcal{L}_D(\rho) = -\frac{1}{\hbar^2}\sum_{i,j=1}^{2} D_{ij}[x_i,[x_j,\rho]]$$

$$D = D^{T} \geq 0.$$

(16.3) 마르코프 생성자의 잡음 부분이다. 해밀토니언 동역학은 별도로 더한다. D는 운동량 제곱을 시간으로 나눈 차원의 실수 행렬이다. 두 질량에는 $D_{11} \geq 0$, $D_{22} \geq 0$, $D_{11}D_{22} \geq D_{12}^2$가 필요하다.

$$\Gamma_{ab,cd} = \frac{\delta \mathbf{x}^{T} D \delta \mathbf{x}}{\hbar^2}$$

$$\delta \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_{1a} - x_{1c} \\ x_{2b} - x_{2d} \end{pmatrix}.$$

(16.4) 이 감쇠율은 좌표가 고정된 두 좁은 공간 배치 (a,b)와 (c,d) 사이의 밀도행렬 성분에 해당한다. D의 양의 준정부호성은 이런 감쇠율들을 서로 연결하면서 모두 음이 아님을 보장한다.

$$\left.\frac{d\mathrm{Cov}(p_i,p_j)}{dt}\right|_{D} = 2D_{ij}$$

$$\Gamma_{LL,RR} - \Gamma_{LR,RL} = \frac{4D_{12}s^2}{\hbar^2}.$$

(16.5) 마지막 등식은 두 질량의 분리 거리 s가 같고 L에서 R로의 방향도 같다고 가정한다. 첫 공식은 해당 잡음 생성자의 기여만 기술한다. 상호작용과 다른 과정도 공분산을 바꿀 수 있다.

두 동역학의 공통 조건

14장의 큰 네 가지 예에서는 s/d가 250/450이다. 작은 공간 변위 전개는 정확한 위상을 약 30,9 % 과소평가한다. 따라서 그 정확한 위상을 선형 KTM 채널과 비교하면 이론 차이와 근사 오차를 섞게 된다. 공동 계산에는 s/d = 0,05, 즉 d = 450 μm와 s = 22,5 μm를 선택했다. 질량은 각각 10^{-14} kg으로 유지했다.

이제 선형 위상과 정확한 네 가지 위상의 상대 차이는 0,25 %이다. 두 동역학 모두 선형 해밀토니언과 같은 준비 |++⟩, 같은 국소 축과 같은 검출 응답을 사용한다. 국소 가지들은 고정되어 있고 좁다고 본다. 이를 유지한다는 가정은 자유 진화에서 유도되지 않는다. 비교하는 이상화된 프로토콜의 일부이다.

각 대상의 가지 좌표가 ±s/2이면 상호작용 위상은 Δlin = −Ks²t/ħ이다. 최소 KTM 잡음은 단일 입자 결맞음에 vKTM = exp[−|K|s²t/(2ħ)]를 곱해 줄인다. 따라서 vKTM = exp(−|Δlin|/2)이다. 유니터리 가설에는 이 추가 인자가 없다. 이후 독립적으로 정당화한 공통 위상 배경을 두 동역학에 똑같이 적용할 수 있다.

공식에서 곧바로 검증이 나온다. x = |Δlin|/2로 놓으면 SKTM = exp(−2x)+2 exp(−x)|sin x| ≤ 1이다. x ≥ 0에서 |sin x| ≤ sinh x이기 때문이다. 이 모형군에서는 어떤 유지 시간에서도 증거량의 경계를 넘지 않는다. 이는 검출 절차에 넣은 가정이 아니라 동역학에서 직접 따라오는 결론이다.

$$\Delta_{\mathrm{lin}} = -\frac{K s^{2} t}{\hbar}$$

$$v_{\mathrm{KTM}} = \exp\left[-\frac{|K| s^{2} t}{2\hbar}\right] = e^{-|\Delta_{\mathrm{lin}}|/2}.$$

(16.6) 두 공식 모두 같은 작은 공간 매개변수를 사용한다. 정확한 네 가지 뉴턴 위상은 Δexact = Δlin/[1−(s/d)²]이다.

$$S_{\mathrm{KTM}} = e^{-2x} + 2e^{-x}|\sin x| \le 1$$

$$x = \frac{|\Delta_{\mathrm{lin}}|}{2}.$$

(16.7) 부등식은 $e^{x}-e^{-x} = 2\sinh x$와 $|\sin x| \le \sinh x$에서 나온다. 같은 국소 위상 잡음과 대칭적인 기록 오류를 더해도 이 상태 집합의 S는 증가하지 않는다.

힘과 결맞음, 상관관계의 수치 비교

선택한 질량과 거리에서 K = 1,46487·10⁻²⁸ N/m이다. 공통의 선도 힘은 3,29595·10⁻³² N이다. 이 양들로는 두 가설이 구별되지 않는다. 차이는 공동 상태와 확산에서 생긴다. 최소 KTM 채널은 D₁₁ = D₂₂ = 7,72404·10⁻⁶³ kg²·m²/s³이며 각 운동량 분산에 ħ|K|t를 더한다.

표는 먼저 공통 배경 감쇠와 검출 오차가 없는 이상적 극한을 보여 준다. 이 초 유지에서는 효과가 작아 유니터리 모형의 이상적 얽힘 척도는 약 0,000703이다. 계산에서 시간을 늘리면 상관관계 차이가 커지지만 포획 유지와 결맞음에 대한 실험적 가정도 더 엄격해진다. 200초 행은 모형의 동역학적 의존성을 보여 준다. 이런 중첩을 실험실에서 이미 준비하고 유지했다는 뜻은 아니다.

두 열의 위상은 같다. 유니터리 경우에는 S = 1+2|sin(Δlin/2)|다. KTM에서는 필요한 감쇠가 S를 일 이하로 유지한다. 200초에서는 각각 약 1,140527과 0,999784다. 두 번째 값이 경계에 가깝다고 숨은 작은 위반이 있다는 뜻은 아니다. 편차의 부호는 앞 절의 해석적 부등식으로 검증된다.

운동량 분산은 추가 검증을 준다. 같은 유지 시간에서 채널은 각 국소 분산에 약 3,09·10⁻⁶⁰ kg²·m²/s²를 더한다. D₁₂ = 0이므로 잡음 자체의 교차 추가량은 영이다. 그러나 운동의 전체 공분산은 상호작용과 초기 상태로 인해 달라질 수 있다. 따라서 잡음 행렬의 교차 성분이 영이라는 것을 모든 운동량 상관관계가 없다는 것과 동일시할 수 없다.

열, 증인 및 힘은 동일한 질량 및 기하학으로 분석되어야 합니다. 실제 설치에서 알 수없는 배경이 예측 된 확산을 완전히 가려 버리면 해당 에너지 테스트가 감도를 잃습니다. 로컬 결맞음 및 판독값이 충분할 경우 증인은 여전히 유용할 수 있습니다. 관측치를 공유하는 것은 모든 상황에서 각 채널의 우수성을 보장하는 대신 메커니즘의 일관성을 테스트하기 때문에 가치가 있습니다.

$$\Delta \mathrm{Var}(p_j)\Big|_{\mathrm{KTM}} = 2D_{jj}t = \hbar |K| t$$

$$\Delta \mathrm{Cov}(p_1, p_2)\Big|_{D} = 0.$$

(16.8) 잡음 생성자의 직접 기여만 보인다. 이 양들에는 운동과 포획 퍼텐셜, 추가 환경 채널이 포함되지 않는다.

공통의 선형 기하학을 가진 두 역학

t, s	|Δlin|, rad	C₀	vKTM	Sунит (유니터리)	SKTM
2	0,001406	0,000703	0,999297	1,001406	0,9999999998
20	0,014064	0,007032	0,992993	1,014064	0,9999997698
200	0,140643	0,070263	0,932094	1,140527	0,9997839124

C₀는 순수 유니터리 모형에 해당한다. KTM의 상태는 혼합 상태이므로 이 수치는 그 상태의 얽힘 척도가 아니다.

구별 가능성에 따라 설정을 골라야 한다

어떤 한 유지 시간에서 두 가설이 같은 간섭 가시도를 예측한다고 하자. 반복 수를 늘리면 그 일치를 더 정밀하게 확인하지만 설명을 선택하는 데 반드시 도움이 되지는 않는다. 의존성이 갈라지는 시간이나 파동묶음 분리 거리, 질량, 제어 펄스 순서를 바꾸는 것이 더 유용하다. 시뮬레이션에 던질 올바른 질문은 어떤 새로운 측정이 가설들의 양립 영역을 가장 크게 줄이는가이다.

예비 계산을 위해 여러 관측가능량을 벡터로 수집할 수 있습니다: 위상, 가시성, 스핀 상관 관계 및 모멘텀 분포의 너비. 그런 다음 허용된 모든 보조 파라미터를 고려하여 한 모델의 예측이 상대의 가장 가까운 예측과 얼마나 멀리 떨어져 있는지 추정합니다. 거리는 오류와 상관 관계를 고려해야합니다. 두 개의 시각적으로 다른 곡선은 통계적으로 구별 할 수 없지만 작고 일관된 차이는 유익 할 수 있습니다.

경쟁 모형의 매개변수에 대해 최소화하는 것이 핵심이다. 경쟁 모형에 불리한 수치 집합 하나와 비교하면 그 집합만 검증한다. 강한 결과는 대안이 독립적으로 정당화한 범위 안에서 가장 유리한 값을 고르려는 시도에도 견딘다. 이때 예측이 실패할 때마다 물리적 이유 없이 범위를 넓힐 수는 없다. 그러면 가설은 어떤 자료든 다시 쓰는 수단이 되어 검증가능성을 잃는다.

아래의 이차 척도는 오차가 대략 가우스형이고 공분산이 알려져 있을 때 편리하다. 설계를 위한 것이며 유의성을 보편적으로 선언하는 수단은 아니다. 드문 검출과 비선형 추정, 허용 영역 경계의 매개변수에는 완전한 우도와 모의 자료를 통한 통계량 보정이 필요하다. 결정 문턱값은 설정 선택과 검토한 경우의 수까지 포함한 전체 절차에 의존한다.

$$\mathcal{D}^2(\mathbf{u}) = \min_{\theta \in \Theta_B} [\mathbf{f}_A(\mathbf{u}) - \mathbf{f}_B(\mathbf{u},\theta)]^T \Sigma^{-1} [\mathbf{f}_A(\mathbf{u}) - \mathbf{f}_B(\mathbf{u},\theta)].$$

(16.9) u는 실험 설정을, f는 예측 벡터를, θ는 대안 B의 허용 매개변수를, Σ는 예상 오차의 공분산을 정한다. 선택한 근사에서 선택한 모형들의 구별가능성을 나타내는 지표이며 새로운 물리 상수가 아니다.

공통 보정 영역을 고려한 비교

차이의 견고성을 검증하려면 경쟁 모형이 미리 정한 영역 안에서 가장 유리한 매개변수를 고르게 할 수 있다. t = 200 s의 예에서는 상호작용 척도 a와 외부 위상 배경의 가시도 vφон, 기록 부호 하나의 오류 확률 ε라는 세 공통 입력을 도입했다. 독립 교정이 각각을 0,98–1,02, 0,98–1,00, 0,005–0,015 구간으로 제한했다고 가정한다. 이 계산에서 구간들은 문제의 조건으로 주어지며 실제 장치에서 얻은 것이 아니다.

기준 유니터리 모형은 a = 1, vφон = 0,99, ε = 0,01을 사용한다. 대안 KTM에서는 같은 구간 안에서 값들을 자유롭게 선택할 수 있다. 그 모형에 필수적인 인자 exp(−|aΔlin|/2)가 vφон에 추가로 곱해진다. 모든 예측은 세 설정 각각의 네 확률로 바꾼다. 따라서 전제가 서로 다른 복원된 얽힘 척도 대신 결과의 분포들을 비교한다.

설정들에 걸친 평균 쿨백 라이블러 발산을 최소화하면 등록한 쌍당 0,00610171 nat를 얻는다. 찾은 최선의 KTM 예측은 영역의 경계에 있다. a = 0,98, vφон = 1, ε = 0,005다. 상관관계 보존에 가장 유리한 설정을 쓰지만 분포는 여전히 일치하지 않는다. 여러 초기점에서 계산을 반복했다. 이 작은 영역에서의 수치 안정성 검증이다.

양의 불일치는 최적화 알고리즘과 독립적인 논증으로도 뒷받침된다. 기준 모형은 검출된 S = 1,074900을 주지만 고려하는 채널은 이상적인 판독에서도 일을 넘을 수 없다. 따라서 명시한 모형군에서 분포가 정확히 같아질 수는 없다. 수치 최소화는 불일치의 크기를 추정하고 증거량은 불일치의 존재를 확립한다.

정보 거리는 오류 확률이 아니며 통계 절차 없이 '몇 시그마'라는 값으로 바꾸어서는 안 된다. 선택한 설정 분포에서 평균 로그우도의 예상 차이를 보여 준다. 유한한 표본에는 원시 사건 수와 결정 규칙, 그 보정이 필요하다. 증거량에 대한 완결된 예는 이미 14장에 제시했다. 여기서 푸는 과제는 허용된 보정 불확실성에 대한 물리 예측의 견고성이다.

$$\overline{D}_{\mathrm{KL}} = \min_{\theta \in \Theta} \frac{1}{3} \sum_{u \in \{XX, YZ, ZY\}} \sum_{a,b} P_A(a,b \mid u) \ln \frac{P_A(a,b \mid u)}{P_B(a,b \mid u,\theta)}.$$

(16.10) Θ는 미리 정한 공통 교정 영역이다. 여기서는 설정들의 가중치가 같다. 자원과 사용 빈도가 다르면 가중치를 바꿔야 한다.

이 프로토콜이 더 이상 도움이 되지 않는 영역

환경의 영향은 대기 시간 t와 외부 위상 감쇠율 γфон의 평면에 나타내면 편리하다. 유니터리 모형에서는 v = exp(−γфонt)이며, 지정한 판독 오류에서 등록 지표는 η²[v²+2v|sin(κt/2)|]다. 여기서 κ = |K|s²/ħ다. 선 S = 1은 이 증인에 양의 여유가 있는 영역과, 반복 수만 늘려서는 위반을 만들 수 없는 영역을 나눈다.

대기 시간이 매우 짧으면 위상이 작고, 유한한 판독 오류가 이미 초기 상관관계를 줄인다. 따라서 완벽한 결맞음도 짧은 시간에서 사용 가능한 증인을 보장하지 않는다. 오래 기다리면 위상 자원은 특정한 극댓값까지만 증가하지만 누적 배경은 가시도를 계속 줄인다. 그 결과 유용한 시간 영역이 생긴다. 이 영역은 γфон이 커질수록 좁아지며 사라질 수 있다.

그래프는 같은 비 s/d = 0,05와 부호당 검출 오류 1 %에서 그렸다. KTM 대안에도 같은 외부 배경을 적용하므로 그 곡선은 경계의 다른 쪽에 남는다. 유니터리 가설이 경계 아래에 놓이면 이 증거량이 충분하지 않다는 뜻이다. 전체 분포나 운동량 확산의 관측은 여전히 다를 수 있다. 완전한 식별 불가능성을 주장하려면 선택한 자료 전체를 비교해야 한다.

이 결과로 해당 수준에서의 계산 정식화가 완결된다. 동역학과 준비, 측정, 교정 영역, 민감도 손실의 원인을 정했다. 실험으로 옮기려면 포획 유지와 배경 상호작용, 사건 수율의 실제 특성을 넣어야 한다. 그럼에도 어떤 매개변수를 측정해야 하고 각 결과가 어떤 결론을 허용하는지는 이미 분명하다. 추가적인 모형 확장은 이 지도의 구체적인 한계에 답할 때 의미가 있다.

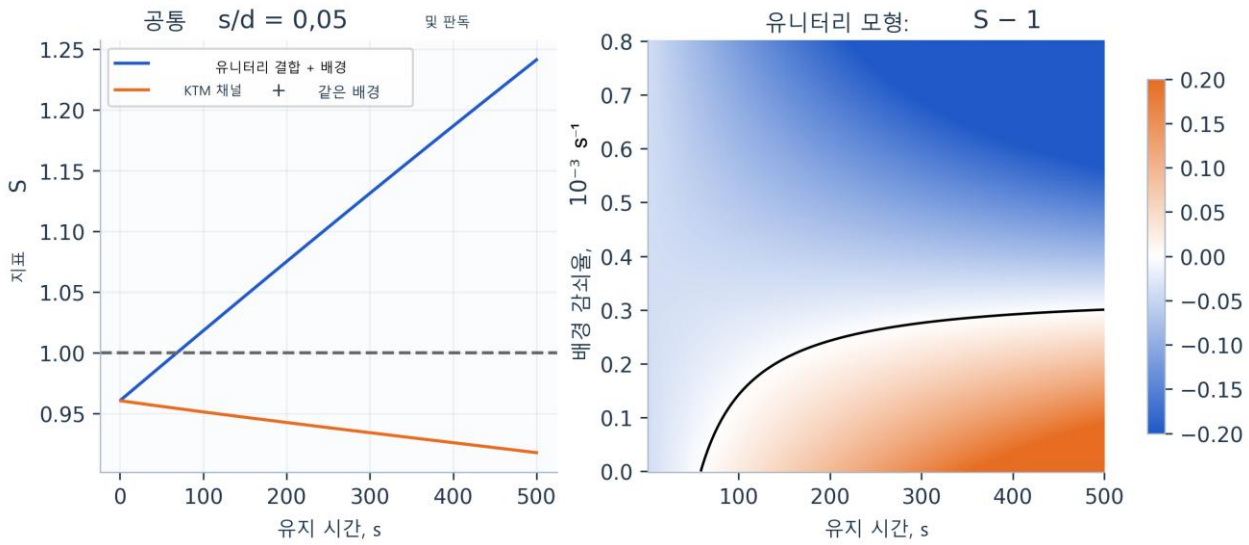


그림 45. 공통 s/d = 0,05와 부호당 판독 오류 1 %에서의 두 동역학 비교. 왼쪽에서는 같은 외부 위상 배경 γφoн = 5·10⁻⁵ s⁻¹을 유니터리 결합과 KTM 채널에 적용한다. 오른쪽은 유니터리 모형의 S−1 지도이며 검은 선은 특정 증거량의 문턱값이다. 긴 유지 시간은 모형 의존성을 보여 주는 예이며 실제로 구현한 성능이라고 주장하지 않는다.

모의실험에서 재현 가능한 결과까지

이 장의 계산은 첨부 프로그램 gravity_v02.py에 구현했다. 입력 집합 하나에서 위상 표와 결과 확률, 모형의 최소 불일치, 문턱값 지도가 나온다. 프로그램은 651개 점에서 부분 전치 행렬의 스펙트럼을 검증하고 확률과 두 준위 시계 POVM의 규격화도 검증한다. 해석적 스펙트럼과 행렬 스펙트럼의 일치는 절대 허용오차로 확인한다. 이렇게 모형의 예측과 계산 오류를 구별한다.

물리 상수와 난수 생성기의 초기 상태, 교정 구간, 모의 계수를 결과와 함께 저장했다. 인공 표본의 수치들은 동역학 매개변수와 구분한다. 따라서 미리 복원한 얽힘 척도를 원시 자료로 간주하지 않고 같은 관측 집합을 다른 기준으로 분석할 수 있다. 모의 계수를 실험 계수라고 표시하지 않는다.

독립 검증에는 원래 상태행렬의 양성, 확률의 합, 알려진 순수 극한, KTM의 해석적 부등식이 포함된다. 기하 구조 오차 예산의 미분은 유한차분으로 대조했다. 정보 거리의 프로파일은 여러 초기점에서 계산했다. 점질량 모형의 제시된 수치를 확인하기에는 충분하다. 유한한 파동묶음의 전파나 포획 동역학에는 별도의 수렴 검증이 필요하다.

결과에는 증인 위반의 양성 예와 유한 표본 통계, 민감도를 잃는 영역이 들어 있다. 세 부분은 서로 다른 질문에 답한다. 모형에서 효과가 가능한가, 선택한 사건 수가 충분한가, 장치의 어떤 특성이 효과를 지우는가이다. 이를 함께 제시하면 해당 조건의 구현 가능성을 열린 문제로 남기면서 계산 예를 완결할 수 있다.

차이의 부재가 답이 될 때

수행한 비교에서는 공통의 기하 구조와 준비, 검출 아래 유니터리 뉴턴 결합과 특정 측정 및 되먹임 채널이 양립하지 않는 상관관계를 주는 영역을 찾았다. 선택한 동역학들에 관한 결과이다. 장을 고전적이라고 부르는 모든 기술에 자동으로 확장되지 않으며 가정한 지속 시간과 배경 수준의 달성가능성을 확립하지도 않는다.

S = 1 선의 반대편에서는 평균을 무한히 정확하게 정해도 이 증인이 양성 결과를 주지 않는다. 이 도구에는 의미 있는 한계이다. 완전한 구별 불가능성은 더 강한 주장으로, 허용 매개변수를 고려한 뒤 접근 가능한 모든 분포가 일치해야 한다. 두 경우를 구분하면 판독 개선과 확산 측정, 기하 구조 변경 중 다음 연산을 고르는 데 도움이 된다.

기본 추론은 입력 상태, 역학, 검출기 결과 및 제외 된 대체 클래스의 이름을 지정할 때 정밀도를 얻습니다. 이 책의 다음 부분은 공간 노이즈와 시간적 상관 관계를 관리하는 데 동일한 논리를 적용합니다. 확장의 요점은 새로운 측정이 일반적인 물리적 매개 변수를 확인하고 각 시리즈의 독립적 인 피팅으로 대체되지 않는다는 것입니다.

중력 실험은 예상 신호뿐 아니라 해석의 한계도 알 때 이론의 기초를 검증하는 실험이 된다. 힘과 위상, 결맞음, 잡음, 시계 판독값은 하나의 일관된 예측을 이루어야 한다. 그러면 작더라도 측정 가능한 효과가 허용되는 물리적 설명의 집합을 크게 바꿀 수 있다.

제 IV부 검증 가능한 연구 계획

17 보편적인 공간 잡음 가설

보편 법칙에는 수치적 요구가 따른다. 한 계열에서 구한 매개변수로 다른 계열을 예측해야 한다. 이 장에서는 질량 모형을 두 대상의 결합 가능도로 바꾼다. 원시 계수값의 완전한 예제는 제19장에서, 오류 빈도의 검증은 제21장에서 다룬다.

실제로 검증하자는 것

작업 가설은 다음과 같습니다: 환경과의 사용 가능한 상호 작용을 정량적으로 고려한 후, 다양한 재료 개체에 공통적 인 매개 변수 인 공간 결맞음의 손실에 대한 추가 구성 요소가 있습니다. 가장 간단한 형태로, 그것은 질량 분포와 관련이 있으며 상관 관계의 강도와 공간 척도에 의해 지정됩니다. 단어 "유니버설"은 동일한 결합 법칙을 의미하며 분자, 나노 입자 및 기계 공진기에 대해 동일한 붕괴 속도가 아닙니다. 그들의 질량, 모양 및 운동은 다르다, 그래서 관측한 효력은 또한 다른 이어야 한다.

역사적으로 연속 자발적 국소화는 이미 양자 동역학의 확률적 수정으로 정식화되어 있다. Ghirardi, Pearle, Rimini의 1990년 연구는 이 프로그램의 기초에 속한다 [21]. 여기서 제안하는 방향은 그 발상을 자신의 것으로 주장하지 않는다. 가능한 기여는 공동 검증 방식과 독립 관측의 선택, 환경 모형에 대한 추론의 입증 가능한 견고성에서 찾아야 한다. 구체적인 프로토콜의 과학적 새로움은 문헌과의 별도 대조로 확립해야 한다.

하나의 고립 된 설정은 너무 많은 설명의 자유를 허용합니다. 설명되지 않은 전기장, 잔류 가스 또는 온도 오류가 추가 매개 변수로 나타날 수 있습니다. 다른 설치로 이동할 때, 이러한 상황은 일반적으로 새로운 설명이 필요합니다. 반대로 보편적 가설은 약속을합니다: 발견 된 기본 매개 변수는 각 장치에 대해 임의로 재구성 될 수 없습니다. 물체 및 알려진 장비 매개 변수의 측정 특성을 변경할 수 있습니다. 일반 법은 동일하게 유지됩니다.

서로 다른 물체에 같은 매개변수 쌍

편리한 초기 매개화에는 강도 λ와 길이 r_C를 사용한다. 이 단계에서는 검증 대상 모형의 좌표들이다. 존재가 증명되었다고 가정하지 않는다. 각 실험의 예측을 따로 계산하며 질량 분포와

상태 가지의 궤적, 관측 시간, 검출 방식을 포함한다. 공동 분석은 선택한 모든 관측과 부합하는 λ와 r_C의 하나의 허용 영역을 찾아야 한다.

이 요구 사항은 "모든 실험에 약간의 소음이 남아 있습니다."라는 문구보다 강합니다. 잔류 물은 여러 가지 이유로 발생할 수 있으며 공통 구조가 없습니다. 일반성은 정량적으로 검사됩니다. 한 시리즈가 일정한 척도로 강도를 높이고 다른 시리즈가 신뢰성 있게 계정 오류를 고려하여 이러한 증가를 제외하면 충돌이 나타납니다. 그것은 양립할 수 없는 추정을 평균해서 숨겨질 수 없습니다. 첫째, 특정 실험의 가능한 오류를 검사 한 다음 보편적 인 모델 자체를 수정합니다.

사전 선택 된 범위의 적용 가능성도 필요 합니다. 딱딱한 몸체의 비상대적 모델은 입자의 탄생, 강한 중력장 또는 물체 자체의 파괴를 설명 할 필요가 없습니다. 이러한 제한은 데이터와 비교하기 전에 작성된 경우 허용됩니다. 그들은 모든 실패한 예측 후에 추가 될 때 문제가됩니다. 연구 프로그램은 근사치의 정직한 정제와 가설이 작동하도록되어있는 조건의 끝없는 확장을 구별해야합니다.

질량만이 아니라 기하 구조

"더 무거운 대상이 결맞음을 더 빨리 잃어야 한다"는 추론은 첫 근사로만 유용하다. 잡음이 질량밀도와 연결되면 물체의 전체 공간 구조가 중요하다. 서로 다른 부분이 같은 상관 영역 안에 있거나 멀리 밖에 있을 수 있다. 따라서 같은 질량이라도 조밀한 물체와 길쭉한 구조는 다른 예측을 줄 수 있다. 이 차이는 단순한 질량 의존성 그래프에는 없는 추가 검증을 제공한다.

강체에 대해 밀도 $\mu(\mathbf{x})$와 그 푸리에 변환 $\tilde{\mu}(\mathbf{k}) = \int d^3x \mu(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$를 도입하자. 다음 식은 같은 두 분포를 벡터 $\mathbf{d}$만큼 변위시켰을 때의 구체적인 가우스 국소화 모형을 정한다. 이후 계산의 작업 정의로 사용한다. 모든 인자는 점질량 분포에서 10장의 공간 법칙이 나오도록 명시했다. 공식의 차원은 역시간이다.

물체 크기가 r_C에 비해 작으면 적분의 유의한 영역에서 $\tilde{\mu}$를 전체 질량으로 바꿀 수 있다. 익숙한 이차 증폭이 생긴다. 크기가 커지면 이런 대체는 더 이상 정당하지 않다. 실제 형태와 불균일성, 배향, 가능한 내부 운동을 고려해야 한다. 형태 오차는 보편성 위반을 흉내 낼 수 있다. 따라서 서로 다른 물체의 비교에는 명목 질량만이 아니라 측정한 기하 구조 자료를 사용해야 한다.

$$\Gamma_{\mu}(\mathbf{d}) = \frac{\lambda r_C^3}{\pi^{3/2} m_0^2} \int d^3k e^{-r_C^2 k^2} |\tilde{\mu}(\mathbf{k})|^2 \Big[1 - \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{d})\Big].$$

(17.1) 가우스 공간 커널의 작업용 국소화 감쇠율. 기준 질량 m₀가 λ의 규격화를 정한다. 강체와 두 분기에서 같은 모양, 유효 비상대론적 동역학의 적용 가능성을 가정한다.

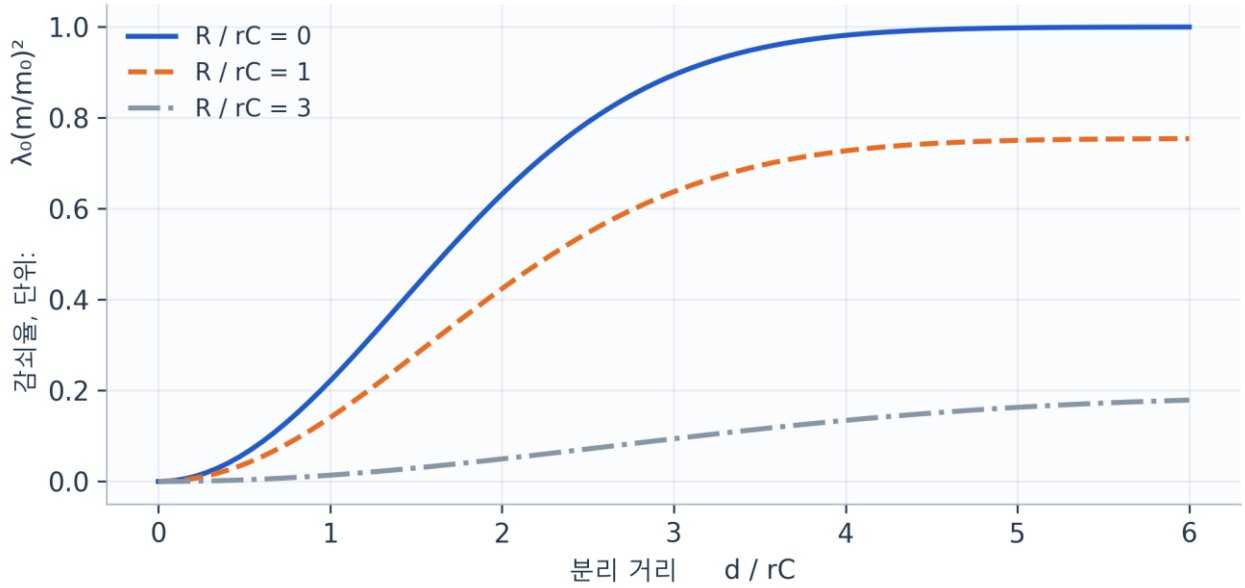


그림 46. 전체 질량이 같을 때 균일한 구의 유한한 크기가 미치는 영향. 반지름 R은 질량 형태인자를 바꾸므로 작은 물체에 쓰는 간단한 법칙을 모든 물체에 옮길 수는 없다.

물리적으로 허용되는 상관관계

상관 함수를 자유롭게 그리는 것만으로는 충분하지 않습니다. 일부 필드가 여러 지점에서 행동하게하십시오. 그 값의 가중합의 분산은 음수가 아니어야 합니다. 이 요구 사항은 상관 관계 행렬의 모든 요소를 동시에 제한합니다. 인접한 쌍만 확인한다고 해서 전체 시스템의 일관성이 보장되는 것은 아닙니다. 계산 모델에서, 이러한 위반은 충분히 많은 수의 공간 포인트가 고려될 때까지 보이지 않는 상태로 남아있을 수 있다.

균일한 정상 가우스장에는 스펙트럼으로 정의하는 방법이 편리하다. 공간 상관관계를 음이 아닌 스펙트럼 밀도의 변환으로 얻는다. 가우스 커널은 이 조건을 만족한다. 여러 상관 척도 같은 더 복잡한 형태는 음이 아닌 가중치를 갖는 허용 성분들의 합으로 구성할 수 있다. 그러나 척도를 추가할 때마다 맞춤의 자유도가 늘어난다. 이런 모형은 조정에 사용한 점을 더 잘 설명하는 데 그치지 않고 새 관측에서 이득을 보여야 한다.

상관관계의 허용성도 문제의 일부만 해결한다. 제안한 양자 진화에서는 밀도행렬의 대각합과 양성이 보존되는지, 보조계로 확장한 경우까지 검증해야 한다. 올바른 앙상블 방정식만으로 개별 측정 결과가 생기는 물리적 메커니즘이 정해지지는 않는다. 상대론적 일관성과 전체 계의 에너지 보존도 자동으로 따라오지 않는다. 한 수학적 검증의 성공이 나머지를 대신하지 않도록 이 요구들을 구분해야 한다.

$$\sum_{i,j} a_i^* C(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) a_j \geq 0$$

임의의 $\{a_i, \mathbf{r}_i\}$.

(17.2) 공간 상관관계의 양의 준정부호 조건. 장 값들의 어떤 선형결합도 음의 분산을 갖지 못하게 한다.

새 대상에 대한 예측

가장 실질적인 검증은 미리 검증용으로 남겨 둔 계열로 구성한다. 예를 들어 두 질량 분포와 여러 궤적에서 매개변수를 추정한 뒤 세 번째 형태의 가시도를 계산한다. 새 계열을 열어 보기 전에 예측 범위, 보정 매개변수, 비교 규칙을 고정한다. 결과를 얻은 뒤 강도나 공간 커널을 자유롭게 바꾸도록 허용하면 검증은 의미를 잃는다. 세 번째 물체가 또 하나의 조정용 자료가 되기 때문이다.

이런 물체를 고를 때는 모형의 구별가능성을 고려해야 한다. 거의 같은 두 시료는 다루는 모든 메커니즘에서 사실상 비례하는 응답을 줄 수 있다. 그 일치는 약한 시험일 것이다. 질량 국소화 모형과 허용되는 환경 모형들이 서로 다른 변화를 예측하는 기하 구조를 찾는 편이 더 유용하다. 예를 들어 질량을 유지하면서 형태를 바꾸면 공간 형태인자와 광학 산란에 다르게 영향을 줄 수 있다. 어떤 차이가 유용한지는 특정 재료와 장치의 계산으로 보여야 한다.

여러 실험의 역량을 비교하는 데에는 알려진 선행 연구가 있다. Nimmrichter와 Hornberger는 양자역학의 특정 수정들을 제약하는 실험의 능력으로 거시성을 평가하자고 제안했다 [46]. 이 프로그램에는 실용적인 기준이 된다. 물체의 규모 자체가 실험의 과학적 힘을 재는 척도는 아니다. 어떤 매개변수 영역을 검증하며 이전 관측과 얼마나 독립적으로 검증하는지가 더 중요하다.

공통 매개변수와 독립적인 환경 조건

계산 검증에는 질량비가 1 대 1,4인 작은 두 대상을 선택했다. 여기서 작다는 것은 각 치수가 검증하는 모든 상관 길이보다 작다는 뜻이다. 이 조건으로 질량 커널의 점질량 극한을 쓸 수 있다.

절대 질량은 지정하지 않는다. 이 예는 형태의 식별과 두 응답 사이의 매개변수 이전을 연구한다. 진폭을 근본 강도의 제약으로 바꾸려면 실제 질량을 정하고 형태인자를 검증해야 한다.

분리 거리는 기준 길이 ℓ = 100 nm 단위로 측정한다. 첫 대상의 지속 시간은 T_1 = 1 s이고 둘째는 T_2 = 0,8 s이다. 각 대상에는 통상적 결맞음 손실의 고유한 상수 및 이차 성분이 있다. 진폭 A와 길이 r_C, 판독 대비 c는 두 대상에 공통이다. 이 구분은 검출기 교정은 공통이고 두 계열의 국소 조건은 다를 수 있다는 구체적인 가정을 나타낸다. "보편성"이라는 말에서 따라오는 것이 아니며 장치마다 따로 검증해야 한다.

진폭 A는 $A = \lambda(m_{\mathrm{ref}}/m_0)^2$를 통해 원래의 세기와 연결된다. 여기서 m_{ref}는 첫 대상의 질량이다. 둘째 대상의 인자는 $1{,}4^2 = 1{,}96$이다. 그러므로 A와 r_C가 같아도 곡선들이 같다는 뜻은 전혀 아니다. 두 번째 응답은 질량 기여가 더 강하고 지속 시간이 조금 짧으며 배경도 다르다. 공동 검증의 대상은 외형적 일치가 아니라 서로 맞아야 하는 곡선들의 차이다.

가능도는 모든 설정의 이항확률과 별도 보정 계열의 확률을 곱해 구성한다. 공통량은 모든 인자에 하나의 같은 매개변수로 들어가고, 국소 계수는 해당 대상의 자료에만 작용한다. 대신 곡선마다 A를 독립적으로 맞춘 뒤 반올림한 두 수를 비교하면 공동 보정에 관한 중요한 정보가 사라진다. 특히 대비의 공통 이동은 두 추정값을 상관된 방향으로 움직인다.

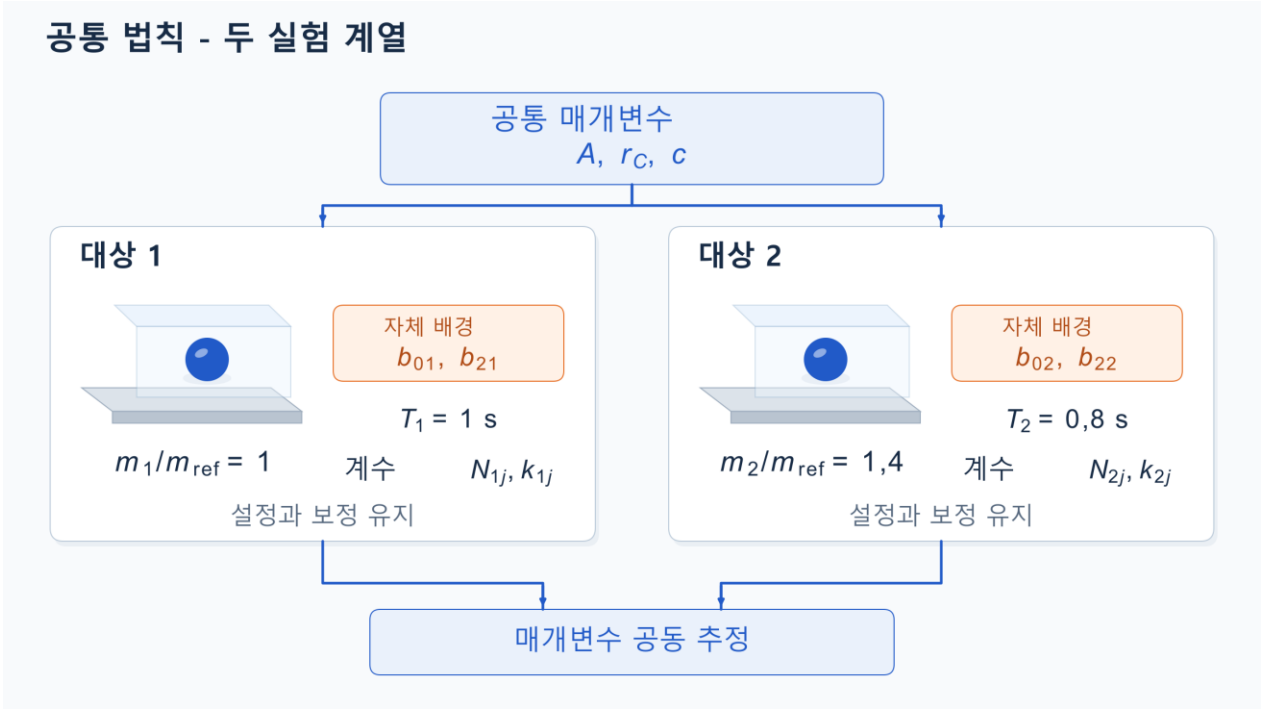


그림 47. 공통 법칙은 질량비 1:1,4인 작은 물체들의 두 합성 계열을 공동으로 처리하여 검증한다. A와 r_C, 판독 대비 c는 공통이며 통상적 배경 계수 b_{0g}와 b_{2g}는 각각의 물체에 속한다. 지속 시간은 T₁=1 s와 T₂=0,8 s다. 두 번째 응답의 질량 인자는 1,4²=1,96이므로 보편성이 감쇠율이나 감쇠 곡선의 일치를 뜻하지는 않는다. c가 공통이라는 것은 이 예의 별도 보정 가정이다. 절대 질량과 달성한 실험 민감도는 정하지 않는다. 검증용으로 남긴 계열에서는 같은 물체들을 새 조건에서 사용한다.

고정한 시연 데이터에서 최대우도는 A = 0,15334 s⁻¹와 r_C = 1,25ℓ에서 얻어진다. 생성기의 참값은 0,12 s⁻¹와 ℓ였다. 유한 표본에서 이런 차이는 정상이다. 분석 과제는 반올림한 추정값이 입력한 수와 반드시 같게 만드는 것이 아니라 오차 분포를 평가하는 데 있다. 프로파일 영역과 실제 포함률은 뒤에서 제시한다. 이 데이터는 전부 합성 데이터다.

공동 가설을 대상마다 별도의 A₁과 A₂를 갖되 공간 척도는 같은 모형과도 비교했다. 진폭을 분리할 때의 개선 통계량은 0,0558이다. 공통 모형의 독립적인 교정 시뮬레이션 200회에서 꼬리 비율은 0,811이다. 이 학습 자료 집합에서는 공통 매개변수를 기각할 이유가 없다. 이런 일치는 지정한 모형들과 해당 표본의 정밀도만 검증하며 모든 물질계에서의 보편성을 증명하지 않는다.

대조 자료 집합에서는 의도적으로 진폭을 A₁ = 0,12 s⁻¹와 A₂ = 0,24 s⁻¹로 다르게 했다. 통계량은 6,268, 해당 교정 꼬리 비율은 0,0100을 얻었다. 주어진 절차가 공통성 요구의 위반을 어떻게 알아내는지 보여 주는 계산이다. 이 값들을 극도로 작은 p의 정확한 추정으로 바꿀 수는 없다. 교정 반복이 200회이면 꼬리 분해능은 약 이백분의 일로 제한된다.

검증용으로 남긴 계열에서는 같은 두 대상의 거리와 지속 시간을 바꾼다. 새 배경 계수는 넣지 않는다. 따라서 미지의 셋째 장치에서의 작동이 아니라 기하 의존성과 누적 시간의 이전을 검증한다. 새로운 물체 형태에 대한 실제 예측에는 측정한 밀도와 국소 환경의 별도 교정이 필요하다. 이 구분을 통해 작은 예를 실제 수행보다 넓은 실험으로 해석하지 않고 충분히 활용할 수 있다.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{cal}}(c) \prod_{g=1}^{2} \prod_{j} \binom{N_{gj}}{k_{gj}} p_{gj}^{k_{gj}} (1 - p_{gj})^{N_{gj} - k_{gj}}$$

(17.3) 전체 가능도. 지표 g는 대상, j는 설정을 뜻한다. 매개변수 A, r_C, c는 공통이고, 계수 b_{0g}와 b_{2g}는 국소적이다.

에너지와 기술의 한계

공간 국소화는 보통 운동량 분포의 변화와 연결된다. 11장에서는 가열을 통해 이 연결을 살펴보았다. 여기서는 방법론적 귀결이 중요하다. 간섭에 맞춘 매개변수는 에너지 관측량의 계산에도 사용해야 한다. 자료군마다 서로 연결되지 않은 강도를 도입하면 하나의 물리적 가설이 사라진다. 대신 여러 개별 기술에 잘못 공통 이름을 붙인 셈이 된다.

CSL의 소산적 변형들은 이미 개발되어 있다. 특히 Smirne와 Bassi는 해당 모형에서 평균 에너지의 무한한 증가를 없애는 확장을 제안했다 [54]. 따라서 가열 문제를 발견했다고 해결 방법이 하나뿐인 것은 아니다. 그러나 소산적 변형을 택하면 매개변수와 예측 집합이 달라진다. 이전 국소화 공식에 말로 단서를 덧붙일 것이 아니라 새 계산이 필요하다.

이 책에서 가우스 모델은 제한된 효과적인 가설로 취급된다. 그것은 우리가 공동 실험 질문을 공식화 할 수 있지만, 근본적인 필드 이론을 대체하지 않습니다. 그러한 이론으로의 전환은 에너지 전달, 인과 관계 구조 및 다른 유형의 물질과의 관계에 대한 추가 결정을 필요로합니다. 이러한 요소들의 부재는 열린 작업으로 지정되어야 한다; 새로운 엔티티들의 이름으로 그 공백을 채우는 것은 시기상조일 것이다.

서로 다른 물리적 의무를 갖는 두 가설

이 장의 공간 가설과 다음 장의 시간 가설은 별개의 두 과제로 다룬다. 첫 과제에서는 질량 분포와의 결합 법칙을 고정하고 공간 커널을 검증한다. 둘째에서는 두 준위 센서의 위상 상호작용

연산자를 고정하고 시간 상관함수를 검증한다. 따라서 기호 λ, r_C, σ, τ_c는 이미 하나의 근본 이론으로 통합된 네 매개변수를 뜻하지 않는다.

공간 실험의 관측 확률은 선택한 질량 상태를 전파하고 통상적 환경을 고려한 뒤 검출 모형을 적용해 얻는다. 작은 물체의 정상 극한에서는 A[1 − exp(−d²/(4r_C^2))]가 들어간 지수함수가 나온다. 시간 센서의 확률은 H(t) = ħδω(t)σ_z/2와 주어진 제어에 의해 쌓인 상대 위상에서 얻는다. 연산자 σ_z는 두 내부 상태의 차이를 뜻한다. 그 자체로 질량 가지들 사이의 거리에 대해 말해 주지는 않는다.

두 과제를 결합하려면 물리적 전달 모형을 추가해야 한다. 예를 들어 무작위 공간장이 두 질량 밀도의 차이와 상호작용하고, 움직이는 갈래를 따라 그 값이 δω(t)를 만들 수 있다. 그러면 위상 상관함수는 공간 스펙트럼, 운동, 질량 분포에 동시에 의존한다. 스펙트럼이 인수분해되더라도 관측되는 시간 진폭은 대상과 궤적에 달려 있다. 단순히 λ = σ라고 놓거나 스핀 상관시간을 질량 모형에 옮기는 데에는 근거가 없다.

기존의 두 수치 계열은 독립적인 매개변수를 유지한다. 이항 공간 분석은 공통 질량 법칙을 검증하고, 제어되는 두 준위 센서는 정상 시간 상관함수를 검증한다. 이 장의 마지막 절들에서는 두 과제의 수학적 연결을 명시하는 제한적인 공통 전달 모형을 구성한다. 이것이 별도의 계산을 단일 실험으로 바꾸거나 장의 근본적 본성을 확립하는 것은 아니다.

보편성이 검증을 견디지 못할 때

독립적으로 확립한 오차 안에서 미리 정한 검증 집합을 설명할 공통 매개변수 영역이 없을 때 선택한 가설 버전의 기각은 정당해진다. 이 주장은 반드시 구체적인 커널과 질량 결합 법칙, 적용 범위에 해당한다. 상상 가능한 모든 양자역학 수정을 배제하지는 않는다. 동시에 가능한 다른 모형이 무한히 많다는 말로 이런 결과의 가치를 없앨 수도 없다. 검증한 버전은 실제로 실패한 것이다.

모든 관측이 추가 효과의 부재와 부합한다면 결론의 형태는 다르다. 연구한 공간 척도 범위에서 강도의 상한을 얻는다. 임의로 작은 강도를 허용하는 계열은 이 방식으로 전부 배제할 수 없다. 그래도 한계가 구체적인 모형으로 하여금 도입 목적의 과제를 수행하지 못하게 할 수 있다. 이를 위해 그 모형 자체의 거시적 국소화 메커니즘에 필요한 최소 강도를 따로 계산해야 한다.

긍정적 인 결과는 또한 연속적인 수준을 가지고 있습니다. 먼저, 설명되지 않은 일반적인 의존성이 확립되고, 그 다음에 환경 모델의 확장에 대한 저항이 확립되고, 그 다음에는 물체들

사이의 예측적인 이동이 일어난다. 이 후에야 근본적인 기원을 논의 할 근거가 있습니다. 한 걸음이 다음 걸음을 대신할 수 없다. 이 순서는 주요 야망을 유지하면서 프로그램을 엄격하게 만듭니다: 다른 재료 시스템이 하나의 추가 규칙을 가지고 있는지 여부를 테스트합니다.

공간 및 시간 상관관계의 공통 법칙

두 기술의 연결을 계산할 수 있는 제한적인 공통 모형을 구성하자. Z(x,t)는 평균이 영이고 실험실 기준계에서 정상인 실수 고전 가우스장이라고 하자. 아래에 주어진 확률적 해밀토니언으로 질량밀도 연산자 μ̂(x)와 상호작용한다. 매개변수 λ ≥ 0, r_C > 0, τ_c > 0은 강도와 공간 길이, 상관 시간을 정한다. 기준 질량 m_0는 고정한다. 여기서 λ의 차원은 s^{-1}, Z는 s^{-1}, 장의 공분산은 s^{-2}이다.

가우스 공간 커널과 지수 시간 상관함수의 곱은 허용된다. 그 시공간 스펙트럼이 음이 아니기 때문이다. 장의 각 실현에서 자기수반 해밀토니안은 유니터리 전파자 U_Z를 생성한다. 따라서 평균 사상 $\mathcal{E}_T(\rho) = \mathrm{E}[U_Z \rho U_Z^{\dagger}]$는 대각합을 보존하고, 보조계가 있을 때에도 완전양성이다. 이는 통상적인 장의 무작위 유니터리 모형이다. 한 갈래의 객관적 선택을 도출하지 않으며 새로운 붕괴 이론도 아니다. 앙상블 감쇠와 개별 국소화의 구분은 유지된다 [28].

위상 계산에는 밀도 $\mu_+(x,t)$와 $\mu_-(x,t)$를 갖는 좁은 두 가지를 정하자. 운동과 형태는 주어져 있다고 하고, 잡음에 의한 가지 사이 전이와 장의 작용에 의한 궤적 변화는 여기서 무시할 만큼 작다. 차이 $\Delta\mu_t = \mu_+ - \mu_-$는 장을 상대 주파수 δω(t)로 바꾼다. 제어는 실수 함수 y(t)로 정하며 누적 위상은 $\Phi_y = \int_0^T y(t)\delta\omega(t)dt$이다. 가지 교환이 이미 밀도에 포함되어 있다면 y의 부호까지 바꿔서는 안 된다. 같은 작용의 이중 계산이기 때문이다.

가우스성으로부터 이 위상 근사 안에서 정확한 등식 $v_y = \mathrm{E}[\exp(-i\Phi_y)] = \exp(-\chi_y)$을 얻는다. 여기서 χ_y는 위상 분산의 절반이다. 제어된 가우스 탈위상의 표준 방법은 Cywiński와 공동저자들의 연구에 제시되어 있다 [58]. 여기서는 그 입력 상관함수를 질량 분포로부터 계산한다. 이중 합성곱 J(t,s)는 서로 다른 시점의 두 기하를 모두 반영한다. 유색장에는 대개 한 순간의 거리 d(t)만으로 충분하지 않다.

점 형태의 가지에서 J에는 네 공간 상관관계가 들어간다. t와 s 시점의 같은 가지 사이 두 개와, 음의 부호로 취한 서로 다른 가지 사이 두 개이다. 공간적으로 퍼진 물체에는 전체 밀도로 같은 합성곱을 사용한다. 따라서 λ와 r_C, τ_c가 같아도 운동과 회전, 내부 질량 재분포가 시간 응답을 바꾼다. 전체 질량의 단순 대입은 검증한 작은 물체 극한에서만 허용된다.

두 상태의 질량밀도가 같은 내부 스핀은 $\Delta\mu_t = 0$이어서 이 결합에 반응하지 않는다. 스핀 판독에는 조건부 공간 이동이나 질량 분포의 물리적 차이가 필요하다. 이후의 이상적 echo는 상호작용 차이의 실제 반전을 가정한다. 고립된 스핀의 회전만으로는 이를 보장하지 않는다. 이동에 걸리는 유한한 시간은 주어진 궤적으로 고려하며 순간적인 부호 변경으로 대신하지 않는다.

$$\widehat{H}_Z(t) = \frac{\hbar}{m_0}\int d^3x\,\hat{\mu}(\mathbf{x})Z(\mathbf{x},t)$$

$$G(\mathbf{r}) = e^{-r^2/(4r_C^2)}$$

$$\mathbb{E}[Z(\mathbf{x},t)Z(\mathbf{x}',s)] = \frac{\lambda}{2\tau_c}e^{-|t-s|/\tau_c}G(\mathbf{x}-\mathbf{x}').$$

(17.4) 장과 질량과의 결합에 대한 완전한 정의. 공간 커널은 무차원이며 G(0) = 1이라는 조건으로 정규화된다. 그 부피 적분이 일이라는 뜻은 아니다.

$$\delta\omega(t) = \frac{1}{m_0}\int d^3x\,\Delta\mu_t(\mathbf{x})Z(\mathbf{x},t)$$

$$J(t,s) = \int d^3x\,d^3x'\,\Delta\mu_t(\mathbf{x})\Delta\mu_s(\mathbf{x}')G(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$$

$$K(t,s) = \mathbb{E}[\delta\omega(t)\delta\omega(s)] = \frac{\lambda}{2\tau_c m_0^2}e^{-|t-s|/\tau_c}J(t,s).$$

(17.5) 공간 합성곱은 질량 제곱의 차원을 갖는다. 갈래가 움직이면 위상 상관함수 K(t,s)는 일반적으로 시간차만의 함수가 아니다.

$$\chi_y(T) = \frac{\lambda}{4\tau_c m_0^2}\int_0^T dt\int_0^T ds\,y(t)y(s)e^{-|t-s|/\tau_c}J(t,s).$$

(17.6) 일반적인 두 시점 가시도 범함수. 개별 항의 부호는 음일 수 있지만 전체 χ_y는 분산의 절반이므로 음이 아니다.

$$\frac{J(t,s)}{m^2} = \sum_{a,b\in\{+,-\}} s_a s_b G(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(s))$$

$$s_+ = 1,\ s_- = -1.$$

(17.7) 질량 m 하나의 점 형태 가지들에 대한 네 상관관계. 주어진 궤적을 공식에 직접 대입할 수 있다.

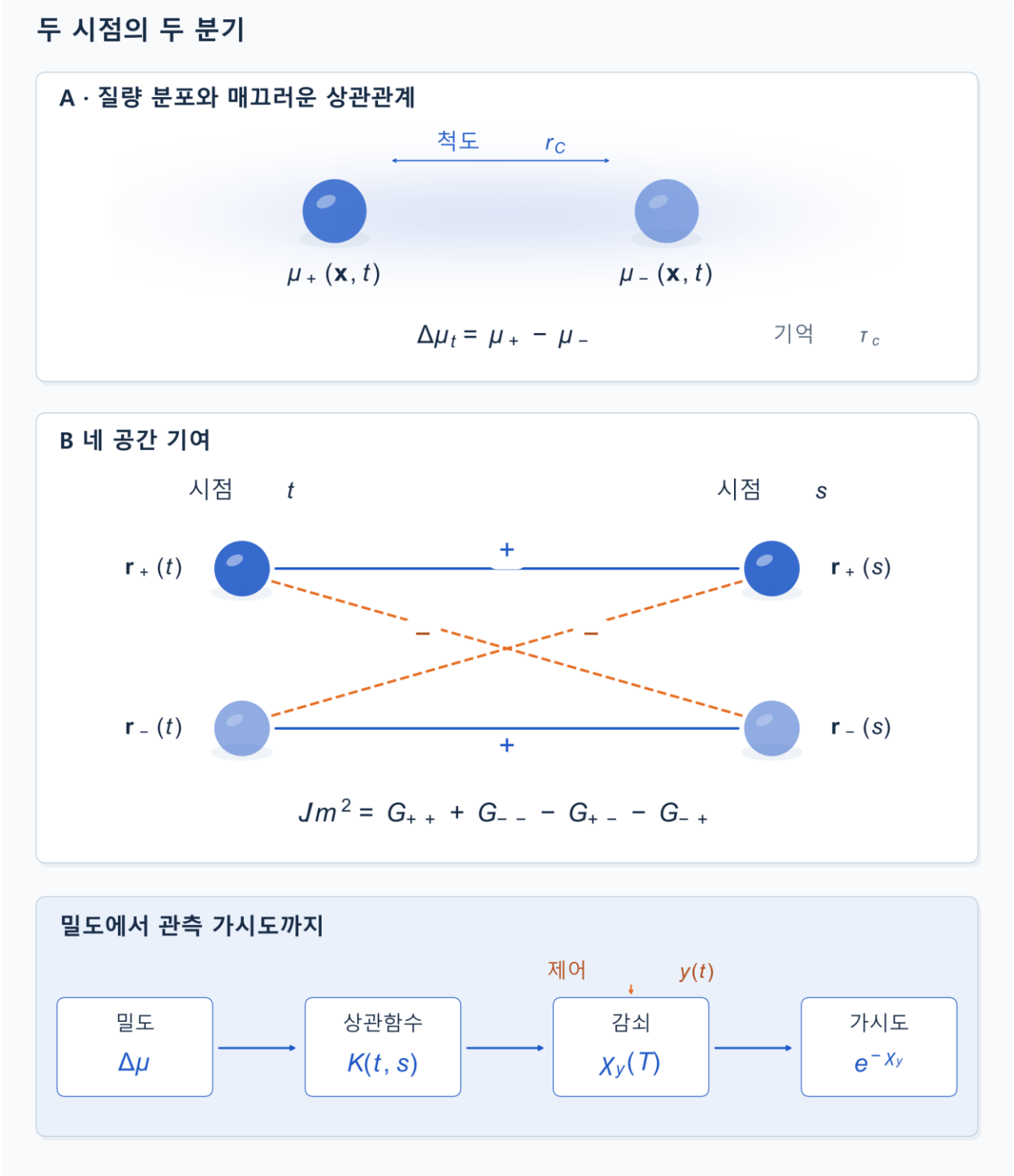


그림 48. 제한된 무작위 유니터리 모형에서 가우스장은 두 분기의 질량밀도 차이에 결합한다. 위 그림은 단단하게 나뉜 장의 셀이 아니라 매끄러운 공간 및 시간 상관 척도를 나타낸다. 아래 기하 구조는 J(t,s)의 네 항을 드러낸다. 같은 이름의 분기 상관 두 항은 플러스, 교차 상관 두 항은 마이너스 부호다. 네 표지는 서로 다른 시점의 두 분기를 나타내며 선은 힘이나 신호 전달이 아니라 상관항을 뜻한다. 기하 구조와 제어가 K(t,s), χ_y, 가시도를 정한다. 이 모형은 앙상블 위상 이완을 기술하며 분기의 객관적 선택을 입증하지 않는다. 내부 상태들의 질량밀도가 같으면 Δμ=0이다. 스핀 회전 자체는 질량 결합을 반전시키지 않는다. 분기 교환을 밀도에서 고려하면서 y의 부호를 다시 바꾸어 이중으로 셈해서는 안 된다.

하나의 전달 모형에서 Ramsey와 echo의 규격화

질량 m의 정지한 두 점 갈래가 거리 d만큼 떨어진 경우를 보자. 그러면 J = 2m²[1 − G(d)]이며 상대 주파수의 지수 상관함수는 K(t,s) = σ_g^2 exp(−|t−s|/τ_c)다. 그 진폭은 더 이상 자유롭지 않다. 기하학과 질량이 정한다. η_g = m/m_{ref}이고 A = λ(m_{ref}/m₀)²이면 σ_g^2 = Γ_g/τ_c이며, 여기서 Γ_g = Aη_g^2[1 − exp(−d²/(4r_C^2))]다. 같은 장에서도 대상이 다르면 σ_g가 달라진다.

정규화는 시간 상관의 백색 극한으로 검증한다. 함수 exp(−|u|/τ_c)/(2τ_c)는 전체 시간축에서 적분이 일이며 δ(u)로 수렴한다. 따라서 χ_y는 λ∫₀ᵀ y²(t)J(t,t)dt/(2m₀²)로 수렴한다. 정지한 갈래와 y² = 1에서는 Γ_gT를 얻는다. 같은 강체들을 d만큼 옮기면 J = 2[I(0) − I(d)]이며, I는 두 밀도를 G와 합성곱한 것이다. G를 푸리에 변환하면 이 장의 공간 공식에 있는 계수 $\lambda r_C^3/(\pi^{3/2} m_0^2)$를 정확히 얻는다. 추가로 두 배를 곱하지 않는다.

기억이 유한할 때 Ramsey는 y = 1에, 이상적인 Hahn echo는 T/2에서 부호를 바꾸는 것에 해당한다. 이중 시간 적분에 대입하면 아래의 닫힌 형태 해를 얻는다. T ≪ τ_c에서 초기 지수는 각각 Γ_gT²/(2τ_c)와 Γ_gT³/(12τ_c^2)다. T와 펄스 순서를 고정하고 τ_c → 0으로 보내면 둘 다 Γ_gT로 간다. 이상적인 echo도 이 백색 성분을 없애지는 않는다.

검출 사건으로 넘어가려면 분석 위상 φ와 보정된 대비 c, Z와 통계적으로 독립인 통상적 배경의 지수 χ_{env}를 정하면 된다. 대칭적인 두 출력 판독에서는 아래에 쓴 이항 확률 p_y를 얻는다. 장의 공통 매개변수는 계산한 χ_y를 통해 들어가며, 각 플랫폼의 기하 구조와 제어를 알아야 한다. 따라서 다른 조건으로의 적용은 감쇠 시간이 겉보기에 비슷한지가 아니라 구체적인 사건 분포를 검증한다. 이항 법칙은 반복마다 독립적인 실현을 요구한다. 주기 사이에 장의 상관이 남으면 결합 시간 우도가 필요하다.

수치 예시는 두 질량 모두에 A = 0,12 s⁻¹, r_C = 100 nm, τ_c = 0,8 s, T = 1 s를 사용한다. 표는 지정한 장의 기여만 보여 준다. c = 1이며 χ_{env} = 0이다. 전체 이중 시간 적분의 수치적분과 닫힌 식은 절대 오차 3×10⁻¹⁷ 미만으로 일치한다. τ_c = 8×10⁻⁵ s에서 비율 $\chi_R/(\Gamma_g\mathrm{T})$와 $\chi_E/(\Gamma_g\mathrm{T})$는 0,99992와 0,99976이다. calculations/spacetime_v02.py로 계산을 재현할 수 있으며 결과는 같은 위치의 JSON에 저장되어 있다.

$\pm r_C$에 놓인 강체의 같은 두 점 부분을 추가로 검증했다. 공통 변위 d = r_C에서 기하 인자는 작은 물체 극한의 0,2211992 대신 0,0734893이다. 직접 합성곱과 푸리에 적분은 일치한다. 최대 분리 거리가 $2r_C$인 삼각형 분리 궤적에서도 순간 백색 감쇠율의 적분으로 가는 극한을 검증했다. 선택한 전달 모형과 극한들의 계산 검증이며 여기에 실험 자료는 없다.

주어진 A와 τ_c에서는 아무리 큰 분리 거리에서도 σ₁ ≤ 0,3873 s⁻¹와 σ₂ ≤ 0,5422 s⁻¹만 허용된다. 따라서 다음 장의 σ = 1,2 s⁻¹인 독립적인 예는 같은 수치 매개변수를 가진 같은 장이 아니다. 공통 법칙으로 일관된 예를 새로 계산할 수 있지만 이전 계열들을 소급해 통합하지는 않는다. 이를 실험적으로 성공리에 검증하더라도 통상적인 장과 가정한 근본 메커니즘을 따로 구별해야 한다.

$$\Gamma_g(d) = A\eta_g^2\left[1 - e^{-d^2/(4r_C^2)}\right]$$

$$\sigma_g^2 = \frac{\Gamma_g(d)}{\tau_c}$$

$$A = \lambda\left(\frac{m_{\text{ref}}}{m_0}\right)^2.$$

(17.8) 정지한 작은 물체의 가지들에서 공간 매개변수를 시간 위상 잡음의 진폭으로 옮기는 사상. d = 0이면 두 양 모두 영이다.

$$G(\mathbf{r}) = \frac{r_C^3}{\pi^{3/2}}\int d^3k e^{-r_C^2k^2}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\chi_{y,\tau_c\to 0} = \frac{\lambda}{2m_0^2}\int_0^T dt y^2(t)J(t,t).$$

(17.9) 공간 및 시간 규격화. 강체 변위에서 합성곱의 변환은 계수까지 포함해 이전 공식 Γ_μ(d)를 재현한다.

$$\chi_R(T) = \Gamma_g\left[T - \tau_c\left(1 - e^{-T/\tau_c}\right)\right]$$

$$\chi_E(T) = \Gamma_g\left[T - 3\tau_c + 4\tau_c e^{-T/(2\tau_c)} - \tau_c e^{-T/\tau_c}\right].$$

(17.10) 이상적 제어 아래 정상 가지들의 정확한 위상 응답. 물리적으로 정당화한 대입 $\sigma_g^2 = \Gamma_g/\tau_c$ 후 18장의 시간 공식들과 일치한다.

$$p_y = \frac{1 + c e^{-\chi_{\mathrm{env}} - \chi_y} \cos\varphi}{2}$$

$$0 \le c \le 1, \chi_{\mathrm{env}} \ge 0.$$

(17.11) 기록되는 한 출력의 확률. 독립 반복 N회에서 그 결과의 수는 이항분포를 따른다. 추가 검출기 오차는 6장처럼 별도로 도입한다.

두 질량에 대한 하나의 시공간 법칙: T = 1 s의 합성 계산

m/m_{ref}	d/r_C	σ, s⁻¹	v_R	v_E	v_{white}
1,0	0,6	0,113624	0,995577	0,999137	0,989725
1,0	1,0	0,182153	0,988672	0,997783	0,973805
1,0	2,0	0,307925	0,967967	0,993676	0,926951
1,0	4,0	0,383735	0,950696	0,990196	0,888872
1,4	0,6	0,159073	0,991349	0,998308	0,979960
1,4	1,0	0,255015	0,977918	0,995658	0,949304
1,4	2,0	0,431096	0,938182	0,987643	0,861849
1,4	4,0	0,537229	0,905652	0,980875	0,793825

v_R = exp(−χ_R), v_E = exp(−χ_E); v_{white} = exp(−Γ_gT)는 A를 고정한 $\tau_c \to 0$ 극한이며 r_C도 고정한다. 질량비는 무차원이다.

공통 매개변수는 질량밀도와 궤적, 제어가 이를 관측 사건의 확률로 바꿀 때 검증 가능한 의미를 얻는다. 구성한 모형은 그런 변환과 백색 극한을 보여 준다. 다음 장에서는 시간적 기억으로 탈위상 발생원에 대해 무엇을 알 수 있으며 제어를 해도 어떤 모호성이 남는지 더 자세히 연구한다.

18 기억과 제어 가능한 결어긋남 가설

간섭의 사라짐은 질량과 거리를 바꾸는 것만으로 연구하지 않아도 된다. 시간에 따른 상호작용 순서를 바꾸는 다른 수단이 있다. 환경이 얼마 동안 자신의 성질을 유지한다면 적절한 제어로 누적된 무작위 위상을 일부 상쇄할 수 있다. 이 가능성으로 잡음의 기억을 측정할 수 있지만 비가역성의 기원에 대한 결론에는 신중해야 한다.

측정 가능한 성질로서의 기억

시간 가설은 선택한 위상 요동 성분이 재현 가능한 상관 척도를 가지며 서로 다른 제어 순서의 결과를 예측한다고 주장한다. 여기서는 독립적인 센서 모형으로 검증한다. 질량의 공간 국소화로 매개변수를 이전한다고 가정하지 않는다. 그러려면 이전 장 끝에서 다룬 추가 상호작용 법칙이 필요하다.

대안 양자이론 검증에 동적 결합 제거를 적용한다는 발상은 이미 Arenz, Hillier, Fraas, Burgarth가 2015년에 제안했다 [47]. 따라서 펄스 사용은 새로운 방법을 발견했다는 주장이 아니다. 여기서 자체 프로그램의 대상은 더 좁다. 제어 정밀도가 유한하고 환경 작용의 부류를 미리 제한하되 충분히 넓게 잡을 때 어떤 감쇠 성분들을 실제로 구별할 수 있는가?

공간 국소화의 비마르코프 모형들도 있다. Bassi와 Ferialdi는 2009년에 잡음의 지수 상관관계를 포함한 그런 동역학을 연구했다 [55]. 다음 계산은 그 모형들보다 단순하다. 이준위계에 대한 무작위 위상 작용을 정확히 풀 수 있는 문제이다. 측정 논리를 검증하기 위해 필요하다. 이를 완전한 확률적 붕괴 방정식이나 개별 결과 문제의 해답으로 자동으로 선언할 수는 없다.

하나의 기억 시간을 갖는 모형

그 사이에 무작위 상대 위상이 쌓이는 상태의 두 가지를 생각하자. 선택한 근사에서 작용은 해밀토니언 $H(t) = \hbar \delta\omega(t)\sigma_z/2$로 기술한다. 양 $\delta\omega$의 단위는 역초이며 평균은 영이다. 상관함수 $K(\tau) = \sigma^2 e^{-|\tau|/\tau_c}$를 갖는 정상 가우스 과정을 가정한다. 매개변수 σ는 주파수 요동의 특성 진폭을, τ_c는 요동 사이의 연결이 눈에 띄게 약해지는 시간을 정한다.

이 장에서 «기억»은 상관관계가 유한한 시간 동안 지속된다는 뜻이다. 이 용법은 양자 이론에서 사용하는 비마르코프 진화의 어떤 정의와도 그대로 같지는 않다. 예를 들어 상태 구별가능성의 회복이 없다고 해서 잡음이 백색이 되는 것은 아니다. 제어 과제에는 구체적인 상관함수와 그 작용

아래에서 계가 위상을 누적하는 방식이 중요하다. 용어상의 분류가 관측 가능한 역동의 계산을 대신할 수는 없다.

이상적 펄스가 계가 받는 요동의 부호를 바꾼다고 하자. 값이 플러스 또는 마이너스 일인 함수 $y(t)$로 기술한다. 규격화한 가시도는 $v_y = \exp[-\gamma_w T - \chi_y(T)]$이다. γ_w는 기원이 아직 정해지지 않은 별도의 음이 아닌 백색 위상 잡음 감쇠율이다. 가우스 위상에서는 지수함수의 평균을 전적으로 분산으로 표현할 수 있어 아래의 이중 적분을 얻는다. 순수 탈위상을 다룬다. 에너지 이완이 중요하면 별도로 도입해야 한다.

$$\chi_y(T) = \frac{1}{2}\int_0^T dt \int_0^T ds\, y(t)\, y(s)\, K(t-s).$$

(18.1) 누적 무작위 위상 분산의 절반. 가우스성이 선택한 모형에서 이 공식의 정확성을 보장한다. 일반적인 비가우스 과정에서는 보통 이 식만으로 충분하지 않다.

위상을 누적하는 두 방법

Ramsey 순서에서는 작용의 부호가 바뀌지 않는다. 느린 무작위 주파수 이동이 계에 계속 작용해 실험 반복 사이에 큰 위상 산포를 만든다. Hahn echo에서는 구간 중간에 이상적인 반전을 한다. 거의 일정한 이동 성분은 뒤 절반에서 앞 절반의 기여를 보상한다. 요동이 그동안 크게 변했다면 보상은 불완전해진다. 따라서 두 순서의 대조에는 잡음의 변화율에 대한 정보가 있다.

이 두 함수 $y(t)$를 적분에 대입하면 닫힌 식을 얻는다. 간결하게 쓰기 위해 $x = T/\tau_c$로 표시하자. 두 양 χ는 무차원이다. 곱 $\sigma^2\tau_c^2$에는 단위가 없다. 직접 적분과 짧은 시간 전개로 공식들을 검증할 수 있다. 인자 이가 빠지면 전체 프로토콜의 예상 민감도가 바뀌므로 계수에 대한 유용한 독립 검증이다.

제어를 주파수 필터로 이용하는 연구는 이미 발전된 분야이다. Alvarez와 Suter는 반전 펄스 순서로 유색잡음의 스펙트럼을 복원하는 방법을 제안했다 [48]. 여기서는 그 일반 발상을 의도적으로 상관 시간 하나로 줄였다. 단순하기 때문에 유용한 신호와 매개변수의 축퇴를 모두 명확히 볼 수 있다. 이를 검증한 뒤 알려진 극한을 대조로 유지하면서 스펙트럼을 복잡하게 만들 수 있다.

$$\chi_R(T) = \sigma^2 \tau_c^2 \left(x - 1 + e^{-x} \right)$$

$$\chi_E(T) = \sigma^2 \tau_c^2 \left(x - 3 + 4e^{-x/2} - e^{-x} \right)$$

$$x = T/\tau_c.$$

(18.2) 지수 상관함수에서 Ramsey와 이상적 Hahn echo의 정확한 감쇠 지수. 첨자 R과 E는 다른 잡음 모형이 아니라 두 제어 방식을 뜻한다.

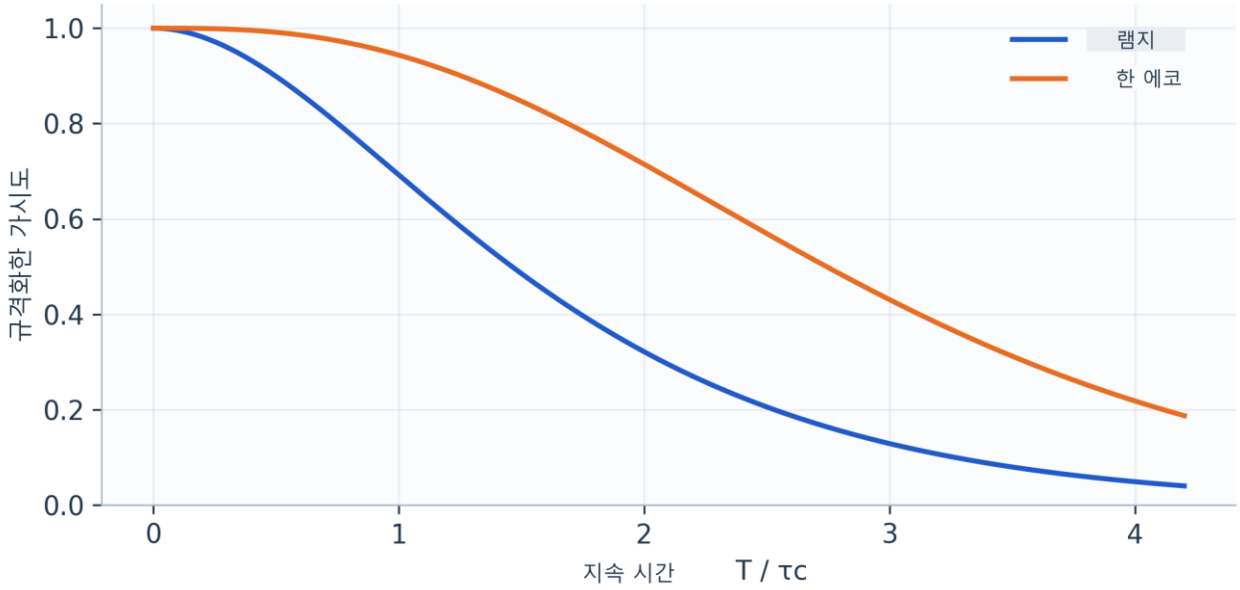


그림 49. 추가 백색 성분 없이 σ τc = 1인 오른슈타인–울렌베크 가우스 잡음 모형. 에코는 느린 요동의 영향을 억제하지만 잔여 효과의 근본적 기원을 입증하지는 않는다.

가시도의 비가 보여 주는 것

두 순서에서 규격화한 가시도의 비를 구성할 수 있다. 공통 백색 인자가 사라지고 상관 성분의 매개변수만 들어가는 식이 남는다. 백색잡음이 없다는 뜻은 아니다. 선택한 관측 조합에서 제외되었을 뿐이다. 효과가 없는 것과 그 효과에 민감하지 않은 것을 구별하는 일은 모든 진단량에 핵심적이다.

시간이 τ_c보다 훨씬 짧으면 Ramsey의 주된 감쇠는 $\sigma^2 T^2/2$에, echo는 $\sigma^2 T^3/(12\tau_c)$에 비례한다. 따라서 반전은 초기 시간 의존성을 바꾼다. 아주 긴 시간에는 두 곡선이 같은 점근 기울기 $\gamma_w + \sigma^2 \tau_c$를 갖고 비는 상수로 간다. 이 후기 부분만 측정하면 공통 기울기를 상당히 정확히 정해도 그 성분들을 제대로 분리하지 못할 수 있다.

실용적 결론은 실험 시간과 상관 시간이 비슷한 전이 영역을 관측해야 한다는 것이다. 처음에 척도를 모르면 여러 시간을 사용하는 탐색 계열이 필요하다. 이후 선택한 매개변수는 추정에 쓰지 않은 다른 순서의 결과도 예측해야 한다. 그렇지 않으면 두 곡선의 성공적인 기술이 과도한 맞춤 자유도나 공통 교정의 특성만 반영할 수 있다.

$$\ln \frac{v_E(T)}{v_R(T)} = 2\sigma^2 \tau_c^2 \left(1 - e^{-T/(2\tau_c)}\right)^2.$$

(18.3) 이상화된 모형에서 공통 백색 감쇠율의 정확한 제거. 가시도를 일관되게 규격화하고 추가 펄스의 오차를 따로 고려한다고 가정한다.

백색잡음과 원리적인 모호함

유한한 기억 대신 상관함수 $K(\tau) = 2D\delta(\tau)$ 가 작용한다고 하자. 그러면 이중 적분은 $D\int_0^T y(t)^2 dt = DT$가 된다. 이상적인 부호 반전에서 제곱 y는 언제나 일이다. Ramsey와 echo 어느 쪽도 이 기여를 없애지 못한다. 지수 모형의 극한에서 백색잡음은 τ_c 를 영으로 보내고 곱 $D = \sigma^2 \tau_c$를 유지할 때 얻는다. 진폭 σ를 고정하는 극한이 아니다.

따라서 없앨 수 없는 잔여 감쇠 자체가 근본적 붕괴의 증거는 아니다. 충분히 빠른 외부 과정도 이를 만들 수 있다. 두 메커니즘이 접근 가능한 제어 측정의 전체 통계를 같게 만든다면 같은 실험의 추가 반복으로는 구별하지 못한다. 환경에 대한 추가 물리적 제약이나 모형들이 실제로 다른 예측을 주는 다른 관측가능량이 필요하다.

펄스 수를 늘릴 때 오차가 평탄해 보이더라도 검증이 필요하다. 제어 대역폭의 한계나 회전 오차의 누적, 다른 채널 손실 때문에 생길 수 있다. 무한히 빠른 이상 연산의 수학적 극한을 언급한다고 유한한 순서에 대한 결론이 정당화되지는 않는다. 실제 가능한 제어 신호의 형태에서 비교하는 각 모형이 무엇을 예측하는지 계산해야 한다.

제어는 필요한 자유도에 작용해야 한다

스핀 큐비트의 경우, 반전 펄스가 내부 상태의 방향을 변경합니다. 공간 간섭계에서, 유사한 동작은 궤도의 교환 또는 특별히 계산된 파동 패킷의 이동을 요구할 수 있다. 이러한 행동은 자동적으로 동등하지 않습니다. 질량 분포를 변경하지 않고 스핀을 회전시키는 것은 단순히 스핀 결맞음을 개선하기 때문에 질량 비례 지역화의 테스트가되지 않습니다. 먼저 테스트 중인 상태의 브랜치 사이에 어떤 물리적 차이가 있는지 설정해야 합니다.

실제 펄스에는 유한한 지속시간이 있다. 회전 중에는 결합 연산자가 연속적으로 바뀔 수 있으므로 순간적인 부호 하나로 기술하는 것은 근사가 된다. 또한 제어장은 대상을 가열하거나 궤적을 바꾸거나 자체 요동을 더할 수 있다. 각 계열에 대해 전체 응답과 준비 및 판독의 손실을 보정해야 한다. 이상적 회로의 대칭성만으로 두 가시도의 공통 정규화가 같다고 선언할 수는 없다.

초전도 큐비트에 대한 실험적 노이즈 분광법은 Bylander et al [49]에 의해 증명되었다. 이 결과는 제어를 통해 환경을 탐색 할 수있는 능력을 확인하지만, 달성 된 특성을 대규모 공간적으로 분리 된 상태로 자동으로 전달하지는 않습니다. 이러한 우려를 분리하는 것은 유용합니다: 처리 방법은 먼저 사용 가능한 센서에서 테스트 할 수 있으며 제안 된 질량 메커니즘에 대한 민감도는 물리적으로 다른 자유도에 대해 계산할 수 있습니다.

유한한 길이의 직사각형 펄스 계산

실제로 시간이 걸리는 제어를 생각하자. 전체 길이가 T인 순서 중간에 x축 주위의 직사각형 펄스를 가한다. 지속 시간은 t_p = fT이고 각속도는 Ω = π(1 + ε)/t_p이다. f는 펄스가 차지하는 시간 비율, ε는 각도의 상대 오차이다. 전후로는 각각 (T − t_p)/2 동안 자유 진화한다. 이 정의는 Ramsey와 echo의 전체 시간을 같게 유지한다. 펄스는 시간 예산 안에 포함되며 눈에 띄지 않게 추가되지 않는다.

회전 중에도 위상 잡음은 계속 작용한다. 전체 해밀토니안에는 Ωσ_x와 [δω(t) + Δ]σ_z가 동시에 들어간다. 이 연산자들은 서로 교환하지 않는다. 따라서 펄스 안의 작용을 부호 y = ±1 하나로 대체하는 것은 더 이상 정확하지 않다. 계산에서는 횡성분과 종성분의 시간 변화를 포함한 전체 블로흐 벡터를 시간 발전시킨다. 임의의 제어와 유한한 펄스 모양을 고려하는 일반 방법은 Green과 공동연구자들 등이 개발했다 [67].

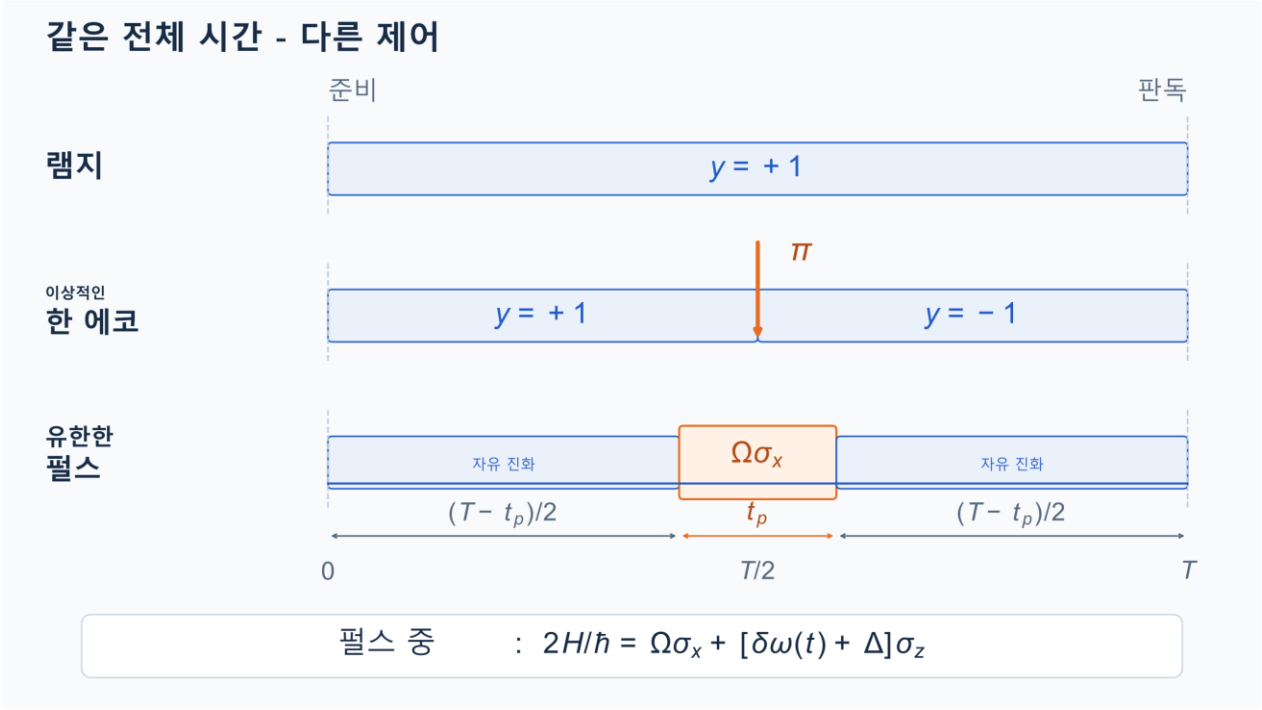


그림 50. Ramsey, 이상적인 Hahn echo, 직사각형 펄스를 쓰는 echo를 같은 전체 시간 T에서 비교한다. 유한한 프로토콜에서는 펄스가 이 구간 안에서 t_p를 차지하며, 두 자유 구간의 길이는 각각 $(T-t_p)/2$다. 펄스 안에서는 횡방향 제어 $\Omega\sigma_x$와 위상 작용 $[\delta\omega(t)+\Delta]\sigma_z$가 동시에 작용한다. 파란 실선은 잡음 작용이 계속됨을 나타낸다. 교환하지 않는 이들의 동역학은 스칼라 부호 y를 임의로 매끄럽게 바꾸는 대신 전체 해밀토니안으로 계산한다. 이 도식은 이상적인 echo가 백색 성분을 억제한다고 주장하지 않으며, 별도의 결합 모형 없이 스핀 시험대의 결과를 질량 국소화로 옮기지도 않는다.

정상 Ornstein–Uhlenbeck 과정은 궤적을 무작위로 추출하지 않고 계산할 수 있다. 잡음값을 조건으로 한 블로흐 벡터를 정규직교 에르미트 다항식으로 전개한다. OU 연산자는 번호 n에 대해 대각이며 각 모드는 n/τ_c의 비율로 감쇠한다. 잡음을 곱하면 계수 $\sigma\sqrt{n}$과 $\sigma\sqrt{(n+1)}$로 이웃 모드가 연결된다. 제어가 일정한 각 구간에서 유한한 선형 방정식계를 얻고 행렬 지수함수로 해를 구한다.

$\sigma = 1{,}2\ s^{-1}$, $\tau_c = 0{,}8$ s, 실제 백색잡음 감쇠율 영을 사용했다. 실험 시간은 0,12; 0,20; 0,35; 0,60; 1,00; 1,60; 2,40; 3,20 s다. 초기 상태는 +x이며 검출 대비는 c = 0,96이다. 에르미트 모드 36개의 계산을 24개와 비교했으며 블로흐 성분의 최대 차이는 $3\cdot10^{-15}$보다 작다. 순간 펄스 극한은 Ramsey와 Hahn echo의 해석식과 $2\cdot10^{-15}$ 이내로 일치했다. 이는 선택한 모형의 해를 확인하며 특정 실험 센서의 기술을 확인한 것은 아니다.

그 뒤 얻은 평균 확률들을 의도적으로 이상적 순간 echo 공식으로 처리했다. σ와 τ_c, 음이 아닌 γ_w를 맞췄으며 원래 판독 대비는 안다고 가정했다. 이 단계에서는 무작위 계수 잡음을 더하지 않았다. 잘못된 펄스 기술이 만드는 체계적 편향을 분리하기 위해서이다. 따라서 맞춤 후 잔차는 모형의 불일치를 나타내며 p값이 아니다.

표는 각도 π에 오차가 없어도 거짓 백색 감쇠율이 점차 나타남을 보여 준다. f = 0,01에서는 편향이 작지만 f = 0,25에서는 참값이 영인 γ_w의 복원값이 이미 0,00762 s^{-1}에 가깝다. 반복 수를 늘려도 이 효과는 사라지지 않는다. 유한한 펄스와 이상적 분석의 차이를 더 정밀하게 드러낼 뿐이다. 허용 지속 시간은 요구하는 결론의 정확도에 달려 있다. 이 시간 집합에서 f ≤ 0,03이면 이상적 맞춤 후 예측 확률의 오차가 $3\cdot10^{-5}$ 미만이다. 이 수치 한계를 다른 σ나 τ_c, 펄스 형태에 옮길 수는 없다.

$$H(t) = \frac{\hbar}{2}[\Omega(t)\sigma_x + (\delta\omega(t) + \Delta(t))\sigma_z]$$

(18.4) 직사각형 펄스 안에서 Ω는 일정하고 밖에서는 영이다. 비동조가 없는 계산에서는 Δ = 0이다. 각도 오차를 다루는 변형들에서는 펄스 안에서만 Δ = 0,15 s^{-1}인 경우도 고려한다.

$$\dot{\mathbf{r}}_n = -\frac{n}{\tau_c}\mathbf{r}_n + (\Omega L_x + \Delta L_z)\mathbf{r}_n + \sigma L_z\left(\sqrt{n}\mathbf{r}_{n-1} + \sqrt{n+1}\mathbf{r}_{n+1}\right).$$

(18.5) 조건부 Bloch 벡터의 Hermite 모드에 대한 방정식. L_a는 단위 축 벡터 a로 교차 곱셈을 수행합니다. 관측된 평균 벡터는 r_0이며, 처음에 r_0 = (1,0,0), 나머지 모드는 영입니다.

유한 펄스 자료에 대한 이상적 맞춤

f = t_p/T	σ 추정값, s^{-1}	추정 τ_c, s	거짓 γ_w, s^{-1}
0,00	1,20000	0,80000	0,000000
0,01	1,19998	0,80002	0,000012
0,03	1,19979	0,80021	0,000111
0,10	1,19767	0,80212	0,001242
0,25	1,18731	0,80826	0,007619

평균 합성 확률이며 ε = 0이고 비동조는 없다. 첫 행의 약 $2{,}4\cdot10^{-8}$ s^{-1}는 참값이 영일 때의 수치 최적화 잔여값이다.

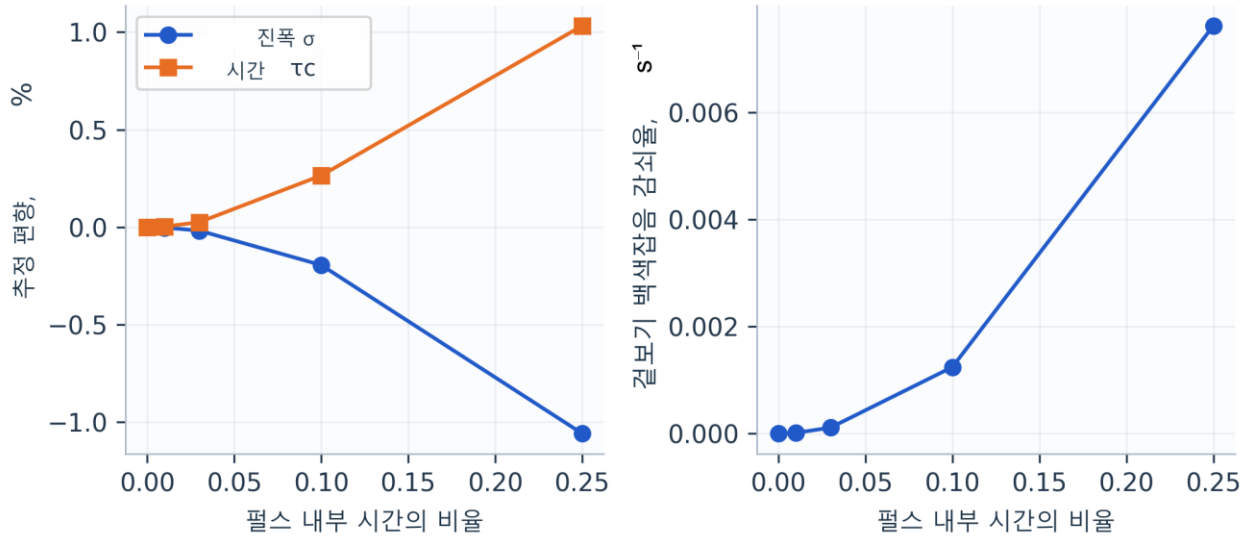


그림 51. 유한한 직사각형 펄스에서 이상적인 추정값의 편향. 실제 백색잡음 감쇠율은 영이다. 복원된 γ_w의 증가는 제어 모형들이 일치하지 않아서 생긴다. σ = 1,2 s⁻¹와 τ_c = 0,8 s인 OU 센서의 합성 계산이다.

검출 오류가 추가 기제를 만들어 내는 방식

펄스의 물리적 작용과 결과의 검출은 별도로 모형화해야 한다. 다음 대조 경우에는 f = 0,03, 각도 오차 ε = 0,03이며 펄스 동안 비동조가 0,15 s⁻¹이다. 공통 판독을 올바르게 적용하면 이상적 맞춤은 γ_w 약 0,000151 s⁻¹를 준다. 이제 echo에만 대비를 추가로 1,5 % 낮춘다. 제어 순서 뒤에 생기는 대칭적인 검출 오류로 나타낼 수 있다. 이 감소는 물리적으로 허용되지만 잘못 적용한 공통 보정에는 들어 있지 않다.

이상적인 모델은 σ ≈ 1,13873 s⁻¹, τ_c ≈ 0,88009 s 및 γ_w ≈ 0,03619 s⁻¹를 반환합니다. 상관 시간은 대략 10%에 의해 과대 평가되고, 백색 성분은 기술적인 어긋남에서 완전히 나타났다. 이 예제에서는 피팅 후 잔여 최대 확률 오류가 0,00514에 도달합니다. 충분히 큰 표본으로, 모형 자체는 그것의 묘사의 질에 근거하여 거절될 수 있습니다; 작은 견본으로, 그것의 융통성은 그럴듯한 그러나 편향된 모수를 일으키게 충분할지도 모릅니다.

대조 절차는 모형에서 나온다. 각 제어 순서 뒤의 응답을 따로 측정하고 연산 수를 기록하며 조건에 따른 판독 의존성을 평가한다. 맞춤에 쓰지 않은 시간들이 추가 검증이 된다. 유한 펄스를 전파에 포함하고 c_R와 c_E의 차이를 별도의 교정으로 기술하면 평균 자료의 재맞춤은 σ = 1,19999964 s⁻¹, τ_c = 0,80000065 s, 백색 감쇠율 1,63·10⁻⁷ s⁻¹를 준다. 이 계산의 수치 오차 안에서 입력값들과 부합한다. 무작위 결과에 대해서는 같은 검증을 유한 표본 통계로 반복해야 한다.

이 예는 방법의 조건부 한계를 확립한다. 빈번한 제어에서도 잔여값이 있다는 사실로 그 기원이 정해지지는 않는다. 독립 교정과 올바르게 계산한 펄스 작용, 새 조건의 예측을 거친 뒤에도 남는 잔여값이 유용하다. 이 요구는 실험적 엄밀성과 근본적 결론의 강도를 직접 연결한다.

두 센서로 검증을 확장하기

센서 하나는 그 위치에서 잡음이 시간에 따라 어떻게 변하는지 알려 준다. 두 센서를 사용하면 결합 요동도 연구할 수 있다. 이해를 위해 같은 국소 상관함수와 상호 상관 $K_{AB}(\tau) = c(R)K(\tau)$를 가정하자. 여기서 R는 센서 사이의 거리이며 $|c(R)| \le 1$다. 그러면 공통 위상과 차이 위상은 서로 다르게 감쇠한다. 둘을 비교하면 독립적인 백색 성분을 제거할 수 있지만, 그 성분의 독립성을 명시적으로 가정한 경우에만 가능하다.

가장 단순한 모형에서는 상태 00과 11 사이 및 01과 10 사이의 결맞음이 아래의 가시도를 갖는다. 가우스 잡음의 자기 스펙트럼과 상호 스펙트럼에 대한 다중 큐비트 분광법은 이미 Paz-Silva, Norris, Viola가 개발했다 [50]. 이 공식은 추가 정보의 의미를 보여 주는 특별한 학습 예이다. 임의의 양자 환경이나 가능한 모든 큐비트 간 결합을 포괄하지 않는다.

보정을 고려한 뒤 하나의 상관함수가 미리 따로 남겨 둔 순서와 공간 상관관계를 예측하지 못하면, 선택한 범위에서 유한 기억의 작업 가설을 기각한다. 그러나 단일 지수 형태가 실패해도 기억을 가진 모든 과정이 기각되는 것은 아니다. 다음에는 여러 척도의 잡음이나 비가우스 잡음과 비교할 수 있다. 후자에는 고차 스펙트럼을 쓰는 프로토콜들이 있다 [51]. τ_c 값만 바꾸는 것으로는 부족할 수 있다.

$$v_{\pm}(T) = \exp\left[-2\gamma_w T - 2\left(1 \pm c(R)\right)\chi_y(T)\right].$$

(18.6) 더하기 부호는 동일한 두 센서의 공통 위상에, 빼기 부호는 차이 위상에 대응한다. 동일한 제어, 가우스성, 각 센서에서 독립적인 국소 백색 잡음을 가정한다.

두 결맞음에서 동시 판독값으로

두 가시도를 관측가능량으로 만들기 위해 준비와 판독을 정한다. 공통 위상에는 상태 $\Phi^+ = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$를, 차이 위상에는 $\Psi^+ = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$를 준비한다. 준비는 이미 교정되어 있고 누적 중 센서들의 직접 상호작용이 없으며 제어 신호의 영향을 고려했다고 가정한다. 이 조건에서 순수 탈위상은 점유도를 유지하고 해당 비대각 성분 쌍에 v_+ 또는 v_-를 곱한다.

각 계열에서는 X⊗X와 Y⊗Y를 측정한다. Φ^+의 평균은 v_+와 $-v_+$, Ψ^+의 평균은 v_-와 v_-다. 따라서 조합 $[\langle XX\rangle - \langle YY\rangle]/2$와 $[\langle XX\rangle + \langle YY\rangle]/2$로 필요한 두 결맞음을 얻는다. 이는 구체적인 두 경로 상관함수다. 매 반복에서 부호 쌍을 보존하며 그 곱은 ±1이다. 개별 국소 평균들이 우연히 일치하는 것만으로는 부족하다.

XX를 측정할 때 같은 부호 ++와 −−의 확률은 각각 $(1 + v)/4$이고, 다른 부호 +−와 −+의 확률은 각각 $(1 - v)/4$다. 따라서 N개 사건으로 추정한 상관함수의 분산은 $(1 - v^2)/N$이다. 서로 독립된 두 측정 기저에서 각각 N번 반복하면 대응하는 평균 조합의 분산은 $(1 - v^2)/(2N)$으로 줄어든다. 기저 사이의 자원 배분을 명시해야 한다. 같은 입자를 양립 불가능한 기저에서 두 번 측정했다고 계산해서는 안 된다.



그림 52. 준비 Φ⁺=(|00⟩+|11⟩)/√2는 공통 위상에, Ψ⁺=(|01⟩+|10⟩)/√2는 차이 위상에 민감하다. XX와 YY는 서로 다른 반복에서 판독한다. Φ⁺의 평균은 v₊와 −v₊, Ψ⁺의 평균은 v₋와 v₋다. 각 기록에는 동시 부호 쌍이 포함되며, 상관함수는 네 결합 사건 수로 구성한다. 책의 수치 예에서는 네 계열 각각에 사건 4000개, 전체 16 000개를 배정했다. 보정된 준비와 고려된 제어, 누적 중 직접 상호작용의 부재를 가정한다. 결맞음의 차이가 임의의 기술적 잡음을 없애지는 않으며, 결합 상관함수를 국소 평균으로 대신할 수도 없다. 입체적으로 그린 센서는 기능 모듈의 개념적 영상이다.

수치 예는 앞의 σ와 τ_c, 시간 T = 1 s, 국소 백색 감쇠율 γ_w = 0,03 s^{-1}, 상호 상관 c(R) = 0,4를 사용한다. χ_R = 0,494443, v_+ = 0,235878, v_- = 0,520310을 얻는다. 로그 차이는 c(R) = 0,4를 복원한다. 네 "준비 × 기저" 자료 집합마다 사건이 4000개이면 χ를 정확히 안다는 조건에서 c의 표준오차 선형 추정값은 약 0,0251이다. 총 16 000개 사건이 필요하다.

이 예산에는 아직 χ의 불확실성, 불완전한 준비, 상호 간섭 및 두 검출기의 차이가 포함되지 않습니다. 그들의 포함은 오류를 증가시키고 복제물의 최적 분포를 변경할 수 있습니다. 예제의 값은 상태에서 네 개의 확률과 상관 추정치에 이르기까지 완성 된 체인에 있습니다. 일반적인 멀티큐비트 분광학은 이 대칭적 고전 모델 [50]보다 훨씬 넓다.

$$v_+ = \frac{\langle XX\rangle_\Phi - \langle YY\rangle_\Phi}{2}$$

$$v_- = \frac{\langle XX\rangle_\Psi + \langle YY\rangle_\Psi}{2}$$

$$c(R) = \frac{\ln v_- - \ln v_+}{4\chi_y}.$$

(18.7) 마지막 등식은 같은 제어와 알려진 χ_y, 독립적이고 동일한 백색 성분을 사용한다. 별도 통계 모형 없이 잡음으로 인해 음수가 된 가시도 추정값에 로그를 적용할 수 없다.

제어의 형태는 잡음 상관함수와 마찬가지로 관측 법칙에 들어간다. 수행한 예제는 에코의 유용성과 잘못된 보정의 비용을 모두 보여 준다. 공간 측정에서도 같은 과제가 생긴다. 원시 사건들이 어떤 정보를 담고 있으며, 모든 미지량을 함께 추정한 뒤에도 메커니즘 사이의 어떤 차이가 남는지 정해야 한다.

19 구별 가능성의 한계와 최소 관측 집합

측정된 곡선을 잘 묘사하는 것은 그것을 생성한 메커니즘을 결정하는 것을 의미하지 않는다. 때때로 몇 가지 물리적 설명은 모든 가능한 결과에 대해 동등한 확률을 제공합니다. 때로는 차이가 존재하지만 준비 및 등록 오류로 인해 손실됩니다. 새로운 물리학을 논의하기 전에, 어떤 정보 실험이 실제로 포함되어 있는지, 그리고 선택된 관찰 세트의 가능성이 끝나는 곳을 확립 할 필요가 있습니다.

장치가 실제로 측정하는 것

가시성, 결어긋남 속도 및 노이즈 스펙트럼은 일반적으로 직접 기록되지 않습니다. 검출기는 이벤트, 좌표, 전압 판독값 또는 상태 차별 결과를 생성합니다. 그들로부터 물리적 매개 변수로의 전환은 측정 모델을 사용합니다. 이 모델이 정확하지 않으면 더 많은 수학적 엄격함이 원래의 오류를 수정하지 않습니다. 따라서 분석은 이미 구성된 좋은 곡선이 아닌 준비, 손실 및 판독을 포함하여 관찰 된 데이터의 확률로 시작됩니다.

가장 단순한 두 결과 실험에서 참확률은 가시도와 제어 위상에 의존한다. ε_0를 영 대신 일을 기록할 확률, ε_1를 반대 오류의 확률이라 하자. 그러면 관측 확률은 아래 형태이다. 독립 반복 N회에서 일의 개수는 이항분포를 따른다. 미지의 판독 오차가 가시도 감소를 흉내 낼 수 있으므로 별도 교정 자료에서 추정하거나 물리 매개변수와 함께 추정한다.

반복의 독립성도 가정이다. 느린 표류가 인접 사건들을 연결하고 검출된 입자의 선별이 관측 표본의 구성을 바꿀 수 있다. 따라서 측정 순서와 각 실행의 조건, 자료 제외 이유를 보존한다. 대상을 잃은 것을 자동으로 국소화의 징표로 간주해서는 안 된다. 검출 손실과 위상 결맞음 손실은 서로 다른 관측 사건이며 확률 모형의 다른 부분이 필요하다.

$$p_{\mathrm{true}} = \frac{1 + V\cos\phi}{2}$$

$$p_{\mathrm{obs}} = \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0 - \varepsilon_1)\,p_{\mathrm{true}}.$$

(19.1) 두 결과 판독 모형의 예. 모든 장치를 기술하는 공식이 아니라 검출기 오차가 양자 가시도와 기록 사건의 빈도 사이 연결을 어떻게 바꾸는지 보여 준다.

원시 판독값까지 완전히 정한 실험

다음 예는 인공적인 계산 실험이다. 원시 사건은 실험실 측정에서 추출한 것이 아니라 지정한 이항 생성기에서 얻었다. 발표된 간섭 계열의 실제 재현은 12장에서 다룬다. 둘은 서로 다른 과제를 푼다. 재현은 설명을 외부 관측에 연결하고, 모의실험은 알려진 참값을 기준으로 절차를 검증하고 오류 빈도를 정하게 한다.

17장의 작은 물체 둘을 선택했다. 각각에서 ℓ = 100 nm일 때 d/ℓ = 0; 0,6; 1,0; 1,6; 2,3; 3,2; 4,5; 6,0의 여덟 설정을 수행한다. 설정당 두 결과를 갖는 검출 사건 1600개가 있다. 여기에 누적 시간이 영인 알려진 상태에서 판독 대비를 검증하는 보정 사건 5000개가 추가된다. 학습 계열의 전체 크기는 사건 30 600개다. 영인 설정은 공간 기제를 측정하지 않지만 보정과 함께 상수 배경을 제약한다.

모형은 대칭 이진 판독과 독립 반복을 가정한다. "플러스" 결과의 확률은 간섭 위상에 따른 최댓값에서 다룬다. 대비 c에 결맞음 손실의 지수 인자를 곱한다. 계수 b_{0g}와 b_{2g}는 주어진 배경 계열을 기술하고 첨자 g는 대상을 구별한다. 이차항은 선택한 범위의 유효 근사이며 보편적 환경 법칙이 아니다. 더 복잡한 허용 배경의 존재는 따로 검증한다.

생성기에서는 c = 0,95, b_{01} = 0,04 s^{-1}, b_{02} = 0,06 s^{-1}, b_{21} = 0,008 s^{-1}, b_{22} = 0,012 s^{-1}이며 거리의 제곱은 ℓ^2 단위로 표현한다. 주 신호 계열에서는 A = 0,12 s^{-1}, $r_C = \ell$이다. 영 신호 계열에서는 A = 0이고, 약한 신호 계열에서는 A = 0,035 s^{-1}이다. 첫 계열의 시간은 1 s, 둘째는 0,8 s다. 질량비는 1과 1,4로 고정한다. 이 예시의 기하학은 정확히 알려져 있다. 추가적인 기하학 불확실성이 있다면 별도의 입력 교정이 필요하다.

계산에서는 a = −ln c와 척도를 바꾼 이차 계수 $B_{2}g = 36b_{2g}$를 사용한다. 이 좌표 변경은 물리 모형을 바꾸지 않으면서 수치 조건을 개선한다. a와 두 b_{0g}, 두 $B_{2}g$, A를 공동 추정한다. 모든 변화율은 음이 아니다. 최적화 범위는 $10^{-5} \le a \le 0{,}3$; $0 \le b_{0g} \le 0{,}3$ s^{-1}; $0 \le B_{2}g \le 1{,}4$ s^{-1}; $0 \le A \le 0{,}7$ s^{-1}로 미리 정했다. 이 경계들은 학습 절차의 일부이며 모든 앙상블에서 유지한다.

길이는 유한 격자 r_C/ℓ = 0,50; 0,65; 0,80; 1,00; 1,25; 1,60; 2,00; 2,50에서 찾는다. 각 값에서 다른 매개변수를 모두 다시 맞춘 뒤 최대 우도를 고른다. 확인용 자료 집합을 생성하기 전에 격자를 고정한다. 제한 없는 연속 탐색이라고 표현하지 않는다. 격자점 사이에 다른 최적점이 있을 수 있고, 더 조밀하게 탐색하려면 절차를 새로 보정해야 한다. 이런 제한된 프로토콜은 검증 영역이 완전히 정해져 있어 편리하다.

원시 기록은 각 설정의 N과 k로 이루어진다. 독립 시행에서 같은 이항 사건들의 순서는 이항 가능도에 정보를 더하지 않으므로 이 수들은 충분통계량이다. 실제 실험이라면 드리프트를 검증하기 위해 시간과 순서도 보존할 것이다. 이 생성기에는 정의상 드리프트가 없다. 보관 자료에는 모든 k 집합, 생성기 매개변수, 고정 시드 20261113이 들어 있다. 별도 시연 자료 집합은 시드 20261214를 사용하며 유의성에 따라 골라낸 것이 아니다.

이 자료 집합에서 교정 결과는 5000회 중 "플러스" 4863회였다. 완전한 두 계열은 표에 제시한다. 원시 계수로 최대화하면 확률에 따른 분산의 자연스러운 의존성이 유지된다. 먼저 가시도와 로그 감쇠율로 바꾼 뒤 모든 점에 같은 오차를 부여하면 다른 절차가 된다. 그 교정을 현재의 이항 분석에서 자동으로 가져올 수는 없다.

$$p_{gj} = \frac{1 + c\exp\{-T_g[b_{0g} + b_{2g}(d_j/\ell)^2 + A(m_g/m_{\mathrm{ref}})^2 f_j(r_C)]\}}{2}$$

$$f_j(r_C) = 1 - e^{-d_j^2/(4r_C^2)}.$$

(19.2) 기록된 결과의 조건부 확률 모형. 입자 손실은 포함하지 않는다. 고정된 N은 이미 검출된 시행 수이다. 별도 교정에서는 $p_{\mathrm{cal}} = (1 + c)/2$이다.

미리 고정한 합성 자료 집합 하나

d/ℓ	1600회 중 k₁	1600회 중 k₂
0,0	1539	1528
0,6	1518	1519
1,0	1515	1493
1,6	1476	1472
2,3	1456	1408
3,2	1401	1340
4,5	1381	1294
6,0	1293	1231

서로 다른 기제의 같은 곡선

10장에서는 특정 형태의 공간 국소화를 환경의 무작위 운동량 충격으로 재현할 수 있음을 보였다. 18장은 시간적 유사 사례를 주었다. 외부 백색 탈위상과 추가 비가역 감쇠율이 하나의 분리 불가능한 매개변수로 더해질 수 있다. 수치 알고리즘의 결함이 아니다. 확률이 같으면 알고리즘에는 물리적 기원을 선택할 정보가 없다.

정확한 축퇴와 실용적 축퇴를 구분해야 한다. 정확한 축퇴에서는 같은 프로토콜의 반복 수를 아무리 늘려도 문제가 풀리지 않는다. 실용적 축퇴에서는 모형이 조금 다르지만 그 차이가 이용 가능한 오차보다 작다. 이때 추가 통계가 도움이 되기도 한다. 그러나 교정의 체계적 불확실성이 사건 수에 따라 줄어들 필요는 없다. 잘못 측정한 거리를 백만 번 반복해도 올바른 거리로 바뀌지 않는다.

유용한 작업은 모든 예측을 보존하는 명시적 매개변수 변환을 찾는 데서 시작한다. 근본 강도의 증가를 미지의 백색 배경 감소로 완전히 보상할 수 있다면 구별 불가능한 방향을 찾은 것이다. 다음 실험은 이 보상이 더 이상 작동하지 않도록 골라야 한다. 다른 질량이나 공간 프로파일, 환경의 독립 측정, 에너지 관측일 수 있다. 구체적인 축퇴를 깨는 것이 그 가치이다.

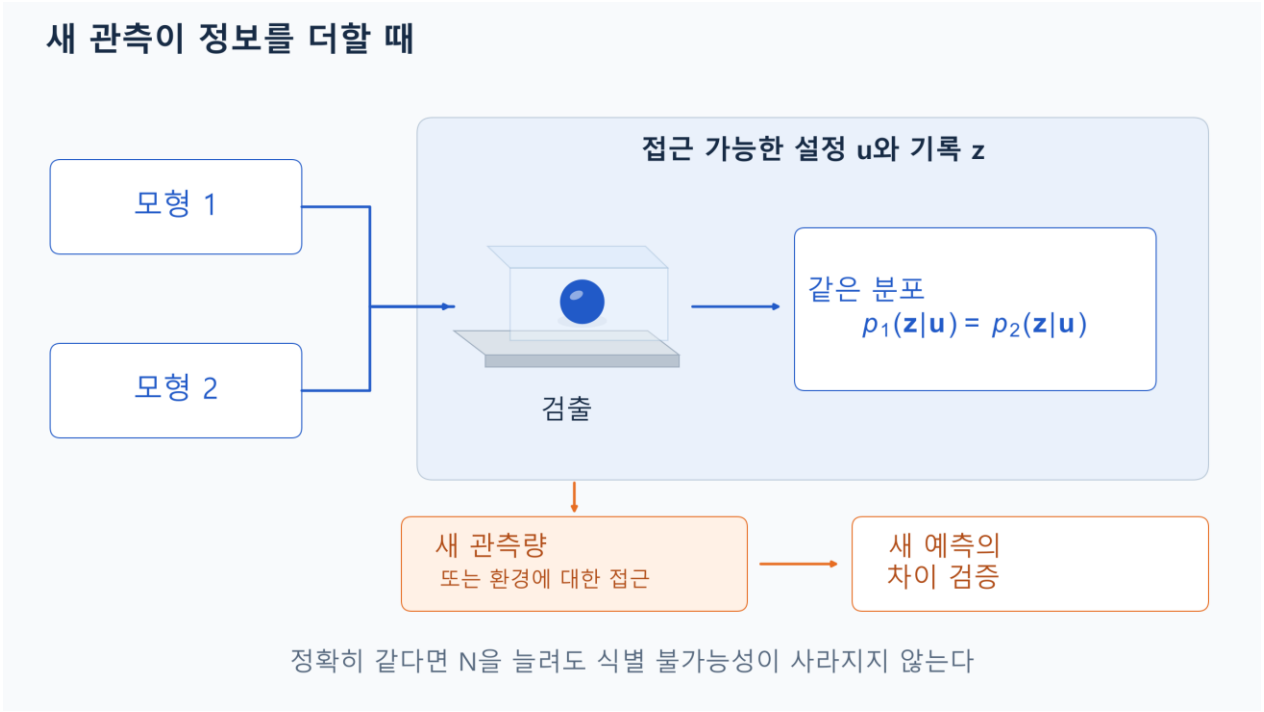


그림 53. 틀은 접근 가능한 설정과 검출을 정한다. 정확한 조작적 식별 불가능성에는 허용된 프로토콜군 전체에서 분포가 같아야 한다. 기억이 있는 과정에서는 한 최종 채널만이 아니라 완전한 다중 시간 통계가 같아야 한다. 이때는 사건 수를 늘려도 빠진 정보가 생기지 않는다. 추가 관측이나 환경에 대한 독립 접근은 구체적인 모형들이 서로 다른 분포를 예측할 때만 유용하다. '모형 1'과 '모형 2' 블록은 설명을 뜻하며 따로 관측된 기제를 뜻하지 않는다.

국소적 및 전역적 구별 가능성

매개변수 벡터를 $\boldsymbol{\theta}$, 관측량의 계산된 평균을 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$로 표시하자. 매개변수에 대한 예측의 미분은 민감도 행렬 J를 이룬다. 열들이 선형독립이면 서로 다른 매개변수의 작은 변화가 자료에 다르게 작용한다. 통상적인 매끄러움 조건에서 완전 열계수는 국소 식별가능성의 충분한 정칙 기준이다. 충분히 작은 근방에는 연속적인 보상 방향이 없음을 보여 준다.

국소적 결과만으로 찾아낸 해에서 멀리 떨어진 다른 해를 배제할 수는 없다. 비선형 모형에는 같은 예측을 내는 서로 분리된 여러 매개변수 영역이 있을 수 있다. 따라서 대칭의 해석적 탐색, 가능도 프로파일의 조사, 서로 다른 초기 영역에서의 수치 실행이 필요하다. 수치 탐색에 성공해도 연속 공간 전체에서 전역적 유일성이 입증되는 것은 아니다. 탐색 범위와 해상도를 명시해야 한다.

강도가 영인 경계는 특히 중요하다. 추가 메커니즘이 꺼지면 상관 길이가 자료에 전혀 영향을 주지 않을 수 있다. 이런 점에서 통상적인 대칭 신뢰구간으로 길이를 추정하는 것은 의미가 없다. 또한 미분의 계수가 부족하다고 완전한 비선형 식별 불가능성이 항상 증명되지는 않는다. 일차 미분이 영이 되는 특이점들이 있기 때문이다. 따라서 계수 검증은 모형 연구를 보완하며 대신하지 않는다.

$$J_{ka} = \frac{\partial g_k}{\partial \theta_a}$$

$$\mathcal{J} \simeq J^{T} \Sigma^{-1} J.$$

(19.3) 고정되어 있고 알려진 공분산 Σ를 사용하는 가우스 근사에서의 민감도 행렬과 정보 행렬. 원시 계수 자료에서는 해당 가능도로부터 정보를 계산한다.

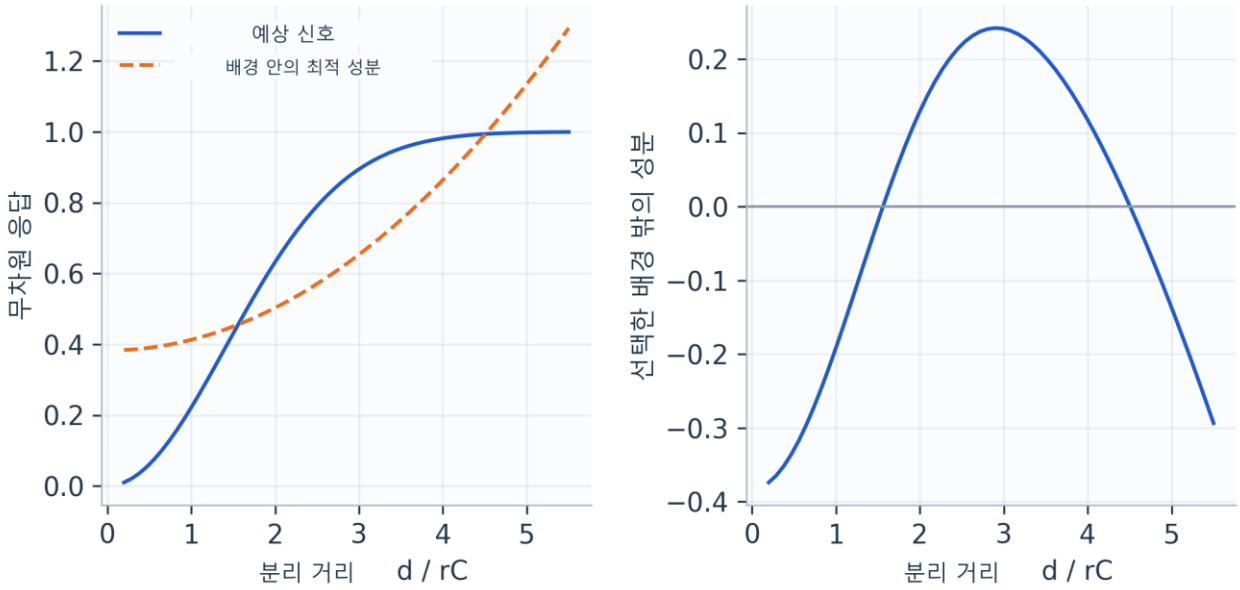


그림 54. 가중치가 같을 때 상수 및 이차 배경 공간으로의 신호 투영. 구별에는 이 배경이 흡수하지 못하는 부분만 남는다. 환경 모형을 확장하면 그 부분이 줄어들 수 있다.

알려진 형태의 배경을 제거하는 방법

10장의 대비를 일반화할 수 있다. 추정 감쇠율 집합을 알려진 배경 의존성 계열과 검증 신호, 오차의 합으로 나타내자. 행렬 F의 열들은 상수와 분리 거리의 제곱 같은 허용 배경 형태를 정한다. 벡터 $\mathbf{s}$는 상관 척도가 고정된 단위 신호의 형태를 기술한다. 가중치 $\mathbf{w}$를 $\mathbf{w}^{T}F = 0$가 성립하도록 구성해야 한다. 그러면 해당 자료 조합은 선택한 배경의 계수에 의존하지 않는다.

알려진 양의 정부호 공분산 Σ에서는 문제의 명시적 해가 있다. 신호에서 배경 의존성 공간에 놓이는 부분을 뺀다. 이어 남은 부분에 역공분산의 가중치를 적용한다. 아래는 선형 독립인 열 F에 대한 구성이다. 열들이 종속이면 먼저 독립 기저를 고르거나 올바르게 정의된 일반화 역행렬을 쓴다. 거의 특이한 행렬을 직접 역행렬로 바꾸면 인위적으로 거대한 민감도를 만들 수 있다.

기술한 배경만 상쇄된다. 실제로 추가 공간 의존성이 있으면 그 전체가 대비에 남을 수 있다. 따라서 물리적으로 정당화한 모형의 주 계산과 허용 편차 계열을 확장한 견고성 검증이라는 두 계산이 유용하다. 합리적인 확장 후 신호가 사라지면 결과가 배경 가정에 의존함을 인정해야 한다. 선형대수를 썼다는 사실만으로 진단이 모형과 독립적이 되지는 않는다.

$$\mathbf{s}_{\perp} = \mathbf{s} - F(F^{T}\Sigma^{-1}F)^{-1}F^{T}\Sigma^{-1}\mathbf{s}$$

$$\mathbf{w} \propto \Sigma^{-1}\mathbf{s}_{\perp}.$$

(19.4) 오차 계량에서 선택한 배경 부분공간 바깥으로의 신호 사영. 가중치는 확인용 표본을 검증하기 전에 모형과 교정으로 정해야 한다.

최대 대비가 최선의 실험은 아니다

이상적 계산에서는 절대 대비가 최대인 거리를 찾을 수 있다. 실제 민감도는 사건 수와 손실, 검출 오차, 각 실행의 비용에도 의존한다. 분리 거리가 커지면 가시도가 너무 낮고 감쇠율의 불확실성은 너무 커질 수 있다. 그러면 이론적 신호가 가장 큰 지점보다 효과는 작아도 판독이 확실한 지점이 더 유용하다.

알려진 신호에 대한 가우스 선형 근사치에서 통계적 오류에 대한 예상 효과의 다음과 같은 비율이 얻어집니다. 고정 형상 파라미터와 알려진 공분산을 나타냅니다. 많은 옵션 중에서 상관 관계의 척도를 검색하면 검색 자체를 고려해야합니다. 공분산이 부정확하게 추정되면 그 불확실성도 결과로 옮겨집니다. 실제 설계를 위해서는 예상되는 개시 이벤트를 계산하고 인공 샘플에 대한 전체 분석 절차를 평가하는 것이 좋습니다.

압력, 열복사 및 측정 수를 고려한 베이지안의 간섭계 붕괴 테스트 설계는 Laing과 Bateman [19]에 의해 연구되었다. 이것은 실험 지오메트리가 매개 변수 정보에 어떻게 연결되어 있는지에 대한 기존 예입니다. 이 프로그램에서는 선택 기준이 불확실한 배경에 대한 견고성으로 보완되어야합니다: 좋은 실험은 모델의 가장 편리한 지점이 아니라 허용 가능한 교정 변경을 통해 구별 할 수 있어야합니다.

$$Z_{\mathrm{exp}} = A\sqrt{\mathbf{s}_{\perp}^{T}\Sigma^{-1}\mathbf{s}_{\perp}}.$$

(19.5) 명시한 선형 가우스 근사에서 기대되는 신호 대 잡음비. 설계 도구이며 실제 자료에서의 발견 유의성을 바로 주는 값이 아니다.

최소 집합은 한 수치로 정해지지 않는다

측정 수와 독립적인 관측 수는 다르다. 한 설정에서 천 번 반복하면 하나의 확률을 더 정밀하게 추정한다. 여러 설정은 예측들이 서로 복사본이 아닐 때에만 새로운 의존성 구조를 줄 수 있다.

따라서 "매개변수가 넷이면 네 점으로 충분하다"는 규칙은 신뢰하기 어렵다. 미지의 교정과 축퇴, 모형 자체의 적합도를 검증할 필요를 고려하지 않기 때문이다.

시공간 프로그램에 필요한 합리적인 최소 집합은 과제에 따라 정해진다. 환경을 제한하는 관찰, 적어도 몇 가지 서로 다른 기하학, 기억에 민감한 시간 순서, 새 조건으로의 이전을 검증할 독립적인 계열이 필요하다. 그러나 이 범주들 자체가 성공을 보장하지는 않는다. 실험 전에 공동 모형을 만들고 어떤 매개변수가 여전히 불확실한지 확인해야 한다. 때로는 잘 고른 추가 영역 하나가 기존과 비슷한 변형 열 가지보다 유용하다.

또한 입력 매개 변수를 측정해야합니다. 질량, 거리 또는 기간의 오류는 이론적 예측 자체를 변경합니다. 이러한 수량은 항상 절대적으로 알려진 것으로 간주 될 수 없으며 모든 불확실성은 그래프의 수직 축에만 배치 될 수 없습니다. 연결된 모델에는 개별 데이터가 포함된 교정 파라미터가 포함될 수 있습니다. 그런 다음 추론의 실제 비용을 볼 수 있습니다: 어떤 기하학과 환경의 정확성은 관심의 차이가 사라지지 않을 수 있습니다.

따로 남겨 둔 자료를 이용한 검증

모형을 선택한 뒤에는 형태 조정에 사용하지 않은 자료로 시험해야 한다. 검증용 계열에서는 질량과 거리, 온도, 제어 순서를 바꿀 수 있다. 경쟁 모형들이 다르게 예측하도록 조건을 미리 고른다. 거의 같은 반복들을 무작위로 둘로 나누는 것은 추정의 재현성을 검증하지만 보통 새 조건으로의 물리 법칙 이전에 대한 검증력은 더 약하다.

확인 계열을 열어 보기 전에 매개변수 범위와 교정 보정, 불일치 기준, 허용 환경 모형 변형을 모두 고정한다. 이후 뜻밖의 결과를 연구하지 말라는 뜻이 아니다. 미리 한 예측과 결과를 본 뒤 찾은 설명을 구분할 뿐이다. 새로운 특징 때문에 모형을 바꿔야 한다면 그 수정판은 다음 독립 계열로 검증해야 한다.

서로 다른 통계적 접근은 서로 다른 질문에 답한다. 빈도주의 절차는 실험을 반복할 때 규칙의 행동을 평가하며, 베이즈 절차는 주어진 초기 가정에서 매개변수 분포를 갱신한다. 결론이 선택한 사전 범위에 강하게 의존하면 이를 보여야 한다. 모형 비교 계수가 크거나 한 영가설 모형의 확률이 작다는 것만으로 모든 물리적 대안을 고려했다고 볼 수는 없다.

매개변수 프로파일과 검증용 계열의 결과

제시한 계수에서 A = 0과의 비교 통계량은 57,369이다. 길이 전체 탐색은 이 수치와 21장의 영가설 교정에 모두 포함된다. A의 최선 추정값은 0,15334 s⁻¹이다. 그러나 최댓점은 불확실성의 폭을 보여 주지 않는다. A의 증가와 함께 r_C와 배경 계수가 바뀌면 예측은 거의 안 바뀔 수 있다. 고정한 A마다 배경과 전체 길이 격자를 다시 최적화하는 프로파일 우도에서 이를 볼 수 있다.

시연 자료 집합에서 A의 프로파일 영역은 간격 0,005 s⁻¹의 격자에서 0,090부터 0,275 s⁻¹까지이다. 프로파일 차이의 문턱은 4,2681이며 A = 0,12 s⁻¹와 명시한 배경에서 별도의 모의실험으로 구했다. 지정한 내부 조건의 점별 교정이다. 가능한 모든 A와 배경, 연속적인 r_C에 대해 균일한 95퍼센트 포함률을 증명하지 않는다. 독립 앙상블의 실제 포함률 검증은 21장에 제시한다.

검증용 프로토콜은 d/ℓ = 0,85; 1,35; 2,05; 2,85; 4,80과 원래의 0,65배로 줄인 지속 시간을 사용한다. 대상마다 설정당 사건은 800개이며 독립적인 검출 교정도 보존한다. 모든 예측은 학습 계열의 매개변수로 계산한다. 새 계수는 A나 r_C, 배경의 재조정에 쓰지 않는다. 이전 설정의 반복들을 무작위로 나눌 때의 안정성만이 아니라 거리와 시간에 따른 이전을 검증한다.

검증용 계수와 예측 사이의 총 피어슨 불일치는 13,484이다. 기준 분포는 새 학습 표본과 재맞춤, 새 검증용 사건이라는 전체 경로를 모의실험하여 구성했다. 따라서 예측 매개변수의 오차를 영으로 두지 않는다. 명목 모형의 반복 1000회에서 꼬리 비율은 0,392이다. 이 예의 예측은 새 계열과 부합한다. 선택한 생성기의 점별 검증이며 배경 부류를 확장하면 결론이 달라질 수 있다.

둘째 계열의 첫 지점에서 첫 대상의 측정 확률은 762/800 = 0,9525이고 예측은 약 0,95675이다. 둘째 대상의 마지막 설정에서는 예측 약 0,85109에 대해 672/800 = 0,8400이 관측된다. 유한한 계수 자료에서 개별 점의 차이는 자연스럽다. 공통 기준의 의미는 가장 잘 맞거나 가장 어긋난 점을 사후에 고르지 않고 미리 정한 규칙으로 전체 순서를 평가하는 데 있다.

불일치가 발생하면 다음 단계는 그 구조에 달려 있습니다. 전체 교정 교대는 척도 오류 시간과 다릅니다. 원거리의 선택적 발산은 모델의 다른 부분을 나타냅니다. 검증 후에, 이연된 데이터는 설명의 다음 버전을 개발하는 데 사용될 수 있지만, 다른 독립적인 시리즈가 요구될 것이다. 재현 가능한 절차는 이러한 전환을 명시 적으로 만들고 실제로 새로운 예측에서 이미 본 것에 대한 설명을 분리 할 수있게합니다.

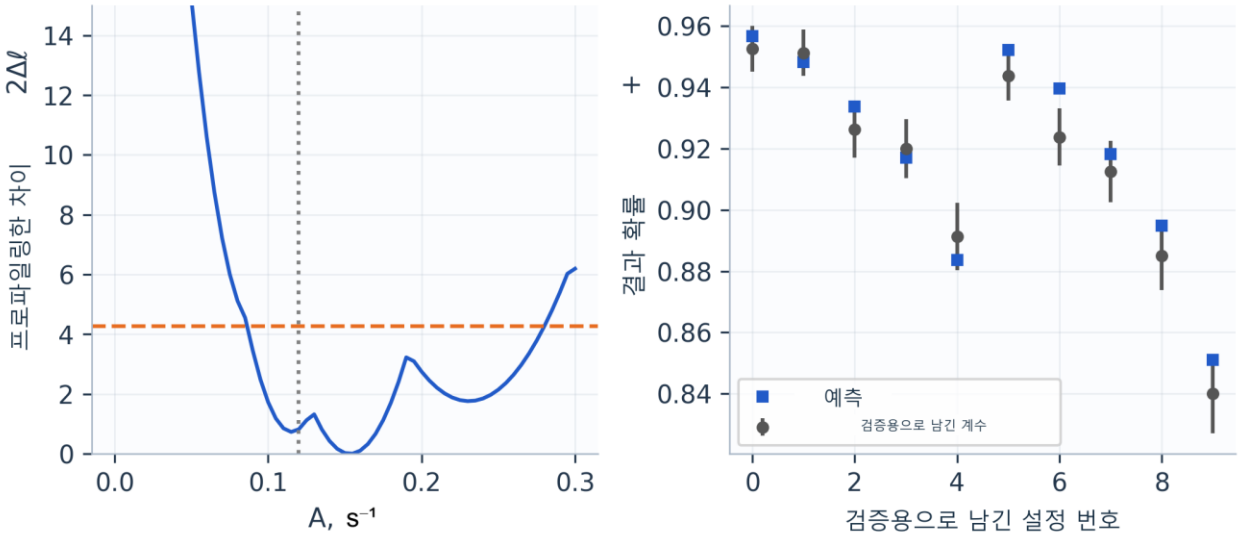


그림 55. 진폭 프로파일과 검증용으로 남긴 이항 사건의 예측. 왼쪽은 r_C 격자 전체를 탐색한 뒤 로그우도의 차이이며, 오른쪽은 새 설정의 예측과 독립 판독값이다. 세로 점선은 입력한 A, 가로 점선은 보정한 문턱값을 나타낸다. 오른쪽 오차막대는 예측 매개변수의 오차를 제외한 빈도의 이항 표준오차 하나를 나타낸다. 전체 기준에서는 그 매개변수 오차를 별도 모의실험으로 고려한다. 모든 사건은 합성 자료다.

물리적 결론의 한계

전체 분석 후 결과는 관측이 뒷받침하는 수준에서 정식화해야 한다. 매개변수 제약이나 알려진 배경과의 불일치 발견, 한 매개화에 대한 다른 매개화의 선호, 새 계열의 성공적 예측일 수 있다. 이 주장들은 강도가 다르다. 슬그머니 현실의 새로운 본성에 대한 일반 주장으로 대체할 수 없다.

식별의 한계는 또한 긍정적 인 과학적 결과입니다. 선택된 측정 클래스가 두 가설을 구별하지 못한다는 것이 입증되면 쓸모없는 비교를 반복 할 이유가 없습니다. 어떤 가정이 추가되어야 하고 어떤 관찰이 그 가정을 테스트할 수 있는지 지정할 수 있습니다. 이것은 수학적인 제약을 다음 실험을 위한 가이드로 바꾼다.

수행한 분석 결과는 조건의 지도로 읽어야 한다. 한 영역에서는 매개변수가 식별 가능하고, 다른 영역에서는 공통 기여만 구별되며, 또 다른 영역에서는 교정이 모든 것을 가린다. 이런 지도는 하나의 극한 민감도 수치보다 정직하고 장비 선택에 더 유용하다. 다음 측정이 실제로 지식을 더하려면 어떤 불확실성을 먼저 줄여야 하는지 설명한다.

20 측정 장치와 전체 자료 경로

각 관측에 명확한 검출 방법이 대응할 때 연구 프로그램은 실험적 의미를 얻는다. 아래에서는 응답 계산과 교정 목록, 실현가능성 기준을 구성할 수 있는 프로토콜 개념들을 제안한다. 검증할 가설과 장치를 연결하기 위한 것이다. 실제 기술 매개변수는 선택한 실험실과 측정한 장비의 분석에서 나와야 한다.

실험 플랫폼의 서로 다른 세 역할

모든 유용한 설치가 새로운 기본 효과를 직접 검색해야 하는 것은 아닙니다. 플랫폼의 첫 번째 역할은 알려진 신호에서 제어 및 통계 분석 방법을 테스트하는 것입니다. 두 번째는 원하는 역학을 시뮬레이션 할 수있는 환경 적 영향을 제한하는 것입니다. 세 번째는 테스트중인 수정에 진정으로 민감한 물리적 상태를 만드는 것입니다. 이러한 역할은 다른 장치에서 수행할 수 있습니다. 그들은 합의 된 계산으로 연결되어 있으며 의무적 인 외부 유사성에 의해 연결되지 않습니다.

예를 들어 잘 제어된 내부 큐비트는 펄스 오류를 조사하고 시간 상관 관계를 재구성하는 데 유용합니다. 공간 간섭계는 다른 질량 분포를 가진 가지 사이에 결맞음의 직접 조사를 할 수 있습니다. 기계식 센서는 힘 노이즈 및 에너지 교환에 대한 정보를 제공할 수 있습니다. 결과 수치는 "결어긋남 수준"과 직접 비교할 수 없습니다. 각 플랫폼에는 가설의 일반적인 매개 변수와 기록 된 이벤트와 관련된 자체 전송 모델이 필요합니다.

이런 모형을 준비하는 일이 아름다운 장치 도식의 선택보다 앞서야 한다. 먼저 어떤 두 설명이 아직 구별되지 않는지 밝힌다. 이어 그 축퇴를 깨는 관측가능량을 찾고 측정 가능성을 평가한다. 이 순서라면 필요한 물리적 민감도가 없는 장치에 수개월을 쓰기 전에 계산 단계에서 부적절한 개념의 개발을 멈출 수 있다.

기하 구조를 바꾸는 공간 간섭계

첫 개념은 국소화의 기하 법칙을 검증하기 위한 것이다. 결맞는 상태의 여러 공간 배치를 제어하고 최종 사건 분포를 기록할 수 있는 계를 가정한다. 계산의 중심 대상은 준비에서 판독까지의 전체 상태 이력이다. 좁은 두 파동묶음을 포획하는 이상화된 조건에는 둘 사이 거리에 의존하는 감쇠율을 적용할 수 있다. 더 복잡한 간섭계에서는 장치 요소들을 통한 전체 상태의 전파가 필요하다.

근접장 간섭은 특히 주의해서 다뤄야 한다. 검증 없이 정지한 두 궤적의 그림으로 대체하고 최대 거리를 단순 지수함수에 대입할 수 없다. 제안한 프로토콜은 속도 분포와 요소 통과, 유한 분해능을 포함해 검출기가 실제 보는 무늬를 계산해야 한다. 이때 10장의 대비는 모든 기하 구조의 보편 공식이 아니라 모형의 진단적 극한으로 작용한다.

주 계열은 환경 조건을 제어하며 공간 분포를 바꾼다. 추가 계열에서는 알려진 외부 요인을 의도적으로 바꾸어 예측한 반응을 검증한다. 기체 압력이 높아질 때 풀러렌 간섭이 억제되는 현상은 이미 관측되었고 결어긋남 이론과 정량적으로 비교되었다 [26]. 제안하는 계획에서 이 의존성은 실질적인 보정의 본보기다. 잔차에 다른 기제를 부여하기 전에 모형이 제어된 배경 변화를 예측해야 한다.

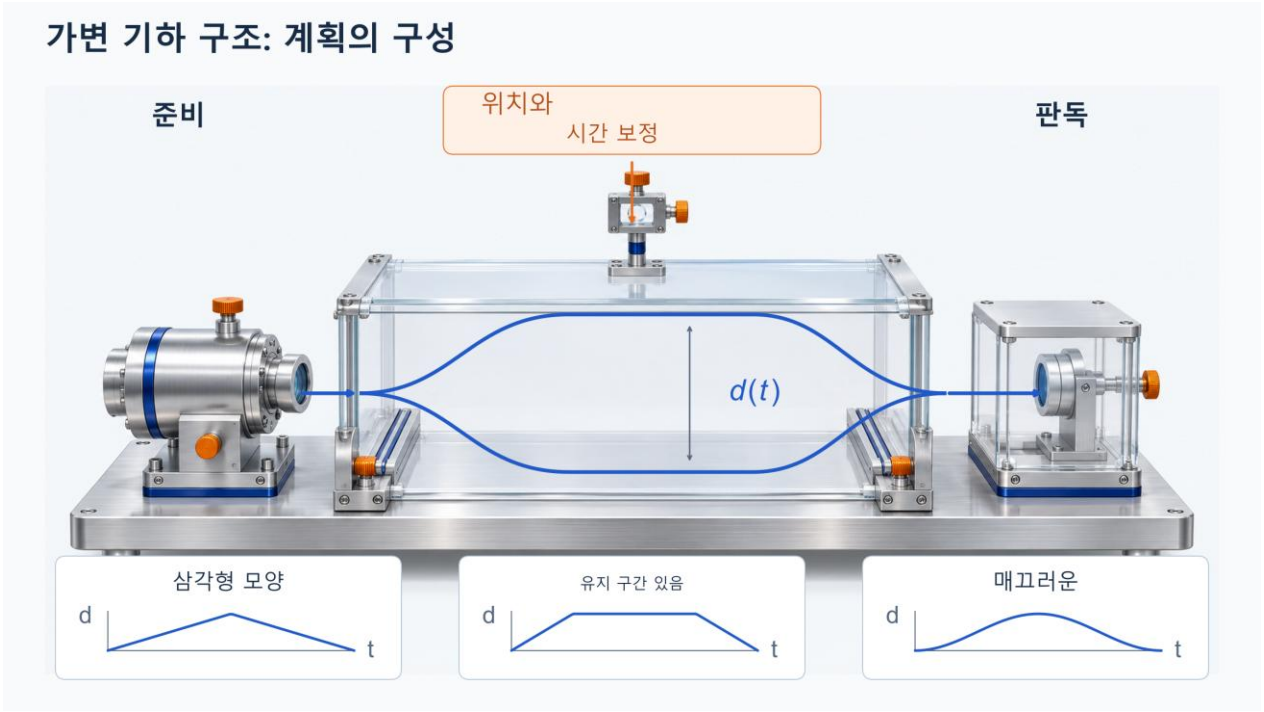


그림 56. 상태의 공간 분포를 바꾸기 위한 계획상의 기능 구성. 준비, 제어된 분리와 재결합, 판독, 별도의 위치 및 시간 보정으로 이루어진다. 파란 선은 이상화한 상태 성분, 주황색 입력은 독립적인 대조를 나타낸다. 삽입 그림은 시작과 끝을 포함한 궤적 d(t)의 형태들을 비교한다. 최대 분리 거리만으로는 부족하다. 장치 그림은 개념적이며 구현한 질량과 진공, 유지 시간, 민감도를 주장하지 않는다. 이 두 분기 도식은 발표된 나트륨 근접장 간섭계에서 전체 상태가 전파되는 계산을 대신하지 못한다.

열 및 기체 배경

압력 측정만으로 충돌 배경이 정해지지는 않는다. 기체 조성과 속도 분포, 상호작용 특성, 충돌 후 대상의 검출 확률이 중요하다. 이 작용의 이론에는 구체적인 산란 모형이 필요하다. 특히

Hornberger와 Sipe는 마스터 방정식의 엄밀한 유도를 다루었다 [45]. 편리한 민감도가 나온다는 이유만으로 설계 계산에서 미지의 의존성을 계수 하나로 대체해서는 안 된다.

열 상태는 또한 의미에서 이질적이다. 챔버의 온도, 입자의 내부 여기 및 운동의 유효 온도는 다른 양을 설명합니다. 가열된 분자의 열복사는 실제로 간섭 가시성을 감소시킬 수 있다; 이 메커니즘은 분자 C70 [25]을 이용한 실험에서 연구되었다. 따라서 모션을 냉각해도 시퀀스 전체에서 내부 가열, 광 흡수 및 광자 방출의 평가가 완화되지 않습니다.

개념에는 조명의 출력과 지속 시간 변화, 검출기 배경 검증, 원래 조건으로 복귀한 뒤의 재현성 확인이라는 별도 계열들을 포함한다. 설정의 이런 가역성은 안정된 물리적 의존성과 장치의 느린 변화를 구별하는 데 도움이 된다. 작용 매개변수는 실행마다 기록하는 것이 좋다. 하루 평균은 레이저 표류와 서로 다른 기하 배치의 실행 순서 사이 상관관계를 숨길 수 있다.

시간 모형을 검증하는 제어 가능한 센서

둘째 개념은 준비와 펄스 제어, 판독이 가능한 이준위계를 사용한다. 첫 과제는 지정한 잡음에서 복원한 매개변수까지의 전체 경로를 검증하는 것이다. 알려진 인공 위상 작용을 가하고 여러 순서를 수행해 분석이 입력 스펙트럼을 얼마나 정확히 돌려주는지 확인할 수 있다. 이는 방법의 역량을 확립하지만 그 자체로 추가 자연 메커니즘을 찾는 일은 아니다.

예측이 테스트되는 시리즈에서 노이즈 모델이 선택되는 시리즈를 분리하는 것이 유용합니다. 두 번째는 다른 간격 또는 펄스 위치를 사용합니다. 또한 회전 오류 및 작업 수에 대한 읽기의 의존도가 측정됩니다. 재구성된 메모리 시간이 펄스의 기술적 형태와 함께 변화하기 시작하면, 제어 모델이 먼저 검사된다. 그러한 변화를 물질의 보편적 재산으로 돌리는 것은 시기상조일 것이다.

이 시험대에서 질량 국소화 검증으로 나아가려면 내부 상태를 서로 다른 질량 분포와 물리적으로 연결해야 한다. 계산에는 대상의 운동과 공간 분리, 재결합, 제어장의 추가 잡음이 들어가야 한다. 표기만 바꾸어 통상적인 스핀 echo의 민감도를 이 문제에 옮길 수는 없다. 이런 연결의 가능성과 정밀도는 별도의 실현가능성 검증 단계이다.

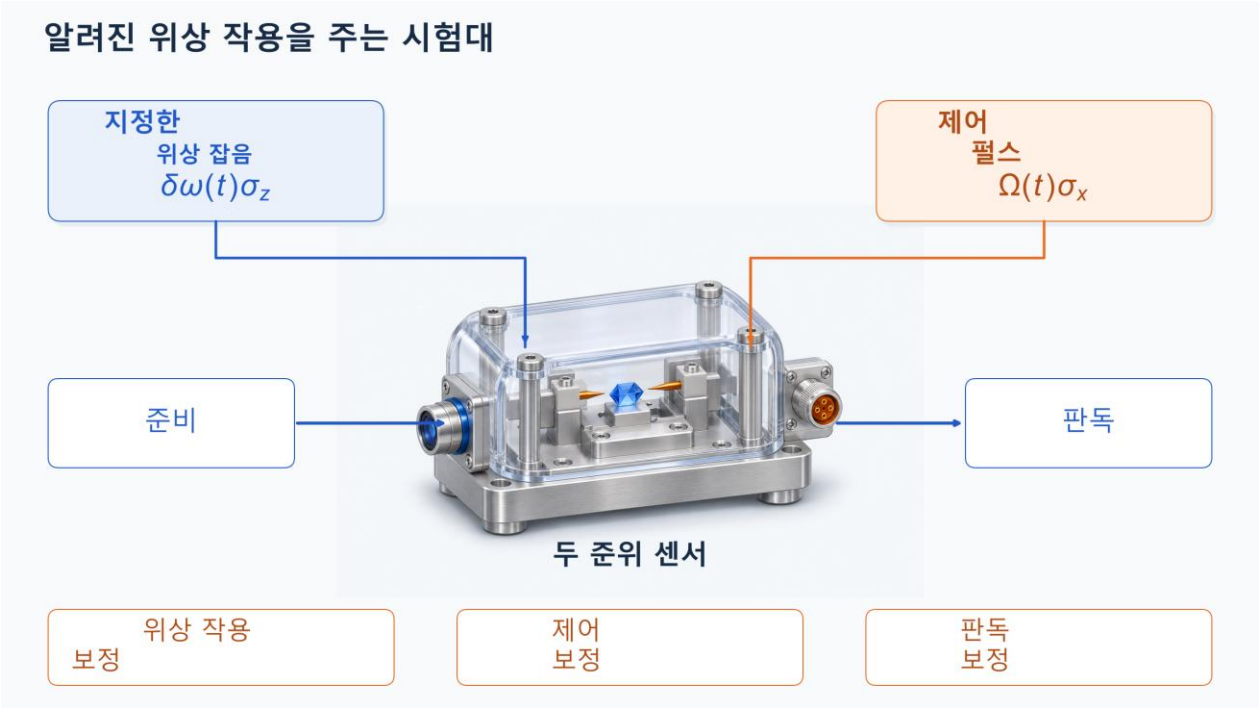


그림 57. 학습용 시험대는 σ_z에 따른 알려진 인공 위상 작용을 σ_x에 따른 횡방향 펄스 제어와 구별한다. 준비와 판독이 주 경로를 이루고 작용과 펄스, 검출은 독립적으로 보정하여 검증한다. 그림은 기능 경로와 개념적 센서를 나타내며 실제 전기 배선이나 특정 장비의 달성한 성능이 아니다. 입력 매개변수의 복원은 방법을 검증할 뿐 근본적인 잡음의 발견을 뜻하지 않는다. 질량 국소화로 옮기려면 서로 다른 질량 분포를 가진 내부 상태들의 물리적 결합이 추가로 필요하다.

오류를 검증할 수 있는 학습용 시험대

이전 두 장의 계산은 세 수준으로 된 완결된 학습 시험대를 정한다. 첫 수준에서는 물리 상태와 작용 법칙을 안다. 둘째에서는 검출기를 정하고 원시 사건들을 생성한다. 셋째에서는 생성기의 숨은 값에 접근할 수 없는 고정된 분석을 적용한다. 이 구성으로 새 자연 메커니즘의 존재를 미리 요구하지 않고 처리 오차를 발견할 수 있다.

공간 시험대에서는 설정과 N, k, 공통 교정 결과를 보존한다. 검증은 영 분리 거리와 알려진 신호에서 시작해 전체 길이 탐색을 거쳐 다른 기하 구조의 예측으로 끝난다. 시간 시험대에서는 먼저 해석적 Ramsey와 echo를 재현한 뒤 유한 지속 시간과 각도 오차, 판독 불일치를 도입한다. 두 경우 모두 언제 잔여값이 인위적으로 넣은 기술적 원인에서 나오는지 안다. 따라서 거짓 물리적 해석 자체가 프로그램 검증의 관측 가능한 결과가 된다.

통계적 자료 규모는 실험실 작업 시간과 같지 않다. 공간 예에서 30 600은 검출된 사건 수이다. 효율이 η이고 주기 시간이 t_{cycle}라면 손실이 독립적이고 주기가 같을 때 예상 수집 시간은

$N t_{\text{cycle}} / \eta$ 정도일 것이다. 실제 장치에서는 두 인자가 준비와 질량, 기하 구조, 선별 요구에 의존한다. 따라서 이 학습 시험대의 절대 시간은 지정하지 않는다. 일관된 장치 명세를 선택한 뒤에야 계산한다.

발표된 플랫폼과 그 재현 자료는 7장, 9장, 12장에서 다룬다. 실제 매개변수를 학습용 예의 무차원 계수로 바꿔치기해서는 안 된다. 특히 근접장 분포가 하나의 이진 최대값이나 정지한 파동묶음 한 쌍으로 자동으로 환원되지는 않는다. 두 기술의 연결은 방법론적이다. 원시 사건과 보정, 우도, 오류 검증, 예측을 잇는다. 물리적 전달 모형은 장치마다 자체적으로 남는다.

따라서 실제 개발 시퀀스에는 측정 가능한 중지가 있습니다. 알고리즘은 먼저 알려진 입력 신호와 의도된 거짓 경보 비율을 반환해야 합니다. 그런 다음 실제 교정 실행의 응답을 확인합니다. 그 후, 관심의 실험의 물리적 모델을 비교한다. 제너레이터가 첫 번째 레벨에서 이미 재현하지 않거나 감지가 눈에 띄지 않는 그리드 선택에 민감한 것으로 밝혀지면 장비의 복잡성을 증가시키는 것이 절차의 결함을 수정하지 않습니다.

재현 가능한 기록에는 성공적인 그림만 들어가는 것이 아니다. 잘못된 환경 모형과 잘못된 펄스, 불일치 교정이라는 음성 결과도 보존한다. 형식적 민감도가 커도 어떤 결론은 허용되지 않는지 보여 준다. 다음 장에서는 이 결과들로 선택한 프로그램의 정량적 적용 지도를 구성한다.

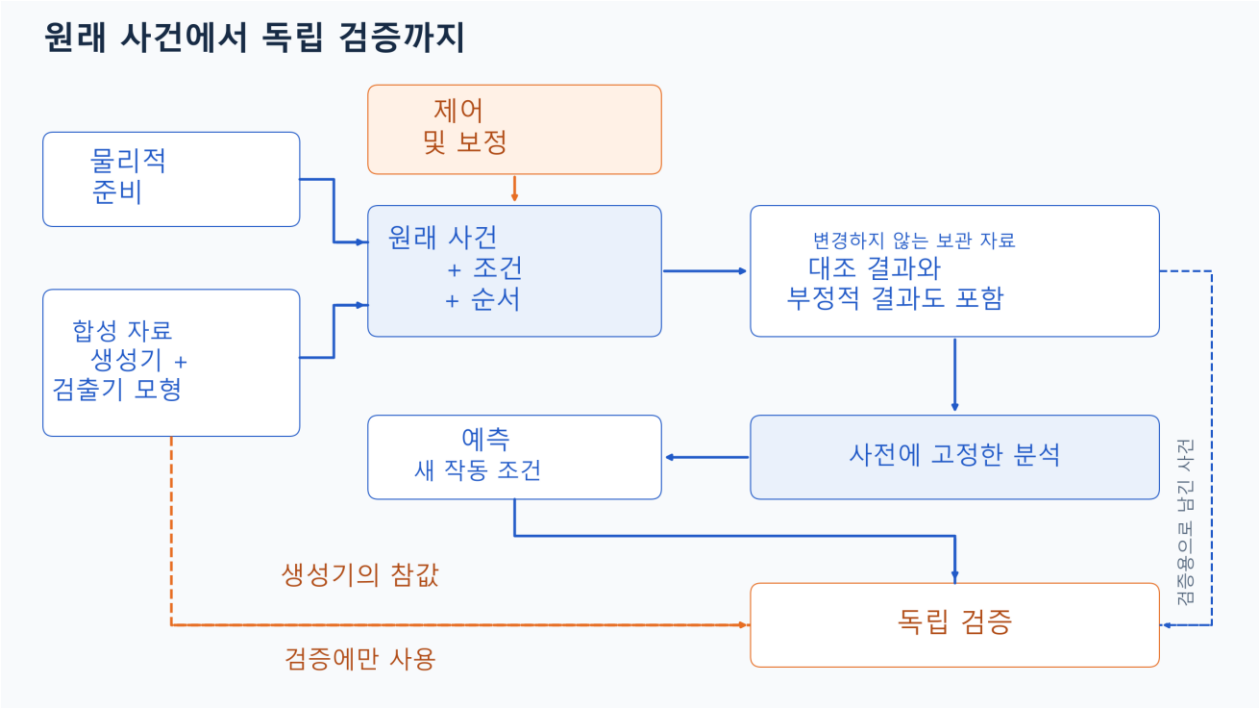


그림 58. 물리적 준비와 합성 준비는 원시 사건의 서로 다른 발생원이다. 설정과 보정, 측정 순서, 대조 결과와 부정적 결과를 분석 전까지 보존한다. 고정한 분석은 새 조건의 예측을 만든다. 검증용으로 남긴 사건은 독립 검증으로 바로 보내며 그 검증이 끝나기 전에는 맞춤에 되돌리지 않는다. 합성 생성기의 참 매개변수는 검증 모듈에만 공개한다. 검출된 사건은 준비나 자료 수집 시간과 같지 않다. 실제 경로에서는 제외한 사건과 선별 이유도 보존해야 한다. 조건부 이항 모형은 자체 가정 아래에서만 적용된다.

두 센서와 공간 상관관계

셋째 개념은 공동 잡음을 연구하기 위한 것이다. 두 센서를 여러 배치에 놓고 국소 스펙트럼뿐 아니라 상호 의존성도 추정한다. 메커니즘들이 서로 다른 공간 법칙을 예측한다면 거리와 배향의 변경이 유용하다. 양자 순서에서는 센서의 교차 제어와 직접 결합을 고려해야 한다. 역학적 채널에서는 각 감응 요소의 응답도 계산한다.

공통 전자 부품과 광원, 역학적 지지대는 공통장의 작용과 겉으로 비슷한 상관관계를 만들 수 있다. 따라서 설계에는 연구 대상의 기하 구조를 유지한 채 기술적 연결 경로를 바꾸는 대조 교환과 재배치가 들어간다. 상관관계가 케이블이나 공통 증폭기를 따라간다면 장치에 관한 정보이다. 독립적인 판독 방식에서도 특정한 공간 의존성을 유지한다면 추가 물리 분석의 근거가 더 강해진다.

채널의 상대적인 타이밍이 조정되어야 합니다. 지연 오류는 교차 스펙트럼의 위상을 변경하고 전파 또는 충격 메모리에 대한 추론을 편향시킬 수 있습니다. 동시에, 제어 중 상호 간섭을 평가해야 합니다: 한 센서의 펄스가 다른 센서를 직접적으로 방해할 수 있습니다. 컨트롤 시리즈는

이 전송 경로를 확인합니다. 이 후에 만 관찰 된 상관 관계를 17 장의 보편적 가설의 핵심과 비교하는 것이 합리적입니다.

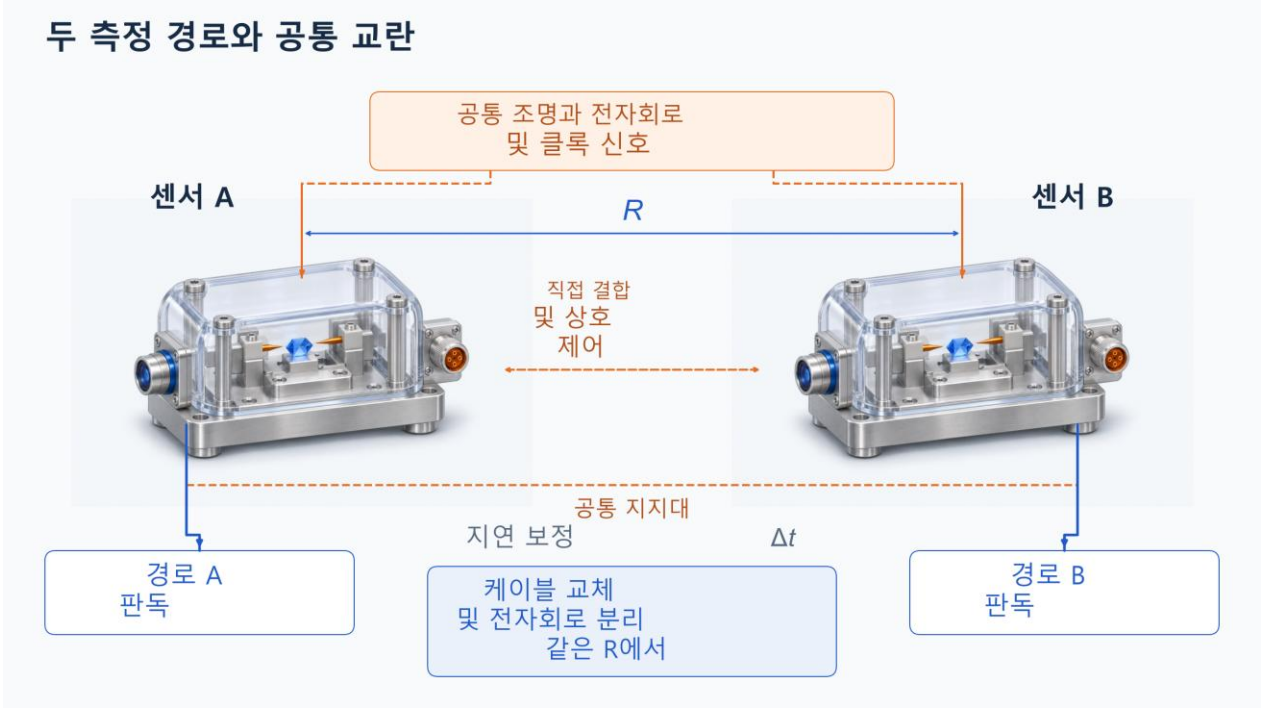


그림 59. 두 센서는 별도 검출 경로와 조절 가능한 거리 R을 갖는다. 주황색 점선은 공통 교란의 검증할 기술적 경로, 곧 빛과 전자회로, 클록 신호, 기계적 지지대, 직접 결합, 교차 제어를 나타낸다. 공통 레이저와 증폭기, 시계를 정의상 오류가 없다고 보지는 않는다. 케이블을 교체하고 전자회로를 분리하는 대조 검증은 R과 배향을 유지하며 수행한다. 상대 검출 지연 Δt는 조사하는 상관관계의 물리적 시간 구조와 별도로 보정한다. 장치 영상은 개념적인 감응 모듈이며 특정한 실험 구현이 아니다.

역학적 관측과 준비 상태

힘 잡음과 가열은 공간 국소화를 일으킨다고 가정한 메커니즘에 대해 추가 정보를 준다. 그러나 측정하는 것은 추상적 힘이 아니라 역학적 대상의 운동이다. 따라서 질량과 주파수 응답, 감쇠, 검출 특성, 판독과 되작용의 가능한 상관관계가 필요하다. 이런 상관관계가 있으면 "대상의 잡음"과 "장치의 잡음"을 단순히 더하는 것이 틀릴 수 있다. 작업 모형에는 중요한 모든 교차항을 유지한다.

델리치와 공동연구자들의 실험은 광학적으로 포획한 나노입자의 운동을 양자 바닥상태까지 냉각했다 [52]. 이는 질량이 큰 양자계의 준비를 논하는 구체적 근거다. 필요한 분리 거리를 갖는 공간 중첩까지 자동으로 준비되었다는 뜻은 아니다. 냉각과 상태 생성, 유지, 설득력 있는 판독 사이에는 별도의 과제들이 있으며 각각 최종 민감도에 영향을 준다.

공동 검증 개념은 간섭과 역학적 관측에 추가 메커니즘의 같은 매개변수 집합을 사용한다. 배경 힘의 모형은 플랫폼마다 다르다. 잔여 파워의 수치가 같다는 것만으로 공통 기원의 충분한 징표는 아니다. 기하 구조와 주파수 대역을 포함해 관측들 사이의 예측된 변환 전체를 검증한다. 바로 이 변환이 추가 채널을 독립적인 가설 시험으로 만들 수 있다.

실현 가능성 명세와 다음 단계 선택

각 개념은 측정되거나 합리적으로 접근 가능한 매개 변수가 있는 데이터 시트를 필요로 합니다. 여기에는 물체의 질량과 모양, 초기 상태 분포, 분리 이력, 사이클 시간, 감지 효율성 및 환경 불확실성이 포함됩니다. 선택된 조합에서 이미 입증된 특성과 결합되어야 하는 특성은 별도로 기록됩니다. 다른 실험실의 기록의 합은 하나의 실현 가능한 실험의 매개 변수를 자동으로 형성하지 않습니다.

관측 시간을 늘리려는 목적이 우주 실험 구상으로 이어지기도 한다. MAQRO 논문에서는 자유낙하와 진공, 미소중력이 무거운 대상의 간섭계 역량을 어떻게 바꿀 수 있는지 검토했다 [53]. 설계 근거이며 여기서 다루는 프로토콜을 구현했다는 증거가 아니다. 지상과 우주 구상의 비교에는 준비와 제어, 검출의 전체 주기가 들어가야 한다. 긴 자유 운동은 그때 생긴 정보가 실제 측정 결과에 보존될 때만 유용하다.

다음 단계는 가장 제한적인 불확실성을 기반으로 선택됩니다. 판독 교정이 판별성을 파괴하면 질량 증가가 문제를 해결하지 못합니다. 배경 열 복사에 의해 제한되는 경우, 열 모델을 검사하는 것이 더 유용합니다. 모든 기술적 손실이 충분히 적고 물리적인 이유로 신호가 구별할 수 없는 경우, 또 다른 관찰 가능한 수량이 필요합니다. 이 선택은 자원을 보존하고 특정 과학적 질문과 관련된 각 시설 개선을합니다.

책의 수치 예들은 명세의 서로 다른 부분을 충족한다. 발표된 간섭 실험은 실제 매개변수 집합과 외부 자료의 재현을, 공간 시뮬레이션은 검증한 추론 절차를, 제어 센서는 펄스 모형 오차의 계산된 예산을 준다. 함께 활용한다고 모든 특성이 이미 한 장치에서 구현된 것은 아니다. 새 장치의 개발에는 이 세 수준을 별도로 조율해야 한다.

완성된 설계는 상태, 환경, 제어, 검출기 및 추론 규칙을 연결합니다. 수행 된 계산은 가정 된 구별 가능성이 어느 수준에서 사라지고 어떤 변화가 실제로 정보를 추가 하는지를 보여줍니다. 마지막 장은 이러한 연구 결과를 문헌과 대조하고 연구 프로그램이 의미가있는 조건을 문서화합니다.

21 계산 계획의 결과와 결론의 한계

프로그램은 알려진 실험의 재현과 인공 원시 사건의 분석, 잘못된 배경의 시험, 유한 제어의 계산이라는 여러 검증 결과로 마무리된다. 결과마다 고유한 적용 범위가 있다. 이를 대조하면 모형 안에서 이미 확립한 것과 새 관측이 필요한 주장이 무엇인지 알 수 있다.

문헌의 결과와 여기서 수행한 것

이 책은 기존의 물리 모형과 추론 방법을 재현 가능한 계산의 계열로 연결한다. CSL, 동적 결합해제, 다중 큐비트 잡음 분광, 통계 검정의 역사적 선취권이 이 계열로 이전되는 것은 아니다. 구체적인 새 프로토콜의 과학적 기여는 합친 분야의 수가 아니라 가장 가까운 선행 논문과 비교한 가정 및 결과의 차이로 정해진다.

통계 부분의 중요한 직접적 선행 연구는 Schrinski와 공동저자들의 2019년 및 2020년 연구다 [65, 66]. 원래 측정값과 그 불확실성을 이용하여 매개변수화한 양자역학 수정을 검증한다. Laing과 Bateman의 연구는 배경 메커니즘이 있는 근접장 간섭계에서 베이즈 추론과 실험 제어의 선택을 다룬다 [19]. 따라서 사건 자료로 추론하거나 압력을 고려한다는 생각 자체는 이 책의 새 결과가 아니다.

여기서 수행한 자체 작업은 교육적이고 방법론적인 성격을 갖는다. 완전히 재현 가능한 이항 프로토콜을 정하고 독립적인 오차 앙상블을 수행했으며, 검증용으로 남긴 거리들에 대한 예측 이전을 보이고 유한 펄스의 영향을 계산했으며 잘못된 물리적 원인 귀속의 반례를 제시했다. 수치들은 명시적으로 정한 모형들에 해당한다. 최초로 발견한 법칙이나 자연의 보편 한계, 붕괴의 실험적 발견이라고 주장하지 않는다.

비교표는 기존 방법들 속에서 이 계산들이 차지하는 위치를 보여 준다. 새 과학적 결과를 확립하려면 같은 물리적 자원에서 가장 가까운 방법보다 구체적인 프로토콜이 우월함을 증명하거나 이전에 몰랐던 구별가능성의 한계를 밝혀야 한다. 여기 제시한 방법론적 결론은 계산과 그 적용가능성 검증으로 뒷받침된다.

가장 가까운 선행 연구와 수행한 작업의 지위

기준 연구	알려진 결과	책에 있는 사용
슈린스키 외. 2019 [65]	원시 자료와 불확실성에 근거한 추론	사건 분석의 기초; 자체 학습 프로토콜의 별도 빈도주의 모의실험
슈린스키 외. 2020 [66]	물질파 간섭에서의 수정 이론 검증	모델 제한과 고전성에 대한 일반적인 주장의 구별
랭과 베이트먼 2024 [19]	베이지안 배경 분석 및 제어 선택	물리적 완전성에 대한 기준점; 네가지 교육 설계에 대한 조건부 KL의 계산
아렌츠 외 2015 [47]	대체 이론을 테스트하는 동적 디커플링	유한 제어와 거짓 잔여값의 명시적 구체화
Paz-Silva와 공저자들 2017 [50]	멀티큐비트 가우스 잡음 분광법	확률을 명시한 두 센서의 특수 예
Green과 공저자들 2013 [67]	임의 형태의 제어와 보편적 잡음	특정 직사각형 펄스의 수치 전파

한계의 재현과 독립 계산

계산 프로그램은 대조 극한의 검증으로 시작한다. 공간 커널은 작은 물체 극한을 재현하며 영 분리 거리에서 사라진다. 세 점 대비는 명시한 상수 및 이차 배경항을 제거한다. 선형 분리와 재결합으로 일반화하면 최적 거리가 바뀐다. 해석적 Ramsey와 echo는 독립 적분 및 제어 센서의 전체 전파에서 얻은 순간 펄스 극한과 일치한다.

확률적 시간 모형에서는 에르미트 전개의 수렴을 추가로 검증했다. 중력 예에서는 상태행렬과 부분 전치 스펙트럼, 해석적 문턱값을 비교한다. 통계 부분에서는 원시 이항 판독값과 전체 맞춤 결과를 보존했다. 이 검증들은 물리 가설의 참됨을 증명하지는 않지만 규격화와 첨자, 프로그램 구현의 여러 오류를 배제하게 한다.

외부 자료의 재현에는 12장에서 제시한 발표된 자료와 저자 분석을 사용한다. 주사 95개와 위치 3895곳, 검출 계수 10 772 714회이다. 원래의 고정 교정과 공간 척도 $\hbar/\sigma_q$ = 10 nm에서 τ_5 = 2,842065516·10¹⁵ s와 μ = 15,453634를 얻어 발표된 반올림값을 재현했다. 독립적인 사다리꼴 분위수 보간은 μ = 15,451403을 준다. 약 0,00223의 차이는 논문에 제시한 반올림 정밀도보다

작다. 명시한 절차의 재현이며 모든 체계적 오차를 새로 맹검 분석한 것이 아니다. 이 부분의 자체 시뮬레이션에는 별도의 전제와 교정이 있다.

전체 절차의 오류 빈도

공간 실험에는 우도비 통계량 q = 2(ℓ₁ − ℓ₀)를 적용했다. 대안에서는 A가 음이 아니며 미리 정한 r_C 격자 전체를 탐색한다. 영가설에서는 A = 0이다. 영가설 아래 길이는 자료에서 정해지지 않는다. 따라서 문턱값은 내부 매개변수 하나의 통상적 공식이 아니라, 같은 맞춤과 탐색을 거친 별도 영가설 앙상블에서 얻었다.

자료 집합 1000개의 첫 앙상블로 95번째 백분위점 q_{crit} = 3,48640을 보정한다. 독립적인 두 번째 영가설 앙상블에서는 1000개 중 56개가 문턱을 넘었다. 오탐지 빈도는 5,6 %이며 Monte Carlo 추정의 95 퍼센트 윌슨 구간은 4,3 %–7,2 %다. 명목상 5 %와의 차이는 유한한 검증 통계 범위 안에 있다. 문턱값 자체도 유한한 앙상블로 추정했다. 이 구간은 실제로 얻은 문턱값을 조건으로 한다.

입력한 A = 0,12 s⁻¹에서 절차는 1000번 중 1000번 추가 항을 검출했다. 이 계열에서 놓친 경우가 영이라고 해서 검정력이 수학적으로 일인 것은 아니다. 윌슨 구간의 하한은 99,62 %다. 더 약한 A = 0,035 s⁻¹에서는 1000번 중 841번 검출했다. 즉 84,1 %이며 구간은 81,7 %–86,2 %다. 이로써 감도의 정량적 의미가 드러난다. 같은 프로토콜도 진폭에 따라 성공 확률이 다르다.

A에 대한 프로파일 영역은 따로 교정한다. A = 0,12 s⁻¹와 지정한 배경에서 시뮬레이션 1000회로 프로파일 차이의 문턱 4,26806을 정했다. 그다음 독립적인 천 회에서는 참값이 영역 안에 946번 들어갔다. 실제 포함률은 94,6 %이며 몬테카를로 추정 구간은 93,0 %–95,8 %다. 이는 내부의 한 점에서 한 검증이다. 전체 경계 A = 0과 연속적인 공간 전체에서 포함률을 입증한 것은 아니다.

교정은 검출 요동과 배경의 공동 추정을 반복한다. 실제 장치의 미지의 이력을 반복하지는 않는다. 기하 구조 표류와 온도의 비정상성, 잘못된 물리적 전달함수를 자동으로 고려했다고 할 수 없다. 다른 장비의 문턱은 자체 모형과 체계적 오차 범위로 계산해야 한다. 유한한 격자 r_C도 프로토콜 정의의 일부이다. 격자를 바꾸면 우연한 편차를 설명할 수 있는 경우의 수가 달라진다.

자료 집합 1000개씩의 앙상블 여섯 개와 별도의 시범 자료 집합을 코드와 함께 보존했다. 문턱값 설정과 오류 빈도 검증, 포함확률 검증에 서로 다른 영가설 및 신호 앙상블을 쓴다. 규칙을

조정한 표본에서 다시 품질을 평가하는 일을 막는다. 대조 계열에서는 생성기와 분석을 의도적으로 일치시킨다. 다음 계열에서는 바로 이 편리한 조건을 깬다.

자료 집합 1000개씩의 독립 앙상블에서 검증

확인	빈도	몬테카를로 95 % 구간
주어진 배경을 가진 거짓 탐지	5,6 %	4,3 %–7,2 %
탐지 A = 0,035 s^{-1}	84,1 %	81,7 %–86,2 %
탐지 A = 0,12 s^{-1}	100,0 %	99,62 %–100,00 %
A = 0,12 s^{-1}의 포함률	94,6 %	93,0 %–95,8 %

이 구간들은 몬테카를로 추정의 유한한 정밀도를 나타낸다. 실험의 물리 매개변수에 대한 신뢰구간이 아니다.

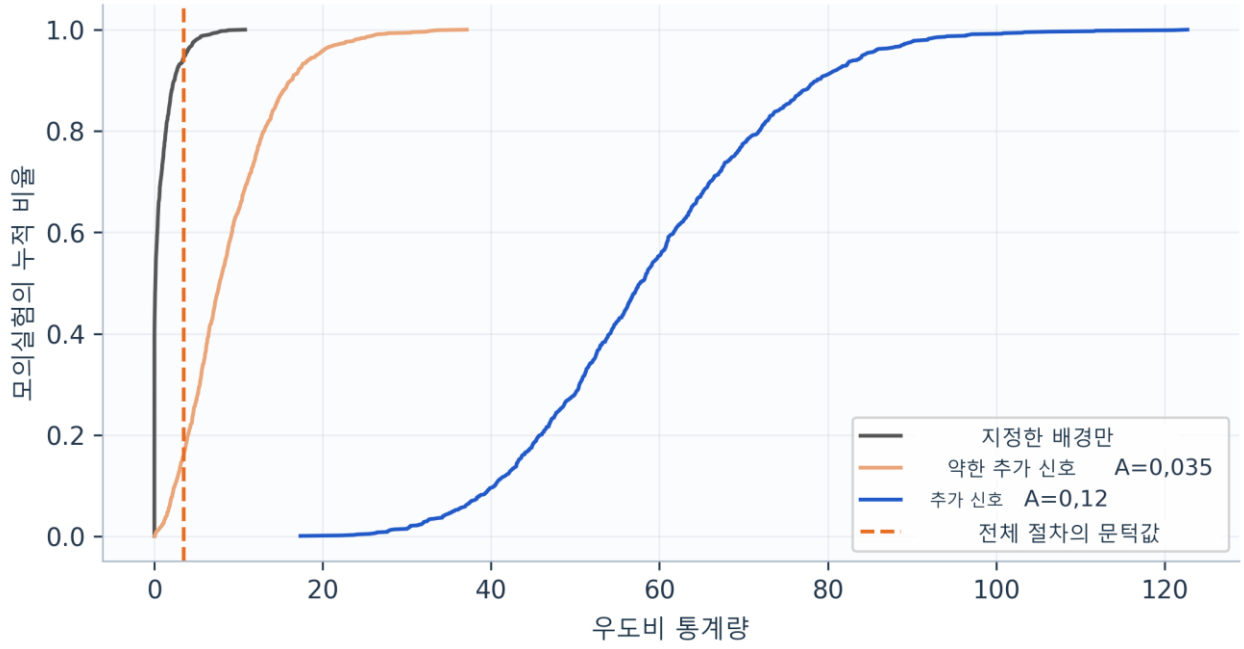


그림 60. 척도 전체를 탐색한 통계량의 분포. 지정한 배경, 약한 추가 신호, 강한 추가 신호를 비교한다. 문턱값은 별도의 영가설 앙상블로 정했다. 각 검증 곡선에는 완전한 합성 실험 1000개가 들어 있다.

맞춤에 포함하지 않은 배경에서의 검증

마지막 계열에서는 근본 진폭 A가 영이지만 환경이 무작위 운동량 충격의 두 성분을 만든다. 공간 척도는 0,65ℓ와 2,2ℓ이고 음이 아닌 가중치는 0,65와 0,35이다. 총진폭은 0,12 s^{-1}이다.

허용되는 가우스 충격 과정들을 섞어도 허용되는 과정이다. 분석 대안에서 쓰는 단일 가우스 커널과 같지 않으며 그 이차 영가설 배경에는 더더욱 포함되지 않는다.

그럼에도 같은 절차는 1000개 중 1000개 모두에서 이전 문턱값을 넘는다. 이는 명시한 영가설 모형 안에서 p를 계산한 오류가 아니다. 그 모형은 새 생성기에 대해 실제로 틀리다. 잘못은 모든 초과를 객관적 붕괴의 발견이라고 부르는 데 있다. 생성기에는 그런 기제가 전혀 없다. 결과가 확립하는 것은 제한된 배경 모형군의 불충분함과 더 유연한 감쇠 형태의 선호뿐이다.

더 강한 반례도 구성할 수 있다. 환경에 같은 질량 법칙의 정확히 같은 가우스 운동량 충격 커널을 허용하면 앙상블 생성자는 검증하는 국소화 동역학과 일치한다. 일치가 전체 생성자를 포괄하면 추가 반복과 에너지 관측을 포함한 모든 접근 가능한 계의 순서에서 예측이 같다. 최소 KL 거리는 영이다. 이때 사건 수를 늘리거나 더 영리한 최적화기를 써도 문제가 해결되지 않는다.

해결하려면 모형들이 다르게 예측하는 물리적 정보를 더해야 한다. 환경의 독립 관측이나 검증한 스펙트럼 제약, 기하 구조에 대한 다른 의존 법칙, 새로운 검출 채널이다. 민감도를 얻기 편리하다는 이유만으로 그런 제약이 확립되었다고 선언할 수 없다. 따라서 책에서 통계적 양성 발견은 주어진 배경과의 불일치로 정식화하며 근본적 기원의 문제는 물리적 대안들의 완전성에 의존하는 조건부 문제로 남는다.

견고한 구별 가능성을 갖는 측정 선택

다음 계열의 설계는 주어진 관심 영역에서 시작한다. 가설의 구체적인 영이 아닌 매개변수나 다른 자료가 아직 배제하지 않은 범위를 포함할 수 있다. 실제 사건 수율을 고려하고 같은 시간 예산에서 실험안들을 비교한다. 복잡성의 증가는 이상적 대비의 절대 크기만 키우는 것이 아니라 독립 정보를 더하거나 핵심 불확실성을 줄일 때 정당하다.

가능한 기준은 모든 허용 배경에서 확률 예측들의 최소 차이이다. 아래 공식의 설정 q는 전체 프로토콜, θ_*는 고정한 검증 대상 비영 가설, η_0와 η_1는 환경 매개변수이다. 가능한 자료 분포 사이의 쿨백–라이블러 발산을 사용한다. 측정 선택 도구이며 수학적 척도 자체가 새로운 물리적 실체는 아니다.

얻은 최소값이 영이면 허용된 경우들 가운데 구별할 수 없는 예측이 있다. 그런 프로토콜은 선택한 모형들을 전체에 걸쳐 균일하게 구별하지 못한다. 하한값이 영에 가까워질 뿐이라면 극한 영역을 따로 연구해야 한다. 근본적 매개변수 범위를 탐색할 때 영인 발생률을 눈에 띄지 않게

포함한 뒤 전체 범위에 대해 양의 보장된 민감도를 기대해서는 안 된다. 바로 그 영의 경계에서 비교 모형들은 일치한다.

$$\Delta(q;\theta_*) = \inf_{\eta_0\in\mathcal{N}_0,\eta_1\in\mathcal{N}_1} D_{\mathrm{KL}}\Big(P_q(\cdot\mid\theta_*,\eta_1)\,\|\,P_q(\cdot\mid H_0,\eta_0)\Big).$$

(21.1) 검증할 비영 가설을 고정했을 때의 견고한 구별 기준의 예. 허용 배경 집합은 독립 교정으로 정한다. 선택한 프로토콜의 비용과 지속 시간에 비추어 기준을 대조해야 한다.

같은 사건 수에서의 네 설계

최소 KL 거리 기준은 미리 나열한 네 프로토콜에 대해 계산했다. 모두 교정 사건 5000개와 본 사건 25 600개를 가지며, 거리와 거리별 본 사건 배분을 바꾼다. 고정된 비영 가설은 A = 0,12 s⁻¹와 r_C = ℓ을 갖는다. 영 모형에는 일정한 배경과 이차 배경만 들어 있다. 두 가설 각각에서 판독과 통상적인 감쇠의 다섯 매개변수를 따로 변화시킨다.

주요 디자인 범위는 좌표 (a, b₀₁, B₂₁, b₀₂, B₂₂)로 지정됩니다: [0,040;0,065], [0,025;0,065], [0,22;0,36], [0,040;0,085], [0,35;0,52]. 이들은 교육 계산을 위해 명확하게 받아 들여진 범위입니다. 그들은 특정 실험실의 측정 된 제약으로 제시되지 않습니다. 실제 실험 프로젝트에서 그들은 독립적 인 교정에 의해 정당화되어야합니다. 이 후, 공동 수치 최소화는 두 가설의 배경을 기반으로 수행됩니다. 각 최소값은 여섯개의 다른 시작점에 대해 테스트됩니다.

네 후보 중 "곡률 강조"안에서 최소 거리의 최댓값을 얻었다. 값은 45,334이다. 넓은 균등 프로토콜은 41,274, 짧은 분리 거리만 사용하면 7,627이다. 특정 예산 아래 유한한 집합 안에서 선택한 결과이며 가능한 모든 제어에서 절대 최적이라는 증명은 아니다.

곡률 강조안의 거리는 ℓ 단위로 0; 0,6; 1,3; 2,0; 2,8; 4,0; 6,0이다. 대상마다 이 거리들에 각각 사건 1400; 1200; 1800; 2200; 2000; 1800; 2400개를 배정했다. 영 지점은 기본 가시도를 제약하고 중간 지점들은 커널의 굽음을 구별하며 먼 거리들은 이차 배경과 포화를 제약한다. 따라서 유용성의 분포는 절대 대비가 최대인 한 점의 선택과 일치하지 않는다.

교정 가정의 가격은 범위를 [0,03;0,09], [0;0,15], [0;0,8], [0;0,15], [0;1,0]로 확장하여 테스트합니다. 정상 배경에 신호를 시뮬레이션하는 더 많은 방법이 있으므로 최소 거리가 줄어듭니다. 이 테이블은 각 디자인에 대한 변경 내용을 보여줍니다. 정확한 노이즈 시뮬레이션이 배경에 포함되면 모든 옵션에 대해 거리가 영이 됩니다. 이것은 동일한 예산의 성공적인 재분배에 의해 극복 될 수없는 별도의 질적 한계입니다.

KL은 주어진 분포에서 로그가능도 차이의 기댓값이다. 하지만 그 수치가 p값과 같지는 않으며, 여기서 표준편차의 개수로 자동 환산되지도 않는다. 유한 표본에서 전체 절차가 보이는 거동은 한 명목점에서 넓은 프로토콜에 대해 검증했다. 이는 KL 최소화로 찾은 최악의 배경에서 검정력을 검증한 것이 아니다. 새 설계를 최종 선택하려면 그 설계의 문턱값, 보정, 실제 손실을 적용하여 검증을 반복해야 한다. 수행한 최소화는 근거 있는 설계 순위를 주지만 실험적 타당성 검증을 대신하지는 않는다.

이 비교의 같은 예산은 같은 검출 사건 수를 뜻한다. 큰 분리 거리를 만드는 데 준비 시간이 늘거나 수율이 줄면 사건 수 제약을 전체 시간 제약으로 바꿔야 한다. 이런 전달 모형 없이 작업 시간의 이득을 약속하면 근거가 없다. 따라서 제시한 결과는 계산 때 정한 바로 그 자원의 의미를 유지한다.

허용되는 네 설계 사이의 수치적 선택

디자인	이벤트	최소 KL	배경을 확장 한 후
짧은 분리	30600	7,627	0,810
넓은 범위	30600	41,274	15,058
곡률 강조	30600	45,334	17,167
포화 강조	30600	39,933	15,709

최소값은 몇 개의 시작점과 함께 수치적으로 얻어진다; 이것은 연속 제어의 글로벌 최적성의 증거가 아니다.

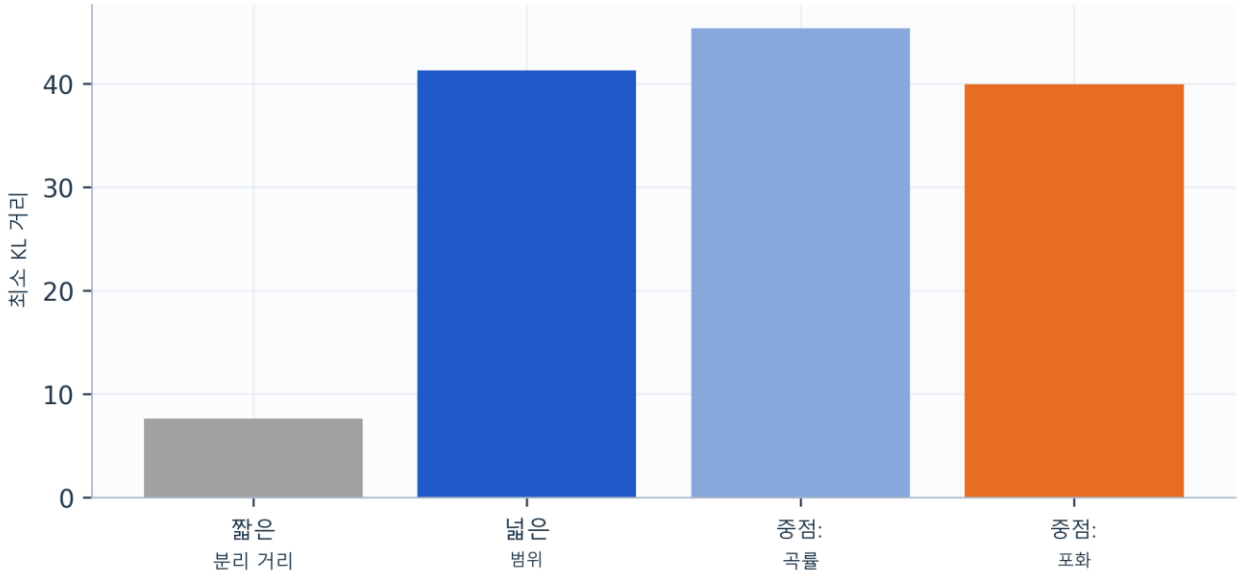


그림 61. 검출 사건 수 30 600개와 제한된 설계상 배경 범위가 같을 때 네 프로토콜의 수치적 최소 KL 거리. 막대는 열거한 선택지만 비교한다. KL은 p값이 아니다.

탐색 계열과 확인 계열의 구별

장치를 연구하고 알려지지 않은 간섭을 감지하고 적절한 모델을 선택하기 위해서는 검색 시리즈가 필요합니다. 그것은 그들의 기원이 문서화 된 경우 가설을 변경할 수 있습니다. 확인 시리즈는 다른 작업을가지고: 이미 기록 된 예측을 확인 합니다. 열기 전에 프로토콜, 매개 변수 범위, 처리 방법, 제어 관찰 및 결과를 모델과 일치하지 않는 것으로 인식하기위한 조건이 기록됩니다.

확인의 독립은 물리적인 정권이 바뀔 때 강화된다. 다른 질량이나 모양에 대한 예측은 이전 물체의 추가 반복보다 보편성에 대한 더 많은 정보를 제공합니다. 새로운 시퀀스를 예측하는 것은 시간 모델을 테스트합니다. 다른 설치 환경에서 재생하면 특정 환경을 넘어 전송됩니다. 이러한 옵션 중 어느 것도 근본적인 발견을 보장하지 않지만 각 옵션은 결과를 로컬 기능에 귀속시킬 수있는 가능성을 닫습니다.

예상치 못한 관측값은 미리 정해진 기준에 실패하더라도 값을 유지합니다. 그것은 가설의 다음 버전을 구축하는 데 사용할 수 있습니다. 이 경우 결과는 정직하게 검색 단계로 반환됩니다. 이러한 규율은 창의성을 금지하지 않습니다: 그것은 아이디어가 나오는 순간과 아이디어가 처음으로 독립적 인 조사에 서있는 순간을 구별합니다.

가설의 한 버전을 포기할 형식적 근거

공간 버전은 고정한 커널과 질량 결합 법칙이 어떤 허용 공통 매개변수로도 예정된 관측을 설명하지 못하고, 공동 검증 절차가 오차와 다중 비교를 고려할 때 기각한다. 시간의 단일 지수 버전은 정당화한 오차 범위에서 검증용 제어 순서를 예측하지 못할 때 기각한다. 이 결론들은 특정 버전에 해당하며 가능한 모든 추가 과정에 해당하지 않는다.

제안한 발견 방법도 물리 가설의 참거짓과 무관하게 성립하지 않을 수 있다. 허용 배경 메커니즘을 더했을 때 신호가 정확히 식별 불가능해지면 이 관측 집합이 그 기원을 확립한다는 주장을 포기해야 한다. 선택한 플랫폼에서 필요한 교정 정밀도를 얻을 수 없으면 해당 프로토콜을 보류한다. 계산 구현이 상태의 양성이나 단위의 일관성을 위반하면 먼저 모형을 수정하고 오류에서 도출한 모든 한계를 무효화한다.

보편성의 포기는 계들 사이의 이전에서 특히 중요하다. 환경을 철저히 검증한 뒤에도 플랫폼마다 양립하지 않는 근본 매개변수가 필요하다면 각각 고유 강도를 도입하면서 옛 가설 이름을 유지할 수 없다. 새로운 의존 법칙을 제안할 수는 있지만 이는 고유 예측을 갖는 새 버전이다. 이전 성공의 재사용이 아니라 다음 독립 계열이 필요하다.

잔류 효과가 있거나 없을 때의 결과

유의한 추가 신호가 없으면 매개변수 제약을 얻는다. 실험이 실제 민감한 척도 영역과 한계의 근거 조건을 발표해야 한다. 임의로 약한 강도를 허용하는 계열은 보통 거의 표준적인 극한을 유지한다. 따라서 결과를 정식화할 때 구체적인 영역의 배제와 가능한 모든 편차의 부재에 대한 증명을 구분해야 한다.

잔여 효과가 있으면 먼저 대안 설명과 결론의 모형 의존성을 검증한다. 그다음 예측된 공간 프로파일과 시간 구조, 대상 사이의 이전을 연구한다. 강한 증거에는 진폭 하나의 작은 오차만이 아니라 이 부분들의 일치가 필요하다. 서로 다른 두 관측을 미리 연결하고 자유 매개변수를 더하지 않고 공동 검증을 견디는 결과는 특히 가치가 있다.

환경의 설명을 개선 한 후 나머지가 사라지면 연구는 그 의미를 잃지 않습니다. 실제 메커니즘이 확인되고 설치 모델이 수정되었으며 향후 테스트 조건이 명확해졌습니다. 이 결과는 마지막 성공적인 곡선만을 남기기보다는 최종 보고서에 유지되어야합니다. 배제 된 설명의 역사는 다른 그룹이 같은 실수를 피하는 데 도움이됩니다.

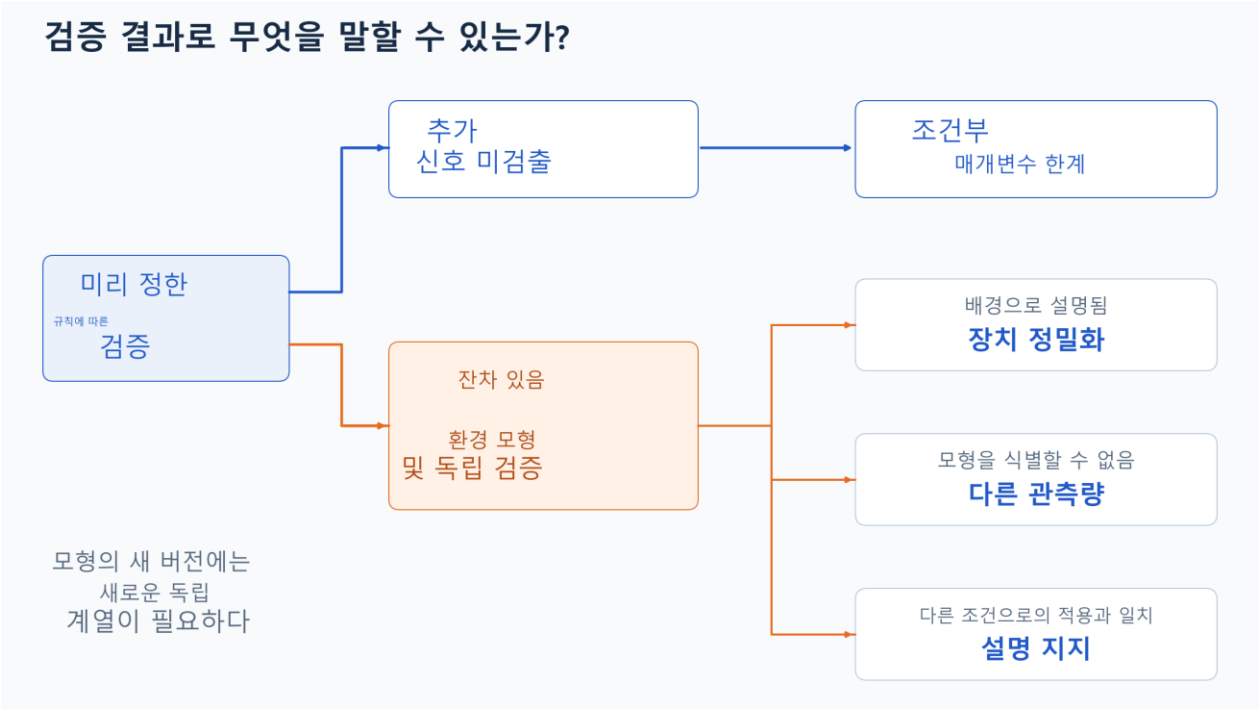


그림 62. 추가 신호가 없으면 실험의 민감한 영역에서 매개변수의 조건부 한계를 얻는다. 잔차는 환경 모형과 독립 검증, 미리 정한 다른 조건으로의 적용을 연구하도록 이끈다. 배경으로 설명되면 장치를 정밀화하고, 정확히 식별 불가능하면 다른 관측량이 필요하며, 다른 조건에서도 일치하면 검증한 범위 안에서만 특정 버전을 지지한다. 통계적 문턱을 넘거나 p값이 작다는 사실만으로 붕괴를 발견한 것은 아니다. 예상 밖 결과를 모형 변경에 썼다면 다음 독립 계열에서 검증해야 한다.

수행한 결과와 다음 과학적 과제

계산 프로그램은 성격이 다른 여러 결과를 주었다. 발표된 간섭 분석을 외부 자료로 재현했다. 공간 학습 실험은 이진 결과에서 공통 매개변수 추정과 검증된 오탐지 빈도, 새 조건의 예측까지 완성했다. 시간 예는 유한 제어와 검출 오차가 어떻게 거짓 백색 성분을 만드는지 정량적으로 보여준다. 중력 부분은 이상적 위상을 잡음 문턱 및 측정 가능한 증인과 연결한다.

모든 양성 주장의 강도를 정하는 음성 결과도 얻었다. 통계 검정이 최초 배경을 확신 있게 기각해도 허용 환경을 넓히면 물리적 원인 식별이 불가능해질 수 있다. 정확한 모방은 채널의 일치와 영인 구별가능성으로 이어진다. 잡음 척도의 근사적 혼합은 유한 자료에서 좁은 모형이 취약함을 보인다. 두 경우 모두 발견한 잔여 효과의 의미를 제한하므로 최종 자료에 보존한다.

다음 독립적인 과학 과제는 이 결과들을 기준으로 정해야 한다. 예를 들어 정확한 모방을 배제하면서 찾는 신호와 독립적으로 검증할 수 있는 주변장의 측정 가능한 제약을 찾을 수 있다. 또 다른 방향은 전체 통계 교정을 연속 척도 범위와 실험적으로 확립한 체계적 오차 부류로

확장하는 것이다. 각 방향에는 고유 결과와 문헌 대조가 필요하다. 학습 계산의 완결성이 과학적 새로움의 증명을 대신하지 않는다.

이렇게 책은 연구 논리를 실행 가능한 절차까지 이어 간다. 결과는 새 물리학을 반드시 발견하겠다는 약속이 아니다. 선택한 실험이 무엇을 구별하고 분석이 얼마나 자주 틀리며 어떤 추가 관측으로 결론이 강해질 수 있는지 미리 말하는 능력이다. 이 정밀함이 후속 작업을 누적 가능하게 한다. 다음 결과는 재현한 계산과 알려진 적용 한계에 근거한다.

물리적 추론은 수치 민감도와 한계가 알려지면 더 강해집니다. 이 프로그램에서는 두 가지 요소가 함께 제공됩니다: 완성 된 검사는 구별 할 수없는 명백한 반대 사례에 인접합니다. 양자 이론의 추가 확장은 공식, 측정, 대안 및 독립적 인 예측 사이의 동일한 연결을 유지해야합니다.

확립한 것과 결론의 경계

상태에서 관측으로 이어 가면 계산의 정확성과 물리적 충분성을 구별할 수 있다. 한 기저의 확률이 같아도 상태가 같다는 뜻은 아니다. 앙상블 방정식이 같아도 개별 확률적 역사가 유일하게 정해지지는 않는다. 반대로 허용된 모든 제어에서 측정 채널이 같다면 정확한 조작적 식별 불가능성을 뜻한다. 반복 수를 늘려도 없는 차이가 생기지 않는다.

공간 예는 이 생각을 구체화한다. 세 설정의 대비는 주어진 상수 및 이차 배경을 제거하지만 비선형 배경과 기하 오차에는 여전히 민감하다. 실제 궤적은 최적점을 바꾼다. 삼각형 분리 및 재결합에서는 d₀/rC ≈ 3,06018로, 일정 거리의 2,09629와 다르다. 가열의 공동 측정은 개별 대안에는 도움이 되지만 허용되는 무작위 운동량 충격 환경과 전체 생성자가 정확히 일치하는 문제를 없애지는 못한다.

실제 실험과의 연결은 발표된 나트륨 자료 집합, 즉 주사 95개와 위치 3895곳, 계수 10 772 714회로 확보한다. 배포된 저자 절차를 반복하면 μ = 15,453634를 얻으며 발표된 반올림값과 부합한다. 명세와 예산은 시간과 기하 구조, 기체 조성, 검출의 규모를 보여 준다. 고정된 교정에서 재현한 수치가 왜 모든 체계적 불확실성의 분석을 대신하지 못하는지도 설명한다.

별도 통계 실험에서는 추론 절차 자체를 검증한다. 미리 정한 척도 격자의 전체 탐색을 영가설 교정에 포함한다. 독립 계열들은 명목 수준 5%에서 영가설 자료 집합 1000개 중 오탐지 56회를 준다. 검증한 점에서 프로파일 영역의 포함률은 1000회 중 946회이다. 약하게 주입한 신호는 1000개 계열 중 841개에서 검출된다. 이 비율들의 불확실성과 검증한 매개변수 영역의 한계는 21장에 제시한다.

배경을 확장하면 결과의 물리적 의미가 바뀐다. 통상적인 공간 잡음의 혼합만으로 객관적 붕괴 없이도 지나치게 좁은 영가설 모형이 일관되게 기각될 수 있다. 유한한 제어 펄스와 판독의 불일치는 이상적인 시간 공식을 맞출 때 거짓 백색 잔여 성분을 만들 수 있다. 이 예들은 결론의 어떤 부분을 통계 검증이 보장하고 어떤 부분을 물리적 대안의 독립 제약이 보장하는지 보여 준다.

중력 예는 네 위상에서 혼합 상태와 세 측정 설정의 증인, 유한 표본 통계까지 이어진다. 명시적으로 선택한 독립 탈위상에서 얽힘 조건을 해석적으로 구하고 행렬 계산으로 검증한다. 유니터리 상호작용과 주어진 고전 채널의 최소 잡음을 공통 적용 범위에서 비교한다. 매개자에 대한 결론은 비교 이론들의 전제에, 얻은 수치 요구는 학습 실험의 매개변수에 계속 의존한다.

후속 실험 작업의 방향은 명확하다. 환경의 독립 교정과 기하 구조 범위 확장, 공통 매개변수 이전 검증, 원시 사건을 통한 주어진 동역학들의 비교이다. 책에서는 이 작업의 기반이 되는 수학적 단계와 수치 단계, 재현 단계를 수행했다. 새로운 물리학의 주장에는 허용 대안들과 이처럼 상세한 비교를 견디는 관측이 필요하다.

부록 A 기호와 물리 단위

공통 기호

절마다 서로 다른 수준의 모형을 쓴다. 행렬 ρ는 언제나 명시적으로 선택한 계의 상태를 기술하며 순수 상태일 필요는 없다. H는 해밀토니언이고 ħ는 플랑크 상수를 이 π로 나눈 것이다. 복합계의 공식에서 첨자 A와 B는 부분계를 뜻한다. Tr은 대각합이며 제거하는 부분계를 명시하면 부분대각합이다.

가지 사이의 거리는 d 또는 Δx로 표시한다. 중력 예에서 d는 대상 사이 평균 거리, s는 각 대상 내부의 분리 거리를 뜻할 수 있다. 의미는 계산 바로 앞에서 정한다. 대상 간 거리와 중첩의 크기는 물리적 역할이 다르므로 이 구분이 중요하다.

국소화 감쇠율 Γ의 차원은 역시간이다. 작은 물체의 공간 모형에서 A는 유효 빈도, r_C는 상관 길이이다. 기본 빈도 λ₀와 유효 A는 명시한 모형과 기하 근사에서만 연결된다. 질량 인자 없이 이 표기들을 같은 매개변수로 사용할 수 없다.

확산 모형에서 D_{pp}의 차원은 운동량 제곱을 시간으로 나눈 것이다. 따라서 D_{pp} d²/ħ²는 감쇠율이며 D_{pp}/m은 데카르트 자유도 하나의 운동 에너지 변화율이다. 전체 삼차원 에너지로 넘어가려면 모든 성분과 채택한 규격화를 고려해야 한다.

시간 노이즈 모델에서 δω은 각 주파수, σ은 루트 평균 제곱 진폭, τ_c는 상관 시간입니다. 감쇠 지수 χ은 무차원입니다. σ²τ_c^2 조합은 또한 차원이 없기 때문에 비율 함수 T/τ_c을 곱할 수 있습니다. 이 간단한 검사는 누락 된 시간 승수를 감지하는 데 도움이됩니다.

나트륨 간섭계에서 d_g는 격자 주기이고 L은 인접 격자 사이 거리, T₁₃는 첫 격자부터 셋째까지의 비행 시간이다. 중력을 주고받는 물체 사이 거리 d와의 혼동을 막는다. 재분석에서 τe는 전자 질량을 기준으로 규격화한 고전화 시간이고 ħ/σq는 해당 관례의 공간 길이이다. λ와 rC와의 연결은 생성자 비교로 확립한다.

극한의 경우 검증

올바른 수식은 몇 가지 간단한 테스트를 통과해야합니다. 추가 된 프로세스의 강도가 사라지면 원래 예측을 복원해야합니다. 두 공간 지점의 분리가 없으면 해당 지역화 기여가 사라집니다. 충분히 작은 거리에서, 포화 된 커널은 이차 확장과 일치해야합니다.

가우스 공간 커널에서 작은 분리 거리는 d/r_C가 일보다 훨씬 작다는 뜻이다. 밀도를 유지한 채 질량을 늘리면 물체 크기가 커져 작은 물체 조건을 벗어날 수 있다. 기하 구조를 검증하지 않고 질량을 무한히 늘리면서 점질량 공식을 유지할 수는 없다.

기억이 있는 잡음의 백색잡음 극한에서는 어떤 매개변수 조합을 일정하게 유지하는지 밝혀야 한다. 분산을 고정하고 상관 시간을 줄이면 잡음의 적분 강도가 사라질 수 있다. 상관함수 아래 면적을 유지하면 유한한 마르코프 기여가 나온다. 서로 다른 극한 절차는 서로 다른 물리 모형에 해당한다.

부록 B 간단한 용어집

상태와 측정

진폭 — 확률 계산에 쓰는 복소량. 결맞는 대안들이 있으면 진폭을 더한 뒤 절댓값을 제곱한다. 진폭은 관측 결과의 음의 확률이나 복소 확률이 아니다.

결맞음 — 선택한 대안 집합 사이에 위상 관계가 있는 성질. 관측 가능성은 접근 가능한 측정에 의존한다. 밀도행렬에서는 해당 관계를 선택한 기저의 비대각성분으로 나타낸다.

결어긋남 — 선택한 계를 기술할 때 접근 가능한 결맞는 관계가 줄어드는 현상. 표준 이론에서는 환경과의 상관관계로 생길 수 있다. 용어 자체가 전체 기술의 근본적 비가역성을 확립하지는 않는다.

얽힘 — 부분계 상태들의 텐서곱에 음이 아닌 가중치를 주고 그 합을 일로 한 볼록 혼합으로 나타낼 수 없는 합성 상태의 성질. 한 기저에서 결과의 고전적 상관관계가 있다는 것만으로 얽힘을 확립하기에는 부족하다.

붕괴 — 여러 의미로 쓰이는 말. 측정 결과 뒤 상태의 조건부 갱신이나 가정된 객관적 물리 과정을 뜻할 수 있다. 이 책에서는 의미를 구체화하며 객관적 붕괴 모형을 별도의 동역학 가설로 다룬다.

간섭 가시도 — 관측 무늬의 변조 깊이를 나타내는 척도. 감소는 결맞음과 배경 계수, 판독 절차에 의존할 수 있다. 물리적으로 해석하려면 이 기여들의 모형이 필요하다.

잡음과 자료에 근거한 추론

마르코프 기술 — 선택한 시간 발전 모형에서 이전 역사에 대한 환경의 기억을 명시적으로 고려할 필요가 없는 근사. 적용 가능성은 시간 척도와 상호작용의 성격에 연결된다. '마르코프'라는 말이 자동으로 근본적이라는 뜻은 아니다.

유색잡음 — 스펙트럼 파워가 주파수에 따라 단순하지 않게 달라지는 잡음. 시간 상관관계가 특징이다. 구체적인 스펙트럼 형태를 정하고 접근 가능한 범위에서 검증해야 한다.

식별 가능성 — 선택한 관측에서 매개변수 값을 구별할 수 있는 성질. 구조적 식별 불가능성은 예측의 정확한 축퇴이며, 실질적으로 약한 구별 가능성은 영이 아닌 차이가 있지만 정밀도가 부족한 경우다.

영가설 모형 — 추가 효과를 검증할 때 기준으로 삼는 모형. 알려진 중요한 과정과 불확실성을 포함해야 한다. 이를 기각해도 특정한 대안 하나가 자동으로 선택되지는 않는다.

계통적 불확실성 — 보정과 응답, 조건, 모형 구조에 연결된 불확실성. 같은 측정 횟수를 단순히 늘려도 반드시 줄어들지는 않는다.

따로 남긴 자료의 검증 — 모형 조정에 쓰지 않은 조건에서 예측을 평가하는 것. 매개변수를 다른 조건으로 옮길 수 있는지 검증하고 과적합을 찾는 데 도움이 된다. 다만 해석은 새 조건이 얼마나 독립적이며 정보를 주는지에 의존한다.

검정력 — 구체적으로 주어진 대안 아래 영가설 모형을 기각할 확률. 효과의 크기와 측정 계획, 배경에 대한 가정에 의존한다. 보통 모든 가능한 신호에 공통인 검정력 수치 하나는 존재하지 않는다.

포함확률 — 반복 자료 집합들 중 구성한 영역이 참 매개변수를 포함하는 비율. 한 점과 한 생성기에서 수치적으로 검증해도 매개변수 공간 전체에서 올바른 포함확률이 증명되지는 않는다.

프로파일링 — 관심 매개변수를 고정하고 방해 매개변수에 대해 우도를 최대화하는 것. 허용된 배경 변화로 관심 효과를 보상할 가능성을 고려하지만 모형에 없는 기제를 더하지는 않는다.

쿨백–라이블러 발산 — 주어진 분포들의 수학적 차이이며 여기서는 내트 단위로 나타낸다. 선택한 대안과 자원 아래 설계를 비교할 때 유용하다. 그 자체가 p값이나 발견 확률은 아니다.

부록 C 계산 재현

원자료 묶음

원래의 공개 나트륨 측정 자료는 data/pedalino_2026에 있으며 원본 압축파일과 메타데이터는 따로 보존했다. 자료와 제삼자 코드에는 CC BY 4.0에 따른 출처를 표시했다.

기본 검증은 공간 커널과 세 점 조합, 시간 적분, 중력 예를 포괄한다. 각각 절대 및 상대 허용오차를 정했다. 추가 계산은 두 기저와 측정 도구, 확률적 이력, 궤적, 에너지 관측을 검증한다. 각 과제에 대응하는 프로그램은 함께 제공한 안내에 제시한다.

replicate_pedalino.py는 원본 코드의 수치적 변경 없이 보관 자료의 작업 사본에서 원래 저자 절차를 수행한다. platform_v02.py는 개별 주사를 독립적으로 맞추고 조건부 환경 예산과 명세, 예시 국소화 지도를 계산한다. 이 결과들은 statistics_v02.py의 합성 자료 집합과 구분한다.

statistics_v02.py는 전체 이항 절차와 영가설 계열, 주입 신호, 포함률, 검증용 자료 평가, 설계 비교를 재현한다. control_v02.py는 정상 Ornstein–Uhlenbeck 잡음에서 유한 펄스를 계산한다. gravity_v02.py는 혼합 상태와 증인, 유한 표본 통계, 시계, 중력 동역학 비교를 구성한다.

spacetime_v02.py는 질량에 결합한 가우스장의 공간 및 시간 상관관계에 대한 조건부 공통 법칙을 검증한다. 정지 및 이동 가지와 공간적으로 퍼진 물체, 푸리에 적분의 일치, 백색 극한을 다룬다. 새로운 근본적 붕괴 이론의 시뮬레이션이 아니다.

실행 순서

계산 환경 준비와 운영체제별 명령은 계산에 딸린 안내에 제시되어 있다.

기본 검사와 foundations_v02.py가 먼저 수행됩니다. 다음으로, replicate_pedalino.py가 시작되고, 그 뒤에 저장된 밀도를 사용하는 platform_v02.py이 온다. 시공간, 통계적, 시간적, 중력적 계산은 이 순서과는 독립적이다. 저장된 결과에 대한 전체 반복 명령 및 정보가 지침에 제공됩니다. 풀 몬테 카를로는 결정적 곡선을 구성하는 것보다 더 많은 시간이 필요합니다.

무작위 계열에서는 생성기의 초기 상태를 코드에 고정했다. 특정 예를 재현할 수 있지만 추정한 오차 빈도가 정확한 수학 상수가 되지는 않는다. 유한 앙상블에도 불확실성이 있다. 따라서 수치 비율들에는 구간을 함께 제시하고 해석적 보장과 선택한 모의실험의 빈도를 구분한다.

성공적인 재현이 뜻하는 것

분석 표현식과 독립적 인 수치 계산의 일치는 가정하에 구현을 확인합니다. 게시된 번호와의 일치는 지정된 프로시저의 재생산을 확인합니다. 이러한 점검 중 어느 것도 선택된 물리적 메커니즘의 진리를 자동으로 확립하지 않습니다.

나트륨 자료 집합에는 원본 해시와 지점 수, 체크섬, 최종 밀도를 보존했다. 합성 실험에는 생성 법칙과 설정, 문턱, 독립 계열의 결과를 보존했다. 기하 및 시간 예에는 근사의 한계를 명시했다. 따라서 독자는 프로그래밍 오류와 수치 오차, 통계적 불확실성, 모형 자체의 한계를 구별할 수 있다.

부록 D 기술적 도출

이항 우도와 공동 보정

i번째 설정의 독립 이진 시행 N_i개에서 플러스 결과 k_i개를 관측한다고 하자. 그 확률 p_i는 물리적 매개변수와 보정 매개변수에 의존한다. 같은 결과들의 가능한 순열 수는 이항계수다. 개별 시행 확률을 곱하면 확률 k_i를 얻는다. 독립적인 설정들의 곱은 로그를 취하면 합이 된다. 별도 보정은 알려지지 않은 c를 오차 없이 고정하는 대신 자체 항 ℓ_{cal}를 더한다.

사용한 모형 p_i = (1 + exp(−z_i))/2에서 선형 예측자 z_i는 X_iθ로 적으며 r_C는 고정한다. 첫 좌표 a = −ln c는 본 데이터와 교정 모두에 들어간다. A와 국소 배경의 값들은 나머지 열들을 정한다. 확률의 도함수는 −exp(−z_i)X_i/2다. 이를 로그의 도함수에 대입하면 최적화에 사용한 기울기를 얻는다. 중앙 차분으로 독립적으로 검증했다.

기대 정보는 확률 자체에 의존하므로 N이 같아도 모든 설정의 정밀도가 같지는 않다. 이 행렬은 모형 구조가 고정된 정칙 내부 조건을 기술한다. A = 0 경계에서는 r_C 의존성이 사라져 전체 정보행렬의 통상적인 역행렬을 쓸 수 없다. 따라서 21장의 영가설 문턱은 존재하지 않는 길이 추정값의 대칭 오차가 아니라 전체 탐색의 모의실험으로 구성했다.

$$\ell(\theta) = \ell_{\text{cal}}(\theta) + \sum_i \Big[k_i \ln p_i + (N_i - k_i)\ln(1 - p_i) \Big] + \text{const}$$

(Π4.1) 매개변수와 무관한 항은 같은 데이터를 비교할 때에만 생략할 수 있다.

$$\mathcal{J}_{ab} = \sum_i \frac{N_i}{p_i(1-p_i)} \frac{\partial p_i}{\partial \theta_a} \frac{\partial p_i}{\partial \theta_b}.$$

(Π4.2) 교정 행도 같은 합에 포함한다. 독립적인 가우스 외부 교정이 있다면 그 정보행렬을 추가로 더한다.

주어진 배경을 제거할 때의 최소 분산

선형 모형 y = Fβ + A s + ε를 보자. 여기서 Eε = 0이며 Cov ε = Σ는 양의 정부호다. 구하려는 선형 추정량 Â = w^{T}y는 어떤 β에서도 불편이어야 한다. 이를 위해 w^{T}F = 0과 w^{T}s = 1이 필요하다. 분산은 w^{T}Σw다. 과제는 선형 제약 아래에서 양의 이차 형식을 최소화하는 것이므로, 허용되는 방향이 비퇴화이면 해는 유일하다.

신호에서 F의 열들에 대한 가중 투영을 뺀다. 얻은 $s_\perp$는 $F^{T}\Sigma^{-1}s_\perp = 0$을 만족한다. w를 $\Sigma^{-1}s_\perp$에 비례하게 고르면 배경이 자동으로 제거된다. 규격화 $w^{T}s = 1$이 남은 인자를 정한다. s와 $s_\perp$의 차이는 배경 부분공간의 벡터뿐이므로 분모 양쪽을 $s_\perp$로 쓸 수 있다. 이를 분산에 다시 대입하면 신호의 가중 노름의 역수를 얻는다.

세 점 $d_j^2 = j\,d_0^2$, j = 1,2,3에서 F의 열은 상수와 d^2이다. 허용 대비 공간은 일차원이다. 가중치의 합과 가중치가 (1,2,3)과 이루는 내적이 모두 영이어야 한다. 벡터 (1,−2,1)은 두 조건을 만족한다. 규격화하지 않은 대비 Q를 정하며 A를 추정하려면 신호 형태와의 내적으로 나눠야 한다. 감쇠율 오차 σ_R가 같고 독립적이면 Q의 분산은 $6\sigma_R^2$이다.

$s_\perp = 0$이면 신호가 허용 배경 안에 완전히 놓인다. 역변환의 분모가 사라지고 이 제약들 아래에서는 유한 분산의 불편 선형 추정량 A가 존재하지 않는다. 작지만 영이 아닌 값이면 분산이 크다. 역변환을 수치적 정칙화로 바꾸면 계산의 안정성을 개선할 수 있지만 물리적 정보를 만들지는 않는다. 추가 제약을 도입하는 것이므로 그 제약을 명시해야 한다.

$$\mathbf{s}_\perp = \mathbf{s} - F(F^{T}\Sigma^{-1}F)^{-1}F^{T}\Sigma^{-1}\mathbf{s}$$

(Π4.3) F의 열들이 선형 독립이라고 가정한다. 그렇지 않으면 먼저 독립적인 기저를 선택한다.

$$\mathbf{w} = \frac{\Sigma^{-1}\mathbf{s}_\perp}{\mathbf{s}_\perp^{T}\Sigma^{-1}\mathbf{s}_\perp}$$

$$\mathrm{Var}(\widehat{A}) = \frac{1}{\mathbf{s}_\perp^{T}\Sigma^{-1}\mathbf{s}_\perp}.$$

(Π4.4) 형태 s와 공분산 Σ는 확인 검증 전에 정해야 한다. 알려져 있지 않다면 추론에 추가 수준이 필요하다.

가우스 위상에서 Ramsey와 echo로

순수 위상 이완에서 무작위 상대 위상은 $\phi_y = \int_0^{T} y(t)\,\delta\omega(t)\,dt$다. δω가 평균 영인 가우스 과정이면 이런 모든 선형 조합도 가우스다. 특성함수는 $\langle \exp(i\phi_y)\rangle = \exp[-\mathrm{Var}(\phi_y)/2]$를 준다. 적분의 분산을 대입하면 곧바로 이중 적분 χ_y에 이른다. 평균이 영이면 결정론적 위상이 사라지며, 평균이 영이 아니라면 따로 고려해야 한다.

램지 방식에서는 y = 1이다. 상관함수의 대칭성에 따라 적분 영역의 아래 삼각형에 두 배를 취할 수 있으므로 인자 1/2가 사라진다. 지수함수의 안쪽 적분은 τ_c(1 − exp(−t/τ_c))다. 이어 t에 대해 적분하면 σ²τ_c^2[x − 1 + exp(−x)]를 얻으며, 여기서 x = T/τ_c다. 차원은 곱 σ²τ_c^2로 확인한다.

echo에서는 구간을 반으로 나눈다. 각 절반의 기여는 해당 지속 시간의 Ramsey 구성의 절반이며 교차 기여는 부호가 바뀐다. h = T/2로 놓으면 절반 구간들 사이의 상관 적분은 σ²τ_c^2(1 − exp(−h/τ_c))²이다. 두 절반 구간 내부 분산의 합에서 이 기여를 빼면 18장의 식 χ_E를 얻는다. 같은 연산으로 공통 백색 기여 γ_wT가 왜 규격화한 가시도 비의 로그에서 상쇄되는지도 알 수 있다.

증명은 서로 교환하는 위상 상호작용과 이상적인 부호 전환을 사용한다. 유한한 횡방향 펄스 안에서는 결합 연산자가 회전하며 서로 다른 시점의 연산자들이 교환하지 않을 수 있다. 그때 임의로 매끄럽게 만든 스칼라 y(t)를 대입하는 것은 보편적인 수정이 아니다. 바로 그래서 추가 계산은 세 성분의 전체 블로흐 벡터와 OU 과정의 에르미트 모드를 사용한다.

$$\chi_R = \int_0^T dt \int_0^t ds\sigma^2 e^{-(t-s)/\tau_c}, \chi_R - \chi_E = 2\sigma^2\tau_c^2\left(1 - e^{-T/(2\tau_c)}\right)^2.$$

(Π4.5) 백색 감쇠율이 같으면 지수들의 차이가 규격화한 가시도 비의 로그를 직접 준다.

채널이 같으면 구별할 수 없는 이유

고정 준비 ρ 및 측정 E의 경우, 결과의 확률은 Tr[E$\mathcal{E}$(ρ)]과 동일하며, 여기서 $\mathcal{E}$는 선택된 간격의 채널이다. 두 개의 설명이 모든 유효한 준비 및 제어에 대해 동일한 채널을 가지고 있다면 각 결과의 동일한 확률을 제공합니다. 평등은 반복 횟수에 달려 있지 않습니다: 전체 독립적 인 샘플의 분포도 동일합니다.

측정의 연속에는 최종 상태행렬 하나의 일치보다 강한 조건이 필요하다. 단계 사이에 접근 가능한 측정 도구 $\mathcal{J}_a$가 작용하며 공동 확률은 채널과 도구를 합성한 것의 대각합이다. 두 메커니즘이 허용된 모든 제어에서 이런 각 단계마다 일치하면 순차 대입으로 확률의 같음을 증명한다. 기억이 있는 과정에서는 한 단계 채널의 일치만으로 충분하지 않다. 전체 다중 시점 통계가 일치해야 한다.

백색 무작위 운동량 충격 환경과 선택한 국소화 앙상블 방정식은 계에서 같은 마르코프 생성자를 가질 수 있다. 같은 제어를 더하면 계의 채널들도 일치한다. 환경의 독립 측정은 도구 집합을 넓혀 같음을 깨뜨릴 수 있지만 원래의 제한된 관측 집합에는 속하지 않는다. 개별 확률적 이력의 숨은 기록에 접근하는 것도 마찬가지이다.

확률들이 같다면 어떤 결과 집합에 대해서도 로그가능도비가 영이며 KL 거리도 영이다. 사전 가중치가 같을 때 이처럼 정확히 일치하는 과제에서는 어떤 결정 규칙도 무작위 선택을 능가할 수 없다. 의미 있는 다음 질문은 물리적으로 이용 가능한 관측을 어떻게 확장해야 분포들이 달라지는가이다. 이를 위해서는 이전 분류기를 더 복잡하게 만드는 것이 아니라 새 계산이 필요하다.

$$P(a_1, \dots, a_n) = \mathrm{Tr}\left[\mathcal{J}_{a_n}\mathcal{E}_n \cdots \mathcal{J}_{a_1}\mathcal{E}_1(\rho)\right].$$

(Π4.6) 마르코프 순차 실험의 합성 식. 기억이 있는 과정에서는 계와 기억의 공동 기술이나 그와 동등한 다중 시간 과정이 필요하다.

참고문헌

목록에는 일차 연구와 기준이 되는 종설을 함께 모았다. 본문의 숫자 인용은 서지 항목으로 연결된다. 같은 연구의 저자 버전과 학술지 출판본은 한데 묶었으며 프리프린트는 따로 표시했다.

[1] M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw, A. Zeilinger. Wave–particle duality of C60 molecules. Nature 401, 680–682 (1999). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/44348

[2] B.-G. Englert. Fringe Visibility and Which-Way Information: An Inequality. Physical Review Letters 77, 2154–2157 (1996). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.77.2154

[3] W. H. Zurek. Pointer basis of quantum apparatus: Into what mixture does the wave packet collapse. Physical Review D 24, 1516–1525 (1981). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevD.24.1516

[4] W. H. Zurek. Environment-induced superselection rules. Physical Review D 26, 1862–1880 (1982). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevD.26.1862

[5] J. S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. Physics Physique Fizika 1, 195–200 (1964). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195

[6] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, R. A. Holt. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. Physical Review Letters 23, 880–884 (1969). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.23.880

[7] B. Hensen et al.. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. Nature 526, 682–686 (2015). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/nature15759

[8] G. Lindblad. On the generators of quantum dynamical semigroups. Communications in Mathematical Physics 48, 119–130 (1976). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1007/BF01608499

[9] V. Gorini, A. Kossakowski, E. C. G. Sudarshan. Completely positive dynamical semigroups of N-level systems. Journal of Mathematical Physics 17, 821–825 (1976). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1063/1.522979

[10] M. F. Pusey, J. Barrett, T. Rudolph. On the reality of the quantum state. Nature Physics 8, 475–478 (2012). 동료심사를 거친 이론 논문. 저자판도 제공된다.

DOI 10.1038/nphys2309

[11] N. Gisin. Weinberg's non-linear quantum mechanics and supraluminal communications. Physics Letters A 143, 1–2 (1990). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1016/0375-9601(90)90786-N

[12] U. Sinha, C. Couteau, T. Jennewein, R. Laflamme, G. Weihs. Ruling Out Multi-Order Interference in Quantum Mechanics. Science 329, 418–421 (2010). 동료심사를 거친 실험 논문. 저자판도 제공된다.

DOI 10.1126/science.1190545

[13] H. Everett III. Relative State Formulation of Quantum Mechanics. Reviews of Modern Physics 29, 454–462 (1957). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/RevModPhys.29.454

[14] D. Bohm. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of Hidden Variables I. Physical Review 85, 166–179 (1952). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRev.85.166

[15] Sebastian Pedalino; Bruno E. Ramírez-Galindo; Richard Ferstl; Klaus Hornberger; Markus Arndt; Stefan Gerlich. Probing quantum mechanics with nanoparticle matter-wave interferometry. Nature 649, 866–870 (2026). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/s41586-025-09917-9

[16] E. Aprile et al.; XENON Collaboration. Challenging Spontaneous Quantum Collapse with the XENONnT Dark Matter Detector. Physical Review Letters 136, 120201 (2026). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1103/2jm3-4976

[17] Stefan Nimmrichter; Klaus Hornberger; Philipp Haslinger; Markus Arndt. Testing spontaneous localization theories with matter-wave interferometry. Physical Review A 83, 043621 (2011). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.83.043621

[18] Bassano Vacchini. Theory of decoherence due to scattering events and Lévy processes. Physical Review Letters 95, 230402 (2005). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.95.230402

[19] Shaun Laing; James Bateman. Bayesian inference for near-field interferometric tests of collapse models. Physical Review A 110, 012214 (2024). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.110.012214

[20] Davide Giordano Ario Altamura; Andrea Vinante; Matteo Carlesso. Improved bounds on collapse models from rotational noise of the Laser Interferometer Space Antenna Pathfinder mission. Physical Review A 111, L020203 (2025). 기존 측정에 대한 동료심사를 거친 분석.

DOI 10.1103/PhysRevA.111.L020203

[21] Gian Carlo Ghirardi; Philip Pearle; Alberto Rimini. Markov processes in Hilbert space and continuous spontaneous localization of systems of identical particles. Physical Review A 42, 78–89 (1990). 동료심사를 거친 최초의 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.42.78

[22] Lajos Diósi. Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. Physical Review A 40, 1165–1174 (1989). 동료심사를 거친 최초의 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.40.1165

[23] Roger Penrose. On Gravity's role in Quantum State Reduction. General Relativity and Gravitation 28, 581–600 (1996). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1007/BF02105068

[24] Matteo Carlesso; Luca Ferialdi; Angelo Bassi. Colored collapse models from the non-interferometric perspective. The European Physical Journal D 72, 159 (2018). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1140/epjd/e2018-90248-x

[25] Lucia Hackermüller; Klaus Hornberger; Björn Brezger; Anton Zeilinger; Markus Arndt. Decoherence of matter waves by thermal emission of radiation. Nature 427, 711–714 (2004). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/nature02276

[26] Klaus Hornberger; Stefan Uttenthaler; Björn Brezger; Lucia Hackermüller; Markus Arndt; Anton Zeilinger. Collisional Decoherence Observed in Matter Wave Interferometry. Physical Review Letters 90, 160401 (2003). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.90.160401

[27] D. J. Bedingham; H. Ulbricht. Correlated random walks caused by dynamical wavefunction collapse. Scientific Reports 5, 13380 (2015). 실험 제안을 담은 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1038/srep13380

[28] Marco Hofmann; Barbara Drossel. Dephasing versus collapse: Lessons from the tight-binding model with noise. New Journal of Physics 23, 103025 (2021). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1088/1367-2630/ac2ae2

[29] Suroj Dey; Peter Barker; Animesh Datta. Testing Spontaneous Collapse Models with Coulomb Mediated Squeezing. arXiv:2604.21705 (2026). 2026년 사월 23일의 프리프린트 v1.

DOI 10.48550/arXiv.2604.21705

[30] John F. Donoghue. General relativity as an effective field theory: The leading quantum corrections. Physical Review D 50, 3874–3888 (1994). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevD.50.3874

[31] Tobias Westphal, Hans Hepach, Jeremias Pfaff, Markus Aspelmeyer. Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses. Nature 591, 225–228 (2021). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/s41586-021-03250-7

[32] Sougato Bose, Anupam Mazumdar, Gavin W. Morley, Hendrik Ulbricht, Marko Toroš, Mauro Paternostro, Andrew A. Geraci, Peter F. Barker, M. S. Kim, Gerard Milburn. Spin Entanglement Witness for Quantum Gravity. Physical Review Letters 119, 240401 (2017). 동료심사를 거친 이론적 실험 제안.

DOI 10.1103/PhysRevLett.119.240401

[33] Chiara Marletto, Vlatko Vedral. Gravitationally Induced Entanglement between Two Massive Particles is Sufficient Evidence of Quantum Effects in Gravity. Physical Review Letters 119, 240402 (2017). 동료심사를 거친 정보이론적 논거와 실험 제안.

DOI 10.1103/PhysRevLett.119.240402

[34] Joseph Aziz, Richard Howl. Classical theories of gravity produce entanglement. Nature 646, 813–817 (2025). 2025년 십월 22일의 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1038/s41586-025-09595-7

[35] Anirudh Gundhi, Giorgia Infantino, Angelo Bassi. Can classical theories of gravity produce entanglement?. arXiv:2604.19696v3, 7 August 2026 (2026). 프리프린트.

DOI 10.48550/arXiv.2604.19696

[36] Andrea Di Biagio. Gravity-induced entanglement is not a theory-independent witness of nonclassicality of the gravitational field. Physical Review D 114, 084050, 19 October 2026 (2026). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/r8ry-sp35

[37] Farhan Hanif, Debarshi Das, Jonathan Halliwell, Dipankar Home, Anupam Mazumdar, Hendrik Ulbricht, Sougato Bose. Testing Whether Gravity Acts as a Quantum Entity When Measured. Physical Review Letters 133, 180201 (2024). 동료심사를 거친 이론적 제안.

DOI 10.1103/PhysRevLett.133.180201

[38] Nikolaos Mitrakos, Maria Papageorgiou, T. Rick Perche, Marios Christodoulou. When does entanglement through gravity imply gravitons?. Physical Review D 114, 025019, 24 July 2026 (2026). 동료심사를 거친 이론적 분석.

DOI 10.1103/lq47-1hfg

[39] Don N. Page, William K. Wootters. Evolution without evolution: Dynamics described by stationary observables. Physical Review D 27, 2885 (1983). 동료심사를 거친 조건부 시간의 이론적 구성.

DOI 10.1103/PhysRevD.27.2885

[40] Ekaterina Moreva, Giorgio Brida, Marco Gramegna, Vittorio Giovannetti, Lorenzo Maccone, Marco Genovese. Time from quantum entanglement: An experimental illustration. Physical Review A 89, 052122 (2014). 두 광자의 편광으로 모형을 실험적으로 예시한 동료심사를 거친 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.89.052122

[41] Ladina Hausmann, Alexander Schmidhuber, Esteban Castro-Ruiz. Measurement events relative to temporal quantum reference frames. Quantum 9, 1616 (2025). 2025년 일월 30일의 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.22331/q-2025-01-30-1616

[42] Dvir Kafri, Jacob M. Taylor, Gerard J. Milburn. A classical channel model for gravitational decoherence. New Journal of Physics 16, 065020 (2014). 동료심사를 거친 모형.

DOI 10.1088/1367-2630/16/6/065020

[43] Jonathan Oppenheim, Carlo Sparaciari, Barbara Šoda, Zachary Weller-Davies. Gravitationally induced decoherence vs space-time diffusion: testing the quantum nature of gravity. Nature Communications 14, 7910 (2023). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1038/s41467-023-43348-2

[44] Mike D. Schneider, Nick Huggett, Niels Linnemann. A demonstration that classical gravity does not produce entanglement. Classical and Quantum Gravity 43, 177001, 1 September 2026 (2026). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1088/1361-6382/ae6f62

[45] Klaus Hornberger; John E. Sipe. Collisional decoherence reexamined. Physical Review A 68, 012105 (2003). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.68.012105

[46] Stefan Nimmrichter; Klaus Hornberger. Macroscopicity of Mechanical Quantum Superposition States. Physical Review Letters 110, 160403 (2013). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.110.160403

[47] Christian Arenz; Robin Hillier; Martin Fraas; Daniel Burgarth. Distinguishing decoherence from alternative quantum theories by dynamical decoupling. Physical Review A 92, 022102 (2015). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.92.022102

[48] Gonzalo A. Álvarez; Dieter Suter. Measuring the Spectrum of Colored Noise by Dynamical Decoupling. Physical Review Letters 107, 230501 (2011). 동료심사를 거친 연구 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.107.230501

[49] Jonas Bylander; Simon Gustavsson; Fei Yan; Fumiki Yoshihara; Khalil Harrabi; George Fitch; David G. Cory; Yasunobu Nakamura; Jaw-Shen Tsai; William D. Oliver. Noise spectroscopy through dynamical decoupling with a superconducting flux qubit. Nature Physics 7, 565–570 (2011). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1038/nphys1994

[50] Gerardo A. Paz-Silva; Leigh M. Norris; Lorenza Viola. Multiqubit spectroscopy of Gaussian quantum noise. Physical Review A 95, 022121 (2017). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.95.022121

[51] Leigh M. Norris; Gerardo A. Paz-Silva; Lorenza Viola. Qubit Noise Spectroscopy for Non-Gaussian Dephasing Environments. Physical Review Letters 116, 150503 (2016). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.116.150503

[52] Uroš Delić; Manuel Reisenbauer; Kahan Dare; David Grass; Vladan Vuletić; Nikolai Kiesel; Markus Aspelmeyer. Cooling of a levitated nanoparticle to the motional quantum ground state. Science 367, 892–895 (2020). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1126/science.aba3993

[53] Rainer Kaltenbaek et al.. Macroscopic Quantum Resonators (MAQRO): 2015 update. EPJ Quantum Technology 3, 5 (2016). 임무 개념을 제안한 저자들의 동료심사를 거친 출판물.

DOI 10.1140/epjqt/s40507-016-0043-7

[54] Andrea Smirne; Angelo Bassi. Dissipative Continuous Spontaneous Localization (CSL) model. Scientific Reports 5, 12518 (2015). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1038/srep12518

[55] Angelo Bassi; Luca Ferialdi. Non-Markovian Quantum Trajectories: An Exact Result. Physical Review Letters 103, 050403 (2009). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.103.050403

[56] L. Leppäjärvi, M. Sedlák. Postprocessing of quantum instruments. Physical Review A 103, 022615 (2021). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.103.022615

[57] K. Jacobs, D. A. Steck. A Straightforward Introduction to Continuous Quantum Measurement. Contemporary Physics 47, 279 (2006). 동료심사를 거친 교육용 논문.

DOI 10.1080/00107510601101934

[58] Ł. Cywiński, R. M. Lutchyn, C. P. Nave, S. Das Sarma. How to enhance dephasing time in superconducting qubits. Physical Review B 77, 174509 (2008). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevB.77.174509

[59] Michał Horodecki, Paweł Horodecki, Ryszard Horodecki. Separability of Mixed States: Necessary and Sufficient Conditions. Physics Letters A 223, 1–8 (1996). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1016/S0375-9601(96)00706-2

[60] Tianfeng Feng, Vlatko Vedral, Chiara Marletto. Collapse-based models for gravity do not violate the entanglement-based witness of nonclassicality. Physical Review D 113, 104055 (2026). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/83rl-nygv

[61] Don N. Page, C. D. Geilker. Indirect Evidence for Quantum Gravity. Physical Review Letters 47, 979 (1981). 동료심사를 거친 실험 논문.

DOI 10.1103/PhysRevLett.47.979

[62] Wassily Hoeffding. Probability Inequalities for Sums of Bounded Random Variables. Journal of the American Statistical Association 58, 13–30 (1963). 동료심사를 거친 수학 논문.

DOI 10.1080/01621459.1963.10500830

[63] Sebastian Pedalino; Bruno E. Ramírez-Galindo; Richard Ferstl; Klaus Hornberger; Markus Arndt; Stefan Gerlich. Probing quantum mechanics with nanoparticle matter-wave interferometry — Dataset and code. Zenodo, version v1, measurements April 2025 (2025). 공개 자료와 코드, CC BY 4.0.

DOI 10.5281/zenodo.17502163

[64] Sebastian Pedalino; Bruno E. Ramírez-Galindo; Richard Ferstl; Klaus Hornberger; Markus Arndt; Stefan Gerlich. Supplementary Information to Probing quantum mechanics with nanoparticle matter-wave interferometry. Nature, supplementary material (2026). 동료심사를 거친 논문의 보충 자료, CC BY 4.0.

https://static-content.springer.com/esm/art%3A10.1038%2Fs41586-025-09917-9/MediaObjects/41586_2025_9917_MOESM1_ESM.pdf

[65] Björn Schrinski; Stefan Nimmrichter; Benjamin A. Stickler; Klaus Hornberger. Macroscopicity of quantum mechanical superposition tests via hypothesis falsification. Physical Review A 100, 032111 (2019). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevA.100.032111

[66] Björn Schrinski; Stefan Nimmrichter; Klaus Hornberger. Quantum-classical hypothesis tests in macroscopic matter-wave interferometry. Physical Review Research 2, 033034 (2020). 동료심사를 거친 이론 논문.

DOI 10.1103/PhysRevResearch.2.033034

[67] Todd J. Green; Jarrah Sastrawan; Hermann Uys; Michael J. Biercuk. Arbitrary quantum control of qubits in the presence of universal noise. New Journal of Physics 15, 095004 (2013). 동료심사를 거친 연구 논문.

DOI 10.1088/1367-2630/15/9/095004

[68] Simone Manti; Nicola Bortolotti; Lajos Diósi; Kristian Piscicchia; Catalina Curceanu. Atomic correlation effects in collapse-induced spontaneous radiation. arXiv:2608.07205v1 (2026). 이론 프리프린트.

DOI 10.48550/arXiv.2608.07205

그림 목록

설명 도식과 정량 그래프는 본문에 등장하는 순서로 배치했다. 제목은 해당 그림으로 연결된다.

1. 간섭과 경로의 혼합 8

2. 두 경로 간섭계와 두 출력 10

3. 두 밀도행렬 15

4. 두 기저에서의 두 준비 18

5. 같은 첫 결과와 서로 다른 측정 후 상태 19

6. 대상과 장치, 환경 24

7. 환경과의 상관관계 누적 25

8. 두 기록과 조건부 사건 선별 27

9. 조건부 간섭무늬와 전체 사건 집합 28

10. 두 측정소와 네 설정 조합 31

11. CHSH 상관관계 32

12. 세 경로와 여덟 배치, 공통 규격화 39

13. 가지 분리 거리의 프로파일 43

14. 두 물리적 출력과 세 기록 유형 44

15. 한 공간 실험의 네 척도 49

16. 나트륨 실험의 측정 경로 55

17. CSL 제약의 조건부 지도 57

18. 공간 커널과 이차 근사 59

19. 같은 질량과 서로 다른 물질 분포 61

20. 한 앙상블의 서로 다른 개별 이력 64

21. 환경과 측정 경로 속의 입자 70

22. 잔류 기체 예산 73

23. 세 격자의 공통 운동과 독립 변위 75

24. 세 점 대비 81

25. 궤적과 대비의 최적점 84

26. 세 기하 구조와 서로 다른 두 교정 오차 85

27. 공간 대비와 가열 93

28. 병진 및 회전 판독 94
29. 두 탐침의 합 채널과 차 채널 96
30. 발표된 자료 집합의 두 검증 경로 102
31. 발표된 계수와 독립 맞춤 104
32. 재현한 사후밀도 106
33. 중력 발생원을 정하는 세 방식 111
34. 작은 두 질량 사이에서 검증할 결합들 116
35. 두 질량의 네 공동 대안 120
36. 기하 구조와 중력 위상 122
37. 같은 준비의 세 판독 설정 125
38. 잡음과 얽힘 증인 126
39. 세 설정의 네 결과 128
40. 공동 측정의 일부인 시계 136
41. 양자 시계의 조건부 확률 139
42. 한 조건부 단면과 두 연속 판독 141
43. 시계 판독값의 흐림 142
44. 직접 유니터리 결합과 고전적 되먹임 147
45. 중력 동역학 비교 154
46. 물체의 유한 크기와 형태인자 158
47. 공통 법칙과 두 대상의 서로 다른 조건 161
48. 두 시점의 두 가지 167
49. 상관 잡음에서의 Ramsey와 echo 173
50. Ramsey와 이상적 echo, 유한 펄스 176
51. 유한 펄스로 인한 추정 편향 178
52. 두 센서와 네 계열, 공통 위상 또는 차이 위상 181
53. 접근 가능한 정보의 한계와 새 관측 186
54. 신호와 배경의 사영 188
55. 매개변수 프로파일과 검증용 자료 평가 192
56. 분리 거리를 바꾸는 실험의 기능 구성 194
57. 알려진 위상 작용의 시험대 196

58. 준비에서 독립 검증까지 사건의 전체 경로 198
59. 두 측정 채널과 공통 교란의 기술적 경로 199
60. 전체 탐색 절차의 교정 204
61. 네 측정 설계의 비교 208
62. 검증 결과가 허용하는 결론 210

저자와 프로젝트

이메일: info@brenev.com

저자 웹사이트: brenev.com

미라 웹사이트: mira.technology

다른 프로젝트: haraizen.tech

텔레그램: https://t.me/Eudgenee