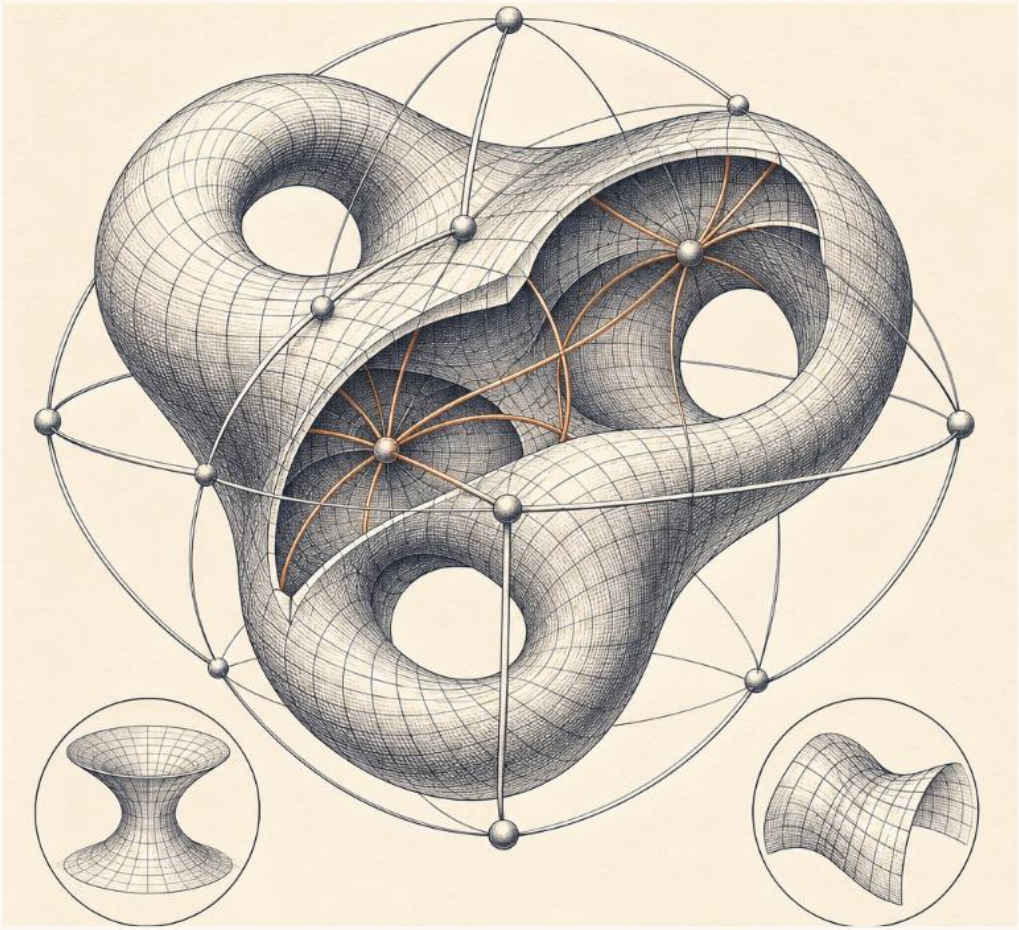
内側から見る空間



Eudgene Brenev
Mira Veyran

2026

Eudgene Brenev

Mira Veyran

内側から見る空間

テストのための空間と機器に関する仮説

2026

目次

序文 4

本書の読み方 6

第 1 章 外部の観測者を必要としない空間 8

第 2 章 次元をどう測定するか 19

第 3 章 次元が尺度に依存するとき 33

第 4 章 隠れた方向と合成された方向 41

第 5 章 量子的な関係から生まれる幾何 50

第 6 章 応答から空間を復元できるか 59

第 7 章 共通する疎な結合構造の仮説 70

第 8 章 計算実験と、その頑健性の検証 81

第 9 章 ネットワークの類似模型から、因果的な物理モデルへ 103

第 10 章 隠れた幾何の分光 111

第 11 章 時計と重力計で、空間を共同で調べる 124

第 12 章 干渉計は何を聞き取れるか 142

第 13 章 三つの装置と、信号から結論への道筋 155

第 14 章 発見と、もっともらしい誤りをどう区別するか 167

第 15 章 確かめられたことと、検証の続け方 177

付録A 付録 A 数学上の取り決め 183

付録B 付録 B 計算実験の再現 187

付録C 付録 C 検証できる主張の一覧 189

付録D 付録 D 基本概念の用語集 191

付録E 付録 E 実習：電圧から結合の復元へ 194

参考文献 206

図版一覧 212

序文

距離から空間の構造へ

私たちは行為を通じて空間に親しんでいます。物を動かし、距離を測り、信号を送り、受け取ることができます。しかし、個別の実験で同じ結果が得られても、それだけでは世界の構造は定まりません。ふたつの系の振動数が同じでも、擾乱が伝わる経路は異なるかもしれません。測定値の変化は、新しい結合、測定器のドリフト、あるいはモデルの選び方の誤りから生じる可能性があります。本書は、これらの可能性を区別するには何を観測すべきか、という問いから始まります。

研究の中心となるのは、応答から結合構造を復元することです。既知のネットワークに隠れた結合を加え、利用可能ないくつかのポートから、その位置を推定します。次の段階では、問題をより現実に近づけます。通常の結合についても、有限の精度でしか分かっていないと考えるのです。そのとき、異常な信号のどの部分までが較正によって説明でき、どのような追加測定が結論を変えうるのかを明らかにする必要があります。

その本は完全な例を通してこの問題を追求している。小さなネットワークは明示的な行列を提供し、曖昧さの源を明らかにする。より大きな数値実験が再構成を試験する。制約付きドリフトモデルは、許容可能な説明の限界を定義する。複数のプローブと選択した測定コントラストは、新しい情報が実際に取得されたかどうかをテストします。抵抗容量性(RC)ネットワークを用いた実用的なエクササイズは、この数学を電圧、記録時間、読み出しエラーに接続する。

他の章では、コンパクトな方向、関節時計と重力信号、および干渉反応を調べます。各問い合わせ行は、特定の演算子またはフィールドを選択し、観測可能な量を導出し、競合するメカニズムを識別する。これらのモデルは調査方法を共有している。これらは単一の基本的な作用から派生したものではなく、異なる物理的仮定を持つ。

この本は、自身の仮定を試そうとする空間の構造に興味のある読者に宛てている。数式は議論に付随するが、数値の例では表記から観察に戻る。計算ルートには線形代数、基本

確率、微分方程式への親しみが必要となる。スペクトル密度、応答行列、および共通の原因は特定の問題によって導入される。

実験の主な結果は、特定の数学的システムと合成データを用いて得られた。自然に関する実験情報は主要な出版物から引き出されている。これらのレベルを別々に保つことで、証明されたアイデンティティが適用される場合、アルゴリズムがテストされている場合、物理的な予測が測定を待っている場合、各結論を評価することができます。

本書の読み方

二つの読み進め方

最初に読んだとき、それは一つの質問に従うのに役立ちます:次の測定は正確に何を追加しますか? 1章では幾何学演算の比較、2章では平均スペクトルから局所応答への移動、6-8章ではドリフトと構造を区別する、11章では二種類の計器を用いた合同試験である。この最初のパスの後、技術的な派生には明確な目的があります。

ルート	主なシーケンス	前提条件
コンセプト	章 1–2; 3–5の開始および終了セクション; 6–8の例; 10–13の物理問題定式化; 15の結論	関数、比率、単位、そして小さな行列の例に従う意欲
計算	2–12のすべての導出、14の統計的プロトコル;RC実践と計算付録	行列、固有値、微分、確率および信号のスペクトル表現

3章は最初、さまざまなメカニズムの概要として読むことができる。5章のホログラフィック公式は、独自の理論的文脈を必要とし、ネットワーク実験の前提条件ではない。行列が難しい場合は、2章の三つのノード例に戻ります: 演算子の各行と応答の各列はシステム上のアクションに結びついています。

詳細な適用条件は、結論がそれらに依存するすべての場所で保持される。用語集、表記表、およびクレームマップは後の読み取りをサポートします。計算付録は、計算のパラメータと制限を指定し、実行中のコマンドは付随する命令で収集される。RC実験のための技術的な手順は、メインアカウントが設定のリストにならないように別々に提示される。

研究の三つの方向

方向性	観測データ	テストされるもの
接続性	アクセス可能な入力と出力の間の応答行列	追加の接続、許容ドリフト、および識別不可能な構造のセット

方向性	観測データ	テストされるもの
コンパクトな方向	選択したスカラープローブの静的力と動的応答	ソース-検出器結合を指定したモードの単一はしご
一貫した摂動	時間差、加速度及び干渉位相のスペクトル	特定の分野の共同予測と器械的または運動学的原因との区別

ネットワークアナログにより、既知の基底真理に対してアルゴリズムをテストできる。コンパクトなモデルは、通常の幾何学の具体的な代替手段を指定する。確率的および干渉的モデルは、空間仮定をいくつかの記録チャネルと接続する。一行の研究の成功は、その物理的な解釈を他の人に転送しません。共有手順は、モデルを指定し、観察を導出し、代替案を比較し、結論の限界を定義することである。

結果の水準をどう区別するか

状況	この本の意味
実績	原本及び出願条件が特定された方法又は身体的提案
モデル由来の結果	式は明示的に記述された演算子、カーネルまたは幾何学から従う
数値試験	プログラムが指定された実験を実行しました。入力、パラメーター、コマンドが利用可能です。
計測設計	信号が予測され、要件が計算される。物理的な装置はそれをテストしなければならない
自然の観察	モデル定義クラスに適用した公開実験の結果

応答行列のランク、空間方向の数、モデルパラメータの数は異なる質問に答える。以下では、各数量の名前にその操作的意味が伴います。データが一つのモデルを拒否できるが、他のモデルを一意に再構築できないケースは特に重要である。

本書の終わりにあるイラストインデックスは、特定の図を見つけるのに役立ちます。概念的なイラストレーションは、エンジニアリング図面やキャリブレーション、実験データを置き換えるものではない。

第 1 章 外部の観測者を必要としない空間

空間の内部にいる観測者

時計、光源、リフレクター、いくつかの移動体にアクセスできる研究者を想像してみましょう。彼は外から世界の写真を持っておらず、その形を調べるために宇宙の上に立ち上がる機会がありません。彼が知っているすべてのものは、身体の会議、測定器の読み取り、信号の交換から来ています。これはまさに物理学が発見する状況です宇宙観測所でさえ、まだ探検されている世界の一部です。したがって、空間の問題は観察可能な事象間の関係から始まる。どの動きが互いに独立していますか? 距離を比較する方法は? 空間の曲率を測定装置自体の変化と区別する方法は? 答えは、決して宇宙を離れないオブザーバーに提供されなければなりません。

最初に、どの関係が検証可能であるかを尋ねるだけで十分です。長さ、信号の移動時間、自由な移動と閉じたループ結果を比較することができます。これらの手順の合意は、選択したジオメトリをサポートします。それらの相違は、デバイス、環境、またはスペースを記述するためのルール自体をチェックする必要がある場所を示しています。

図1では、オブザーバーはジオメトリが再構成されるのと同じ測定操作ネットワークに含まれています。

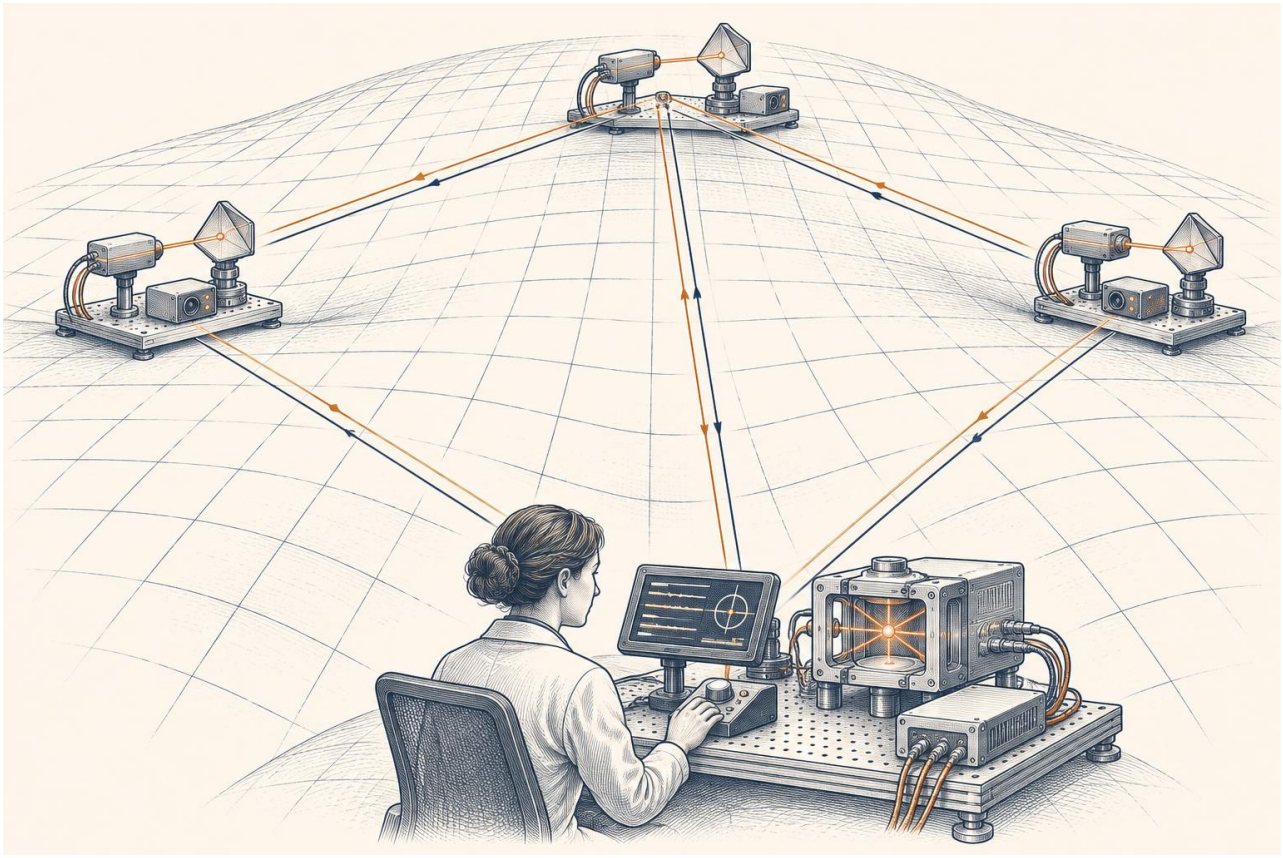


図1。測定ネットワーク内のオブザーバー。時計、エミッタおよびリフレクターは、信号伝送、距離測定、および閉じた回路というアクセス可能な比較システムを形成します。パースペクティブサーフェスはノード間の関係を示す象徴的な方法として機能し、宇宙の外部オブザーバーを前提としない。これは測定操作の概念的な例であり、特定の実験の描写ではありません。

用語も議論を複雑にすることができます。ここで、測定とは測定器が行う操作を意味し、寸法は独立方向を意味し、次元性はその方向の数を意味する。三つ目の概念は、数学的モデルの変数です。温度、濃度、電位は、新しい空間方向になることなく独立変数となる。研究者は、通常の研究室に留まっている間、数百の特徴のあるスペースでデータをプロットすることができます。五次元または十次元を議論する前に、その数値が何を記述するかを特定する必要があります。それは、身体の位置、システムの状態、観察データ、または基本的な幾何学です。

座標と独立した方向

記録された座標の数自体は何も証明しません。球面上の点の位置は三つのデカルト座標によって特定できるが、それらは一定半径の条件と関連している。実現可能な領域で二つの座標がわずかに変化する場合、第三の座標は、適切な領域を選択すると表面方程式によって決定される。地方では、独立した二つの自由度が残っている。逆に、二つの角座標は球面を完全に正則写像で覆わない:ポールでは通常の表記法はその利便性を失う。グリッドの誤動作は、表面の物理的誤動作を意味しない。この単純な例では、ジオメトリを記述方法からすぐに分離することができます。

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \qquad d_{\text{local}} = 3 - 1 = 2 \qquad (1.1)$$

この例では、一つの滑らかな独立制約が自由座標の局所数を一つ減少させるため、右側の等式は真である。任意の方程式の集合に対して機械的に適用できない: 制約は互いに依存し、特異点においてそれらのランクは変化する。独立の実用的な意味は、動きによってより容易にわかります。全ての小さな許容運動が二つの独立方向で表される場合、第三座標記録は冗長である。物理的追加次元の場合、独立変位の新しいクラスまたは対応する伝播モードの追加セットを示す必要がある。方程式に文字を追加するだけでは不十分です。

もう一つの一般的な混乱は多身体力学において生じる。三次元空間における三つの自由粒子は九つの位置座標を必要とする。モーメントを含む場合、位相空間状態の記述はすでに十八個の数を含んでいる。これは、粒子が十八方向の物理的空間に移動したことを意味するものではない。高次元は、システム全体の可能な状態の空間に属する。同様の区別は、状態空間がさらにリッチな構造を持つ量子理論に持続する。将来的には、高次元性に関する任意のステートメントには、どのオブジェクトがその点であり、これらの点間の移動に対応する変化の適応が伴う。

距離はいかに物理的な意味を得るか

座標は、閉じた位置を比較する規則の出現後にのみ幾何学になる。滑らかな空間では、そのような規則は計量によって与えられる。座標の小さな変化を物理的長さに変換し、異なる座標における同じ数値変化が必ずしも同じ動きを意味するわけではないことを考慮に

入れることができる。デカルト系では、軸に沿った単位は通常同一であることが選択されるため、計量の構造はほとんど見えない。他の座標では、それは前線に来る。以下の一般的な表記法は正の定空間計量を指し、繰り返し指数は独立座標上の和を意味する。選択された曲線に沿って積分後に長さが得られる。

$$d\ell^2 = g_{ij}(x)\,dx^i dx^j, \qquad L[\gamma] = \int_\gamma \sqrt{g_{ij}\,dx^i dx^j} \qquad (1.2)$$

平面の場合、デカルト座標から半径と角度に移動しましょう。小さな半径運動は半径の変化と等しい長さを持つ。一定半径での小さな角の変位は弧に従っているため、その長さは角度と中心までの距離の両方に比例する。座標変換を通常のピタゴラスの定理に置き換えることは、次の公式を与える。角度変化の二乗前の係数は平面が平坦であるにもかかわらず、位置に依存する。したがって、座標上の計量成分の依存性はそれ自体が曲率を示すものではない。別の座標格子に移動する際に意味が保存される量が必要です。

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \qquad d\ell^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 \qquad (1.3)$$

物理的計量は距離のきちんとした記録よりも意味のある正当化を必要とする。定規は加熱すると膨張し、光透過時間は媒体に依存します。したがって、幾何学的な記述は、異なるデバイスをマッチングし、その構造を考慮してチェックされる。一般的な相対性理論では、距離場はインターバルと重力相互作用の記述に同時に関与し、自由運動と理想的な時計の読み取りは一つの構造によって接続される。この関係は、幾何学を単なる描画言語ではなく物理理論に変換するものです。空間の新しい説明は、数学的対象と実際の観測との接続に対して、同等の明確な規則を提供するべきである。[1]

座標、方向および長さの差は、二つの幾何学的例(図 2)で便利に見ることができる。

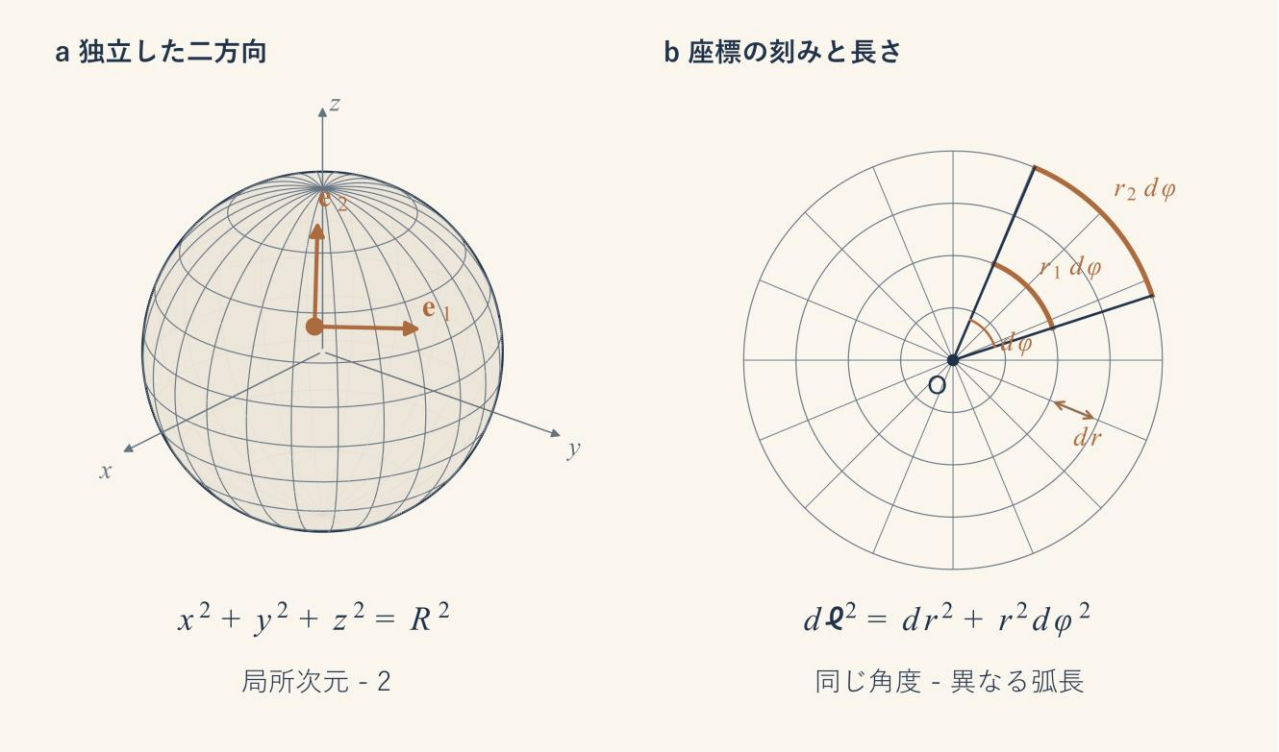


図2。レコード内の座標数は内部次元を定義しません。球面上の位置は三つの数字によって記述されるが、表面に属する状態は二つの独立した接方向を残している。右側では、角度の同じ変化は、異なる半径で異なる弧の長さに対応する。極計量は座標を物理的長さに変換し、最初に座標の特異性が平面上の欠陥を意味するわけではない。

内側から曲率を検出する

表面の住民は、周囲の空間でその曲がりを見る必要はありません。彼は選択した中心から同じ最短距離を計測し、その長さを測定することによって円を構築することができる。平面では、長さと半径の比率は一定である。半径 R の球面上で、測地線半径 r の円は異なる長さを持つ。ここでは、r は円の中心からの表面に沿って測定され、ボールの体積を通して直線に沿って測定されません。十分に小さい r に対して、差は小さいので、局所領域はほとんど平坦に見える。カバーされている領域が増加するにつれて、偏差は蓄積され、外部の視点なしに内部観察者に目に見えるようになります。

$$C(r) = 2\pi R\sin(r/R) = 2\pi r\left[1 - \frac{r^2}{6R^2} + O\left(\frac{r^4}{R^4}\right)\right] \qquad (1.4)$$

拡大は、平坦な結果からの最初の相対差が実験の大きさの二乗に比例することを示しています。これは、将来のデバイスにとって有用なヒントです:測定図のスケールを変更することは、一つの距離の精度を無限に向上させるよりも重要である可能性があります。この場合、サイズが大きくなるにつれてメソッド自体の体系的な変化を制御する必要があります。実験が信号を使用する場合、経路を増やすことは環境の影響を高め、幾何学的効果を模倣することができる。数学的公式は期待されるスケーリングを指定するが、物理的な解釈は代替原因を比較した後にのみ現れる。球面の二次元性はこの議論を通して保存される:その幾何学は変化し、独立した小さな変位の数ではない。

別の内部比較方法は、閉じた経路に沿った方向移動を用いる。平面上で、理想的な平行変換は前の向きで矢印を返す。湾曲した表面では、結果は変化する可能性がある。小さな輪郭の場合、偏差はカバーされている領域の曲率に関連する。実際の空間では、同様の概念は、方向を設定し、デバイスに作用する外部の影響を指定する必要がある。ジャイロ回転、支持変形、幾何学変換は観察モデルで異なる必要がある。例の意味は異なり、曲率はパスの比較と操作のクロージャに現れます。単一のセグメント測定は通常、一貫した測定ネットワークよりも大幅に少ない。

数値的な参照のために、半径 10 m の球面と半径 1 m の測地円を取ります。平坦な公式は長さ 6,283185 m、球面 - 6,272719 m を与える。違いは10,47 mmです。周囲と比べると小さいですが、かなりはっきりしています。輪郭サイズが半分になると、最初の近似に対する相対効果は四の係数で減少します。

$$K_{\text{est}} = \frac{6}{r^2}\left(1 - \frac{C(r)}{2\pi r}\right), \qquad r/R \ll 1 \qquad (1.5)$$

このガウス曲率の推定は、以前の拡張から直接得られる。選択した例では、正確な値$1/R^2 = 0{,}01\ \text{m}^{-2}$で$0{,}009995\ \text{m}^{-2}$に等しくなります。それらの違いは、直列切り捨てエラーです。測定誤差は別の貢献となり、別々に考慮する必要があります。これが公式が実験に変わる方法である: 図、大きさ、期待偏差のスケールと近似の精度が与えられる。

円周と閉曲線に沿う平行移動は、曲率を内側から確かめる二つの独立した方法を示す（図3）。

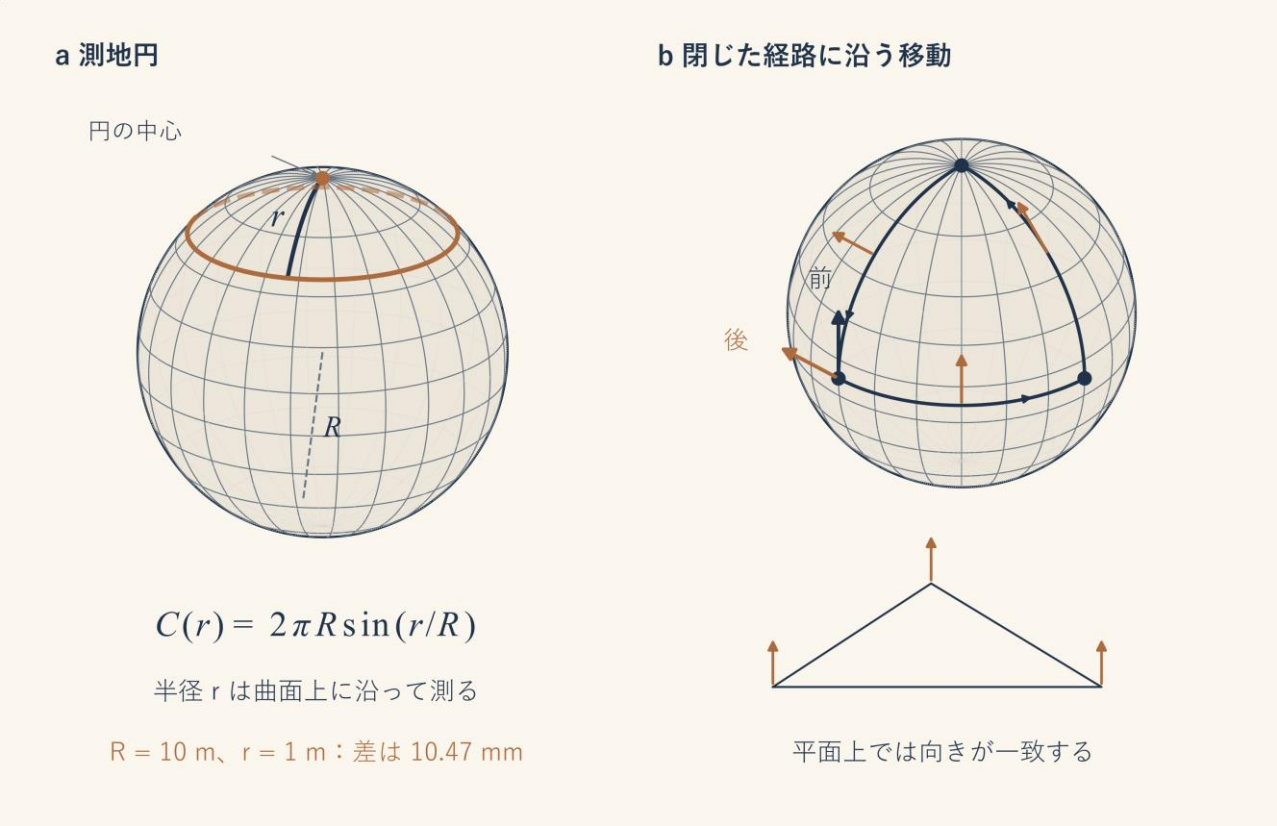


図3。表面に留まりながら曲率を検出する二つの方法。左側の半径 r は測地線によって測定され、R は球体全体を指す; 円像は明瞭さのために拡大され、数値例の半径比は維持されない。右側では、矢印は大円の三つの弧に沿って平行に移動されます。球面では、その最終方向は最初の方向と異なり、平面では輪郭の閉鎖が方向を保っている。

時空に別の微妙なものが現れます。加速オブザーバーは、フラットジオメトリでもクロックレートの違いを検出することができる。したがって、時計の勾配と湾曲は異なるチェックを必要とします。加速系と潮 t制御の完全な例は、11章で議論される。

位相構造と局所的な実験の限界

空間は同じ局所幾何学を持ち、大域構造において異なる。シートは、それを伸ばすことなくシリンダに圧延することができます。その表面に小さな形状がフラットな形状を維持します。ただし、シリンダの周りのパスは、表面に留まりながらポイントに収縮することはできません。このようにして、トポロジの違いが現れるのです。この目的のために、独

立した物理的原因として曲がることは不要である: 周期座標を持つ平面空間は点を識別する規則を通して直接定義できる。シリンダの描画は、想像力を助けるだけです。したがって、顕著な曲率の欠如は異常な大域的接続を排除せず、空間が有限か無限かを決定しない。

異なるトポロジーは適切なスケールにまたがる観察を必要とする。閉方向の長さがアクセス可能な領域を大幅に超えた場合、局所実験は開方向と区別しない可能性がある。これは研究者の欠点ではなく、必ずしも大胆な仮説によって修正されるが、情報の制限である。二つの数学的モデルは、利用可能なすべてのデータを同じ方法で記述できる。その後、結果は識別可能性の領域を通じて定式化されるべきである:どのサイズまたは種類の閉鎖が除外され、どのような条件下で。「境界が見つからない」という文は、「空間は無限である」という文と同じではない。同様に、エッジを見ることの失敗は、想定されるエッジを超えて外部スペースが存在することを証明しない。

したがって、トポロジー、計量および次元は別々に議論しなければならない。トポロジーは、グローバル接続の近傍と方法を説明し、計量は長さ、角度、間隔を特定し、次元は独立した局所方向の数や特定のスケーリング法則を特徴付ける。これらの構造は相互作用するが、互いを置き換えない。研究プロジェクトでは、これらの変化のどれを仮説に明示的に記録することが有用である。閉じた座標、遠方の領域と異なる波の伝播法則の間の新しい短い接続は、様々な数学的問題につながる。それらを一つの単語「スペース」と組み合わせると、計算またはテスト用のデバイスのいずれかを選択することができない美しい説明を得ることができます。

ストライプシリンダの並置は、大域的閉包と内在的な曲率を分離します(図4)。

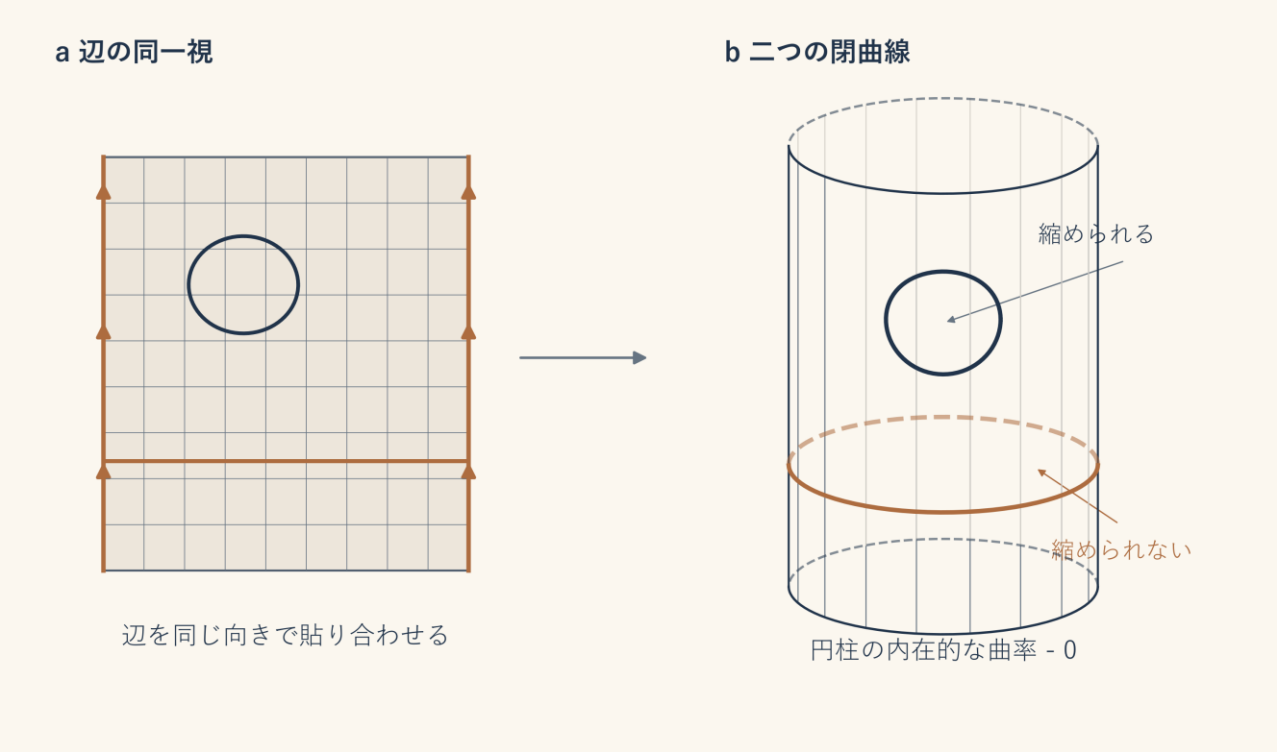


図4。フラットストリップの反対側のエッジは同じ方向で識別され、シリンダを形成する。表面の小さな閉じた輪郭は、点に連続的に収縮することができ、閉じた方向を囲んだ輪郭は収縮できない。この場合、シリンダの内部ガウス曲率はゼロである。可視曲率は、表面を表現する方法として機能し、その内部幾何学の測定を置き換えない。

時間が、もう一つの空間軸ではない理由

相対論的記述では、時間と空間はイベントの単一の構造に含まれているが、間隔の符号の違いを保持する。時間の部分が否定的な兆候を持つ契約を選択しましょう。平坦な時空における局所慣性記述に対しては、光速と座標のインクリメントの観点から間隔が書かれる。時計の適切な時間は、その時間のような軌跡に沿って決定される。四つの座標の数値の組み合わせは、時間方向を任意の回転と戻りが可能な通常の道路にしません。計量シグネチャは、光円錐とイベント間の有効な因果関係を整理し、公式のグラフィック設計ではなくモデルの物理的な部分を形成する。

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} \quad \text{時間的軌道に対して} \qquad (1.6)$$

したがって、追加時間を導入するための提案には独立した検証が必要である。初期データ、進化規則および溶液がユニークかつ安定に決定される条件を指定することが必要である。インターバルに別のネガティブな項を追加するだけでは、これらの特性を保証するものではありません。このようなモデルは数学的に研究できるが、その物理的妥当性は計量を書き留める能力から従わない。同じ原理は、変数次元空間にも当てはまります:まず最初に、何が正確に変化しているか、遷移が場状態にどのように影響するか、そして遷移の両側での観察がどのように比較されるかを理解する必要があります。これらの明確化がなければ、公式は未解決の問題の指定のままである。

光円錐は、間隔の符号と時計の許容軌道を視覚的に接続する(図 5)。

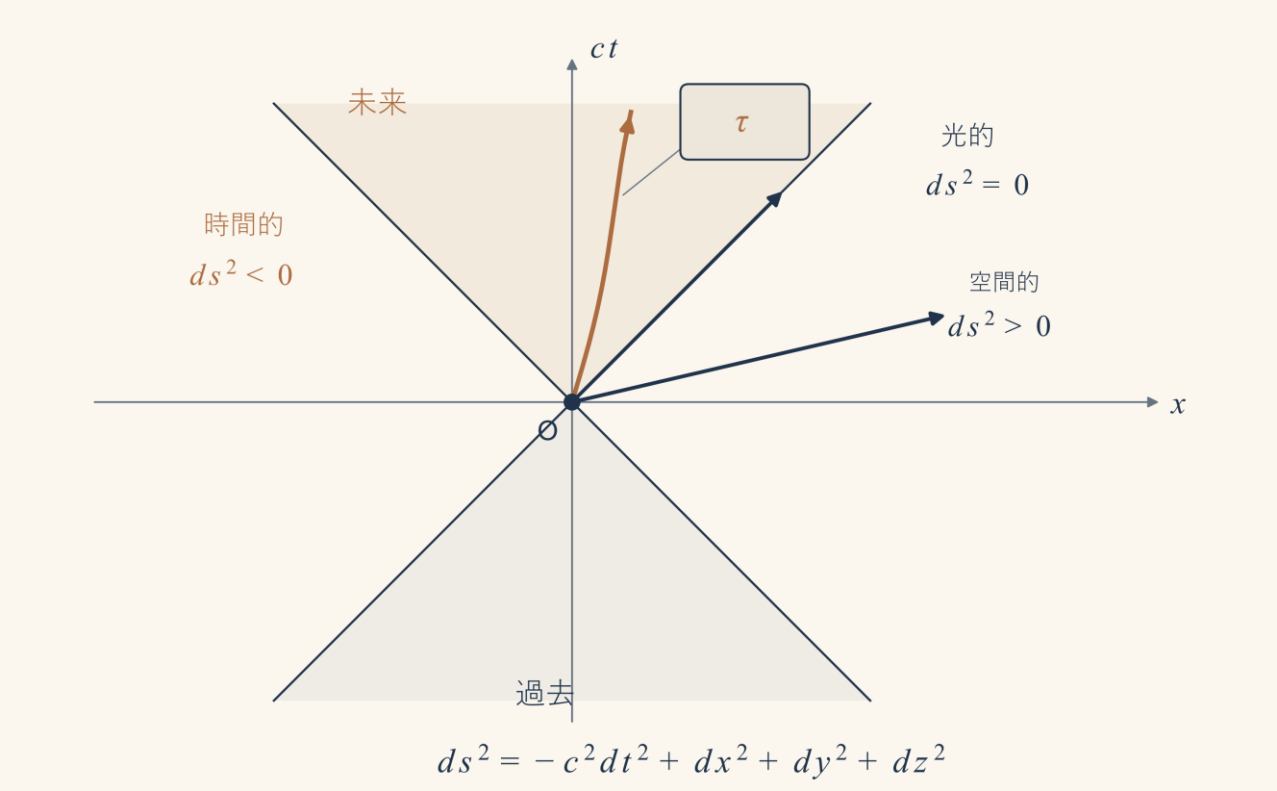


図5。一つの空間座標とctへの時空の投影。光方向は未来と過去の境界を形成します。タイムライクな世界線が円錐の中を通過し、独自の時計の読み取りを可能にします。空間的な方向は円錐の外側にあります。インターバルサインは、テキスト(−, +, +, +)で受け入れられるシグネチャに対応する。図は計測器の測定軌道ではなく、間隔の分類を示しています。

空間的記述は、距離、スペクトル、送信時間、操作の閉鎖といった検証可能な関係に関連付けられている。異常な結果は、これらの関係のどれが変わったかを示すべきです。次

の章では、次元を評価するさまざまな方法を紹介し、なぜ一つのオブジェクトが選択した次元に応じて異なる数値スコアを受け取ることができるかを示す。

第 2 章 次元をどう測定するか

尺度を大きくしたときの応答としての体積

次元を推定する最も視覚的な方法は、成長する領域から始まる。直線に沿って、セグメントの長さはその半径に比例して増加する;平面上では、円盤の面積は半径の二乗として成長し、通常の三次元空間では、ボールの体積は立方体として成長する。一般的な意味は同じです:許容距離が増加すると、利用可能な位置がどのくらい早く到着します。実験では、距離、領域の中心、その体積を測定する方法を決定する必要がある。体積の代わりに粒子やセンサーを数える場合、その分布密度のモデルがさらに必要となる。さもなければ、空間の不均一な集団は空間自体の異常な次元と容易に間違えられる。

$$d_V\left(\ell\right)=\frac{d\ln\left[V\left(\ell\right)/V_0\right]}{d\ln\left(\ell/\ell_0\right)},\qquad V\left(\ell\right)=A\,\ell^{D}\ \Rightarrow\ d_V=D \tag{2.1}$$

対数における参照量は、それらの議論が無次元であるように必要であり、微分の後、定数は消える。ここでの指定 dV は、選択したスケールでの動作ボリューム寸法を意味します。厳密ハウスドルフ次元の自動同義語ではありません。後者は、任意に小さい領域と対応する制限によってセットのカバレッジを通して決定される。適切な測度を持つ十分に規則的な空間では、両方のアプローチは一貫性がある。しかし、実際の装置は有限範囲で動作し、微分はこの範囲を正確に特徴付ける。したがって、いくつかのスケールから得られる数値2,7はまず測定された成長率として読み込まれ、その後にのみその幾何学的状態が確認されるべきである。

体積次元の決定は、測度の単純な成長法則から始まる(図 6)。

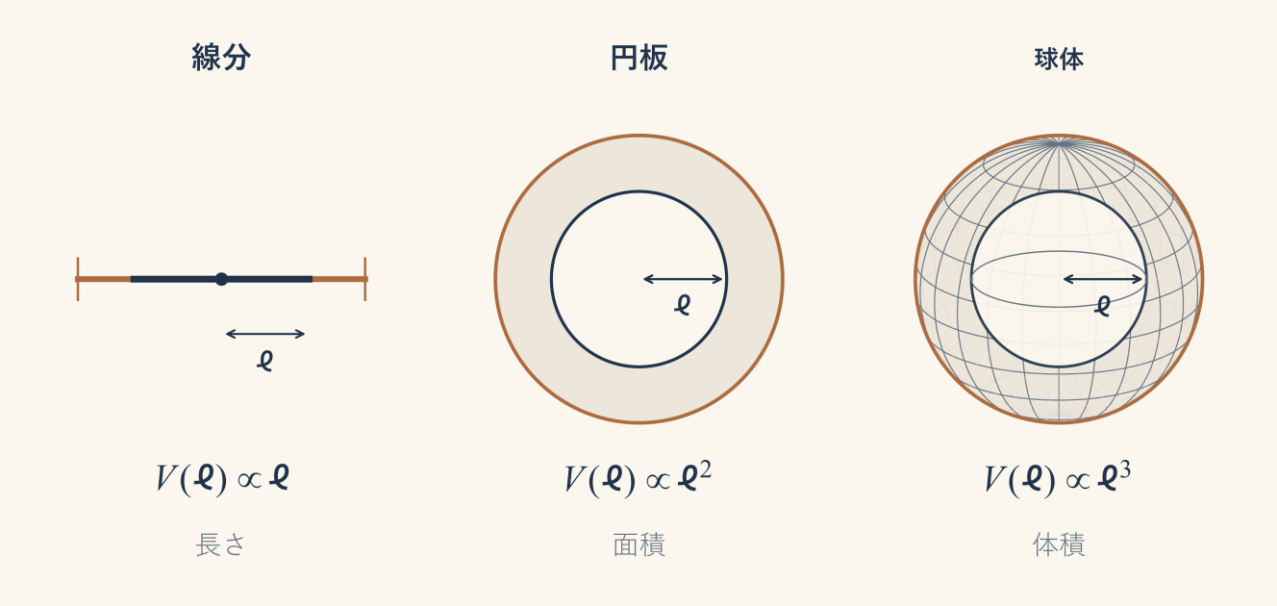


図6。セグメント、ディスク、ボール:特性半径を増加させるユークリッド領域を参照。彼らの尺度は、第一、第二および第三のスケールとして成長する。小さな領域は暗い輪郭で強調され、大きな領域は銅の輪郭で強調されます。これらの数学的例は体積指数の定義を説明し、実空間の次元や特定の実験の結果の観察ではない。

滑らかな球体でさえ、領域の半径に依存する指標を得ることができます。測地線ディスクの面積は、以下の式を使用して計算されます。小さな半径では、それは平らな円の面積とほぼ等しく、それが球全体を覆うとき、それは成長を停止します。範囲を確認せずに対数微分を適用すると、指標が減少し始めます。この場合、表面は線にはなりません:最終的なオブジェクトのディスクを拡張する能力が減少します。例は、全数からの偏差が分数幾何学を見つけるのに十分でない理由を示しています。曲率、有限サイズ、領域選択規則の貢献は別々に評価しなければならない。

$$A(r) = 2\pi R^2\left[1 - \cos(r/R)\right], \qquad 0 < r < \pi R \qquad (2.2)$$

$$d_V(r) = \frac{r}{R}\cot\left(\frac{r}{2R}\right) \qquad (2.3)$$

地域を差別化することは、最後の平等を与える。r/R → 0の場合、インジケータは二つになりがちです。図7は両方の関係を示しています:領域が飽和し、対数勾配が減少します。局所的な表面方向の数は、例を通して二に等しくなる。

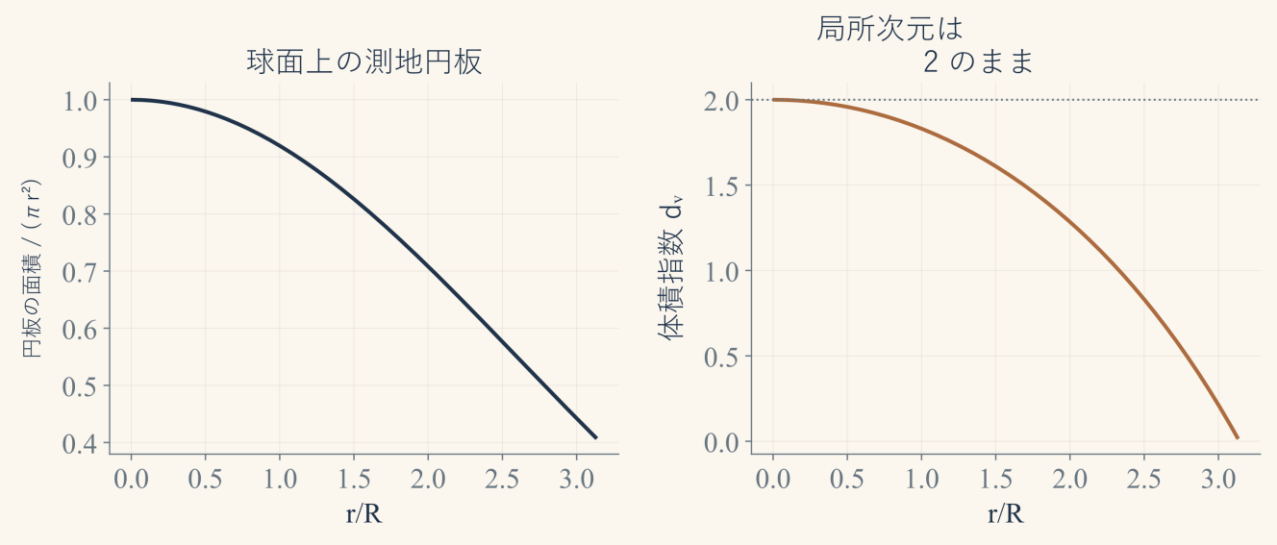


図7。滑らかな球面上の測地線ディスク。左側は同じ測地線半径の平坦な円の面積と関連しており、右側では対数勾配が計算される。インジケータの変化は、曲率と有限サイズによって引き起こされます。これは正確な幾何学の例であり、物理的空間の次元の変化の登録ではない。

利用できる空間を、帰還から調べる

第二の方法は、初期乱れの伝播を探索する。無限平坦空間における通常の拡散を考え、最初に拡散係数をパラメータ σ に吸収する。σ は面積の次元を持ち、この方程式は空間座標上のラプラシアンを含む。初期分布は一点に集中する。ガウス解は σ の平方根として成長する幅を持つ。この段階で、σ は過程のパラメータである。実験室時間とともにそれを特定するためには、特定の伝搬機構と対応する拡散係数を補給しなければならない。量子幾何学では、そのような物理的解釈はしばしば完全に欠如している。

$$\partial_\sigma K = \nabla^2 K, \qquad K\left(x, x_0; \sigma\right) = \frac{\exp\left[-\left|x - x_0\right|^2 / \left(4\sigma\right)\right]}{\left(4\pi\sigma\right)^{D/2}} \tag{2.4}$$

開始点では、指数は一に等しいので、拡散パラメータの単純な力は残る。連続空間では、一つの数学的点を正確に叩く確率は通常ゼロであるため、リターンの確率密度について話している。デバイスは点の代わりに小さな受信ボリュームを使用し、計算はそのサイズを考慮に入れなければなりません。スペクトル次元は、この密度の減少率から派生する。ガ

ウス解を代入すると、すぐに通常の次元 D を返す。幾何学と伝搬法則が事前に知られた身近な結果を再現し、より複雑な作用素に移すことができる。

$$P(\sigma) = K\left(x_0, x_0; \sigma\right), \qquad d_s(\sigma) = -2\frac{d\ln\left[P(\sigma)/P_0\right]}{d\ln\left(\sigma/\sigma_0\right)} \tag{2.5}$$

不均質空間において、戻りは始点に依存する。次に、ローカル測定またはボリューム平均化を明示的に選択する必要があります。コンパクトな領域の場合、平均熱トレースは、伝搬作用素のすべての固有モードの寄与の和によって決定される。作用素が確率的過程の生成子でない場合、"戻り確率"という名称は単なる類似語となる:スペクトル次元は正のトレースから決定できるが、個々のカーネルには確率的意味を持たないかもしれない。この差は、より高い空間微分において特に重要である。信頼性の高い解釈は、指標の一つの数値ではなく、演算子とその特性を指定することから始まる。

ランダムウォークの速さと、定義同士の関係

戻り確率は、乱れが元の領域をどのくらい早く離れるかを示しますが、それ自体がどの程度広がるかを示していません。これを行うには、開始から距離の平均正方形を測定します。独立した対称ステップでは、交差積は平均化後に消え、個々のステップの平均二乗が加算される。したがって、結果はステップの数に比例します。連続ガウスの例では、積分は 2D とパラメータ σ の積に等しい距離の平均二乗を与える。これは通常の拡散です。平均的な正方形が異なっている場合は、ウォーク指数を別々に決定し、戻り指数と比較する必要があります。

$$\langle r^2(\sigma)\rangle = 2D\sigma, \qquad d_w = 2\left[\frac{d\ln\langle r^2\rangle}{d\ln\sigma}\right]^{-1} \tag{2.6}$$

指数 dw は、ウォークの次元と呼ばれます。通常の拡散では二に等しい。拡散雲がトラップに閉じ込められていると、その特性半径は徐々に増加し、指数は増加する。しかし、この振る舞いは幾何学方向の数を変える必要がない: ダイナミクスを変更するだけで十分である。それどころか、弾道運動には異なる成長法則があり、拡散解釈は慎重に適用され

るべきである。さらに、平均正方形は分布の重い尾で不十分に定義される可能性がある。この場合、幅の別の安定した測度を選択し、この測度と幾何学的導出の関係を再確立する必要があります。

図8は、ソースと伝搬距離への戻りを比較します。

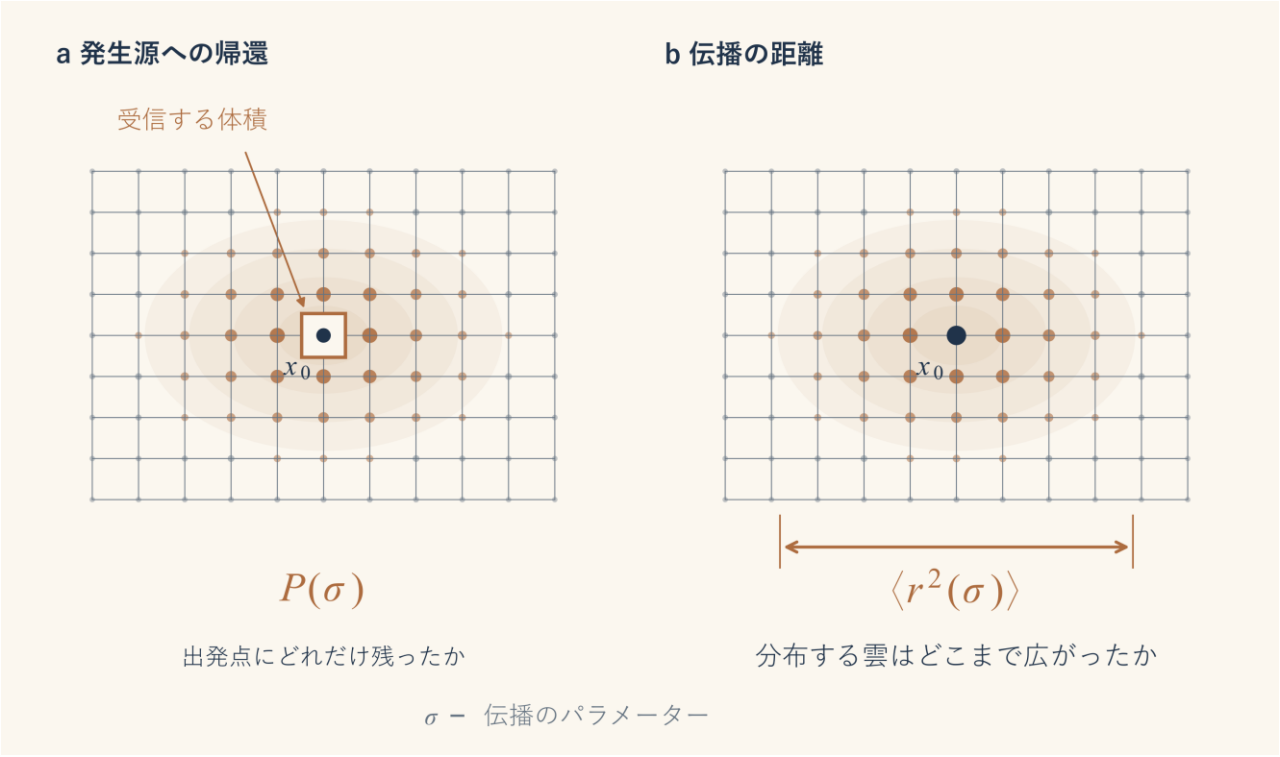


図8。単一の伝播障害は、異なる読み取りプロトコルを可能にする。左側では、ソース近くの小さな受信ボリュームがリターンを強調します。右側では、空間分布は雲の幅を特徴付けます。グリッドと強度は、実験的な読み取りや数値スケールなしに定性的に描かれている。パラメータ σ は伝搬モデルを参照し、その実験室時間への変換には与えられた転送係数とキャリブレーションが必要である。

三つの指標間の接続は、追加の前提条件の下で推論できる。特性半径を σ、アクセス可能な領域の体積を半径のパワーとして成長させ、分布は、この体積に逆比例するように十分に均一である。連続的な置換は与えられた関係を与える。一貫性チェックとして有用だが、すべての環境において同一ではない。不均質性、複数のスケール、落とし穴および測定の異なる選択は最初の仮定に違反する。したがって、右式における非ゼロ残差は最初に選択された関節記述の失敗を意味する。新しい物理学のステートメントへの移行は、不一致のためのより普通の理由を排除する必要があります。

$$r \sim \sigma^{1/d_w}, \quad V(r) \sim r^{d_V}, \quad P \sim V^{-1} \Rightarrow d_s = \frac{2d_V}{d_w}, \qquad \Delta = d_s d_w - 2d_V \qquad (2.7)$$

同じ情報を別の形で表す振動スペクトル

リターンの測定は、実際のランダムウォークを使用して行う必要はありません。正作用素Lの固有値が分かっていれば、熱トレースを直接構築できる。各モードは指数関数的な寄与をし、パラメータσはどのスペクトルスケールが顕著かを決定する。σが増加するにつれて、大きな固有値はすぐに抑制される。ラプラシア語では、それらの次元は長さの逆二乗に対応する。ボリュームへの正規化により、結果は異なるサイズの領域に匹敵します。実験室では、固有値は共鳴周波数から再構成することができますが、分散法則を確立した後のみです:空間作用素の周波数と固有値は同じ対象ではありません。

$$L\psi_n = \lambda_n \psi_n, \qquad P(\sigma) = \frac{1}{V} \sum_n e^{-\sigma \lambda_n} \qquad (2.8)$$

滑らかな領域と普通のラプラシアンの場合、大きなしきい値以下のモード数は体積と次元に関係している。これはワイルの法則の内容であり、境界の形はその後の補正に影響を与え、主要な用語はパワーローの成長を特定する。上記の表記において、ωDは単位D次元球の体積を意味し、Λは固有値のしきい値である。この公式は、幾何学から分光学への重要な遷移である: 周波数範囲が拡大するにつれて、新しいモードがどれだけ早く加えられるかに次元が反映される。しかし、リーディングタームの適用性は、十分な範囲、適切な境界条件、測定フィールドの自由度の追加の分離を必要とする。[2]

$$N(\Lambda) \sim \frac{V\,\omega_D}{(2\pi)^D}\,\Lambda^{D/2} \qquad (2.9)$$

ここでは、将来の実験プロジェクトにとって重要な微妙なことが生じる。同じモードのセットから計算されたスペクトル密度と熱トレースは、二つの完全に独立した確認ではありません。これらは同じ情報の二つの表現です。彼らの合意は計算のチェックに有用であるが、演算子定義における共有エラーを排除しない。分光法が直接パルス伝搬と結合したり、幾何学体積測定と結合すると独立性が向上する。両方のプロシージャが同じ周波数キャリブレーションと同じ仮定分散関係を使用する場合、それらのエラーは一致します。説

得力のある結果は、構築されるグラフの数ではなく、データ間の依存関係の構造に依存する。

三つの節点：図から測定まで

大きなネットワークに移行する前に、小さなネットワークをフルで作業することをお勧めします。三つの同一の貯水池を数字 0、1 および 2 で指定します。一つ目は二番目に、もう一つは三番目に接続されています。各辺に沿った移動強度は$r_0 = 1\ s^{-1}$と等しい。隣接するノードの値が同じ場合、それらの間の転送はありません。

$$\dot{x}_0 = -r_0\left(x_0 - x_1\right), \quad \dot{x}_1 = -r_0\left(2x_1 - x_0 - x_2\right), \quad \dot{x}_2 = -r_0\left(x_2 - x_1\right) \tag{2.10}$$

この三つの方程式は、$\dot{x} = -Lx$ と一行で書くと便利である。行列 L の対角成分には、その節点に結ばれた結合の強さの和が入り、非対角成分には、結合の強さに負号を付けたものが入る。各行の和はゼロであり、一様な状態は変わらない。ここで行列は、すでに書いた移動の規則を保存しているだけである。

$$L_A = r_0 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

初期時刻に節点 j だけに一単位を加えた場合、時間 t 後の状態は、行列 $K(t) = \exp(-Lt)$ の第 j 列で与えられる。要素 K_{ij} は、初期の摂動のどれだけが節点 i に達したか、という具体的な問いに答える。三つの対角要素を平均すると、平均帰還 P(t) が得られる。これはすでに別のプロトコルであり、三つすべての初期状態と、それぞれに対応する出力へアクセスする必要がある。

二つ目の便利なデータ形式は、時間応答の指数関数的に重み付けされた和である。正のパラメータsは、相互時間単位を持つ。遅延読み取りをより強く抑制することにより、迅速かつ遅いプロセスに対する感度を変えることができる。

$$G(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, K(t)\, dt = (sI + L)^{-1}, \qquad s > 0 \tag{2.12}$$

$$G_A\left(r_0\right) = \frac{1}{8r_0}\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad (2.13)$$

結果は通常の乗算によってチェックされる: $(r_0 I + L_a)G_a(r_0) = I$。ミドルカラムは、1ノードの励起に対応する。ノード自体の重み付き応答は、各極端に一つの- 0,25 sにおける0,5 sと等しい。逆行列は測定の意味を持ち、各要素は特定の入力と出力のペアに関連付けられています。

この時点で停止し、図から一つの行Lを再構成して、実験の結果として一つの列Gを読み取ると便利です。後の章では、この対応は大きな行列を手動で反転させるスキルよりも重要である。

中央ノードの一つの準備により、応答行列の中列を文字通り読み取ることができます(図9)。

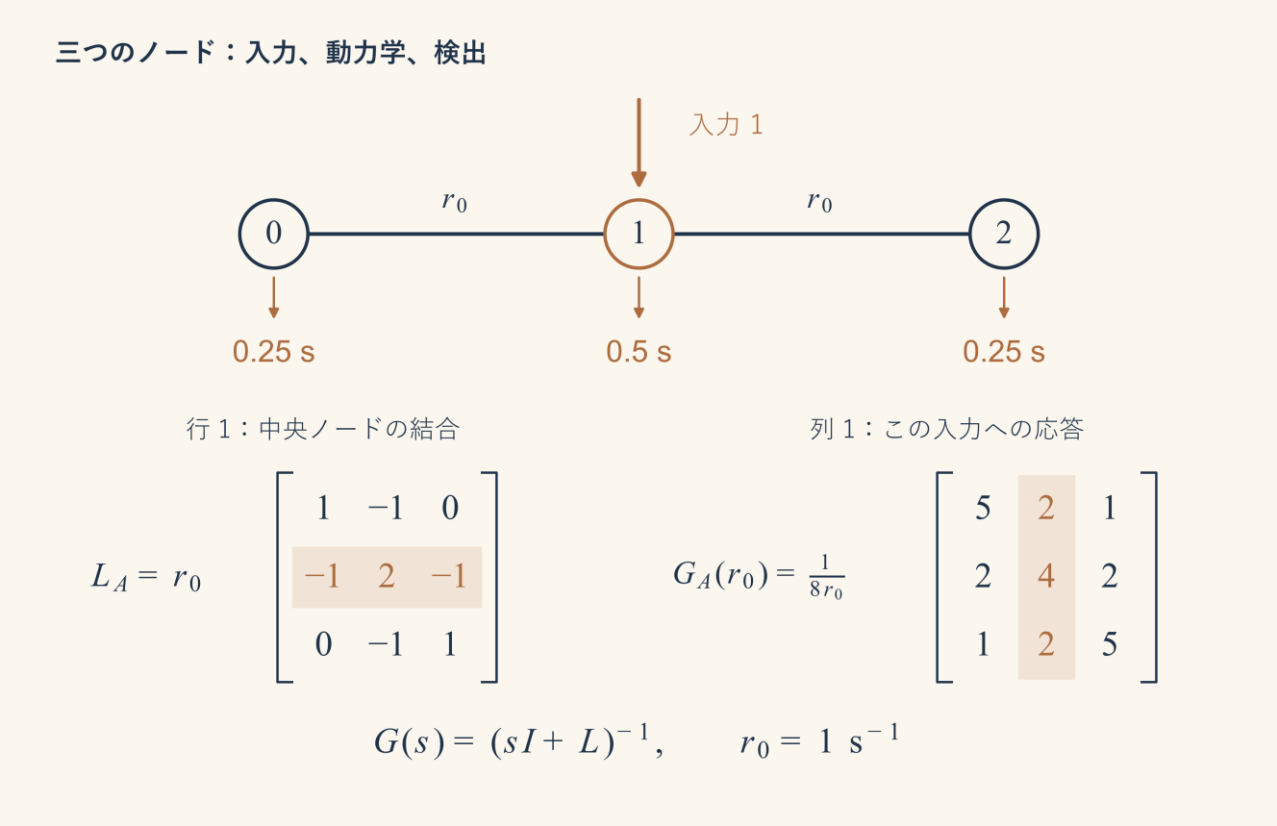


図 9。同じ強さ $r_0 = 1\ s^{-1}$ の結合をもつ鎖が、物理的な準備とモデルの行列を結びつける。中央の行 L_a は、節点 1 の二つの結合を表す。中央の列 $G_a(r_0)$ は、この節点を励起した場合の、指数関数で重み付けした応答を与える。結果は 0,25 s、0,5 s、0,25 s となる。銅色で示したのは、選んだチャネルと行列中のその記述であり、ネットワークの追加の結合ではない。

異なるネットワークに現れる同じ次元

同じ三重項の構造を変えましょう。0-1と1-2から$r_0/3$への接続を弱め、ノード間の接続を0と2 $4r_0/3$に追加します。結果は三角形Bです。回路Aでは直接遷移0-2は存在しなかった。エッジと重みの数は異なるため、これらは予め固定されたノード番号を持つ二つの異なるデバイスである。

$$L_B = \frac{r_0}{3}\begin{pmatrix} 5 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{spec}L_A = \mathrm{spec}L_B = \{0, r_0, 3r_0\} \tag{2.14}$$

両方の行列の固有値は同じです。その結果、熱トレースとそれからのみ計算される任意の次元が一致します。この等式は全ての正の t に対して有効であるため、バンドの拡大や一つのトレースのみを測定する精度の向上はあいまいさを排除しない。

$$P_A(t) = P_B(t) = \frac{1 + e^{-r_0 t} + e^{-3r_0 t}}{3} \qquad (2.15)$$

$$d_s(t) = \frac{2r_0 t \left[e^{-r_0 t} + 3e^{-3r_0 t} \right]}{1 + e^{-r_0 t} + e^{-3r_0 t}} \qquad (2.16)$$

共有スペクトルは、対応する固有ベクトルがラベル付きノードにどのように分布するかについて何も言わない。ネットワークを区別する情報はここに残っています。中心ノード1が励起され、その応答が測定されると、二つのネットワークは異なる関数を生成する:

$$K^A_{11}(t) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^{-3r_0 t}, \qquad K^B_{11}(t) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^{-r_0 t} \qquad (2.17)$$

観察値	**回路A**	**三角形B**
平均リターン P at t = 1 s	0,472556	0,472556
t= 1 sにおけるスペクトル指数d_s	0,729707	0,729707
ローカルリターン K_{11} at t = 1 s	0,366525	0,578586
s = 1 s^{-1} におけるラプラス応答 G_{11}	0,500000 s	0,666667 s

図10は、同じスペクトル指数と識別局所実験を示しています。独立して確立される絶対測定誤差K_{11}(1 s)を0,02を超えないようにする。Aの場合、B - 0,559-0,599の場合、約0,347-0,387の間隔が許容される。交差しない。二つの与えられたモデルの与えられたクラスでは、そのような追加の観察の一つで十分である。差の半分の順序の誤差で、0,106の周りの間隔は触れ始めます。

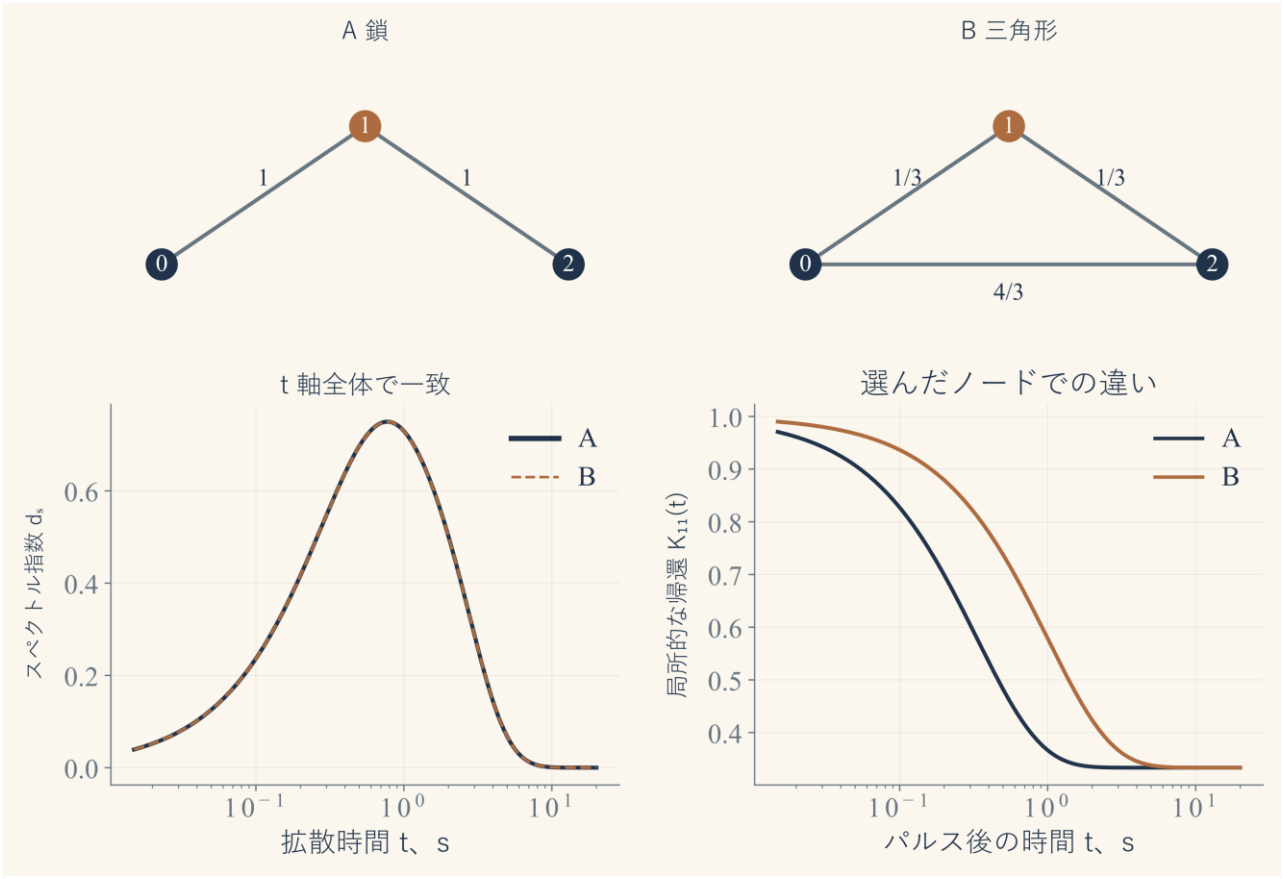


図10。同じ固有値0、1および3 s^{-1}を持つ二つの異なるネットワーク。d_s インジケータは時間軸全体に沿って一致します。左下のパネルは、有限範囲 0,015-20 s 上の曲線の一致を示しています。ノード1における局所インパルス応答は異なる。図中の重みは $r_0 = 1\ s^{-1}$ の単位で表される。すべての行は、与えられた行列を使用して計算されます。

この結果は、正確な制限があります。既知のノードにおける二つの名前付きデバイス、強度とエラー制限を区別する。任意の未知のネットワークは、はるかに難しい逆問題である。しかし、ここでは、平均化によってどのような情報が失われるか、なぜ追加のチェックが最初の指標に実際には存在しないデータを参照すべきなのかがすでに明らかになっている。foundations.py スクリプトは、行列、テーブル、図形を再現します。

有限の装置が生む、見かけ上の次元の変化

対称な組合せグラフ・ラプラシアンをもつ、N 個の節点からなる有限の連結ネットワークを考える。パラメーター σ が非常に小さいと、指数関数の値はほぼ一となり、正規化したトレースも一に近づく。その対数勾配はゼロに向かう。σ が非常に大きいと、一様分

布に対応するゼロモードだけが残る。トレースは節点数の逆数に近づき、勾配は再びゼロに向かう。両極限の間には、ネットワークの幾何が現れる区間が存在する可能性がある。したがって、空間を通常の方法で有限に離散化した場合でも、スペクトル次元の小さい領域が二つ生じる。それらは、次元が根本的に消失した証拠ではない。

$$P_N(\sigma) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-\sigma\lambda_n}, \quad \lambda_0 = 0; \qquad P_N\left(0\right) = 1, \quad P_N\left(\infty\right) = \frac{1}{N} \tag{2.18}$$

有用な範囲の下限は、デバイスの離散性または解像度によって、システムのサイズによる上限、境界および時間によって、平衡を達成するために設定される。これらの境界は、意図する物理的規模に関係なく修正しなければならない。例えば、ステップサイズを維持しながらノード数を増やすと、全体のサイズ効果が後退し、物理的なボリュームを維持しつつステップサイズを小さくすると、離散化の効果が変化する。興味の移行が技術的なパラメータとともに移動すると、その物理的解釈は弱まる。そのため、さまざまなサイズの一連の設定や数値グリッドは、より滑らかな曲線を持つ単一のセットアップよりも有益であることが多い。結果の安定性は、グラフの外的類似性だけでなく、スケールの意味によってチェックされるべきである。

対数微分もまたノイズを増加させる。同じ滑らかな曲線から得られる隣接する次元の値は、通常相関し、独立した観測を表しない。過度の平滑化は台地を作り出し、不十分な平滑化は多くの誤った遷移を引き起こす。入力値を複数の合理的なモデルに同時に適合させ、窓幅に対するロバスト性を評価し、誤差共分散に関する情報を保存することがより信頼性が高い。個々のウォークでは、パリティ効果が追加される:いくつかのネットワークは、偶数ステップ後にのみ復帰できる。連続伝搬パラメータは、そのような技術的な構造を取り除くのに役立つが、他の体系的影響の分析を置き換えない。

スケールの有用な範囲は、有限装置の二つの限界の間にあります(図 11)。

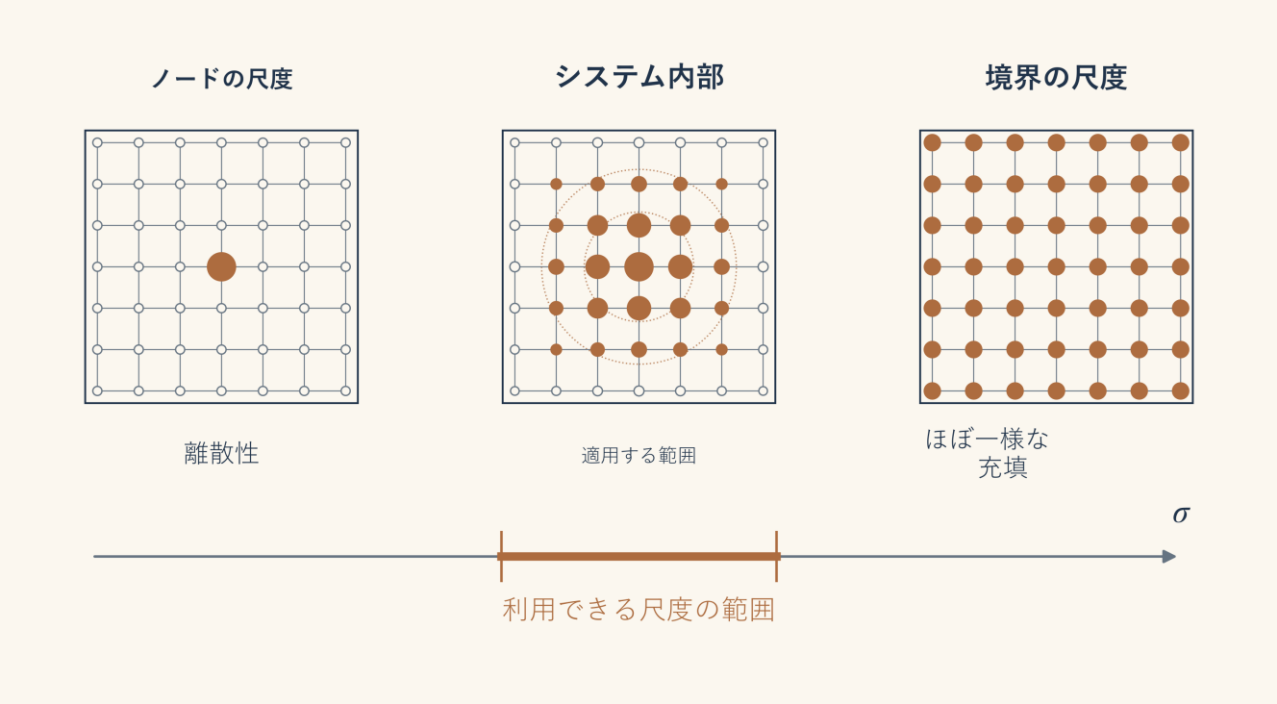


図11。一つの有限ネットワークの三つの定性的モード:個々のノードの影響、システム内の伝播、境界に達した後のほぼ均一な充填。ここでは、有用なウィンドウの次元も境界も数値的に推定されません。極端モード間の強調された領域は、スケーリングの探索には、インストールの離散性、その有限サイズ、元の信号の再構成の精度を同時に考慮する必要があることを思い出させる。

一つの印象的な数値に代えて、測定の仕様を示す

完全次元推定結果は中心値と誤差項よりも多くを含む必要がある。オブジェクト、選択したボリューム測定値、伝搬演算子、使用する距離、およびスケール範囲を指定する必要があります。次に、直接測定された量と幾何学的導出を関連付ける前提がリストされる。例えば、共鳴器のスペクトルは、その中の伝搬の法則が知られている場合にのみ空間に関する情報となる。環境が存在する場合、結果は主に結合系を「幾何学と環境」として特徴付けます。これは測定を無効化しません。それどころか、オブジェクトの正確な説明により、別のインストールと比較し、検出された指標が空間の一般的な特性と本当に関連しているかどうかを確認することができます。

体積次元とスペクトル寸法の合同解析では、スケールを調整することが特に重要である。拡散パラメータは領域の半径に等しくないが、その関係は測定された伝播法則に由来する。

異常なダイナミクスを持つシステムにおける事前の正規拡散を仮定すると、指標の比較はすでに水平軸を構築する段階にある。異方性もチェックする必要があります。同じ平均は、ある方向への速い移動と別の方向への遅い移動を隠すかもしれません。したがって、平均化の前に、方向の応答を調べ、観察された効果がいくつかの一般的なチャネルの組み合わせであるかどうかを調べることが有用である。

このように、次元は、系に対してどの問いを立てるかによって得られる結果になる。体積を用いる方法は、半径を大きくすると利用できる空間がどれだけ増えるかを問う。スペクトルを用いる方法は、選んだ作用素のモード構造を問う。ランダムウォークを用いる方法は、摂動がどれだけ速く広がるかを問う。通常の領域では答えが一致し、一つの数で表せる。その領域の適用限界では、答えが食い違う可能性がある。技術的な検証の後も食い違いが残るなら、それこそが研究の対象になる。ただし、それだけで唯一の新理論を特定することはできない。次の段階では、同じ振舞いをすでに生じさせる既存の機構を調べ、未知の効果と、既知の数学的な状況を区別する。

第 3 章 次元が尺度に依存するとき

数から関数へ

この章は二つの方法で読むことができます。主なルートは、最初のセクションの質問と最後の比較結論を通過します。中間節は、スケール依存が異なる理論でどのように生じるかを説明し、より特殊な準備を必要とし、計算読解の前提条件マップとして機能する。

次元がスケーリング法則によって決定された場合、この法則が解像度を変更するときに同じままであるかどうかを尋ねることは自然です。その答えは肯定的である必要はない。長い狭い領域は、その横構造を区別しないが、より短い波長に多次元である過程に対して一次元的に現れる。このような単純な例でさえ、指標間の遷移自体は量子重力を必要としないことを示している。より急進的な可能性は、特性スケーリングが基本幾何学自体またはそのダイナミクスに変化することである。この可能性は、次元流という名の下で議論される。この用語は、必ずしも暦時間で世界を変えるのではなく、研究の規模に依存します。

初期解析では、二つの極限値間の滑らかな補間を記述することが便利である。次の式では、dIRは長い長さの指標、dUV - 短い長さで、ℓ_*は特性遷移を特定し、正パラメータpはそのシャープさを決定する。そのようなレコードは、可能なデータのパラメータ化である。これは、自然がこの特定の機能を選択することを強制するメカニズムを含まない。それから曲線を計算し、パラメータを推定し、フィットの精度を比較することができますが、空間の量子理論を導出することはできません。観察を記述する公式と物理的前提から派生した法則との区別は、研究を通して維持されなければならない。

$$d\left(\ell\right) = d_{\mathrm{IR}} + \frac{d_{\mathrm{UV}} - d_{\mathrm{IR}}}{1 + \left(\ell / \ell_*\right)^p}, \qquad p > 0 \qquad (3.1)$$

補間の有用性は、テスト可能な質問の定式化において明らかである。利用可能な範囲内に移行スケールはありますか? 異なるオブザーバブル間で一致しますか? データは単調遷移、複数のステップ、または振動を必要としますか? 十分に柔軟な関数はインストールのノイズと技術的な特徴を記述することができるため、競合する説明を事前に特定する必要があります。解析ウィンドウが変化するにつれてパラメータℓ_*が絶えず移動する場合、

安定したスケールの証拠はほとんどありません。独立したプロシージャが互換性のある値を生成する場合、より深いモデルの基礎があります。以下の例は、類似した次元グラフがかなり異なる前提から生じる可能性があることを示しており、したがって外的類似性だけでは十分ではない。

単純な要素から組み立てる幾何

因果的動的三角形分割の方法では、因果的な構成規則を定め、単体からなる離散的な構成のアンサンブルを通じて幾何を調べる。アンビョルン、ユルキェヴィチ、ロルの研究は、この量子アンサンブルのスペクトル次元を、拡散の手順によって計算した。調べた大きな尺度では四と整合し、小さな尺度ではおよそ二となった。これは、量子重力の特定の定義の内部で得られた重要な結果である。ここで数値的に「測定」するのは、生成した幾何の性質である。周囲の空間から来る信号を、物理的な検出器で記録したという意味ではない。両者を混同すると、発見がすでになされたかのような、根拠のない印象を与えてしまう。[3]

この計算の値は、即時実験を約束することなく理解できる。ジオメトリを要約するためのルールは、個々のビルディングブロックとは異なる大規模な動作を生成することができることを示す。連続体極限の問題はその後生じる。ブロックがますます小さくなり、多数になる場合、興味のある構造はパラメータの適切な変化に耐えられますか? このチェックがなければ、結果は選択した離散化を特徴付けることができる。ピクセルを追加することで、オブジェクトを任意に変更するのではなく、イメージを明確にする必要があります。量子幾何学では、解像度を変更すると構成全体の重みも変化するため、問題はより難しい。

もう一つの難しさは、グラフ軸の物理的スケールに関するものです。モデル内の拡散ステップの数は、追加の計算なしにメートルやデバイスのエネルギーに置き換えることはできません。内部パラメータを観察値と比較し、特性長を決定し、特定のプローブへの依存をチェックする必要があります。数学的限界が十分に制御されている場合でも、実験とのコミュニケーションは別の仕事のままである。したがって、次元の数値フローからの正しい導出は条件付き形式を持つ: 研究中の構造が世界の顕微鏡幾何学を記述し、選択したプ

ローブが実際の観測量と関連している場合、対応するスケーリングを求めることができる。条件の両方の部分は、独自の証明を必要とします。

出来上がった座標格子に代わる因果的な順序

因果集合は、別の最小限の要素から出発する。離散的な事象と、どの事象がほかの事象の因果的過去に入りうるかを示す先行関係を定める。この関係には推移性が必要であり、関係のある二つの事象の間に存在する中間要素は、有限個に限られる。ボンベリ、リー、マイヤー、ソーキンの最初の論文は、この構造を、微視的な時空の基礎として提案した。その場合、幾何学的な性質は、座標をあらかじめ与えて導入するのではなく、要素の順序と個数から復元する必要がある。出発点となる概念のこの入替えは、次元を必須の入力パラメーターではなく、関係の解析結果にする点で興味深い。[4]

一つの推定器は、因果ダイアモンド内のイベントの数と因果関係のペアの数、すなわち二つのイベント間の領域を使用する。平坦な時空におけるポアソン分布に対して、アンサンブル平均の比率はガンマ関数による次元と関連している。式では、C1はイベントの数を示し、C2は順序付き因果対の数を表し、ブラケットはアンサンブル平均を示す。方程式を逆転させ、次元の推定を得ることができる。ある小さなサンプルでは、観察された数値を平均に置き換えるにはバイアス分析が必要である。これは重要である: 変換された値の平均と平均の非線形変換は全く一致する必要はありません。[5]

$$\frac{\langle C_2 \rangle}{\langle C_1 \rangle^2} = \frac{\Gamma\left(d+1\right)\Gamma\left(d/2\right)}{4\Gamma\left(3d/2\right)} \tag{3.2}$$

アバジアンとカーリップは、異なる次元のミンコフスキー空間を近似する因果集合の小さな部分集合を研究した。彼らは、隔離されたイベントと接続されていないセットの処理によって制限される推定次元の減少を発見した。あるルールでは、結果は約二の振る舞いでした。もう一つは - 約零です。この結果は、単一の美しい物語のために隠されるべきではありません。研究中の量は、集合の構造とどのデータが幾何学的に有意であると見なされるかの決定の両方を含むことを示す。将来の機器では、このことから実用的な要件が従う:イベントを選択し、空の観察を除外する規則は、異常な次元値を探す前に指定しなければならない。[5]

図12は、単純な幾何学と因果順序を比較します。

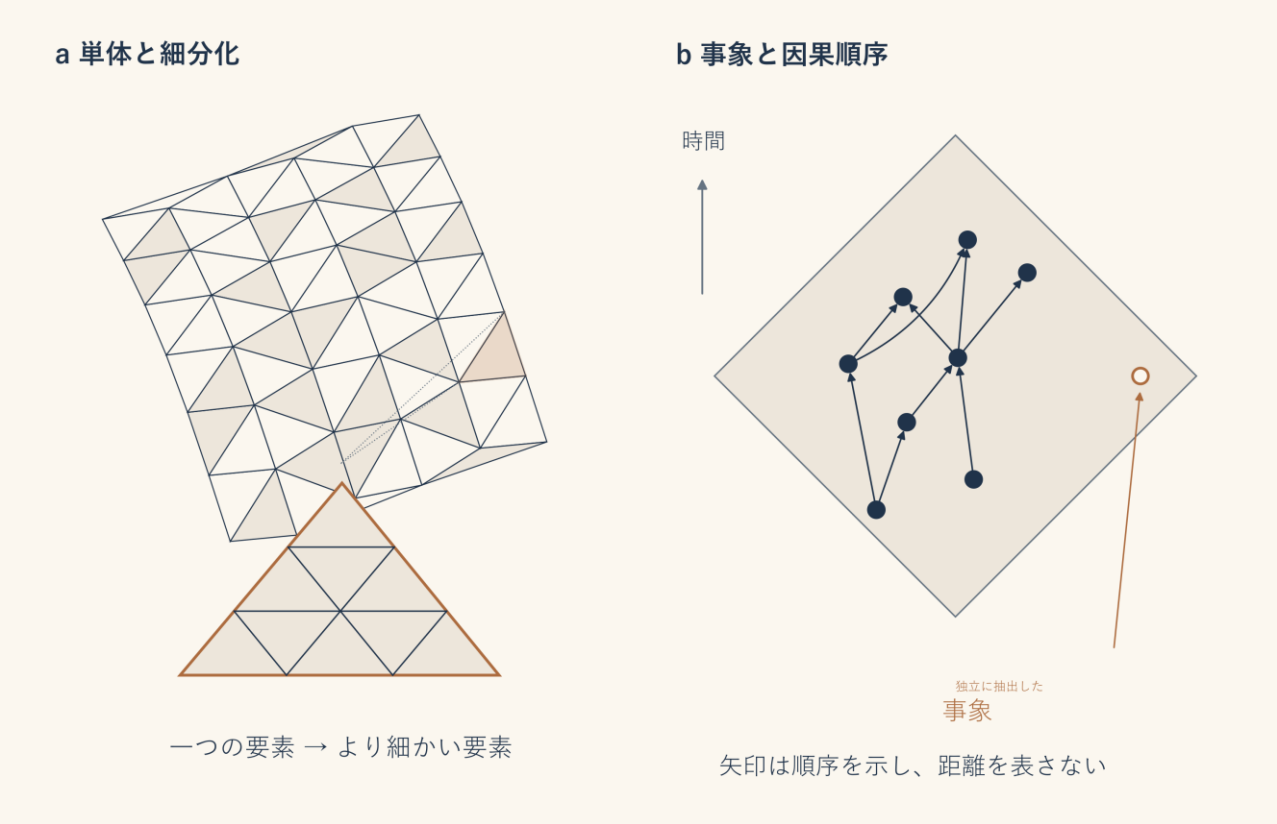


図12。初期構造を定義する二つの異なる方法。左側では、幾何学面は三角要素から組み立てられ、そのうちの一つは改良後に示される。右側では、イベントは因果関係によって順序付けられます。矢印は直接接続をマークし、推移的なものはチェーンから続きます。空の銅イベントは、このサンプル内の他のすべてのイベントと空間的に似ています。これらは量子アンサンブル構成や測定データではなく、トレーニング構造である。

座標を取り除かずにスペクトル次元を小さくする

異方性スケーリングのメカニズムは特に顕著である。Petr Hoavaの作品では、空間座標と時間は異なる度合いでスケールされる。z 指数はこの差を特徴付け、D は空間座標の数である。結果として生じる時空間スペクトル次元は、D と z の比で一に等しい。三つの空間座標とzが三に等しい場合、結果は二である。座標系の二つの軸はここでは消えません。作用素の振る舞いは変化し、スペクトル指標が決定される。そのため「空間は二次元になる」という言い回しは、数学的計算が完全に正しく行われて結果が安定している場合でも、明確化を必要とします。[6]

$$\mathbf{x} \mapsto b\mathbf{x}, \quad t \mapsto b^{z}t, \qquad d_s = 1 + \frac{D}{z} \tag{3.3}$$

スペクトル積分の変数を再計算することで、出力結果をチェックすることが便利である。ユークリッド記法では、時間波数 Ω は c で割った周波数に等しい;k は空間波数を表し、k * は単位と一致する。Ω が σ のルートで割られた変数に置き換えられると、時間積分は指数を半減させる。空間置換は指数を 2z で割ったマイナス D を与える。指数を追加して対数微分を取ると、上記の公式が返される。この計算は、スペクトルトレースが演算子スケーリングに依存することを確立し、それ自体では実際の信号の因果伝播を決定しない。

$$P(\sigma) \propto \int d\Omega \, d^{D}k \, e^{-\sigma\left[\Omega^{2} + k^{2z}/k_{*}^{2z-2}\right]} \propto \sigma^{-\left(1 + D/z\right)/2} \tag{3.4}$$

この例は、解釈に必要な規律を課している。機器が異常なモード密度を検出する場合、最初の問題はフィールドの分散関係が変化したかどうかである。作用素がより高い空間微分を含む場合、その形式的熱核は通常の正拡散確率を表すことができないが、スペクトルトレースは定義されている。所望の時間葉序が導入された場合、観測された相対論的対称性は関連するレジームで回復しなければならない。これらの質問はいずれも研究を禁止していない。それらは、時計、信号、および物質の動きを一貫して説明できる理論から数学的モデルを分離する追加の計算を指定する。

スペクトル指数の変化は、すべての空間方向を保存することによって示すことができる(図 13)。

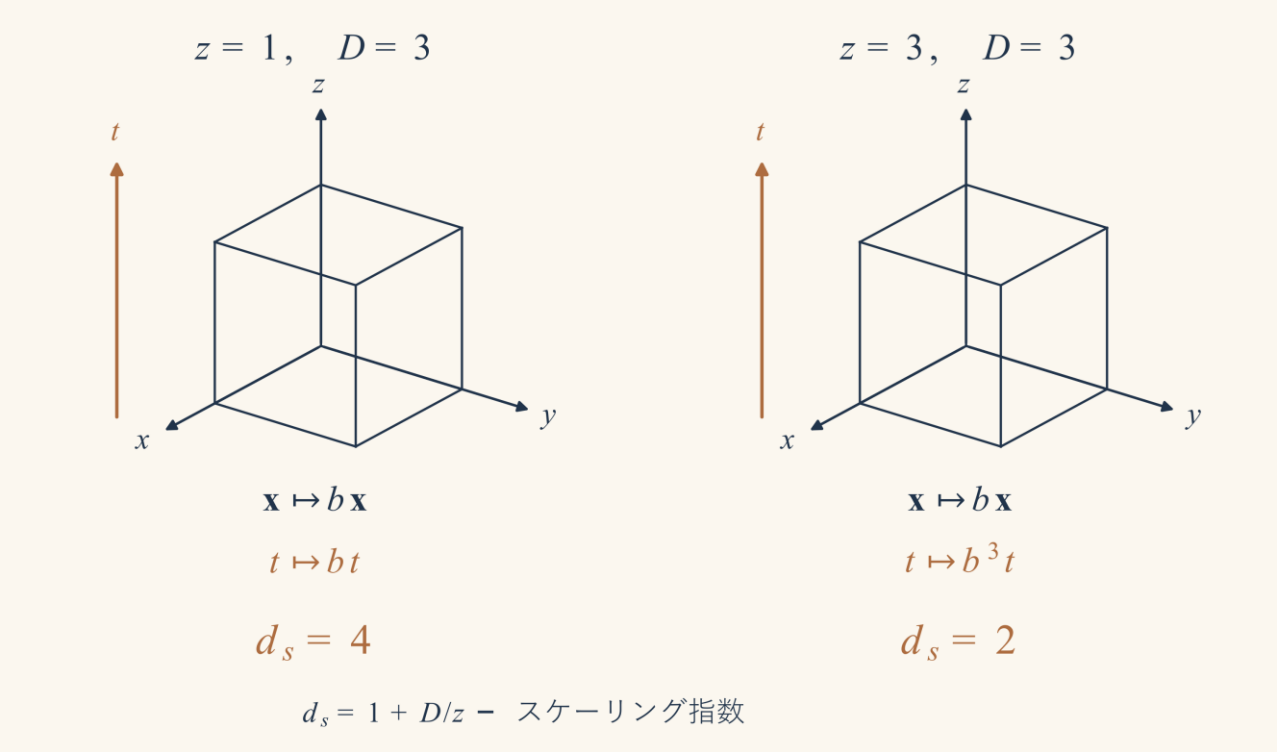


図13。両方のスキームでは、三つの空間座標が格納される。時間スケーリング規則は異なり、z = 1では空間ルールと一致し、z = 3では異なる次数を持つ。考慮中の理論モデルでは、式$d_s = 1 + D/z$はそれぞれ4と2を与える。第二の結果は、空間軸の除去を意味しず、自然の確立された特性を描写しない。

相互作用の尺度依存性

漸近的安全性プログラムは、高エネルギーにおける重力相互作用が非自明な固定再正規化群体制に近づく可能性を考える。LauscherとReuterの研究は、適切な条件下で、スペクトル次元が四つから二つに移動する方法を示しています。これは、同様の指標とは異なる方法である:研究の最初の主題は、効果的なダイナミクスのスケール依存性である。出力の条件状態は維持されるべきです。プログラムの枠組み内で合意された結果が存在することは、自然がこの特定の高エネルギー体制を実装していることを証明していません。さらに、利用可能な実験室装置でその症状を測定する方法を自動的に決定しません。[7]

最も単純な表記法は、異常なスケーリングの役割を示している。光の速度と減少したプランク定数が一と等しい四つの次元と単位において、無次元重力結合は有効ニュートン定

数と運動量スケールの二乗から成り立つ。その変化は、通常の次元的寄与と追加の寄与 η を含む。接続が零でない不動点に達する場合、それらの和は零になる必要があります。この代数条件は、大モーメントにおける作用素の振る舞いがナイーブ古典連続と大きく異なる理由を説明する。しかし、所望の点の存在と軌道全体の物理的実現可能性は、この線から自動的に派生するものではない。

$$g(k) = k^2 G(k), \qquad k\frac{dg}{dk} = \left[2 + \eta(k)\right] g(k), \qquad g_* \neq 0 \Rightarrow \eta_* = -2 \tag{3.5}$$

このような構成の検証は、施設自体の精度から施設の正確な結果を分離する必要がある。計算では、効果的なアクションの可能な用語のスペースを制限し、説明を拡張する際に結果がどの程度堅牢であるかを確認することがよくあります。いくつかの近似の安定性でさえ、完全な証明や観察を置き換えるものではないが、プログラムの継続を正当化する可能性がある。読者にとって重要なのは評価方法である:出力のどの部分が切り捨てに依存しているか、どの部分がオブザーバブルの選択に依存するか、そしてどの部分が一般的な構造に従うかを明らかにする。この解釈は、アプローチが決定的な理論なのかエラーなのかを議論するよりも有用である:これらの極端な間は実際の研究作業の大部分である。

理論から観測へ、何を移す必要があるか

考慮されたアプローチは、幾何学のアンサンブル、因果秩序、分散法則、効果的な相互作用など、さまざまなメカニズムからスケール依存を得る。一つの制限番号の偶然は、まだメカニズムを選択していません。2章では、二つの特定のネットワークは全てのスケールで同じスペクトル次元を持つが、局所的な応答は異なる。

選択したモデルのクラスでは、作業は単一の指標ではなく、オブザーバブルのセットから始まる。最初に、すべての候補が同じように説明する値が計算されます。次に、予測が発散する効果を探す:励起点、方向、プローブタイプ、または利用可能な時間範囲を変更する。入門的三ノード実験は、二つの有限ネットワークに対してこの手順を完了する。この章では、すべての量子重力的アプローチの実験的区別は確立されていない。

物理空間に移動する場合、各追加次元はプローブモデルと関連付けられなければならない。例えば、公式拡散パラメータは、表記法を変更するだけでは光学周波数に変換されな

い。10-12の章では、そのような移行は特定の限定モデルに対して記述される。利用可能なモードセットの変更を解析的に追跡できる例です。

第 4 章 隠れた方向と合成された方向

閉じた方向

追加方向は永遠に続ける必要はありません。円に沿った座標のように閉じることができます。観察者の解像度に比べて円が小さいと、それに沿った位置の違いを見分けることが難しくなります。これは、数学的座標が消えることを意味するものではない。選択したエネルギーと観察方法に利用可能な興奮のセットが変化します。最も単純な例は、通常の空間の積と半径 R の円によって与えられる。座標 y と y を持つ点と円の長さは、一つの点と見なされる。この規則は、さらに高い外部空間に埋め込まれたチューブを必ずしも描写することなく、コンパクトな方向を定義する。

$$\mathcal{M} = \mathbb{R}^D \times S^1_R, \qquad y \equiv y + 2\pi R \qquad (4.1)$$

追加の座標を通じて相互作用を組み合わせるという考えには長い歴史があります。オスカー・クライン(英語版)の論文 1926 は、五次元相対論的構造と量子的記述との結びつきを探究し、追加の変数に対する場の周期的な依存性を調べた。歴史的事実は新規性を評価する上で重要である:隠れた閉鎖方向のまさに仮定はもはや新しい仮説ではない。現代的な研究貢献は、他の場所にある必要があります - 一貫性のある動的、観察可能なフィールドとの相互作用の特定のメカニズム、新たな識別的意味合い、またはより敏感なテスト方法。幾何学パターンの反復は学習に有用であるが、これらの追加ステップを置き換えるものではない。[8]

コンパクトさのアイデアは、ローカルとグローバルを区別するのにも役立ちます。点の十分小さい近傍では、円は線に似ており、積はさらに独立した空間方向を持つ。円全体を覆うスケールでは、領域のさらなる拡大はそれに沿って新しい位置を開くことはありません。これにより、特異点や異なる種類の物体に点を回すことなく、体積指標が変化する。しかし、特定のオブザーバブルは、研究中のフィールドが追加の座標に沿って移動できるかどうかに依存する。サブスペースによって制限される場は、それを直接感じることができない。したがって、フィールドの移動のためのジオメトリとルールを一緒に指定する必要があります。

コンパクトな方向は粗い解像度で識別できなくなり、モデルに残ります(図 14)。

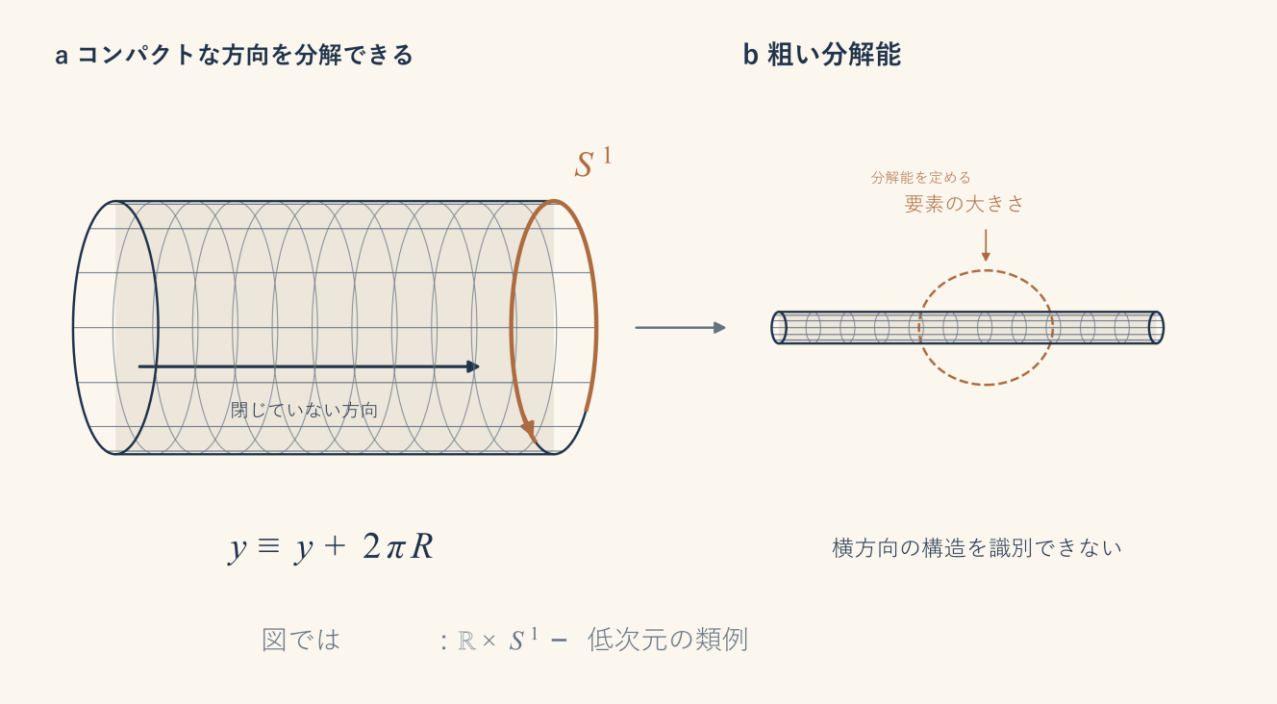


図14。開方向と円の積は、低次元の類似体としてシリンダとして描かれる。十分な解像度で、コンパクトな方向に沿った動きが見えます。観察の粗い要素はその横構造を識別しません。円は物理的に消えません。描画に使用される外部ボリュームは視覚化の手段として機能し、スペース$R^D \times S^1$に新しい仮説を追加しません。

周期性から、離散的なモードの階段が生まれる

スカラー場をコンパクト方向に自由に伝播させ、完全回路後に同じ値を取るようにする。従って、y への依存は周期調和の級数へと拡大することができる。整数 n は円に沿ってどれだけの周期が収まるかを示し、各関数 ϕn は残りの座標における対応するモードを記述する。実体では、正と負の数の係数は複素共役によって関係する。すでにこの段階で、付加幾何学は潜在的に測定可能な結果を受け取ります:新しい方向への任意の連続運動量の代わりに、離散集合が現れます。これは境界条件の結果であり、独立した自然の新しい法則ではありません。

$$\Phi(x,y) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \phi_n(x) e^{iny/R}, \qquad p_y = \frac{n\hbar}{R} \qquad (4.2)$$

最も単純な平面空間の場合、付加運動量は他の空間成分と同じように相対論的エネルギーに入る。開いた方向のみを記述する観察者にとって、彼の貢献は対応するモードの質量の増加のように見える。以下の式では、m0は元の場の質量であり、pは利用可能な開方向の運動量である。半径が小さいほど、最初の追加励起の前にエネルギー間隔が大きくなります。したがって、限られたエネルギー領域における新しいモードの欠如は、十分に小さなコンパクトな方向の存在と一致することができる。しかし、定量的な結論は、ソースがこれらのモードを興奮させ、検出器がどのように記録するかを知る必要がある。

$$E_n^2 = c^2|\mathbf{p}|^2 + m_0^2 c^4 + \frac{n^2 \hbar^2 c^2}{R^2}, \qquad m_n^2 = m_0^2 + \frac{n^2 \hbar^2}{c^2 R^2} \tag{4.3}$$

質量は、特定の仮定の下で得られる:方向は一定半径の円であり、場は自由であり、背景幾何学は平坦であり、境界条件は厳密に周期的である。他の条件では、スペクトルが変化する。追加の相互作用は、レベルをシフトしたり、デジェネレーションを壊したり、個々のモードの可用性を低下させる可能性がある。したがって、発見された共鳴のシーケンスは自動的に追加の空間のトレースと呼ばれてはいけません。通常の系の内部状態もまた離散スペクトルを形成する。幾何学的解釈のためには、レベル、それらの接続、伝搬法則および外部条件への依存について合意する必要があります。より独立した結果が一つの半径と一つのダイナミクスから導かれるほど、仮説はより意味を持つようになる。

円形高調波の族によってコンパクト座標の周期性を表現することが便利である(図 15)。

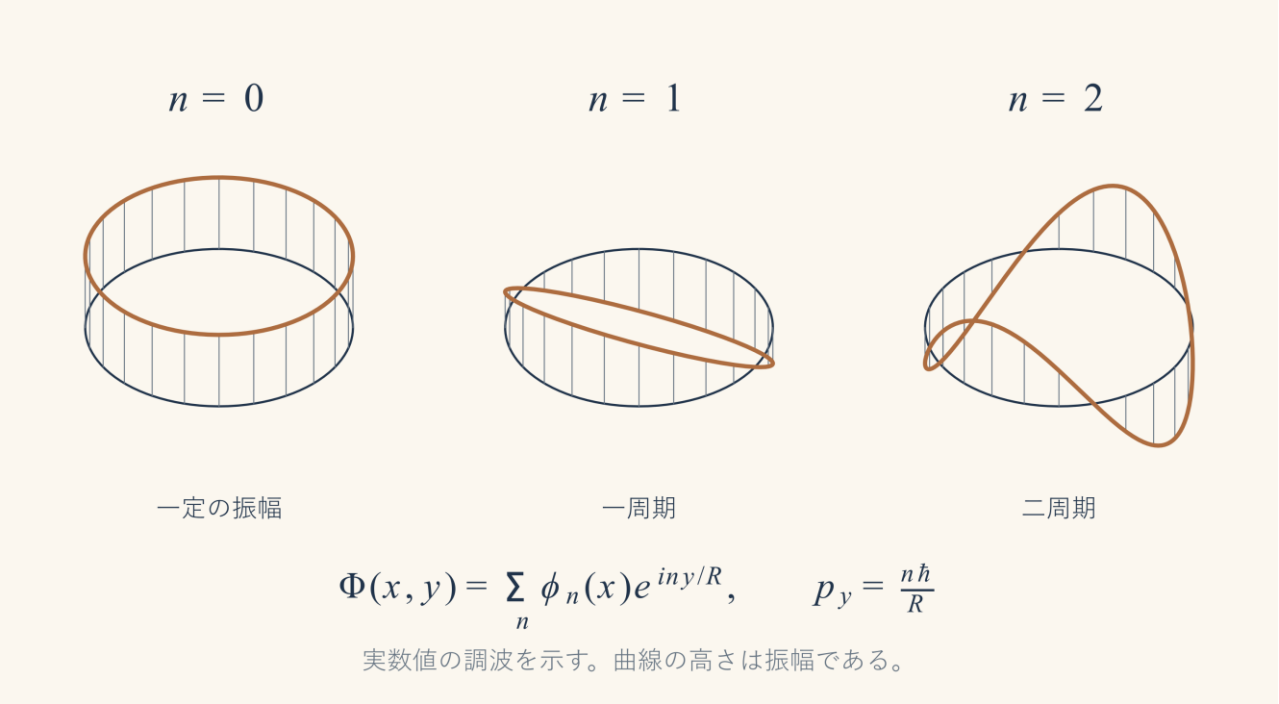


図 15。同じコンパクトな円の上に、添字 n = 0, 1, 2 の実調和関数を示す。銅色の曲線の高さは、モードの振幅を表し、別の空間座標ではない。周期性により、番号は整数となり、それに対応する追加の運動量も離散的な値をとる。これらは数学的な基底の例であり、製作した検出器のスペクトルでも、独立した新たな方向の集合でもない。

コンパクトな方向の熱トレース

今度は、コンパクトさがスペクトル次元にどのように現れるかを計算することができます。通常のラプラシアンの場合、円に沿った固有値は、その離散波数の二乗に等しい。開放方向は前の章でよく知られたガウス乗数を与える。正規化された熱トレースは、この因子の積とコンパクトモードの整数数に対する和によって得られる。円周で分割すると、総空間体積に正規化が与えられる。パラメータ σ は依然として領域の次元を持つ。ここで考慮されるのは空間幾何学であり、時間方向は含まれていないため、結果の数は適切な資格なしに時空次元と直接比較することはできません。

$$P(\sigma) = \frac{(4\pi\sigma)^{-D/2}}{2\pi R} \sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{-\sigma n^2/R^2} \qquad (4.4)$$

σ が半径の二乗よりも有意に大きい場合、すべての非零数は指数関数的に抑制される。合計はユニティのままであり、トレース減少インジケータはD開方向によってのみ決定される。σ が半径の二乗よりもかなり小さい場合、多くのモードがこの和に関与し、n 上のガウス積分でほぼ置き換えられる。この積分は、σ の根に逆比例する付加因子を与える。その結果、短い空間スペクトル次元が一つ増加する。この結論は量子重力の仮定を必要とせず、通常のラプラシアンと選択したコンパクト幾何学から完全に従う。したがって、この例はテスト方法のベンチマークとして特に有用である。

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{-\sigma n^2/R^2} \simeq \sqrt{\pi}\,\frac{R}{\sqrt{\sigma}} \quad \left(\sigma \ll R^2\right), \qquad d_s \to \begin{cases} D+1, & \sigma \ll R^2, \\ D, & \sigma \gg R^2. \end{cases} \tag{4.5}$$

極端近似がなければ、対数微分はこのモデルの場合の次の正確な公式を与える。その中で、和の比率は熱重みを持つモード数の平均二乗である。付加的な励起がどのように徐々に接続されるかを示す。三つの開放方向に対して、空間指数は三から四の間で変化し、通常のユークリッド時間を別々に追加すると、対応する時空値は一つ大きくなる。変化の方向は、以前に論じた短期的な減少とは正反対です。異なるメカニズムが比較されているため、これは矛盾ではありません。それどころか、スケールと観測の関係が正しく確立されていれば、遷移の符号と形状はモデルを区別するのに役立つ。

$$d_s(\sigma) = D + \frac{2\sigma}{R^2}\,\frac{\sum_n n^2 e^{-\sigma n^2/R^2}}{\sum_n e^{-\sigma n^2/R^2}} \tag{4.6}$$

図16は、三つの開空間方向と一つの円の遷移を示しています。拡散スケールが短い場合、コンパクトモードのはしごは解決され、拡散スケールが長い場合、ゼロモードが残る。このプロットでは、パラメータは半径の二乗に正規化され、特定のデバイスの物理時間は別の転送係数を必要とする。

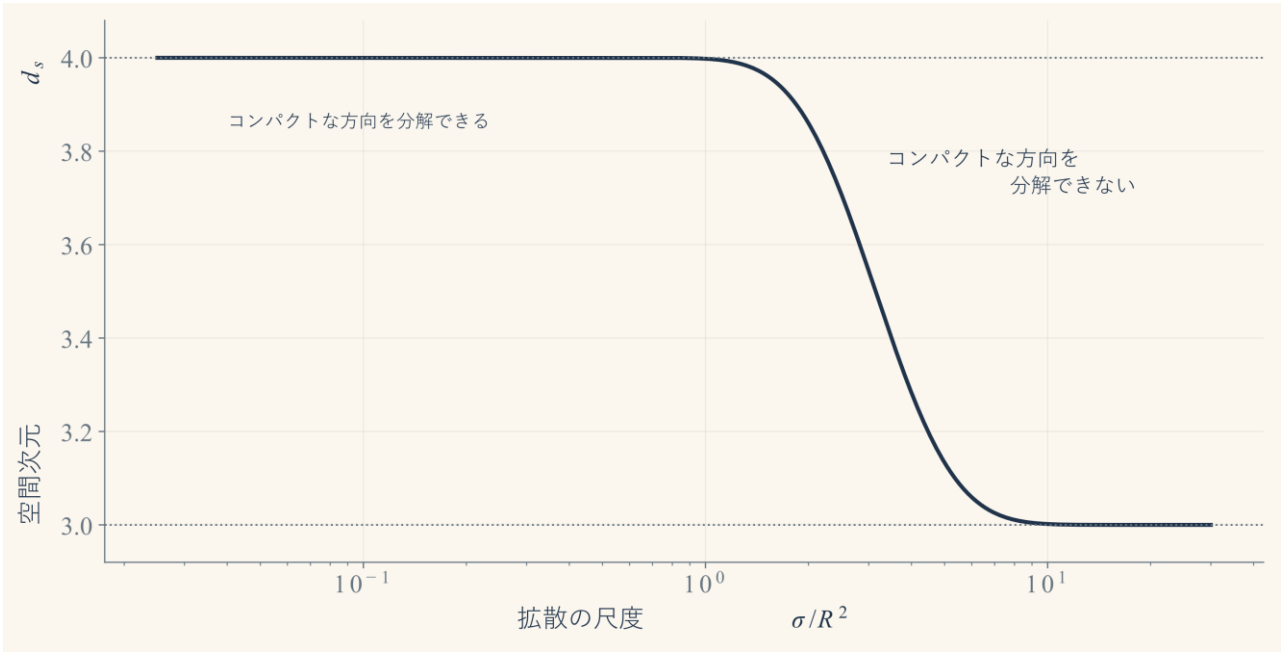


図16。$R^3 \times S^1$モデルの空間スペクトル次元。曲線は熱トレースから計算され、小さなスケールでコンパクトな方向の解像度を示しています。これは分析モデルです。拡散パラメータのスケールは、円の半径によって指定され、直接光学装置の周波数スケールではありません。

装置は実際に何を観測しうるか

実際の装置は、空間方向の数を直接表示しません。強度、周波数、位相、パルスまたは到着時間を記録します。理論の課題は、コンパクト座標の存在下でこれらのデータの分布を予測し、通常の記述における分布と比較することである。分光バージョンでは、追加のモードのファミリーを検索することができます。伝搬変種では、群速度と励起しきい値の変化がある。しかし、これらの効果は、幾何学とのフィールドの特定の相互作用から従わなければならない。あるモデルからのスペクトル、別のモデルからの信号増幅を取り、検出器の感度を独立に割り当てることはできない:そのような組み合わせはテスト可能な物理的なシナリオを定義しない。

異なるチャネルの比較は特に有用である。普遍的な補完方向が仮定される場合、どのフィールドがそれを認識し、なぜパラメータが関連しているか異なるのかを説明する必要がある。一つの材料で偏差を見つけることは、より広い理論的根拠が構築されるまで、その材料の特性を特徴付ける可能性が高い。一方、この仮説は選択的な相互作用を許すことができ、普遍性が暗黙的に結論に置き換えられるべきではない。複数のフィールドを比較す

ることは、魔法の証明方法ではありません。類似した信号を生成する通常の相互作用を含む、様々な予測が事前に計算されている場合にのみ、互換性のあるモデルのセットを削減します。

コンパクトな方向半径は、任意の実世界のチューニングノブと見なすことはできない。動的量であれば、その安定性と影響に対する応答のモデルが必要である。数学的問題の外部条件によって修正された場合、この条件は明示的に指定する必要があります。技術的な装置によって次元を変える可能性についての議論は、公式中のパラメータRの存在よりもはるかに必要である。影響源、エネルギー収支、状態の安定性と観察結果を計算する必要があります。そのようなメカニズムはないが、仮説のテストや結果のモデル化について話すことは正しい。これにより、研究の対象は保存され、アクセス可能な数学的例が存在しないデバイスの約束に変わることはない。

合成された方向をどう構成するか

合成次元は、内部状態やモードを、追加の軸上で隣接する位置であるかのように結合すると現れる。その軸の添字には、原子の準位、共振器の周波数モード、そのほかの制御可能な状態を用いることができる。主に隣り合う番号の間で遷移するなら、動力学は鎖に沿う運動に似る。以下の最も単純なハミルトニアンは、遷移振幅 Jm と、固有周波数のずれ δm を含む。生成・消滅作用素は、選んだモードを記述する。対になる項の複素共役がエルミート性を保証し、換算プランク定数を掛けることで、周波数のパラメーターをエネルギーの単位へ変換する。実際の装置は、これらの結合を、単なる図示にとどめず実現しなければならない。

$$H = \hbar \sum_{m} \left(J_m a^{\dagger}_{m+1} a_m + J_m^{*} a^{\dagger}_{m} a_{m+1} \right) + \hbar \sum_{m} \delta_m \, a^{\dagger}_{m} a_m \qquad (4.7)$$

Lohse et al.の極低温原子実験では、二次元トポロジカルポンピングにより、四次元量子ホール効果に関連する応答を研究することができた。著者らは、第二チャーン数に対応する位相的特性を測定した。その結果,数学的に高次元のダイナミクスを制御可能な実験室方式で実現できることがわかった。これは、インスタレーション周辺の第四の自由空間方向の発見を意味するものではありません。合成座標は、システムのパラメータと内部構造

を介して入力される。研究者は同じ次元の物理的空間を持たない高次元モデルの予測をテストできる。[9]

このような表現の実用的コストは限定的な実装である。合成軸は有限個の状態を持ち、遷移は不等式であり、いくつかの相互作用は人工的に定義された近傍に対して長距離である。さらに、ノイズと損失は異なるモードに影響を与える可能性がある。したがって、ターゲットモデルのどの特性が実際に再現され、どの特性が欠落しているかを知る必要がある。成功したスペクトルシミュレーションは、すべての相互作用と因果関係のシミュレーションを保証するものではない。このような精度は基本的な探索にも有用であり、測定対象を比較対象の数学的構造から分離し、この比較の境界を定量的に確立することを学ぶ。

物理的デバイスと合成軸を別々に表示し、それらの間の接続を維持することが有用である(図 17)。

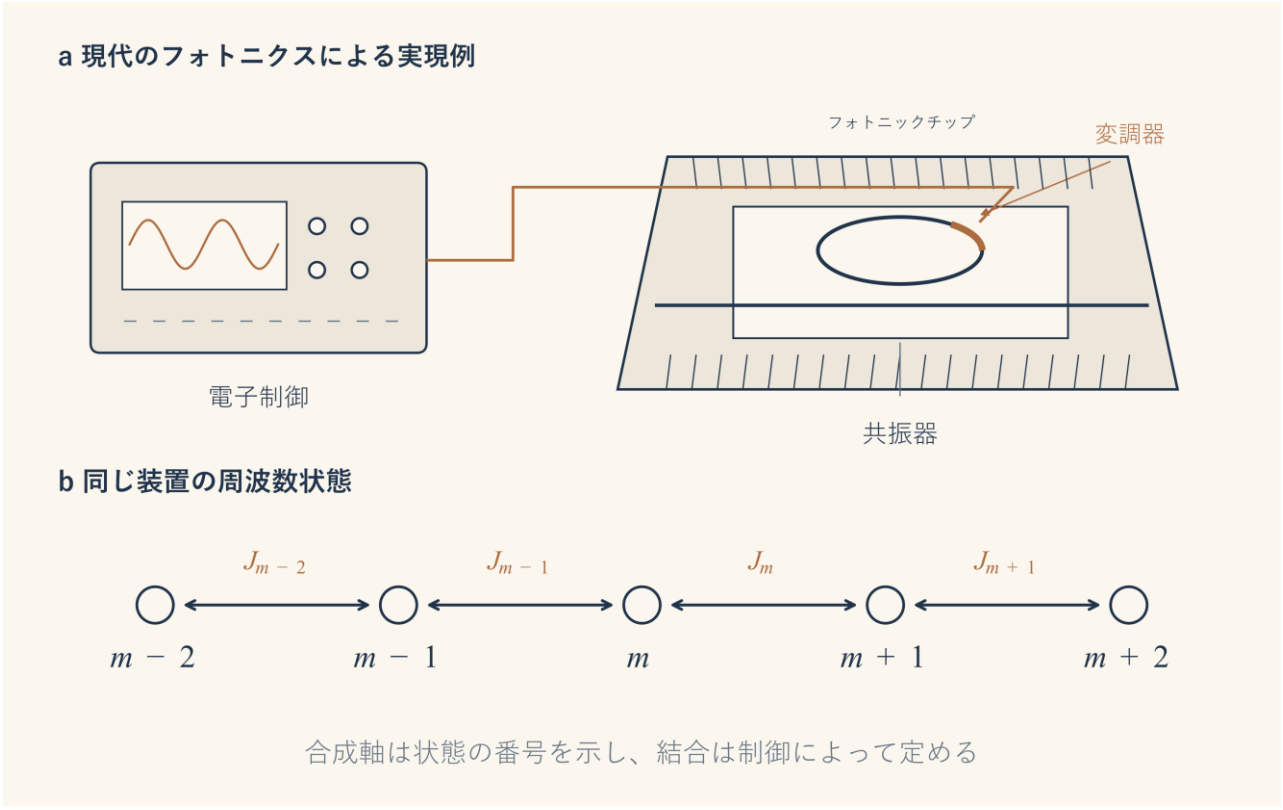


図17。合成方向の最新の実装:チップ上のフォトニック共振器、変調器および電子制御。ボトムチェーンは同じデバイスの周波数状態を表し、隣接する状態は係数Jで制御された遷移によって接続される。それらの逐次数は合成座標の役割を演じる。図面は完成したデザインを定義しず、特定の出版物に起因しません。チェーンの空間の長さはグラフィカルな状態です。

識別方法を検証する実験室

実験室モデルは、既知の構造を持つ装置をその方法に提示することを可能にする。2章の三ノードネットワークは既にそのような制御を提供しており、完全なスペクトルが一致し、局所励起により構造を区別することが可能である。合成方向は、この可能性を拡大します。利用可能な状態の数を変更したり、トランジションチェーンを閉じたり、コントロールされた損失を導入してどの機能が保存されているかを確認することができます。

コンパクトなモデルでは、次の質問は異なる:どの物理ソースがモードはしごを興奮させ、どの検出器がその影響を受けやすいか? 第10章では、静的ポテンシャルと動的転送が同じステートメントから派生するスカラープローブを一つ選択します。これにより、特定の予測が可能になり、通常の追加フィールドと比較することができます。そのようなチェックは、ソースとモード間の接続の法則に依存します。

合成試験ベンチは制御された構造の下で回収方法をテストします。コンパクトな方向は、物理幾何学の可能な配置を指定する。問題の間には共通の数学があるが、それぞれに独自の測定語彙が必要である。次の章では、幾何学的な記述 - 量子自由度間の関係 - の別の源を見ていきます。

第 5 章 量子的な関係から生まれる幾何

幾何が創発するとは何か

「空間が生まれる」という言葉は、ある瞬間まで空白があったかのように聞こえ、その中に空間が現れます。物理理論では、これは通常、リテラルな絵である。初期変数は即時幾何学的な意味を持たないが、それらの集合的振る舞いにより距離や近傍、場といった言語が可能となる。温度はレベル間のそのような遷移の見慣れた例であるが、アナロジー自体は空間について何も証明しない。タスクは、新しい説明のルールを導出し、その適用範囲を決定することである。このように現れる幾何学は幻想である必要はなく、観測可能な世界の正確な実効性を保つことができる。

最も単純なモデルは、可能なメカニズムを表現力のある画像から分離するのに役立つ。相互作用する要素のネットワークが与えられ、接続の強みだけが事前に知られています。あなたは、励起転送のコストまたは遷移の最短シーケンスの長さを通して距離を決定しようとすることができます。結果として得られる構造が、あるレジームにおいて滑らかな多様体に類似している場合は、有効な幾何学が現れる。しかし、滑らかさ、次元性、局所性は任意のネットワークの存在から従わない。完全に接続されたシステムと通常の格子は異なる動作をします。空間の出現を論じるためには、特定の力学が所望の特性を持つ構造を選択する理由と、これらの性質が初期状態の小さな変化に耐性を持つ理由を示す必要がある。

次の質問は普遍性に関するものです。同じシステムの異なる励起は、異なる速度で伝播し、異なる効果的なパラメータを経験することができる。これは明確に定義された状況ですが、自動的に単一のジオメトリを生成するわけではありません。共有世界の幾何学的説明のために、独立オブザーバーと異なる試行フィールドが結果に合意する理由を理解することは特に重要である。各フィールドが互いに接続せずに自身の距離を割り当てられると、理論は説明力を失うリスクがあります。したがって、新興幾何学はプローブを比較し、座標を変換し、正規モードを復元するための規則を伴わなければならない。これらの要件は、情報や接続の優先順位に関するステートメント自体よりも検索を強く指示します。

共通の原因をもつ二つのセンサー

量子式を導入する前に、二つの従来のレコーダーを用いた実験が有用である。ソースは独立して、毎秒等しくなるQビットを選択し、同じ値をメモリAとBに書き込む。書き込み後にレコーダー間で送信チャネルはありません。テストの半分では、ペア00が、半分の- 11で得られる。

A	B	確率
0	0	1/2
0	1	0
1	0	0
1	1	1/2

Aを知ると、オブザーバーはBを正確に知っている。各ビットのエントロピーはln 2であり、結合エントロピーもln 2である。したがって、古典的相互情報は ln 2 に等しい。これらの公式はすべて自然対数を使います。

$$H(X) = -\sum_x p_x \ln p_x, \qquad I(A:B) = H(A) + H(B) - H(A,B) = \ln 2 \qquad (5.1)$$

実験者は、録画後に強制的にA = 1をセットします。B はメモリに元の Q があるため、B = 1 の確率は 1/2 である。Aがすでに一に等しい試験を選択すると、別の確率が生じる。観察と介入の違いは、明示的に表現することができます。

$$\Pr\left(B = 1 \mid A = 1\right) = 1, \qquad \Pr\left(B = 1 \mid \mathrm{do}\left(A = 1\right)\right) = \frac{1}{2} \qquad (5.2)$$

この例における高い相互情報は、明らかに共通の原因を示している。新しい効果を伝達する能力を決定するためには、第二の実験が必要である。量子論は、特別な種類の相関と測定の規則を追加しますが、二つの問題の違いは残ります。次のセクションでは、ホログラフィーと線形応答について論じる。

観察と介入の区別は、二つの現代の電子レコーダーで見ることができます(図18)。

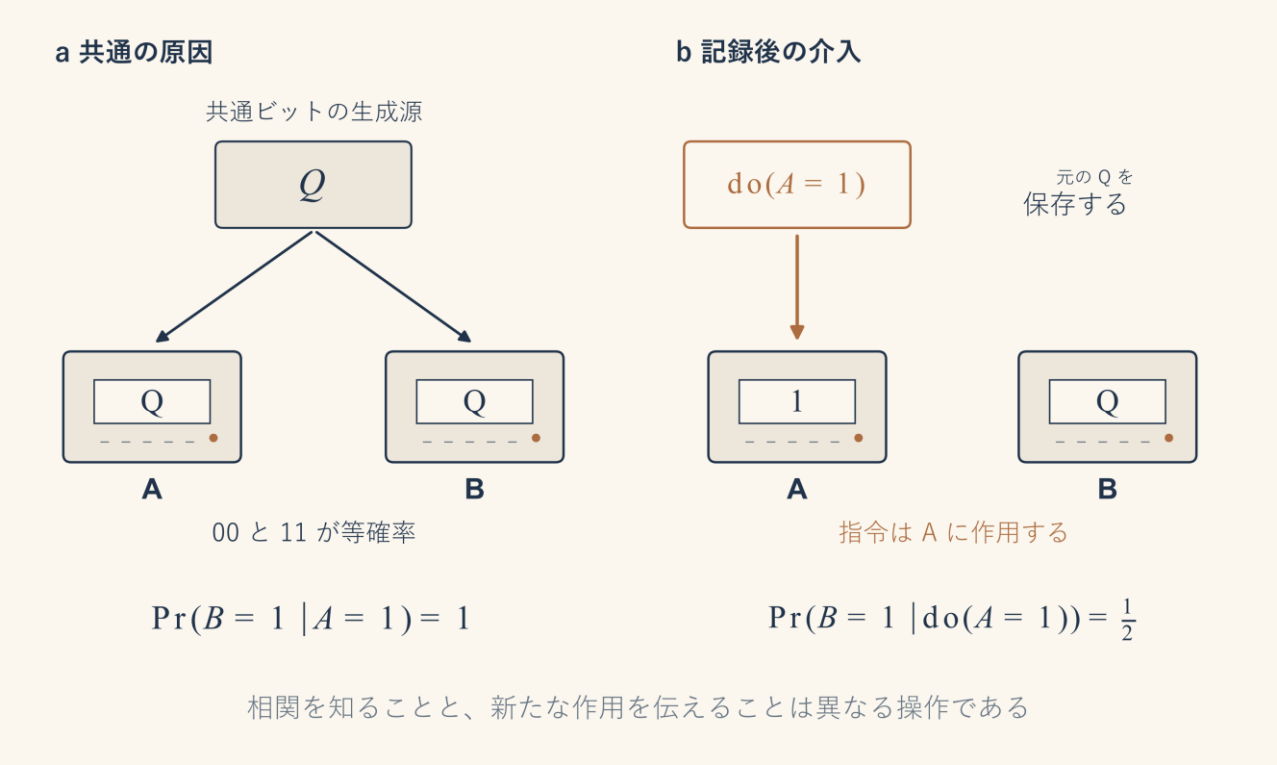


図18。古典的なコモンソースは、同じ確率のビットQを二つのメモリに書き込むので、観察Aは完全にBを決定する。第二のプロトコルでは、書き込み後の外部コマンドはA = 1を設定し、メモリBは前のQを記憶する。Bにおける一の確率は、半分に等しい。レコーダー間の送信チャネルはありません:この例の高い相関は共通の原因を示していますが、新しい効果を伝達する能力ではありません。

ホログラフィーの双対性は何を示すか

非重力的記述と幾何的記述の間の関係の最も具体的な例の一つは、マルダセナによって提案されたある種の共形場理論と、追加のコンパクト因子を持つ反ド・シッター空間に関する理論との双対性である。よく知られているバージョンでは、四次元超対称ゲージ理論と弦理論は、対応する五次元の反ド・シッター空間に五次元球面を乗算して考慮される。便利な古典的重力記述は、パラメータの特定の限度で生じる。これは、幾何座標の異なる数が等価な記述に入る意味のある数学的文脈である。量子系や直接観測可能な宇宙論が同じホログラフィック表現を持つことは立証されていない。[10]

この文脈において、龍と高柳は境界理論領域の絡み合いエントロピーと体積内の最小表面積との接続を提案した。表面は選択した領域の境界に固定され、ホモロジー条件を満た

す必要があります。古典的静的重力体制では、以下の公式は光の速度、プランク定数とボルツマン定数が一に等しい単位で書かれる。Gbulk はバルク理論の重力定数を意味する。この公式は、ある量子情報量に幾何的意味を与え、逆問題を引き起こすことを可能にする: 幾何学のどの部分が多くの領域のエントロピーを知ることで復元できるのか? [11]

$$S(A) = \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{4G_{\text{bulk}}} \qquad \left(c = \hbar = k_B = 1\right) \qquad (5.3)$$

公式の制限は、その応用にとって重要である。最小曲面は静的設定を指し、より一般的な時間依存問題では、適切な共変的記述が必要である。量子補正は、基本的な公式が幾何学的形式を持つため、単に消えるわけではありません。さらに、エントロピーは特定の境界理論の特定の領域に規定され、任意の実験室センサセットには指定されない。したがって、相関を計測し、S に置き換えて、結果として生じる数を実空間の面積であると宣言することは不可能である。まず、物理システムと公式の用語の間の語彙を正当化する必要があります。これがなければ、美しい平等は正確にそれを面白くする精度を失う。

固定とホモロジーの条件は、静的定式化の幾何学図式で明確になる(図 19)。

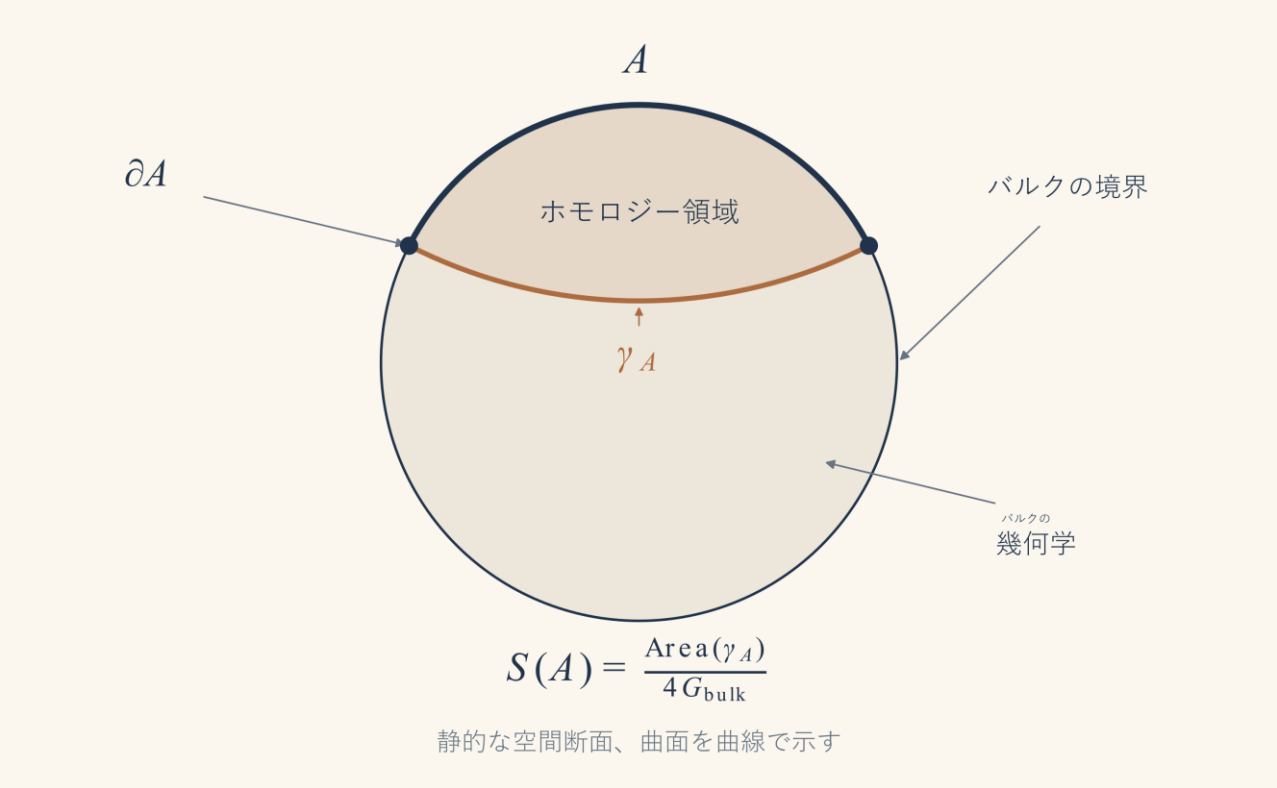


図19。静的ホログラフィック定式化は、低次元空間スライスに示される。選択された境界領域Aは、∂Aに固定される最小面γ_aに対応する。陰影領域はAとγ_aによって有界であり、ホモロジー条件を示す。図形の幾何学は、観測可能な宇宙の写像ではなく、公式は、規定された古典的静的双対性体制を指す。

もつれと空間の結合構造

ファン・ラームスドンクは、バルク幾何学の古典的接続性はその量子記述の自由度の絡み合いに関係しているという考えを探求した。ホログラフィック図では、特定の絡み合いの減少は領域の幾何学的分離に対応する。これにより、量子関係の集合的性質としての空間探索が動機付けられる。しかし、この結論は特別な理論的文脈に関連している。これは、任意の絡み合った光子のペアがアクセス可能な通路を形成し、任意の距離制御のための技術を指定しないことを意味するものではない。アイデアを別のオブジェクトに転送するには、自由度、ダイナミクス、幾何学的語彙を再定義する必要があります。[12]

関係の定量的研究のために、相互情報を使用することが便利である。個々のサブシステムのエントロピーは、その密度行列によって決定され、残りの自由度を除去した後に得られる。二つのサブシステムの相互情報は、それらの結合状態が独立な情報構造とどのよう

に異なるかを示す。量子相関と古典相関の両方を考慮に入れているため、絡み合いの普遍的な尺度ではない。共通のソースから信号を受信する二つの検出器は、互いに直接相互作用することなく、より大きな相互情報を持つことができる。この観察だけでは、強い相関関係が小さな物理的距離や効果を素早く伝達する能力と自動的に比較できない理由が示されている。

$$S(\rho) = -\mathrm{Tr}\left(\rho \ln \rho\right), \qquad I(A:B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) \tag{5.4}$$

相関関係を推定距離に変換するには、モノトニック変換を適用したい場合があります。しかし、距離には追加の要件があります。所望のペアに対して定義され、単位の選択と一致し、共通の空間問題における三角形の不等式を含む適切な計量条件を満たす必要がある。相互情報の任意変換はこれを保証しません。さらに、ペアワイズ値は多粒子量子状態を完全に定義しない。したがって、再構成されたマップはテスト可能なデータモデルと見なされるべきであり、任意の相関表に自動的に存在する幾何学ではない。

共通情報と因果的な応答の違い

衝撃を伝達する能力をテストするためには、別の実験が必要である:制御された障害がシステムの一方に適用される。線形応答モードでは、そのような関係は可観測性の整流子を通じて表される。外部信号fと演算子Bに比例するマイナス符号を持つハミルトニアンの摂動を選択しましょう。そして、可観測Aの感受性 χ は、以下に示す記号を持ち、ステップ関数 θ は、摂動の前にゼロにリセットする。応答が時間差に依存するように、定常的な初期状態が仮定される。このアプローチは、Kuboが開発した線形応答理論に関連しており、実験者の動作とシステムの測定された応答を関連付ける。[13]

$$H'\ (t) = -f(t)B, \qquad \chi_{AB}(t) = \frac{i}{\hbar}\theta(t)\langle\left[A(t), B\left(0\right)\right]\rangle \tag{5.5}$$

$$\delta\langle A(t)\rangle = \int \chi_{AB}\left(t - t'\ \right) f\left(t'\ \right)\, dt' \tag{5.6}$$

有限の作用範囲をもち、大きさが有界な局所相互作用をする量子スピン系では、リーブとロビンソンの評価が、影響の伝播速度を制限する。交換子のノルムは、有効な円錐の外で抑制される。正のパラメーター C と μ は、モデルと選んだ観測量によって決まり、r はそれらの領域間の距離、v は速度の上限を表す。これは普遍的な光速ではなく、その系

の内部での伝播を指す。円錐の外にも、通常は指数関数的に小さい裾が残り、厳密にゼロになるわけではない。別の相互作用では、制約の形が変わる可能性がある。こうして、状態にすでに存在する相関とは別に、作用素の動力学を通じて局所性を検証できる。[14]

$$\| [A(t), B] \| \leq C \| A \| \| B \| e^{-\mu[r - v|t|]} \qquad (5.7)$$

絡み合いのみによる超光通信の欠如は直接見ることができます。局所ユニタリ変換が部分系 A 上で実行されると、B の還元密度行列は変化しない: 部分トレースは排他的部分系の変換を排除する。したがって、オブザーバーBのすべての局所確率は同じままである。同様の結論は、結果が条件付きでサンプリングされない場合の局所トレース保存操作である。条件付き選択では、状態Bは異なる記述がなされるが、この差を利用するためには、通常の通信チャネルを介して選択結果を知る必要がある。新しいメッセージの強力な相互情報と制御された送信は、明確な物理的能力のままである。

$$\rho_B' = \mathrm{Tr}_A\left[(U_A \otimes I_B)\rho_{AB}\left(U_A^\dagger \otimes I_B\right)\right] = \rho_B \qquad (5.8)$$

幾何の復元は逆問題である

正確な幾何学的語彙でさえ、観察から空間を再構成することは曖昧である。直接問題は幾何学を特定し、エントロピー、スペクトルまたは相関を計算する。逆問題はこれらの量から始まり、それらを生成することができる幾何学を探す。いくつかのメトリクスの変更は、選択したデータセットに影響を与えたり、解像度を下回ったりしない可能性がある。さらに、座標変換は物理を変更せずにメートル記録を変えることができる。したがって、身体的な曖昧さと記述の自由を区別する必要があります。単一の美しい表面を常に生成するアルゴリズムは、再構成空間のユニークさはまだ証明されていない。

Cheの研究2026では、共変ホログラフィックエントロピーから定常均質漸近的にAdS_3メトリクスの特定のクラスを回復するための公式が得られた。同時データがメトリクスのシフト部分の符号の曖昧さを保ち、時間差への依存がそれを取り除くのに役立つことは特に重要である。これは、追加のオブザーバブルが幾何学的曖昧さをどのように解決するかの具体的な例である。その結果は任意の量子データから任意の空間を普遍的に再構築するものではなく、選択されたメトリクスとホログラフィック定式化のクラスが不可欠である。

原則自体は、インストルメントプログラムにとって貴重なものです - 元のプロトコルが失う情報と、それを返す新しい測定値を探すことです。[15]

逆問題をテストするための有用な標準は、データの一部を復元し、残りを予測することである。メトリクスがエントロピーのみを使用して適合する場合は、モデルによって提供される独立したインターバル、時間依存、または他の利用可能なオブザーバブルを調べる必要があります。また、入力データの誤りを再構成量で増幅する方法を評価する必要がある。形式的可逆性は安定性を保証するものではない:測定された関数の小さな変化が溶液の大きな変化につながる可能性がある。したがって、不確実性と識別不可能な代替手段の領域を報告するには、将来の幾何学的トモグラフが必要である。あまり具体的にはなっていないため、追加の測定が必要な場所と情報が十分にある場所を示すため、機器がより有用になります。

二つの幾何学的な記述を比較する研究計画

これに基づいて、状態相関から再構成された幾何学と、外乱伝達から再構成された幾何学が同じ制御システムでも体系的に分散できるという限定的な研究仮説を定式化することができる。可能な不一致そのものは、量子力学の未知の法則として提案されていない。研究課題は、合意の条件を正確に記述し、堅牢な推定器を構築し、不一致の原因を区別する観察子を見つけることである。開始プラットフォームは、プログラマブルな量子システムまたは既知のダイナミクスを備えた適切なアナログスタンドです。そこでは、固定された接続構造で状態を変更し、再構築された画像のどの部分が実際に状態に依存しているかを確認することができます。

プロトコルは、元の相互情報、測定された時間応答、およびそれらの幾何学的変換の前提条件を別々に保存しなければならない。信号検出しきい値は距離決定に隠すことができない:しきい値を減らすことにより、弱い早期尾部はより短い経路の出現を生成することができる。同様に、相関の共通の原因は二つのノード間の誤った近接を生成することができる。状態、摂動振幅、ノイズレベルの変化を制御することで、これらの効果を区別できる。有意な結果は二つのマップ間の差ではなく、所定の条件下で再現可能な差の予測可能なパターンであり、単一の一貫したモデルによって説明される。

二つの測定枝は、明らかな不確実性と再構成の比較に還元されるべきである(Fig. 20)。

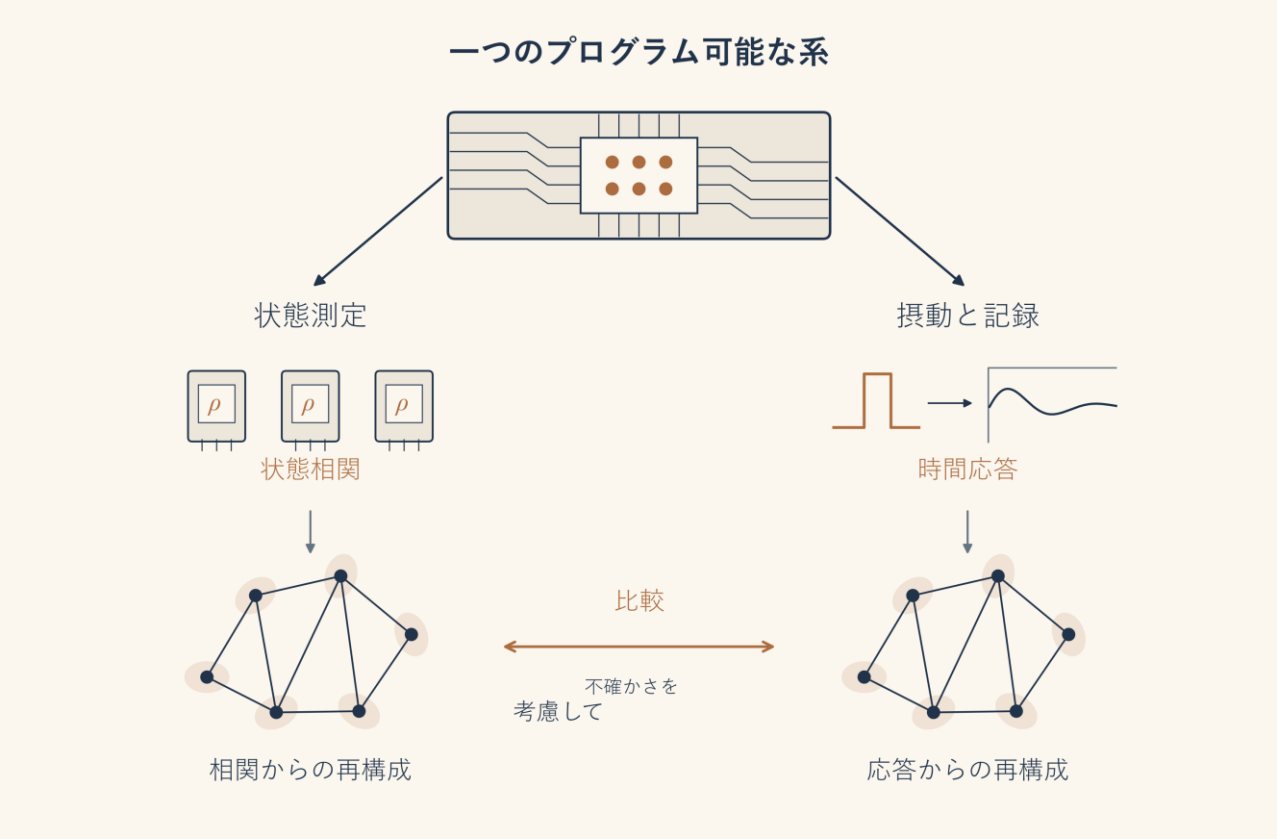


図20。提案プロトコルは,一つの教師付きシステムの二つの再構成を比較する。第一のブランチは状態測定と相関、第二のローカル障害と時間応答を使用する。どちらのマップも、数値的な結果なしに、不確実性のある領域で条件付きで示される。それらの偶然や相違は事前に仮定されていない:比較には、前提での合意、初期データの保存と登録しきい値の制御が必要である。

最初の五章では、将来のデバイスの言語が形成されます。球面上のスケール指数は一定の局所次元で変化し、有限ネットワークの同じスペクトルは異なる局所応答を可能にする。次に、問題は逆になる: デバイスは隠れており、選択した入力と出力のみが利用可能であり、パラメータは有限精度で知られている。この時点から、テストされるのは幾何学的画像の表現力ではなく、データが実際に抽出できる情報です。

第 6 章 応答から空間を復元できるか

閉じた筐体の内部の世界

いくつかのコネクターが閉じたケースの壁を通り抜けます。インパルスが一つに適用されると、信号は残りから除去されます。中に抵抗器、エネルギー貯蔵装置または長いラインがあるかもしれません。オブザーバーは、外部からアクセスできるものによってデバイスを認識する必要があります。これは、スペースに関する質問の便利な小さなバージョンです:読書間の関係は、研究中の世界内の関係をどのように意味しますか?

直接のタスクはデバイスから始まり、信号で終わります。逆は信号から始まり、デバイスを識別しようとします。これらの方向は不等です。異なるルートが同時に駅に乗客を連れて来る可能性があるのと同じように、いくつかの異なるデバイスは同じ答えを与えるかもしれません。時間測定における無限の精度でさえ、他のオブザーバブルが同じである場合、どのルートが取られたかはわからない。これは構造的な曖昧さです通常の誤差とは異なり、データの蓄積が長くなると減ることがあります。

逆問題の客観的意味は図21に示されています:閉じたシステムの入力と出力が利用可能です。

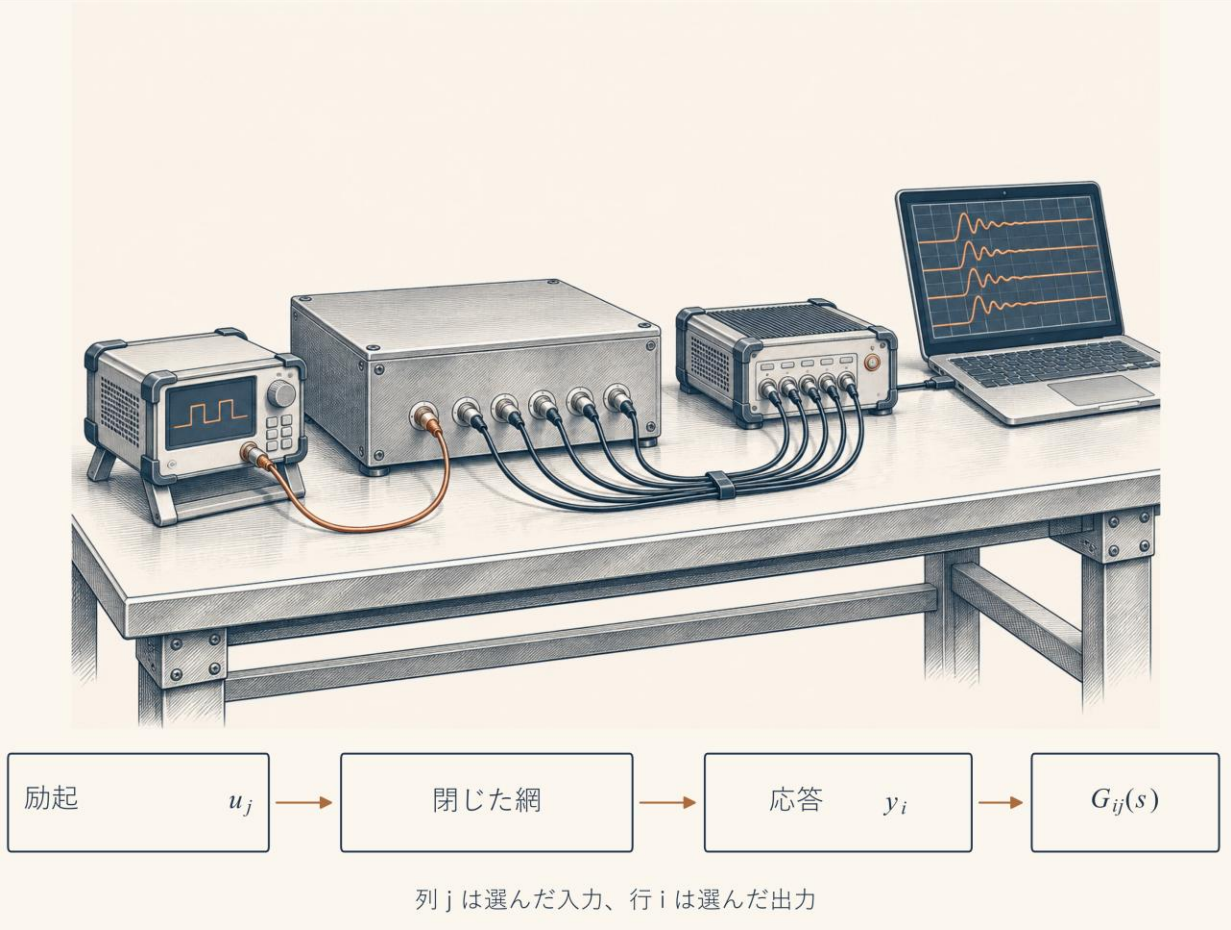


図21。実験者がアクセスできる閉じたネットワークとインターフェイス。ジェネレータは選択したポートへの影響を設定し、マルチチャネルレコーダーは応答を測定し、入力の逐次変更により行列$G_{ij}(s)$を作成することができます。行は出力、入力への列を指します。内部構造は不明である。デバイスとオシログラムは条件付きで示され、この図には実験データが含まれておらず、特定の電子回路を指定していません。

したがって、空間を復元する問題は、許容可能な説明のリストとともに提起されなければならない。ある格子が内側にあり、接続が一つだけ変更されていることが事前に分かっていれば、問題は解決可能であることが判明するかもしれません。任意の追加ノード、未知のメーター接続、および内部ソースを許可することで、同じデータにより多くのバリエーションが可能になります。モデルクラスの制約は結果ステートメントの一部です。計算が美しい答えを見つけた後に、結論から静かに削除することはできません。

ここでは、変化の検出と性質の説明の間に有用な区別が生じる。最初の質問は、データは以前のキャリブレーションシステムと互換性がありますか? 二つ目は、変更された結合、新しい内部の自由度、要素ドリフトなどを選択することです。三番目は、発見した構造が基本的な空間と関係しているかどうかを問う。その後の各段階は、新しい前提条件と新しい次元を必要とする。最初の問題を自信を持って解決するデバイスは、自動的に三番目の質問に答える権利を受け取らない。

一つのスペクトルだけでは、なぜ不十分なのか

2章では、三つのノードの二つのネットワークは同じ固有値0、1および3を持ち、したがって各スケールで同じ熱トレースを持つ。中間ノードの局所応答は変化した。この小さな例は、さらなる推論のための指針である: 圧縮された特性の偶然は、利用可能なすべての観測の偶然を意味するものではない。

自然の振動のスペクトルは、ジオメトリの自然な印象であるようです。空洞の大きさ、境界の形状、およびその部分間の接続は共鳴に影響を与えます。しかし、自然の周波数は、常にユニークな方法で形状を決定するわけではない。ゴードン、ウェッブとウルパートは同じスペクトルを持つ異なる平坦な領域を構築した。この結果は厳密に定義された数学的問題と関連し、イデアル周波数の完全集合でさえ幾何学情報を失う可能性があることを示す。未知の空間を探索するために、これは測定データをスペクトルリストを超えて拡張する理由である。[16]

正則固有ベクトル v_n と固有値 λ_n を持つ実対称行列 L を考える。転送行列 G(s) は、λ_n の値と v_n の空間プロファイルの両方を含んでいる。その要素は、ノード j における影響とノード i における応答を接続する。固有値は特性スケールの位置を示し、固有ベクトル成分の積は各モードにどの点が関与しているかを知らせる。したがって、空間応答の測定は共鳴のみを測定するよりも潜在的に豊かである。

$$G_{ij}(s) = \sum_{n} \frac{v_n(i)v_n(j)}{s+\lambda_n}, \qquad s > 0 \qquad (6.1)$$

追加情報は、興奮と登録のサイトが実際に異なり、知られている場合にのみ表示されます。装置が表面全体の反応を合計すると、空間構造の一部は再び消えます。ノードが任意

に改名できるなら、二つの行列エントリは同じ物理ネットワークを記述することができる。ポートラベル、それらの座標、極性およびキャリブレーション係数は、回復手順に関係なく固定されなければならない。さもなければ、アルゴリズムは選択した表記にのみ存在する差を生成することができる。

同じ理由で、スペクトル次元は空間の完全な仕様ではない。規模に応じて膨大な情報を一つの数値に圧縮します。この圧縮は遷移の検出やモデルのファミリーの比較に有用であるが、決定的な識別には向いていない。量子幾何学の研究では、異なる拡散過程が同じスペクトル次元を持つことができることが別々に示されている。したがって、それを変更するには、想定される幾何学だけでなく、伝搬法則自体をチェックする必要がある。[25]

隠れた節点が遠隔結合に変わる仕組み

では、ネットワークノードをアクセス可能で非表示に分けてみましょう。簡潔さのために、それらをoとhの指標で示します。定常線形問題において、潜在変数は可観測性の観点から表現され、置き換えられる。外部オブザーバーは、利用可能なノードのみを記述する還元行列を受け取る。内部に直接接続する要素がなくても、ポート間の効果的な接続が含まれます。これは精度の悪さから生じる近似ではなく、与えられた条件下では変数を排除することは正確な代数変換である。

$$A_{\mathrm{eff}}(s) = A_{oo}(s) - A_{oh}(s) A_{hh}(s)^{-1} A_{ho}(s) \tag{6.2}$$

この式は、シュール補行列と呼ばれる。電気回路網で、これに対応して内部の節点を消去する操作は、クロン縮約として知られている。デルフラーとブロは、この操作によってグラフのトポロジーとスペクトル特性がどう変わるかを調べた。本書の問題にとって、とくに重要なのは、隠れた鎖が外からは直接の結合に見えうるという事実である。したがって、再構成された縮約モデルに通常とは異なる接続が現れても、もとの物理系に通常とは異なる結合があるとは、まだ証明されない。[17]

最も単純な例は行列を必要としない。二つのアクセス可能な点の間には、直列に二つの抵抗器があり、それらの接続点はアクセスできない。端部の直流電流測定は、総抵抗を与えます。そのような物体は同じ抵抗を持つ単一の抵抗と区別できない。この測定が何回繰

り返されても、内部ノードはデータに現れません。中間点に有意な容量がある場合、過渡期は追加の時間スケールを明らかにする可能性がある。しかし、その結論は、比較される電気モデルのクラスに関するものであり、考えられる内部設計ではありません。

隠れた自由度がしばしば記憶を通じて明らかにされるため、動的測定は有用である。内部変数が除去されると、有効な結合はsまたは周波数に依存し始めます。その遅延と形状に基づいて、静的に一致するいくつかの特定の候補を区別することができる。同時に、動的還元は独立した数学的問題であり、一般化された電気ネットワークのクラスで研究されている。単なる記憶の存在は、新しい幾何学の証拠として機能しない:それは通常の観測不能なエネルギー貯蔵装置によって作成することができる。[20]

図 22 は、隠れた節点のある元の装置と、その縮約した記述を比較している。下の図の新しい線は、変数を消去した結果を表す。それに対応する直接の要素が実在するかどうかを確かめるには、内部の動力学に感度をもつ観測が必要になる。静的に等価であるというだけでは不十分である。

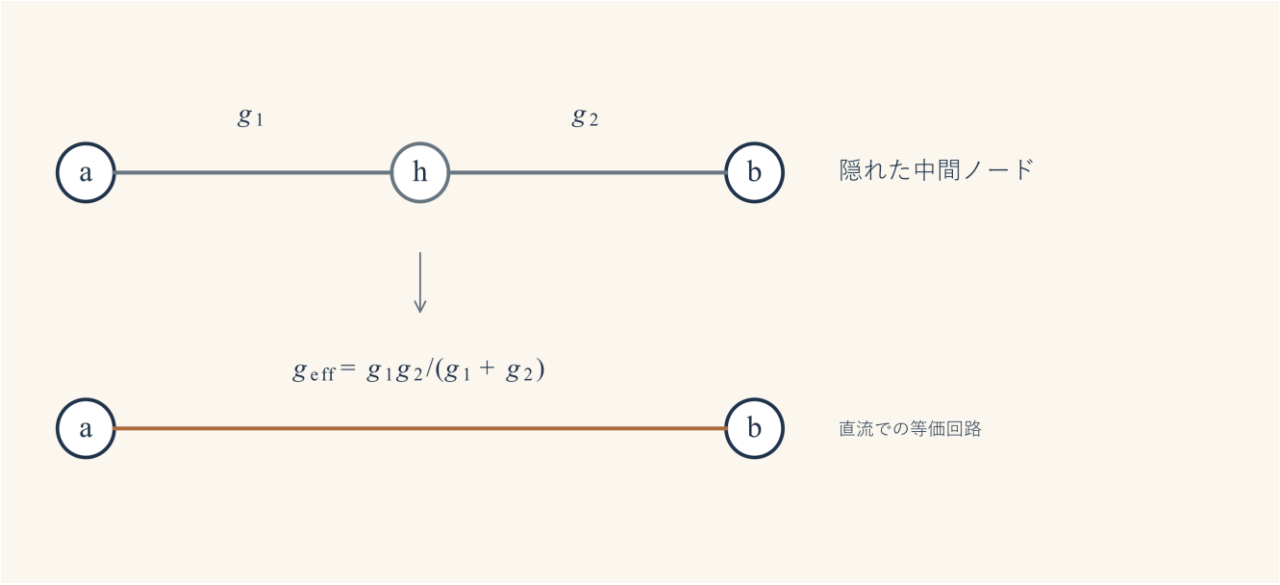


図22。隠れノードと利用可能なポート間の効率的な通信。短縮図は、選択した外部データを再現します。エッジが元のネットワークの別の物理導体と一致する必要はありません。

復元が一意になるとき

上記のことから、逆問題は絶望的であるということには従わない。その溶解性は、正確な条件に依存する。正規化が既知の場合、すべてのノードはアクセス可能であり、実正の

s に対する完全行列 G(s) が測定され、この有限次元モデルでは作用素は行列反転によって復元される。これは強力なステートメントですが、その強みはシステムへの完全なアクセスのコストです。小さなサブ行列が測定されたり、センサ接続係数が不明な状況には適用されません。

$$L = G(s)^{-1} - sI \qquad (6.3)$$

連続的な問題にも、一意性の定理がある。シルベスターとウルマンは、三次元以上の領域において、定理の条件が満たされるなら、完全な境界データから、滑らかで等方的な導電率を復元できることを示した。この例で重要なのは、その条件である。方程式の種類と領域が既知であり、係数のクラスは制限され、必要な境界への作用をすべて利用できる。未知の環境に八つのセンサーを置くだけで、この前提の組が自動的に再現されるわけではない。[18]

ユニークさに加えて、安定性があります。二つの異なるモデルが異なる答えを与えるかもしれませんが、違いは測定器ノイズよりも少ないでしょう。形式的には問題は解決可能であるが、実際には不調である。合理的な研究結果には、発見された構成だけでなく、測定された信号空間内の最も近い競合相手との距離も含まれます。この距離が不確実性と比較して小さいほど、再構成された絵を注意深く解釈する必要があります。このような代替案をチャートにまとめて表示することは、それらを最適な一行の背後に隠すよりも便利です。

説明同士の距離

実用的な識別可能性は、データスペースの選択から始まる。すべての測定された行列要素をベクトル μ に集め、C はその誤差を記述する。二つの予測の違いは、逆共分散による正規化後のノイズと比較される。二つのモデルのファミリーが自身の未知のパラメータを含む場合、最も近い可能な予測は二つの任意に選択された代表曲線ではなく比較されるべきである。

$$D^2\left(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1\right) = \inf_{\mu_0 \in \mathcal{M}_0,\, \mu_1 \in \mathcal{M}_1} \left(\mu_1 - \mu_0\right)^{\mathsf{T}} C^{-1} \left(\mu_1 - \mu_0\right) \qquad (6.4)$$

ここでは、M_0とM_1は、すでにノイズの多いレコードのセットではなく、期待されるデータのセットを示します。ゼロ距離は、少なくともいくつかのクラスの代表がこのプロトコルによって区別できないことを意味する。他の代表者の差別は禁止しません。特に、gへの付加接続のクラスは、任意に零に近いが、この接続を持たないクラスと接している。したがって、そのような族全体の普遍的検出性は有限ノイズでは得られない。

特定のg範囲を研究すると、その距離が具体的に計算される。別の方法は、独立キャリブレーションの必要な精度を設定し、競合するセットがどのポートに分岐するかを調べることです。つまり、通常のコンポーネントで許容される変更に対して与えられた予測を分離するためには、精度が必要である。

エラー関数の最小値がこの比較を置き換えるものではない。選択したクラスの最高の代表者がどこにいるかを知らせます。隣のクラスがちょうど合う場合、結果はいくつかの説明を残します。このような記録は実用的に有用であり、新しい実験が状況を変えるべきことを正確に示している。

校正の変化が、信号と同じ方向に現れるとき

完全な非線形フィットの前にあいまいさの局所的原因を検討することが便利である。標準の近傍では、仮定された辺の強さに関する微分はベクトル h を設定する。通常の重みに関する微分は、行列 J の列を構成する。h がこれらの列の空間にほぼ存在する場合、分散ドリフトは、所望の追加とほぼ同じ方向のデータを変更する。

$$\delta\mu = h\,\delta g + J\,\delta w, \qquad \rho_{\mathrm{loc}} = \frac{\| (I - JJ^{+})h \|_2}{\| h \|_2} \tag{6.5}$$

レコードは、データ要素の等価な独立分散を使用します。共通の共分散に対しては、まず適切な正規化が適用される。行列 J^{+} は、小さな特異値の明示的なカットオフを持つ擬逆数である。ρ locの値は、キャリブレーション方向を自由に除去した後に残った信号方向の分数を測定します。選択した点における線形近似を特徴付ける。

オリジナルコーナーポートのインジケータ	意味
感度行列のサイズ	192 × 144

オリジナルコーナーポートのインジケータ	意味
特異値の相対カットオフ	10^{-10}
数値ランク	93
信号方向のノルムの残りの割合	2,376 %
単位 g に対する自由係数のノルム	575,42

数値遮断に対する感度は別々に試験される。しきい値10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10},10^{-12}において、同じランク93で、残差共有0,02375875と最大係数を146,69とする。93rdの特異値は最大値から1,1141 × 10^{-6}であり、次の値は約3,13 × 10^{-16}である。フルスペクトルと四つの結果がプログラムによって保存されます。これは、この線形化の数値条件付けのチェックであり、自由校正方向を物理的に許容される有限ドリフトに変換するものではない。

このネットワークでは、プロジェクションの後、元のノルムの約2,38パーセントが残っている。同時に、必要な自由係数は非常に大きく、最大絶対値は単位gあたり約146,69である。したがって、残りのわずかな部分から、有限強度の強いリンクがドリフトの二パーセントによってシミュレートされるということに従わない。制約付き非線形問題は別々に解く必要がある。この分離は、パラメータ制限なしに局所的な結論を下すエラーを防止し、知覚不能に実際のデバイスに関するステートメントに変換する。

レコード空間におけるこの局所的なあいまいさの幾何学は、図23に示されている。

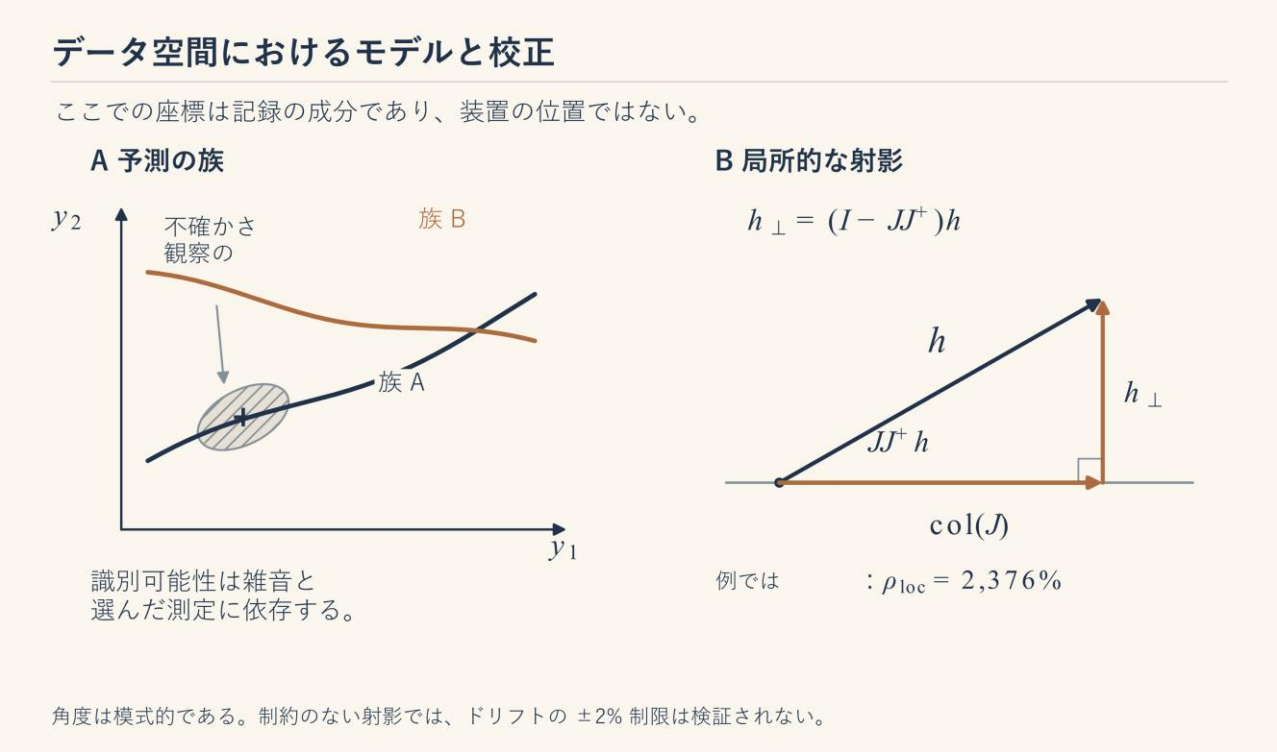


図23。データスペースと局所キャリブレーションの曖昧さ。左側には予測と観測の不確かさの族があり、物体の物理的幾何学ではなく図形である。右側の信号方向hは、キャリブレーション投影と残りに分割される。ネットワーク例では、残りは元のノルムの2,376%です。図形の角度は任意である: 小さな自由射影それ自体は有限ドリフト制約 ±2% との互換性を確立しない。

有用な測定計画は、許容されるキャリブレーションを許可した後に差を増加させようとします。これを行うには、ソース位置、読み取り方法、または第二プローブの既知のオペレータを変更できます。生信号の増加だけでも改善は保証されません:キャリブレーション変化信号も同時に増加する可能性があります。次の章では、重みの全有限範囲に適用される制限が表示されます。

識別力を増す測定はどれか

情報を追加する最初の方法は、エフェクトの場所を変更することです。隠されたリンクの意図した端近くに位置するソースは、遠方のソースとは異なってシステムを興奮させる。二つ目の方法は、時間スケールを変更することです。遅い応答は長いパスをバイパスし、速い応答は近くのセクションと内部の遅延をより強く感知します。三つ目の方法は、既知

のローカル変更を行い、レスポンス全体の再構築方法を確認することです。後者の場合、研究者はシステムの状態だけでなく、制御された介入に対する応答に関する情報も受け取る。

可逆行列 A に対して、小さな既知の摂動 δA は一階 $\delta G = -G\delta AG$ をもたらす。この式は、介入の位置に対する観察された応答の感度に関連する。一つのノードの変更が競合する二つの構成間で大きな違いをもたらす場合、これはスイッチング要素または追加のセンサーを置くことが有利である。このような計画は、測定数を機械的に増やすよりもはるかに有意義です。無感度チャネルの百回繰り返しは、一つの新しい独立校正チャネルよりも有用でない情報を提供することができる。

最後に、グラフの復元と物理埋め込みの復元を区別する必要がある。同じグラフは、テーブル上のワイヤー、光路、または内部状態の相互作用によって実装することができます。接続行列自体は、これらの相互作用がどの空間に配置されているかを示すものではない。したがって、本書はテスト可能な仮説の学校としてネットワークトモグラフィを使用している。隠されたつながりを見つけ、あいまいさを理解し、識別実験を設計することを教えてくれます。この結果から真空に関する記述への遷移は、計算実験後に考慮される個別の物理的基礎を必要とする。

既存の手法の中での、この課題の位置

複数のグラフの結合復元は、すでに独立した方向である。Yuanらは、構造化正規化を通じて、共通で、異なる、疎構造を持つ複数のラプラシアンの推定を研究する。Navarroらは、隠れノードを持つ定常グラフ信号と複数のネットワーク間の類似の接続を部分的に観測する。これらの研究は有用な比較点を提供し、その保証は自身の観察演算子と前提条件に関連する。[39] [40]

問題定式化	データとオブジェクト	比較する
など。	複数のグラフ信号の集合;ラプラシアンの合同推定	共通構造と異なる構造を特定する方法;評価要件
Navarroなど。	部分的結節観察：隠れた結節の影響	観測統計とグラフおよびリカバリ条件の関係

問題定式化	データとオブジェクト	比較する
この本の例	既知のネットワークのマネージドポート応答; 有限ドリフト極限	どのペアがポート変更時に除外され、互換性があります。

計算の対象は、新興空間の一般的な問題よりも狭い。ノード、基本トポロジーおよび登録演算子が知られている。体重の限定的な変化と、追加の関係の可能性は不明である。完成した例の貢献は、正確な応答、境界付きエンベロープ、危険な反例、選択された代替案を分離する次元といった説明の比較のテスト可能な構成である。構造全体の独立した科学的ノベルティは、より広い文献と別々の比較を必要とする。よく知られているアイデンティティといくつかのプローブのアイデアは、その起源を保持する。

第 7 章 共通する疎な結合構造の仮説

通常とは異なる信号から、検証できる構造へ

曖昧さを議論した後、作業仮説を定式化することができる。ある系を研究するいくつかの独立して校正された方法は、同じ付加化合物の少数のことを示す。その強みは、異なるプロセスがオブジェクトと異なる相互作用をするにつれて変化する。接続の共通の配置は、すべての信号の偶然ではなく、仮定される。復元された接続は一致せず、新しいポートの予測は失敗し、偏差は通常のキャリブレーションエラーによって完全に発生する可能性がある。

最初の段階では、既知のノードを持つ有限ネットワークについて話しています。インデックス α は、自身のベース演算子 L₀α が定義される研究チャネルを示します。これらは、ノードの対応が独立に正当化されている場合、一般的なトポロジーや異なる物理プロセスの異なる実験的実現である。同じ点指数を二つのモデルで使うだけでは不十分です。センサがシステムの同じ要素に実際にアクセスしていることを確認する必要があります。このような比較がなければ、行列のマッチング構造は観察可能な事実ではなく表記規則となる。

$$L_{\alpha} = L_{0\alpha} + \sum_{e=1}^{m} g_{\alpha e}\, b_e b_e^{\mathsf{T}}, \qquad b_e = e_{a_e} - e_{b_e}, \qquad g_{\alpha e} \geq 0 \tag{7.1}$$

ここでの空間性は、m が可能なペアの数よりも小さいことを意味する。物理学の一般的な原則から派生したものではなく、モデルのテスト可能な制約として導入された。データが数百の独立して調整可能な関係を必要とする場合、元の仮説は説明的なパーシモニーを失う。個々のチャネルが任意に不都合な関係を見られなければ、検証可能性も低下する。したがって、分析の前に、参加チャネルに存在するべき相互作用と、応答の欠如が有意義であると考えることができる感度の制限を示す必要がある。

共通の候補集合と、共通の有効な結合構造

可能なエッジの行列は、物理的に存在するエッジをまだ決定しない。Bに二つの列を含ませ、最初のプローブは重み(g, 0)、二番目 - (0, g)を持つ。候補者の語彙は共通であるこ

とが判明し、アクティブな共有接続はない。したがって、単一のデバイスの仮説は、非ゼロ接続のセットE*、その要素の数と関連する敏感なチャネルを明示的に識別しなければならない。

$$E_{\alpha}^{\mathrm{act}} = \{e: g_{\alpha e} > 0\}, \qquad E_{\alpha}^{\mathrm{act}} = E_{*} \qquad (7.2)$$

平等性は、テスト対象のリンクとゼロ以外の相互作用を持つように事前に設定されているチャネルにのみ適用されます。物理理論が特定のチャネルでの相互作用の欠如を可能にする場合、この例外は分析の前に修正される。次のプローブが他のプローブと不利になるたびに挿入することはできません。検出可能性はまた、与えられた精度にアクセスできる範囲の力を必要とします。境界g = 0はヌル仮説の限界のままです。

第 8 章の数値的な二プローブの例では、さらに狭い版を選ぶ。m = 1、順序を区別しない同じ対、0 から 3 s^{-1} の範囲の g、既知の正の係数 $\eta\,\alpha$ を用い、$g\alpha = \eta\,\alpha g$ とする。第一のプローブでは $\eta_1 = 1$、第二では $\eta_2 = 1{,}6$ である。これは二つのアナログモデルの間に指定した関係であり、異なる自然の場の相互作用に普遍的に成り立つ関係ではない。外側の境界には g = 0 も含める。ゼロが許されるままであれば、能動的な結合の存在は確認されていない。

ノードは分析の前にマッピングされた。各プローブに対して、公称重み、ポート選択演算子、ソースおよび応答正規化が知られている。追加のないモデル、共通のペアモデルと、二つのチャネルで異なるペアを許可するモデルは別々に考慮される。どこにでも通常の重みの相対変化の同じ限界が残っています。これにより、構造の一般性が同じキャリブレーション不確実性の背景に対してチェックされる。

共有候補辞書と真に共有されたアクティブリンクの違いは、図24で見ることができます。

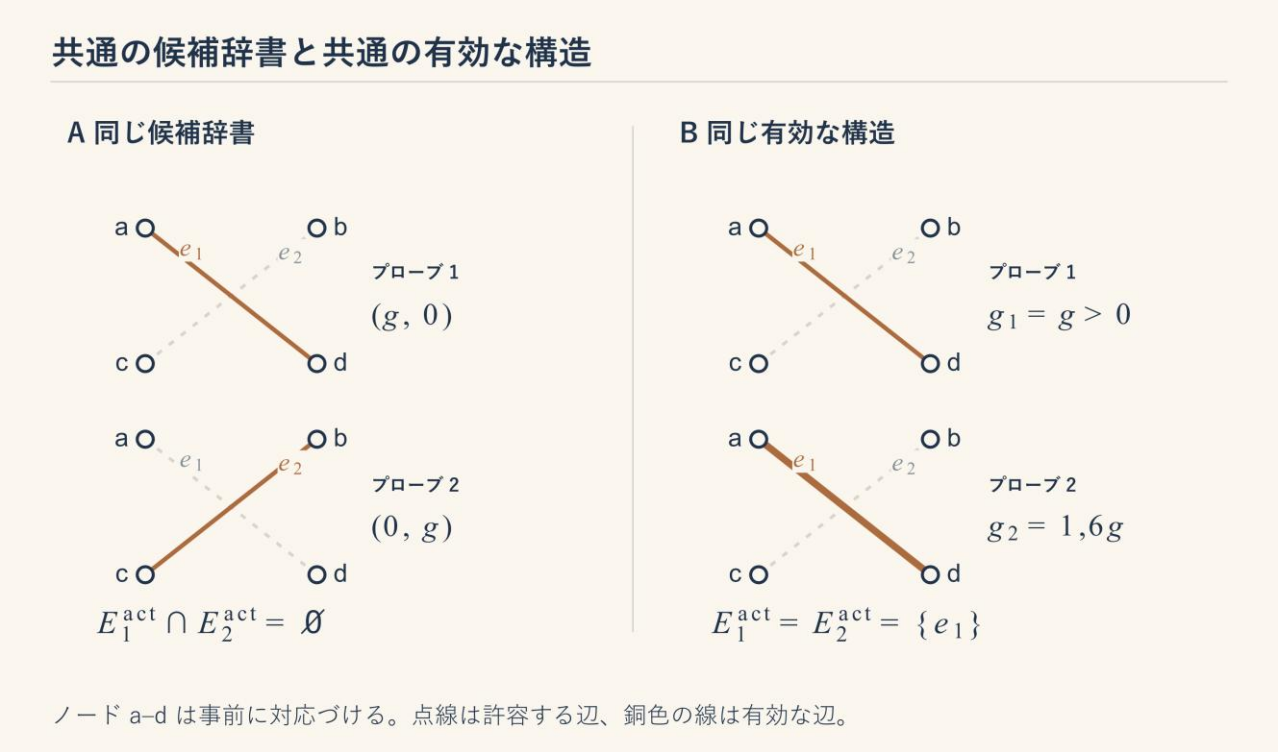


図24。共通の語彙と共通の能動構造は異なる条件である。左の二つの回路では、両方のプローブは同じ辺 e_1 と e_2 を含むが、異なる辞書エントリを活性化する。右側では、事前マップされたノード間で同じ接続がアクティブです。係数gと1,6gは、自然界の相互作用の普遍的法則を表現することなく、二プローブモデルの与えられた感度比を繰り返す。

正の重みは何を保証するか

行列 L は、辺の正の重みから作られる。任意の実ベクトル x について、その二次形式は、隣接する節点の値の差の二乗の和である。ここから、固有値の非負性と、方程式 $\dot{x} = -Lx$ の減衰モードの安定性が従う。各結合は両端の値の差だけに応答するため、一様な状態はゼロモードのまま残る。これらの性質は、選んだアナログモデルの数学的な整合性を保証する。同じ動力学が根本的な空間を記述することを証明するわけではない。

$$x^{\mathsf{T}} L x = \sum_{e} w_e \left(x_{a_e} - x_{b_e}\right)^2 \geq 0, \qquad L\mathbf{1} = 0 \qquad (7.3)$$

実sが零より大きい場合、作用素$A = L + sI$は厳密に正で可逆である。Lが逆時間である場合、sは同じ単位で測定され、$G = A^{-1}$は時間の次元である。付加結合係数gも、逆数秒で測定される。ベクトル b は無次元です。従って、積 $g\, b^{\mathsf{T}} G_0 b$ は次の式における和と和に

対して要求されるような無次元である。このユニットの検証は、数学的モデルを電気回路または機械ベンチに転送する際に特に有用である。

既存の接続のネガティブな増加には、別の考慮が必要である。結果として生じる重みが非負のままである場合、物理的に許容されるかもしれませんが、ここでテストされている付加クラスg ≥ 0には属しません。同様に、有向相互作用、アクティブアンプおよび非対称作用素はモデルの性質を変える。うまくフィットしなかった後、一つの言語明快化に含めることはできません。クラス拡張は可能であるが、新しい安定性条件、新しい応答公式、および識別可能性の再評価を伴わなければならない。

一つの結合を追加したときの厳密な応答

一つの接続について、複雑な行列代数に頼ることなく導出を行うことができる。前の解決策$x_0 = G_0 f$を説明しましょう。ここでfは与えられた外部影響です。接続を追加した後、式は $(A_0 + g b b^{T}) x = f$となります。G_0 を乗算すると $x = x_0 - g G_0 b (b^{T} x)$ となる。未知補正は、単一のスカラー $\beta = b^{T} x$、すなわち接続の最後にある状態の違いに依存している。

$$\beta = \frac{b^{\mathsf{T}} x_{0}}{1 + g\tau}, \qquad \tau = b^{\mathsf{T}} G_{0} b > 0 \tag{7.4}$$

β を戻し、影響fの任意性を考慮に入れ、転送行列全体の変化を得る。これは、標準的なシャーマン・モリソンアイデンティティの特別な場合である。提案された研究の対象は、よく知られた代数公式の割り当てではなく、接続モデルの測定と検証の定式化である。ここでは、特定のネットワーククラスに対して公式を再導出し、読者が各遷移とその適用条件を確認できるようにします。[19]

$$\Delta G = -\frac{g}{1 + g\tau}\, u u^{\mathsf{T}}, \qquad u = G_{0} b \tag{7.5}$$

応答は、一つの空間プロファイルとそのそれ自体の積に分解される。したがって、そのランクは一を超えない。正の s に対して、補正は負半定値である: 測定された量の任意の二次結合は非正の結果を与える。しかし、u成分も異なる符号を持つため、個々の対角線外要素は両方の符号を持つことができる。行列の符号に関するステートメントは、各要素の符号についてのステートメントに置き換えることはできない。

いくつかのポートしか使用できない場合、選択ステートメント P はプロファイル u を Pu に置き換えます。ランクーの構造は維持されているが、振幅は非常に小さくなったり、完全に消えたりする可能性がある。信号がないことは、この接続に対する選択したポートの感度の欠如を示している。接続自体が存在しないことと同等ではありません。これが、センサーレイアウトがテストされている仮説の一部である理由です:同じオブジェクトは一つのポート構成で表示でき、他のポート構成ではほとんど見えない。

追加されたエッジから利用可能なポート行列への遷移を図25に示します。

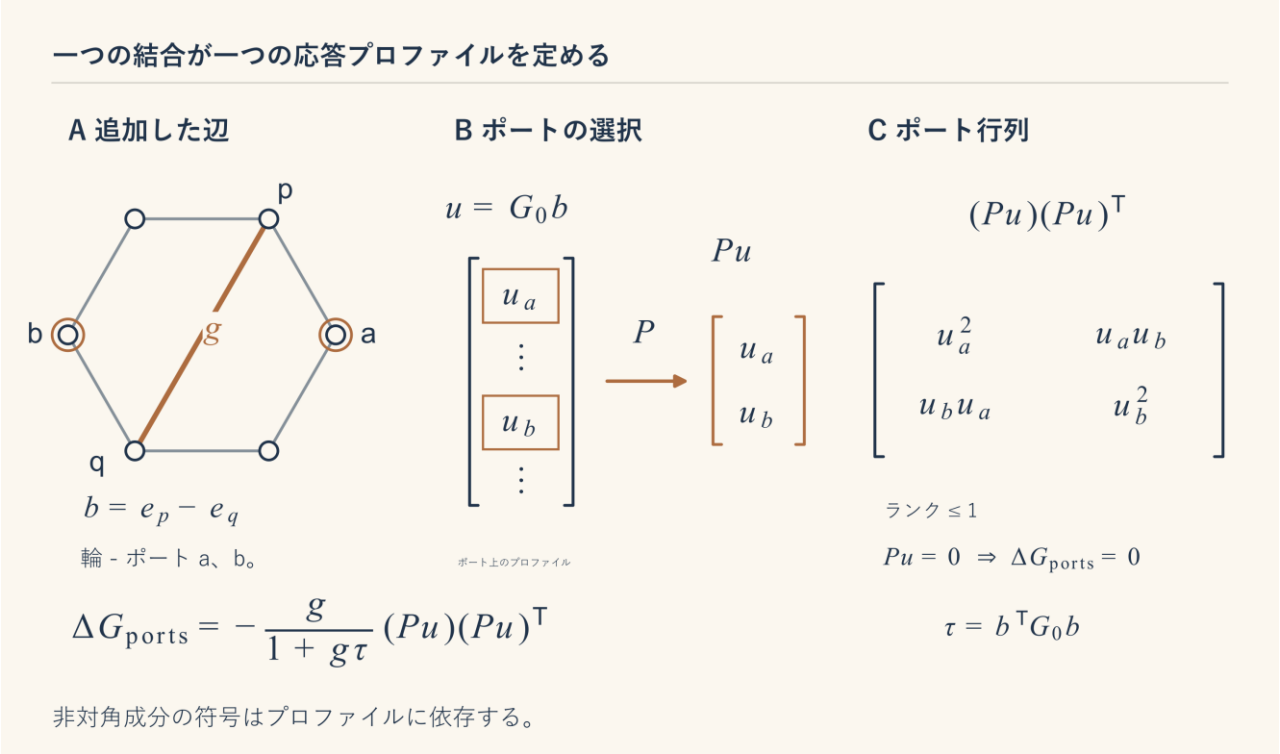


図25。一つの追加結合による応答の因数分解。pとqを結ぶ辺がベクトルbを定め、基準作用素の逆がそれをプロファイルuへ写す。例として二つのポートを選ぶと、成分u_aとu_βだけが残る。その外積が、共通の負の係数を伴う観測可能な補正を作る。階数は一以下だが、個々の非対角成分の符号は正にも負にもなり得る。Pu = 0なら、選択したポートは追加結合に応答しない。

強い結合のほうが、常に測りやすいとは限らない理由

式は別の制限を明らかにします。gが増加すると、$g/(1 + g\tau)$という因子の振幅は飽和する。異なる重みの二つの非常に強い結合は、ほぼ等しく両端を引っ張り上げ、同様の反応を生成することができる。この装置は、変化を確実に検出するが、その正確な強度を推定することは困難である。これは、完全に既知のモデルであっても、パラメータ決定の検

出可能性と精度が多様化する例である。センサの感度を高めることは、gへの信号の最も弱い依存性によって不確実性が決定されない限りのみ役立ちます。

$$\frac{\partial \Delta G}{\partial g} = -\frac{uu^{\mathsf{T}}}{\left(1 + g\tau\right)^{2}}, \qquad \lim_{g \to \infty} \Delta G = -\frac{uu^{\mathsf{T}}}{\tau} \tag{7.6}$$

これは測定スケールの実用的な選択を意味します。各ポートのペアについて、信号の大きさだけでなく、未知のパラメータに関する微分も推定することが有用である。最大の偏差を持つチャネルは、必ずしも最小のエラーgを与えるわけではない。uのプロファイルと τ の値がスケールによって変化するため、いくつかのsの共同分析は状況を改善することができる。しかし、それは情報を無料で作成しません:範囲sは、記録時間、ノイズと実際のデバイスのモデルの精度によって制限されています。

複数の結合と、共通の結合パターン

いくつかの加算に対して、ベクトルbを行列Bの列に集め、正重みの対角行列Γを導入する。U = BΓ [12]を入れると便利です。システム$A_0x + UU^{T}x = f$を解決すると、小さなベクターz = $U^{T}x$を見つけることができます。式 x= $G_0f - G_0Uz$ を U^{T} と掛け合わせると、次元 m の z に対して線型系が与えられる。それを解決すると、標準ウッドベリーアイデンティティの形式が得られる。

$$\Delta G = -G_0 U \left(I + U^{\mathsf{T}} G_0 U\right)^{-1} U^{\mathsf{T}} G_0 \tag{7.7}$$

s > 0 の場合、内部行列は厳密に正である。したがって、補正は再び負半定値であり、そのランクは線形独立カラムBの数を超えない。例えば、サイクルのエッジベクトルは線形に依存している。ノードのサブセットのみを測定することで、観測ランクをさらに削減できる。したがって、健全な特異値の数は、外乱の複雑さに関する限られた情報を提供するが、隠れ接続のための普遍的なカウンターではない。

マルチチャネル版では、エッジの共有アクティブセットは上記の定義によって与えられる。B行列自体は拡張辞書で記述できるが、コラム重みをゼロにしてもスプリアスな合意は得られない。テストでは、共有構造モデルと別々の構造モデルと機器原因を比較します。

一致する指標の数は、既知のノードマッピングや定量的測定予測と組み合わせてのみ有用である。

校正も仮説に含まれる

通常のエッジも変化します。まず、その貢献は−$G_0 \delta L G_0$であり、δLは多くの小さな局所的なインクリメントの和である。限定されたポートでは、このコントリビューションは一つの新しいリンクに相当します。したがって、次の手順では、標準は有効な校正のファミリーに置き換えられます。絶対値の各正規重みの相対偏差が$\varepsilon = 0{,}02$を超えないことを仮定してみましょう。計算実験の場合、これはデータ生成器の正確な条件であり、測定器では独立した校正に基づいている必要があります。

残差rのベクトルと誤差Cの共分散行列を用いて不一致関数を構築することが便利である。そして、チャネルの異なる精度とそれらの間の相関が考慮される。しかし、多くのペアを検索した後の関数の最小値は、一つの選択可能なパラメータを持つ通常の統計として自動的に解釈されるべきではない。このアルゴリズムは、接続の連続的な強度と、その端の離散的な位置の両方を選択する。ランダムヒットの確率は、最後の最適化ステップだけでなく、検索全体を考慮する必要があります。

$$\chi^{2} = r^{\mathsf{T}} C^{-1} r \tag{7.8}$$

比較される二つのモデルは、追加された接続でのみ異なります。Hcalでは、通常の重みは所定の範囲内で自由に変化します。Hcal+edgeでは、同じ制限が適用され、追加の正の結合が許可される。完全な定常参照のために得られるしきい値は、この比較には引き継がれない。限られたクラスでは、正の行列の順序に依存し、すべての144重みでグローバル最小値を見つける必要がない別のテストを構築することができます。

許容するすべての校正を覆う包絡

通常の各重みを $w_e = w_{0e}(1 + \delta_e)$、$|\delta_e| \le \varepsilon$ と書く。任意のベクトル x について、和 $w_{0e}\,\delta_e (x_a - x_\beta)^2$ の絶対値は、$\varepsilon\, x^{\mathsf{T}} L_0 x$ 以下になる。したがって、許容されるすべての重みに対し、二次形式の順序関係が一斉に成り立つ。式中の「先行する」という記号は、行列の各要素を比べることではなく、この順序を表す。

$$\left(1-\varepsilon\right)L_{0\alpha} \preccurlyeq L_{\alpha}(\delta_{\alpha}) \preccurlyeq \left(1+\varepsilon\right)L_{0\alpha} \qquad (7.9)$$

s > 0 のとき、sI を加えた後の行列は、すべて厳密に正定値になる。逆行列をとると、大小の順序が反転する。$B^{-1/2}AB^{-1/2}$ に移れば、これを確認できる。A が B 以上なら、この正規化した行列は単位行列以上であり、その逆行列は単位行列以下になる。元の変数に戻すと、求める不等式が得られる。同じ辺による正の寄与を、逆行列をとる前に、上下両方の境界へ加えることができる。

$$A_{\pm,\alpha} = sI + \left(1\pm\varepsilon\right)L_{0\alpha} + \eta_{\alpha} g b b^{\mathsf{T}} \qquad (7.10)$$

$$A_{+,\alpha}^{-1} \preccurlyeq G_{\alpha}(s) \preccurlyeq A_{-,\alpha}^{-1} \qquad (7.11)$$

この応答の外殻は、特別に選択された相関ドリフトを含む許容重量の分布に対して得られる。エッジ変更の独立性は必要ない。さらに、異なる δ α ベクトルは異なるプローブに対して許容される。それらが実際に一般的であれば、クラスは狭くなり、シェルは有効のままである。 $\varepsilon < 1$の場合、通常のコンダクタンスの正性は失われない。

リミットはリストされた変数にのみ適用されます。未知容量、接地リーク、方向接続、隠れたアクティブな要素と不正確な正規化は、モデルに別個の包含を必要とする。この式に測定器の欠陥から保護をアトリビュートするのは正しくありません。その利点は、有限で明確に名前付けられたキャリブレーション範囲の正確なカバレッジにあります。

行列の境界を、測定できる区間に変える

利用できるポート上にだけ成分をもつ、正規化済みのベクトル a を事前に選び、スカラー z = $a^{\mathsf{T}}Ga$ を考える。例えば a は、一つの対角応答や、二つのポートの差を √2 で割ったものを取り出せる。行列の順序関係から、z の区間が得られる。このスカラーを使う利点は、記録した行列要素の共分散から、その不確かさを直接計算できることにある。

$$a^{\mathsf{T}}A_{+}^{-1}a \le z \le a^{\mathsf{T}}A_{-}^{-1}a \qquad (7.12)$$

候補となる節点対について、上下両方の境界は、すでに導いた一つの結合の式に従って g に依存する。g = 0 における、二つの公称行列の逆行列の一方を、R とする。そのとき、

z₀ = aᵀRa、v = aᵀRb、d = bᵀRb である。これらの値は、辺の強度を当てはめる前に、すべて計算しておく。

$$z_R(g) = z_0 - \frac{\eta g v^2}{1 + \eta g d} \qquad (7.13)$$

曲線は増加しません。その値と所定のレベルz*との交点が、分母が正である場合に解析的に見つかる。他の場合では、条件は範囲 g の端でチェックされる;無限または負の形式解はこのテストの代わりにはならない。

$$g_* = \frac{z_0 - z_*}{\eta \left[v^2 - d\left(z_0 - z_* \right) \right]} \qquad (7.14)$$

各コントラストは、強度の必要な間隔を与えます。コントラスト、スケール、プローブによる交差は、g範囲をペアに保存するか、完全に排除します。64ノードの場合、コードは事前選択なしですべての2016未順序ペアをチェックする。g = 0の場合、それらはすべて追加なしの同じ場合を示しています。このモードで保存されている数千のインデックスは、発見された関係の数千を意味するものではありません。

外側のシェルは、異なるコントラストに対して異なる重みを必要とする可能性のある値を可能にします。したがって、生存するペアは、一つのコンポーネントの互換性ベクトルの存在をまだ証明していない。プルーニングの後、完全な応答の正確な制約付きフィットが実行される。有効な点を見つけることは互換性の証拠となるが、局所オプティマイザを止めることはそのような点がないことを証明しない。厳格排除と有用な数値探索を別々に使うことができるのは、この区別である。

スカラー制約とその限界を組み合わせた論理を図26で示します。

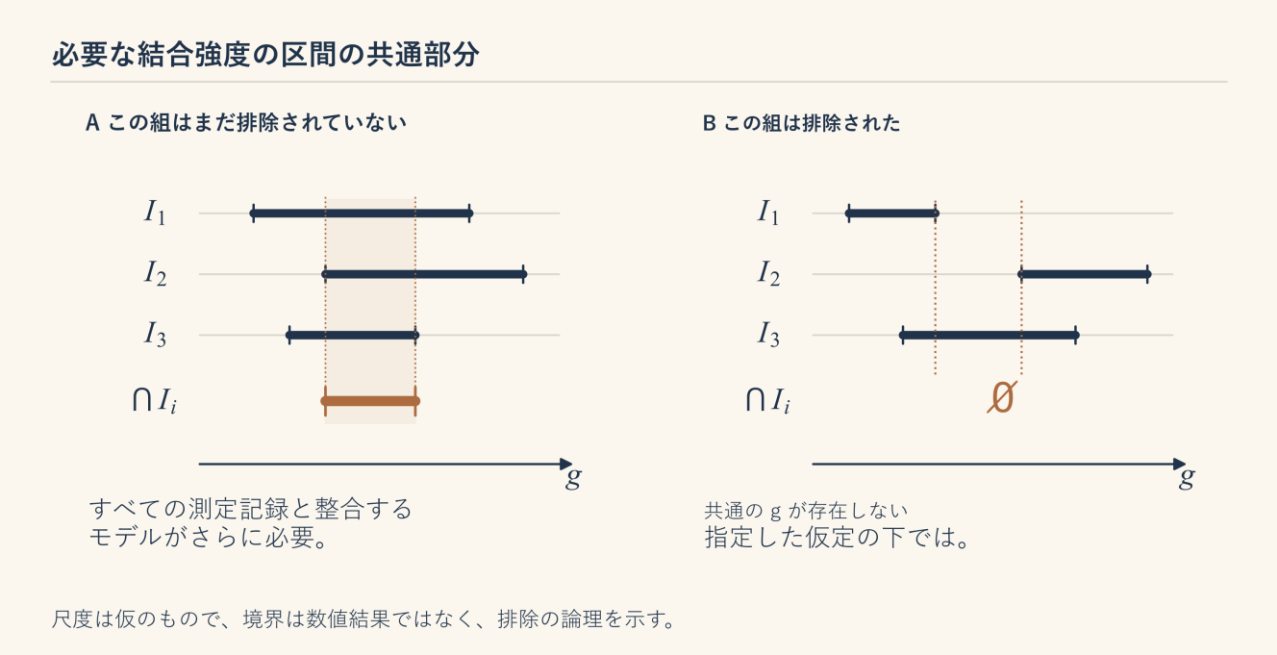


図26。一つの潜在的な接続の強さに必要な間隔。各コントラストはgを制限し、その後間隔が交差する。非空の交差点は候補を保存しているが、すべての観測と一致する通常の重みの一つのベクトルを提示していない。空インターセプトは、初期仮定と選択した同時エラーバウンドの下でペアを排除する。ここでの間隔の終わりは条件です:図は外殻の論理を説明し、数値探索の結果を表現しません。

第二のプローブが第一のプローブを繰り返すとき

チャネルが有効な代替手段を異なる視点で見た場合、共通のエッジは意味のある制約となる。最も単純な制御は、演算子全体をスケーリングすることによって得られる。$L_2 = cL_1$ と Laplace パラメーターが c にも乗じられる場合、第二応答は既知の係数で第一を繰り返す。

$$L_2 = cL_1, \quad s_2 = cs_1, \quad G_2(cs) = \frac{1}{c} G_1(s) \qquad (7.15)$$

このような反復の独立ノイズは統計的不確実性を減らすことができる。しかし、ノイズがゼロであれば、構造的説明のセットは同じままである: 第一チャネルのすべての許容モデルは、第二のスケールされたモデルに対応する。これは、追加のデータテーブル自体が必ずしも追加の幾何学的情報を意味するわけではないという厳格な制御である。

次の章では二つのオプションを比較します。一つのプローブが最初にスケールします。もう一つは、公称の伝達を方向に変え、立方体の反対側に対処します。次に、検出された代替手段を分離するために選択される別のポート構成が導入された。そのような遷移により、どの情報が出力を変更し、どの結果が条件のままであるかを示すことができます。

第 8 章 計算実験と、その頑健性の検証

小さな実験を行う理由

研究アイデアの最初のテストは、全体を複製できるほど単純であるべきです。過度に複雑なシミュレーションは、パラメータの数の後ろにエラーを隠し、何が正確に回復したのかを理解するのが難しくなります。したがって、この本には有限立方グラフが選択されている。その構造は知られており、追加のリンクが明示的に導入され、アルゴリズムは制限された外部データのみを受け取る。この実験では、式を確認し、検索手順を構築して、デバイスを製造する前にその制限を確認することができます。

この章のすべての数は、与えられたネットワークを計算することによって得られる。第一段階は正確な参照に対するリカバリをテストします。第二段階は、この復旧が失敗したときにどのように破棄されるかを示しています。キャリブレーションはその後、本格的な説明の家族になります。リーダーはシーケンス全体を必要とします:成功した答え、危険な逆の例、選択したあいまいさを解決する測定の変化。

元の例、拡張テストシリーズ、および限定キャリブレーションプロトコルは別々のセットに格納される。異なるポート、キャリブレーション境界、推論ルールは異なる実験を定義する。すべての記録は合成されており、スタンドの製造は測定ワークショップで別々に考慮されています。プログラムへのセットの対応は、付随する命令で与えられる。

既知の格子と、未知の結合

系には、4 × 4 × 4 の立方体の整数格子点に置いた、64 個の節点がある。各節点は、三つの座標方向で最も近い隣接点だけと結ばれる。通常の辺は、合計 144 本あり、各辺の率は 1 s^{-1} である。立方体の八つの頂点を、ポートとして使う。採用した番号付けでは、その添字は 0, 3, 12, 15, 48, 51, 60, 63 である。内部の節点を直接測定することはないが、その存在と元の結合は、アルゴリズムに与えてある。

さらに、ノード5と58は座標(0, 1, 1)と(3, 2, 2)で接続される。新しい接続の強度は0,3 s^{-1}です。前の格子では、これらの点の間に少なくとも五つの最寄りの辺を渡す必要がある。

したがって、与えられたグラフに対して、接続は前のパスの短い de回である。この定義はネットワーク幾何学を指す。実際の電気的実装では、単純なワイヤーはこれらの点を新しい空間次元を作成することなく接続できる。

各尺度で、結合を加えた後の、ポート間の伝達行列の変化を測定する。ラプラス変換の正の実パラメーターを、0,1; 0,3; 1,0; 3,0 s^{-1} の四つとする。最初の三つを当てはめに使い、最後の一つは予測の検証に残す。これらの値は、ヘルツで表した周波数ではない。時間応答への指数関数的な重み付けを定める。正弦波を使う装置へ直接移るには、この実パラメーターを、対応する複素数の式に置き換える必要がある。

独立ガウスノイズは、各スケールでポート行列の各64要素に追加される。最初のテストでは、標準偏差は10^{-5} sです。真の行列は逆であるが、i → jとj → i方向のノイズは独立して選択される:独立に獲得されたレコードが仮定される。したがって、ノイズ行列は正確に対称である必要はない。これは特別な登録モデルであり、物理的なネットワーク相互性の違反ではありません。最初の実行中に基本的なキャリブレーションにエラーはありません。

図27では、既知の立方体フレーム、選択したポート、挿入された接続という三つの異なるオブジェクトが表示されます。ポートの位置は、実験条件の一部として読み取る必要があります。これは次のセクションで変更される。これは同じ64ノードを持つ新しい測定プロトコルになる。

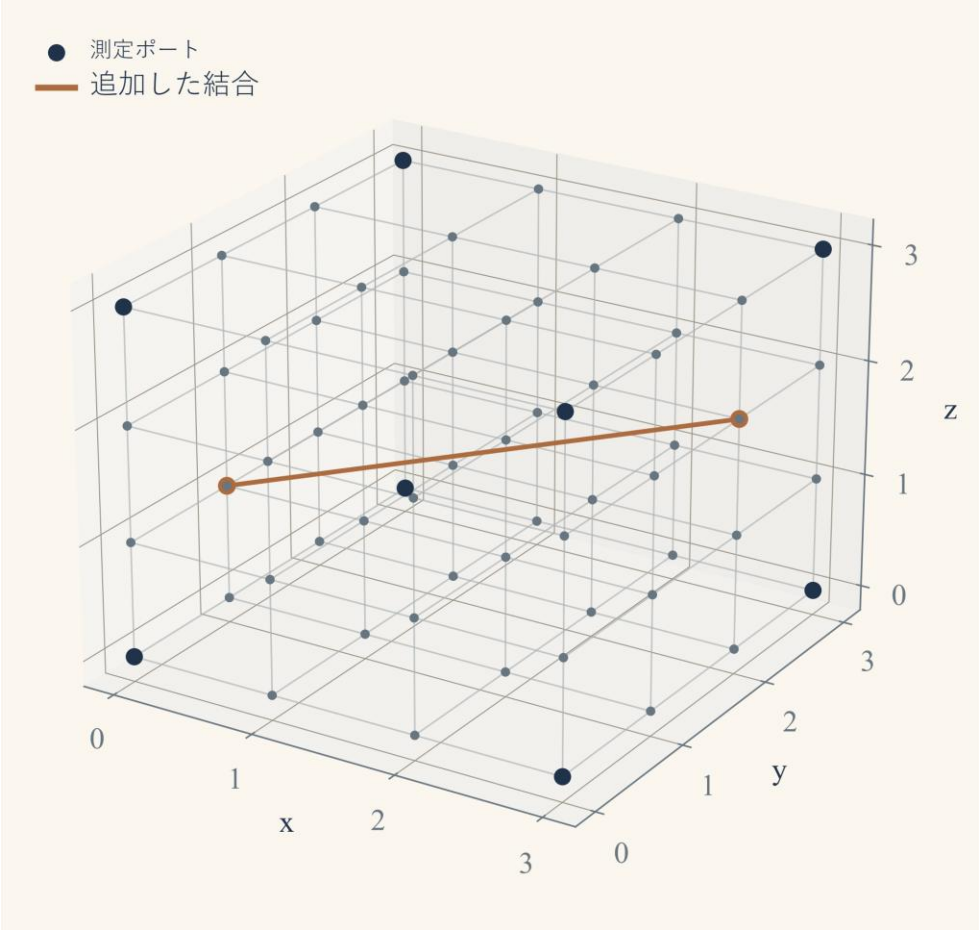


図27。立方体4 × 4 × 4の初期実験。八つのコーナーポートは、ノード5と58間の加算アクションを観察する。番号付けは座標 x, y, z に基づいており、z は他の座標よりも速く変化する。

アルゴリズムはどう答えを探すか

このアルゴリズムは、64ノードのすべての2016非順序ペアを考える。候補には既存の局所エッジも含まれており、正の重み付けを加えることは接続の通常の強化を意味する。各ペアに対して、g は 0 から 3 s^{-1} までの範囲で選択される。予測は前章の正確な公式を用いて計算され、三つのノイズの多い行列と比較される。したがって、192指向レコードが使用されます。アルゴリズムは事前に説明クラスが与えられており、既知のノードセット上の正の接続は一つだけ変更されている。

乱数生成器の初期状態と演算環境を添付キットに記録する。最後の桁への繰り返しの結果の近さは、数値手順の精度に依存します。したがって、安定した数、選択したペア、お

よびエラーの挙動を比較する必要があります。機械丸めマッチング自体は物理的な結果ではありません。

プログラム内では、直接行列反転が解析補正と比較される。四つのスケールの相対的な相違は、2,4 × 10⁻¹⁴と4,4 × 10⁻¹⁴の間である。第一の誤りのない補正全体の第二の特異値の比率は、機械精度にも近い。これはアイデンティティの実装とランクーをチェックします。このような精度はノイズの多いデータからの再構成には適用されず、将来の物理デバイスの可能な精度を特徴付けるものではない。

ランクチェックは、図28で示します。ここでは、完全な応答変化行列の 64 特異値の最初の八つを示します。これは、測定されたポートブロック 8 × 8 とは異なる行列です。ほぼゼロの後続の数は、誤差のない完全応答の代数的分解を確認し、ノイズの多いポート探索は別の逆問題を解く。

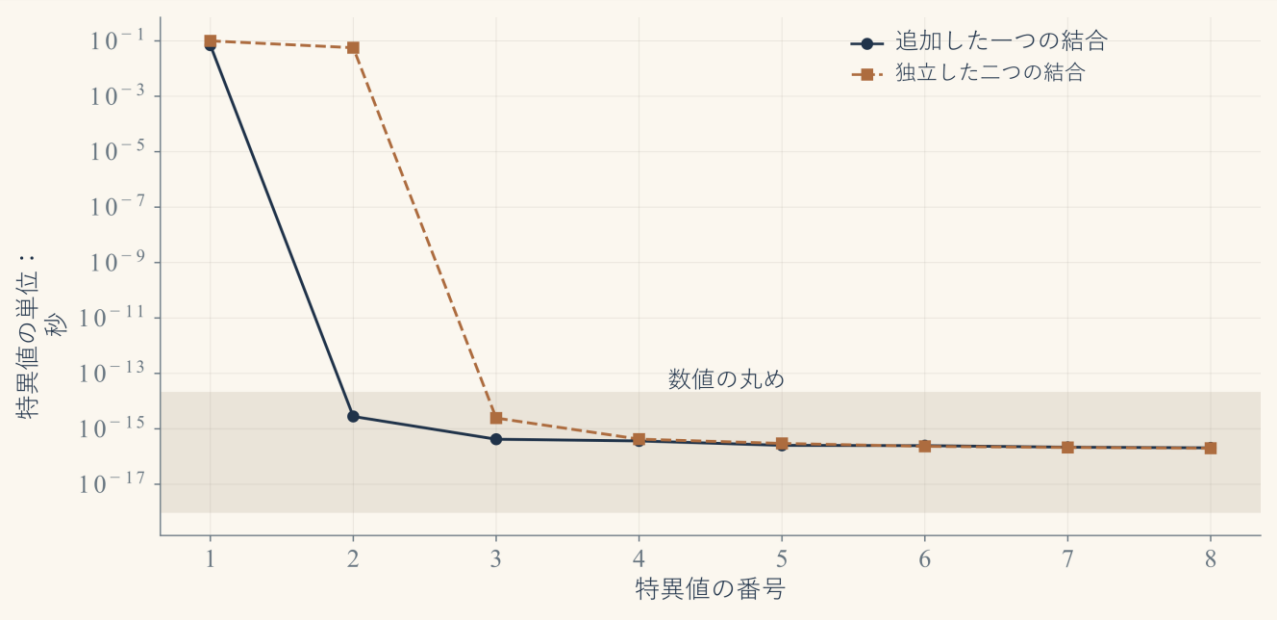


図28。次元 64 × 64 の総応答の最初の八つの特異値。ランクーは、既知の標準が与えられた一つの接続の正確な付加を指す。表示される数値はポートの数を示していません。

最初の実行から得られたこと

最良の候補は、ペア5と58であることが判明しました。再構成された強度は0,2994421092 s⁻¹に等しく、相対誤差は約0,186パーセントである。トレーニングデータ上の正規化された二乗残差の和は、192レコードの163,636に等しい。これは選択されたノイズ定式化に

適合するが、これらの数自体の比率は発見されたペアの正しさの普遍的な確率に変換できない: 選択は多くの候補の間で行われた。

大きさ	初動結果
導入	5と58
再調整済みペア	5と58
インテンシティ	0,3000000000 s⁻¹
復元強度	0,2994421092 s⁻¹
相対強度誤差	0,18596 %
純粋な保留応答予測誤差	0,17179 %
エントリーごとに χ^2。	1,30606

次の二つの候補である5と42、21と58は、70 584と70 763の周りのトレーニング χ^2値を生成する。この特定の低ノイズの例では、レビューされたベストと最も近い競合他社の違いが大きい。3 s⁻¹のホールドアウトスケールでは、エラーのない応答を予測するための相対誤差は約0,172パーセントであった。この量は既知の合成真理に対して計算される。この実験ではそのような真実は存在せず、比較的新しいノイズ測定の残骸のみが直接利用可能である。

したがって、最初の実行は慎重に制限されたタスクで回復する可能性を示しています。他のノードペア、ノイズレベル、参照エラーの成功率を評価しません。前方評価と逆探索が同じ演算子クラスを使用することは特に有益である。ホールドアウトスケーリングは、そのクラス内の予測をテストするが、シミュレーションを物理モデルの独立したテストにしない。次の段階は、特に有利な条件のいくつかを弱める。

図29の行列は、応答の空間パターンを示しています。特定の対角外セルの徴候は、プロファイルコンポーネントuの積によって決定される。したがって、正のセルは補正全体の負の半定値と矛盾しない。再構成は、特に顕著な要素ではなく、一貫性のある行列全体を使用します。

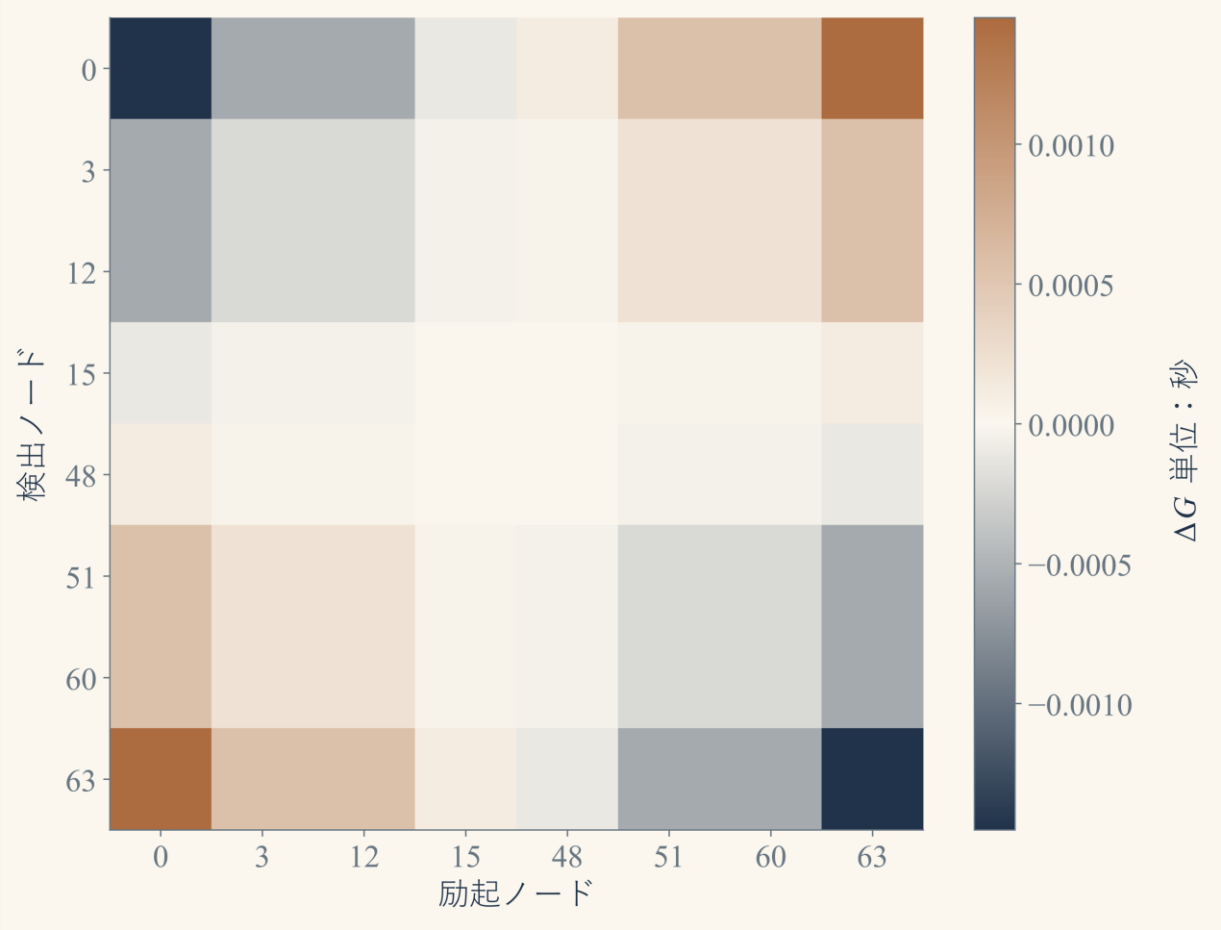


図29。最初の実験でポート応答が変化します。空間パターンは接続の想定される端に関する情報を運び、これは一つの総振幅によって失われる。

一つの例から、一連の検証へ

拡張したプログラムでは、六つの条件について、それぞれ二十回の実現を計算する。最初の三条件では、記録雑音の標準偏差だけを、10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3} s と変える。次の二条件では、通常の辺に、アルゴリズムに知らせていない誤差を加える。各辺の重みに、平均が一の、独立した正の対数正規因子を掛ける。対数の標準偏差は 0,005 または 0,02 であり、このように小さい値では、相対的なばらつきのおよそ 0,5 パーセントと 2 パーセントに相当する。最後の条件では、遠隔結合の代わりに、局所的な辺 5-6 を強くする。

高度な探索では、すべての2016ペアは最初にゼロを含む161強度値のグリッド上で評価され、次に十二のベストが洗練される。三つの公開セットに対する別のテストは、データ

生成の元の順序を復元し、加速された検索と、両端を含む0から3 s⁻¹までの間隔全体の各ペアの洗練を比較します。スキャンを開始する手順は、付随する指示で与えられます。

シナリオ	騒音 σ 秒	忠実な対	メディアエラーg	エントリーあたりメディア χ²
正確な基準	10⁻⁵	20のうち20	0,131 %	0,973
正確な基準	10⁻⁴	20のうち20	1,306 %	0,973
正確な基準	10⁻³	20のうち12	15,913 %	0,965
標準の広がりは約0,5%です。	10⁻⁴	20のうち18	10,134 %	7,290
標準の広がりは約2%です。	10⁻⁴	20のうち1	73,378 %	75,956
局所エッジ制御	10⁻⁴	20のうち19	3,221 %	0,982

テーブル内のgの中央値エラーは、間違ったペアの実行を含む各シナリオのすべての二十実行で計算される。推定されたエンドポイントが間違っている場合、推定重みは異なる接続を参照し、真の0,3 s⁻¹と比較すると、同じ物理量を推定する精度ではなくアルゴリズムの全体的な診断として機能する。正しく識別されたペアの割合は、小さな固定アンサンブルのみを記述する。20で成功した20でさえ、完璧な信頼性を確立していません。その数字の95パーセントのウィルソン間隔は約0,839から1まで動作します。

各シナリオでは、12000から12019までの異なるランダムな初期状態が使用される。このセットは、条件の比較をより透明にするためにシナリオ間で繰り返される。したがって、すべての120実行は同じ一般的な成功確率の独立テストと見なすことはできない。さらに、メインシリーズは一つの長距離ペアをテストし、制御は一つのローカルペアをテストします。得られた共有は、幾何学と重みの新しいアンサンブルなしでは、隠れた接続の任意の場所に転送できない。

三つの試験すべてにおいて、同じ対5-58が選択され、発見された強度の差は10⁻⁷ s⁻¹未満である。二つの記録では、以前に保存された小さな不一致も一致し、一つは最後の兆候が完全な数値最小化手順に依存する。新しいファイルは両方の値を保持し、ビットワイズ

再生として欠落した古いモードの再構築をパスしません。このテストは三つのデータセットに適用され、どの信号に対してもグローバルな最適性を証明しない。

図30では、選択したペアの正しさと残りの部分の量を区別する必要があります。ノイズ10^{-3}sでは、間違ったペアは、残りの約一つでデータを記述できる。標準的なエラーがある場合、残りはしばしば大きくなります。これらの異なるメカニズムは異なる制御実験を必要とする。

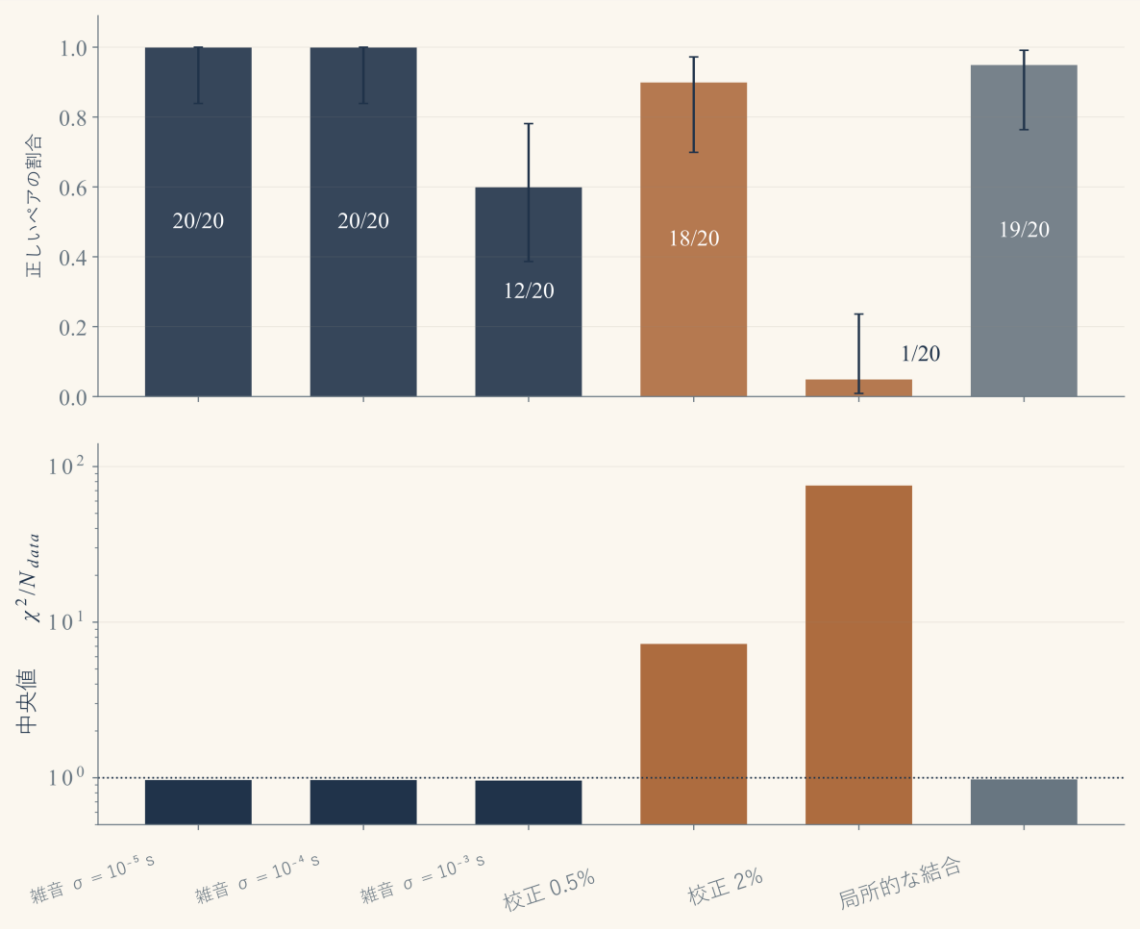


図30。一連の拡張テスト。回復と残留指数は示される個々のアンサンブルを参照する; 総実行数は、方法の信頼性の一つのサンプルではない。

基準の誤差が、見栄えのよい最小値より重要な理由

微調整では、ノイズの増加は主に候補の識別性を損なう。最も騒がしいシナリオでは、二十件中十二件で正しい終了点が見つかります。この場合、一レコードあたりのトレーニングχ^2の中央値は約一つ残っています。間違った構成は、大きなノイズの背景に対して十

分に弱い信号をしばしば再現する。許容される残りはモデルの必要なチェックであるが、それ自体が再構成された内部図の真実を確立するものではない。

考慮していない基準のばらつきは、別の働きをする。誤差がおよそ半パーセントなら、正しい節点対は、なお十八回の実現で見つかる。しかし、強度の誤差の中央値は十パーセントに増え、正規化した残差は、一を明らかに上回る。二パーセントでは、正しい節点対が残るのは、二十回中、一回だけである。元の格子が完全に既知だという前提が崩れても、アルゴリズムは、自信をもって何らかの最良の答えを選び続ける。ここで「最良」が意味するのは、誤った候補集合の中での最良に限られる。

このエラーがどのように導入されるかを正確に理解する必要があります。シミュレーションの実際のベースグラフは、名目グラフと異なりますが、信号から差し引かれた名目応答です。これは未認識のキャリブレーション不一致をモデル化する。物理実験では、各スイッチの前に同じ条件で実際のベースライン応答を測定すると、恒久的な偏差の一部を除去できる。したがって、与えられた割合は普遍的なコンポーネントの受け入れ制限ではありません。彼らは測定モデルにおける特定の省略のコストを示し、追加の校正手順を動機付けます。

保留中のチェックも注意深く読む必要があります。約0,5パーセントのスプレッドでは、ネットホールドアウト変化を予測するための平均相対誤差は約99パーセントであり、ノイズデータに対する正規化エラーはレコードあたり約1,49である。これらの数は互いに矛盾しない:弱いクリーン信号はノイズに匹敵し、貧弱に再構成することができる。相対誤差や正規化残差だけを示すだけでは十分ではありません。

検出の閾値と、局所的な結合の対照検証

さらに、三つの雑音水準それぞれについて、結合を加えず、正確な基準を使った、帰無条件の実現を百回ずつ計算した。毎回、節点対を選ぶアルゴリズム全体を実行し、帰無モデルに対する χ^2 の改善を記録する。経験的な 95 パーセンタイルは、順に 12,3293978; 12,3296483; 12,3320514 である。探索全体を繰り返すため、候補の選択による効果も手順に含まれる。ただし、水準ごとに百回という実現数から得られるのは、この問題設定のた

めの実演用の閾値に限られる。主張する偽陽性率については、独立した検証がなお必要である。

各非ゼロシナリオの二十の認識すべてにおいて、改善は対応するしきい値を超え、正しいペアが一回しか見られない系列を含む。これにより、差分検出と原因識別が明確に分離される。誤った参照シナリオでは、真の相補的な関係が存在するため、それ自体がドリフトのみの誤った解釈を示すことはない。この可能性をテストするために、以下に説明する別の制御が実行されました。局所制御はまた、しきい値を超えると相互作用の長距離性質が確立されないことを思い出させる。

ローカルコントロールも同様に有意義です。エッジ5-6の通常の利得は二十個の実現のうち十九個で決定され、分析補正の同じ構造を与える。したがって、ランク一とフィットの大幅な改善は長距離通信のユニークなシグネチャではありません。違いは、独立して知られている格子に対する端の再構成された配置によって決定される。エキゾチックなオプションのみが提供されるため、アルゴリズムが非ローカルの変更を呼び出しないようにするローカル候補を含めることです。

通常のドリフトに、誤った名前を付けるとき

追加コントロールでは、新しい接続は導入されません。144正規辺の重みのみが変化するが、アルゴリズムは偏差を一つの正の加算として説明し続けている。約0,5と2パーセントのスプレッドごとに二十の認識が実行され、10^{-4} sのノイズと44000から44019までのデータ生成器の初期状態が実行されました。すべての四十のケースにおいて、改善はドリフトなしで公称ネットワーク上で校正されるしきい値を超える。この手順は、実際の原因が既知のコンポーネントの分散変更であるにもかかわらず、選択したペアと正の強度を再び返します。

新しい接続のない制御	名目上のしきい値	創始したgのメディア	エントリーあたりメディア χ^2
通常のエッジの広がりは約0,5%です。	20のうち20	0,006220 s^{-1}	5,563
通常のエッジの広がりは約2%です。	20のうち20	0,024068 s^{-1}	76,440

ここでは、変更の誤った検出について話すことはできません。システムは標準と本当に異なります。差分を一つの接続にアトリビュートするより狭い解釈は誤りである。大きな残差はさらにこの説明の不完全性を示す。ゼロに対する改善だけを見て、モデルの絶対的な品質を無視すると、通常のドリフトは説得力のあるが誤解を招く名前を容易に得られる。したがって、今後の研究の基準は、検出可能な差分、許容可能な完全な記述、現実的なキャリブレーション代替よりも優れていることを同時に要求すべきである。

最後の拡張チェックには、120と結合の追加または強化、公称ヌルの 300、キャリブレーションエラーのみの40という合成実現の460が含まれている。この合計は、実行される計算の体積を特徴付けるが、等分散独立実験の単一のサンプルを形成しない。異なるシリーズは異なる質問に答え、比較シナリオ内のランダムな初期状態が繰り返される。統計的結論は各定式化ごとに別々に定式化されるべきであり、その制限は尊重されるべきである。

良好な残差を残すドリフト

大きな残りの部分では、シングルリンクモデルの不完全さに気づくことができます。通常のドリフトがうまく説明されると、より難しいケースが発生します。それを構築するために、我々はg = 0,03 s⁻¹で5-58ペアの弱い公称応答を選択しました。制約付き線形問題は三つの元のスケールでこの応答を近似する±2パーセント内の144正規重みの変化を選択する。そして、得られたネットワークの正確な非線形応答を計算し、そこでは追加のエッジは一切存在しない。

重みを固定した後に初めて、標準偏差 10^{-4} s の独立なガウス雑音を、seed = 271828 で加える。もとのアルゴリズムは対 5-58 を選び、g = 0,02836284 s^{-1} と推定し、公称の例示用しきい値 12,33 に対して χ^2 を 85,69 改善する。記録当たりの学習用残差は 0,8884、検証用残差は 0,7829 である。2016 対すべてを調べても、この選択が確認される。したがって、すべての対を考慮しても、原因の取り違えは残る。

図31は、弱い追加と一致するドリフトを比較します。それらの行列は近いが、内部の理由は異なる。構造は特に重みの相関変化を用いる。これは危険な場合の存在の証拠であり、元の独立対数正規アンサンブルにおけるそのような構成の頻度を推定しない。

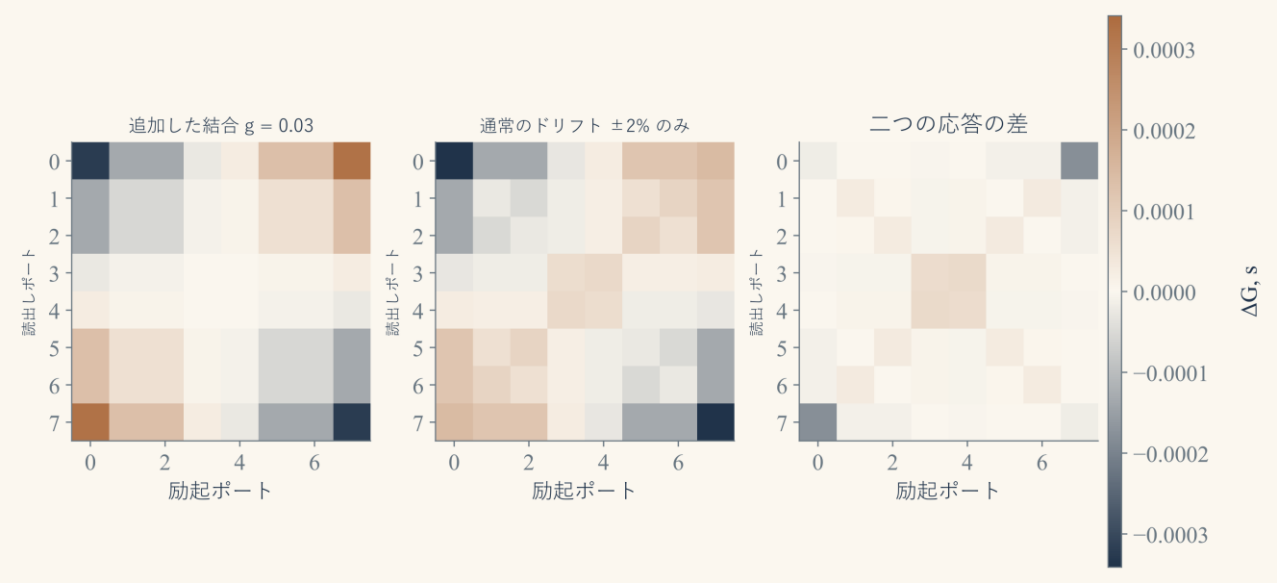


図 31。s = 0,1 s^{-1} における、もとの隅のポートでの弱い結合と、範囲を制限したドリフト。すべての図で色の尺度は同じである。右は、記録の雑音を加える前の、二つの正確な応答の小さな差を示す。

同じデータのモデル	エントリーあたり χ^2	結論は?
公称ネットワークと一つのリンク	0,8884	良い説明は原因を決定しません。
限定校正のみ。	0,6105	追加のコミュニケーションなしに有効なポイントが見つかりました。
同じキャリブレーションとコミュニケーション	0,6085	残りの部分はほとんど変更されません。

制約された適合は公称重みで探索を開始し、192エントリ上の $\chi^2 = 117,21$とキャリブレーションポイントを発見しました。この数はガウス球の99パーセント半径よりも小さく、既知の独立分散を持つ192成分に対して240,50に等しい。すべての見つかった重量は元の境界を満たします。これは、データが通常のキャリブレーションが可能な十分な証拠である。

この問題で、最適化は計算回数 160 の上限に達し、最終的な収束を報告しなかった。しかし、ここで示す結論の妨げにはならない。すでに見つかった点を直接計算で検証し、制約を満たすことを確かめているからである。大域的な最小値に達したとは主張しない。結

合を含むモデルで残差がわずかに下がったことも、結合の検出とは解釈しない。この手順がここで返すべき答えは、校正に関する不定性である。

信号をほとんど捉えられない検証

もとの検証用に残した値 s = 3 s⁻¹ は、最初の三つの尺度の自然な延長に見えた。しかし、隅のポートでは、この条件で追加の結合がとくに見えにくい。g = 0,3 s⁻¹、雑音を 10⁻⁴ s とすると、信号行列のノルムと、一要素の標準偏差の比は、s = 0,1; 0,3; 1; 3 s⁻¹ の順に、75,33; 37,86; 6,75; 0,388 となる。

$$\rho = \frac{\| \Delta G \|_F}{\sigma}, \qquad \mathbb{E}\left[\frac{\chi^2_{\text{null}}}{64}\right] = 1 + \frac{\rho^2}{64} \tag{8.1}$$

後者モードでは、追加の信号のゼロ予測でさえ、レコードあたりの期待される χ^2 は約1,00235である。したがって、ここで成功した残りはほとんど復元された構造をチェックしません。ノイズ10^{-5}sを用いたより正確な最初の実験では、信号とノイズの比が十倍になる。このコメントは特定のモードに関連しており、保留予測自体の原則には関係しない。

新しいプロトコルでは、新たな一連の記録を取る前に、計算した感度に基づいてパラメーターを選ぶ。図 32 は、従来の隅のポートと、第二のプローブの右側の面を比較している。新しい条件 s = 0,3 s⁻¹ では、 $\sigma = 10^{-4}$ s とすると、公称信号のノルムは標準偏差の 224,88 倍に等しい。その後の、雑音の大きい試験 $\sigma = 10^{-3}$ s では、この値は十分の一になるが、なお明瞭に見える。

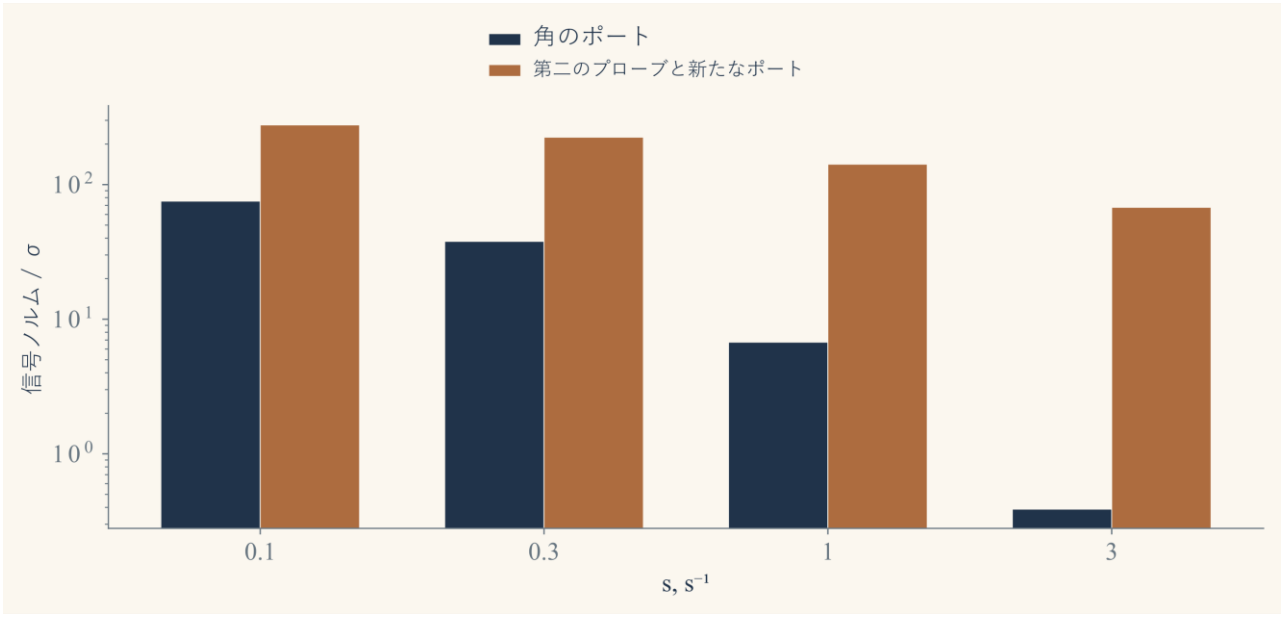


図32。g = 0,3 s⁻¹と同じ σ = 10⁻⁴の公称感度。二つ目の構成は同時に演算子とポートを変更し、グラフはこれらの二つの変更の貢献を分離することなく選択したスキームの最終利得を示す。

第二のプローブの s = 0,3 s⁻¹ における一つの独立した記録は、seed = 930001 で生成した。この検証では、第一のプローブの制約付き当てはめを、あらかじめ指定した検証対象の対 5-58 について行う。第一のプローブだけでは、外側の領域に 52 対が残る。そのため、ここで検証するのは選んだ対の条件付き予測であり、一つのチャネルでその対を一意に再構成できたわけではない。この予測では $\chi^2/64 = 1{,}081$、公称の辺なしモデルでは 7,819 となる。ここでは、検証用に残したデータによって、公称のゼロ応答を実際に棄却できる。ただし、ドリフト推定の移し替えに伴う誤差は、別の問題として残る。重みの変更を許すゼロ校正モデルは、固定した基準との比較だけでなく、完全な包絡で検証する。

一つの結合の別々の端を見る二つのプローブ

新たな実験が紹介されている。第一プローブは、立方体の左側にあるノード0, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15を観察し、全方向に公称重量1 s⁻¹を有する。第二のものは、ノード48，51，53，54，57，58，60，63を介して右側を観察する。x, y, z方向の公称重みは、それぞれ2；0,7；1,4 s⁻¹である。第二プローブにおける共通ペアの強さは、条件によって1,6gに等しい。

前の三つのLaplaceパラメータが使用されるが、これらは異なる空間データである。データ生成器では、従来の重量は±1パーセントの全体的な相対ドリフトを持ちます。分析

は±2パーセントの全範囲を解決します。真のペアは 5-58, g = 0,3 s⁻¹ に等しい。独立登録ノイズは σ = 10⁻³ sです。各ポートブロックは八つの対角線と28差の正規化コントラストであらかじめ設定されており、プローブあたり合計108です。

一連の観察	除外されていないペア
左側のみ	52
右側のみ	48
左の面と、倍率を変えたその複製	51
二つの異なるプローブと反対側の面	1

両方のプローブは個別に純粋なキャリブレーションを除外しますが、数十の可能なセカンドエンドを残します。結合外側領域では、対5-58のみが0,202から0,429 s⁻¹までの間隔gで記憶される。相対重みの一つの一般的なベクトルの正確な限定的なフィットも見いだされる: g = 0,30533 s⁻¹, χ²/384 = 0,7669。したがって、この例では、共通のペア制約は両方の異なる観測系で生き残った。

図33では、スケールした二重は最初のプローブで52に対して51をペアとして残します。小さい変更は独立ノイズによるものであり、対応するすべてのエラーフリーデータでは、数は同じで44に等しい。スケーリングIDは約7,4 × 10⁻¹⁶の相対誤差で満たされる。新しいポートを備えた別のプローブは、外側の面積をはるかに削減します。例は、新しい測定情報の意味を示しています。それはどの部分が異方性にのみ関連付けられており、どの部分がポートの動きにのみ関連付けられているかを確立しません。

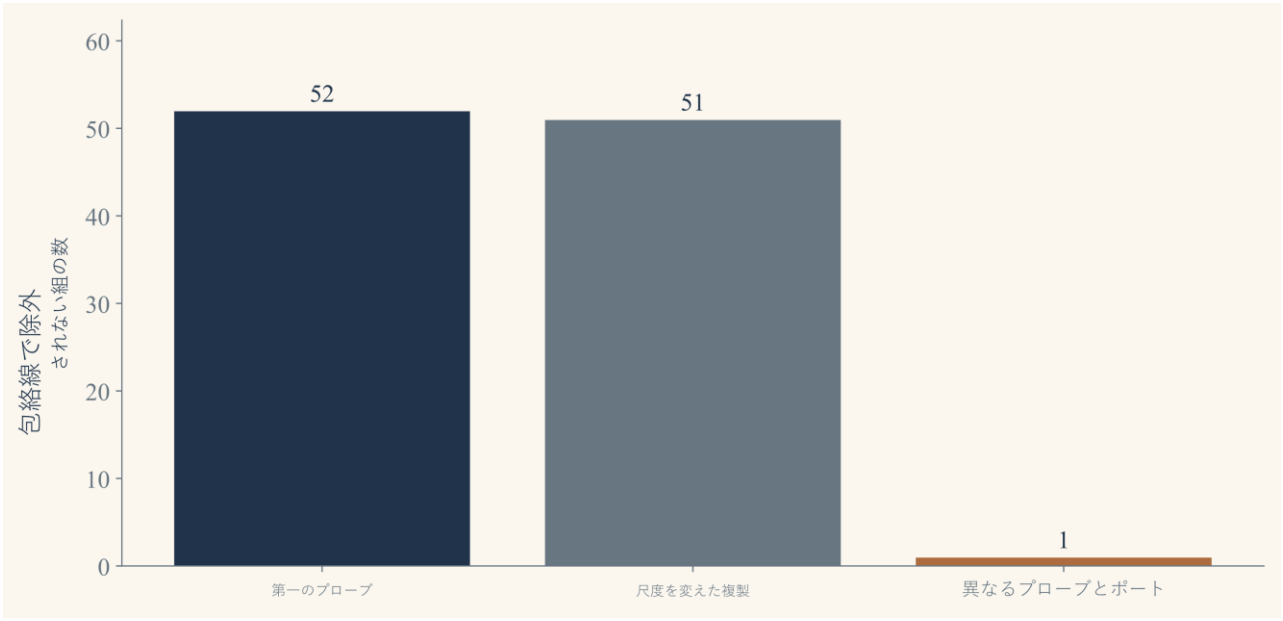


図33。一つのノイズの多い例では、保守的なテスト後に保持されるペアの数。残りのペアは、関節モデルの存在と別々の構造の制御をさらにテストする必要がある。

第二プローブの別々の対角線コントラストのシェルを図34に示します。青色帯は選択されたペアのすべての有効な重みをカバーし、オレンジ色の帯は同時観察間隔を指定します。異なるそのようなストリップの交差は、gに制限を与える。強い場合のゼロ重量は、すでに許容範囲外にあります。

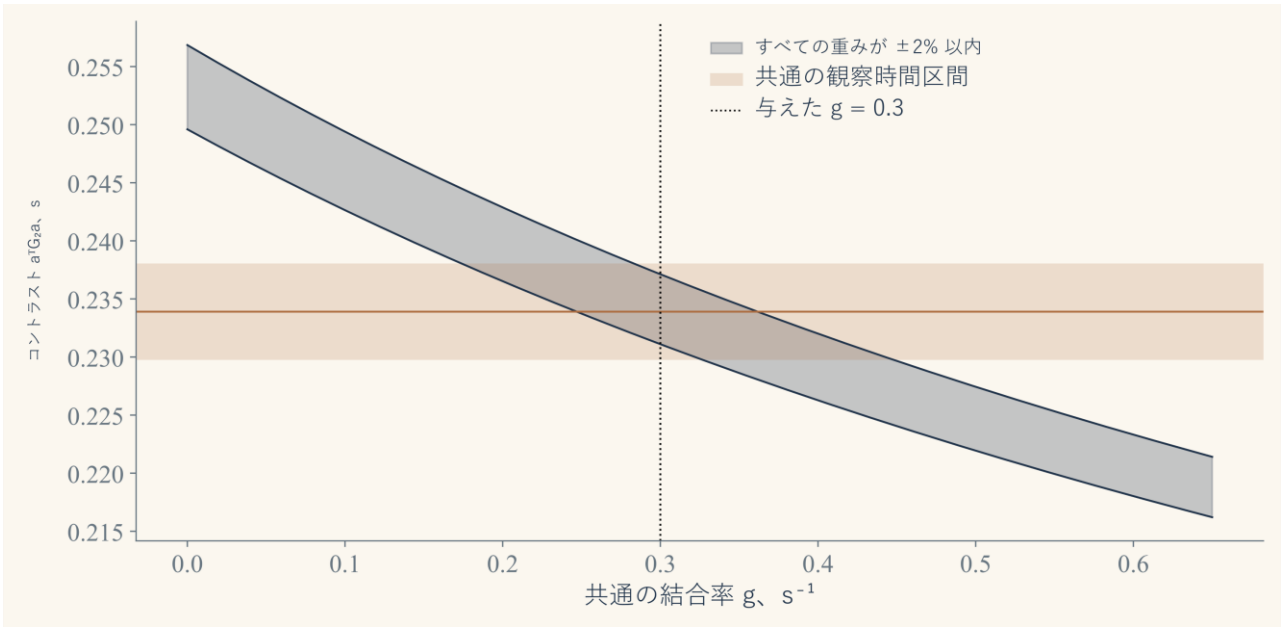


図 34。s = 0,3 s^{-1} におけるコントラスト $G_{2},58,58$。境界は、通常の重みの ±2 パーセント以内のあらゆるドリフトを考慮している。オレンジ色の帯では、あらかじめ指定した 216 個のスカラー観測の集合全体について補正している。

異なる二つの構造が示す、危険な一致

残りの一つの共通ペアは、共有構造の証明と等しくない。次の制御では、第一プローブはエッジ5〜58を含み、第二プローブはエッジ6-57を含む。結合強度は、同じ既知の係数1,6によって関連し、通常のドリフトと登録ノイズが保存される。左側の観察から、端5は右側の観察から容易に区別される - 端57。合同探索はこれらの局所的な観測を5-57に結合する。

この混成データは、スカラーの包絡条件だけを通過するのではない。許容されたドリフトを含む、一つの共通結合の完全なモデルでも、g = 0,2933 s⁻¹ で $\chi^2/384 = 0{,}8341$ となる。実際の二つの別々の節点対を使うモデルも、$\chi^2/384 = 0{,}8096$ で整合する。したがって、この記録そのものからは、得られた一致が、一つの物理的な結合に由来するとは確定できない。二つの妥当な説明を区別するには、識別力のある測定が必要になる。

この具体例を調べた後に、対照用の配置を設計した。両方のプローブでポート 0, 5, 6, 15, 48, 57, 58, 63 を使い、s = 0,3 s⁻¹ で測定する。これらのポートは、競合する両端と、選んだ隣接領域を捉える。配置は、新たな一連の雑音実現を生成する前に固定した。これは、設計したプロトコルの検証である。当初の仮説を、事前登録して盲検的に確認した結果だとは主張していない。

有効なエッジ、偽の共通候補、および新しいポート選択が図35で比較されます。

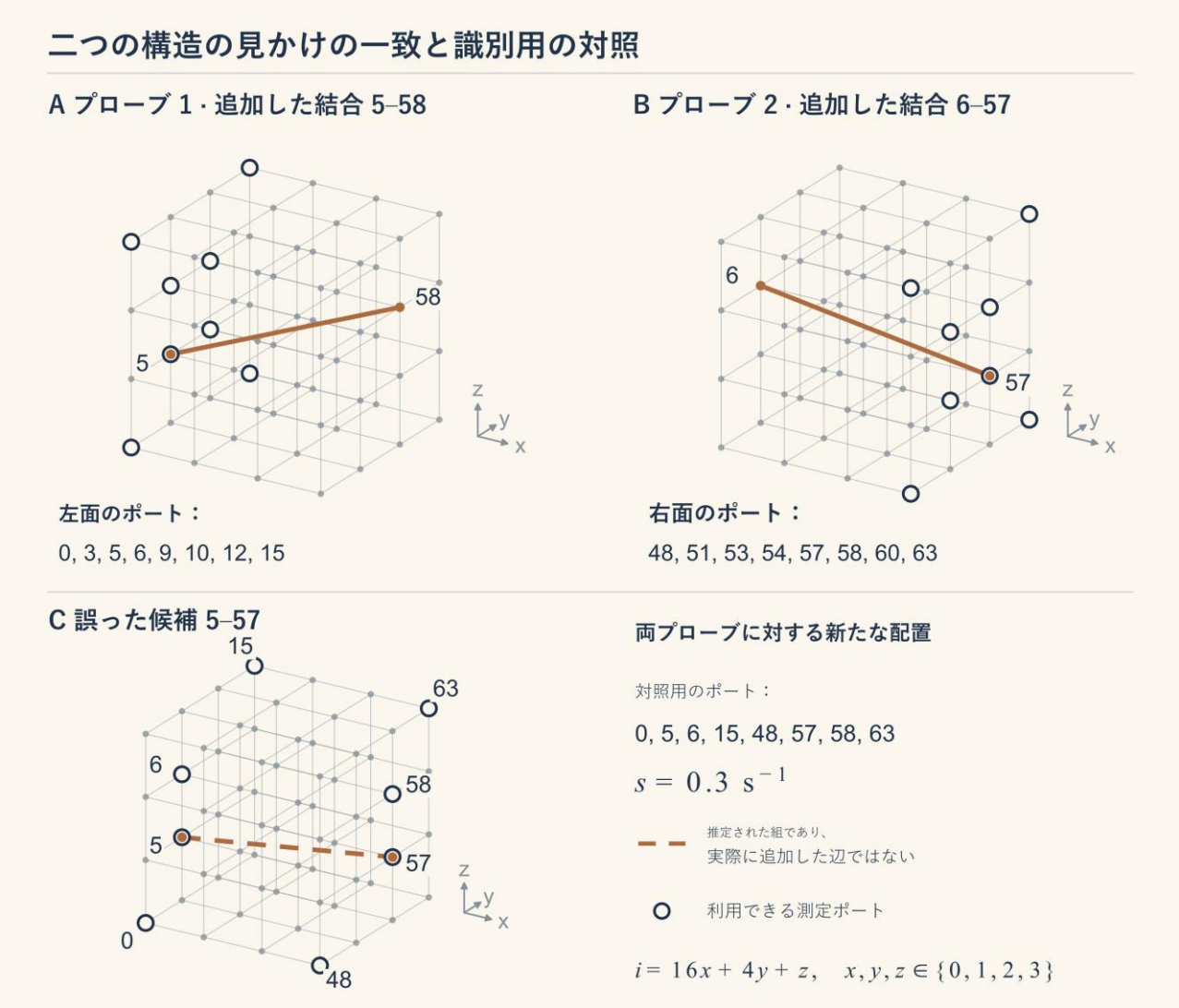


図 35。正確な骨格 4 × 4 × 4 において、偽の共通性を作る具体例。第一のプローブには辺 5-58 を、第二には 6-57 を加えた。向かい合う面の観測では、破線で示した偽の共通対 5-57 も許容される。下の図は、$s = 0{,}3\ \mathrm{s}^{-1}$ で両方のプローブから利用できる対照用のポートを示す。この実験では、それらによって上述の代替案を区別できる。座標と節点の番号は、三つの投影すべてで同じである。

シナリオ	制御回路の前に	アフターコントロール回路
共通真対 5-58	一つの一般的なペア5-58	保存 5-58
分離ペア 5-58 と 6-57	一つの偽共通ペア5-57	一般的なペアはすべて除外されます。

実際の一般的なペアの場合、外インターバル g は 0,2348 から 0,3638 s⁻¹ までである。すべての512指向エントリにフィットすると、g = 0,30021 s⁻¹と χ²/512 = 0,8075になります。別の制御では、共通のエッジの除去は、オプティマイザ障害からではなく、すべての2016ペアのエンベロープによって一度に得られる。スプリットモデルは、χ²/512 = 0,8222で実現可能な点を持つ。この限定的な例では、新しい実験はまさにそれが行うように設計された仕事をしました。

この結果は、可能なすべての接続、容量、隠れノードに対して普遍的な一意性を意味するものではない。特定の曖昧さを検出し、測定モードを選択し、その予測を導出し、名前付き代替物の識別をテストする。他のあいまいさクラスの場合、回路は新しい設計でなければなりません。

共通の電子回路信号と、独立した対照検証

二つのチャネルの合意は、電子機器内の物理的なオブジェクトの後にも発生する可能性があります。検証のために、両方のレコードに同じマトリックステンプレートが追加され、特に最初のプローブでエッジの応答と一致した。ノードモデルでは、追加の接続はありません。この選択は、全体的な記録経路の難しい人工制御を作成します。実際の測定器でこの特定のパターンの発生頻度を記述するものではありません。

追加の検証の前では、外側の同時許容領域に、再び一つの誤った節点対が残る。今度は 5-53 である。別の基準記録では、物理的な伝播を切り離し、想定する電子回路の漏れ経路を残す。この記録の 192 要素について、χ² = 1919,59 となる。純粋な、既知のガウス雑音に対する 99 パーセントの境界は、240,50 である。つまり、検証するネットワークの動力学を含まないはずの経路にも、共通の信号が現れている。

物理パスと永続登録パスの分離は、機能図 36 に示されています。

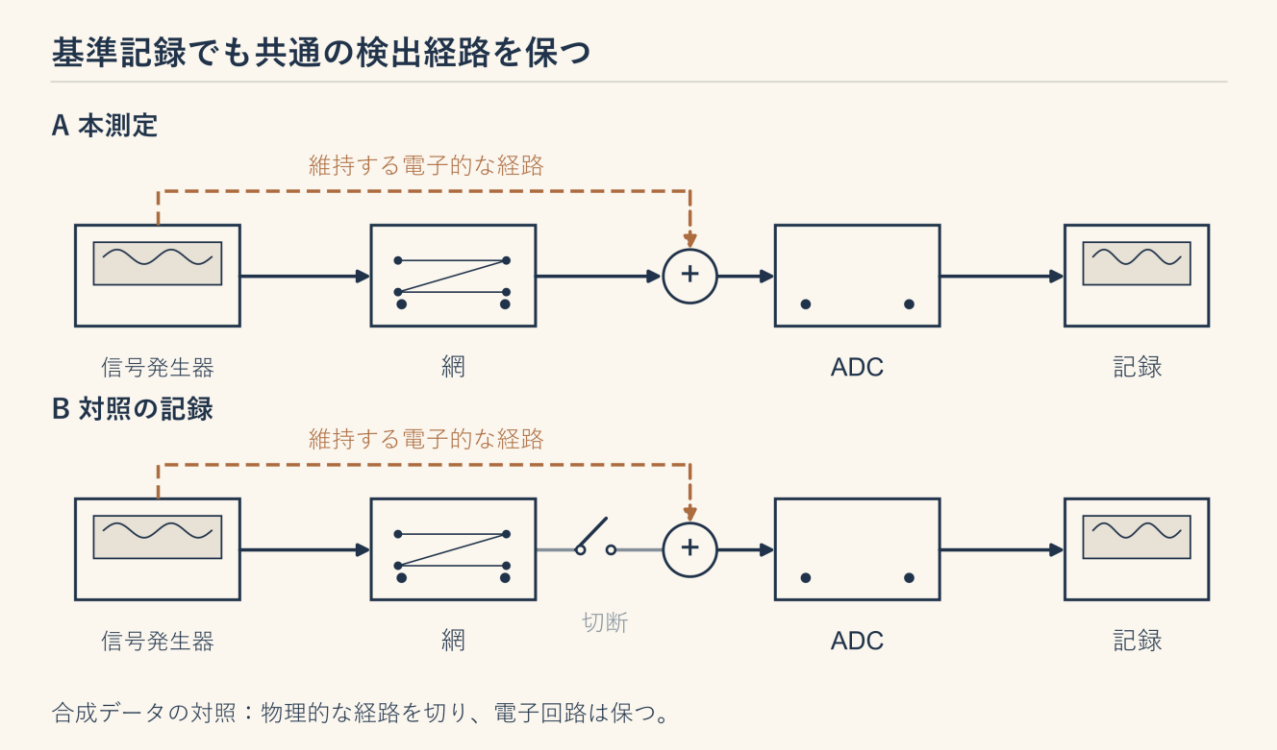


図 36。合成データを用いた対照実験における、基準記録の機能的な意味。通常の測定は、ネットワークの応答と、共通の電子回路経路の寄与を含む。対照状態では、物理的な経路を切り離し、想定する電子回路経路は残す。その記録に残る信号によって、見かけ上の共通性を生む、通常の原因を検証できる。この図は、組立て済みの具体的な回路図を示しているわけではない。各試験装置では、切替え後にも、調べる漏れ経路が本当に保たれることを、別途確かめなければならない。

参照レコードが減算されると、クリーンキャリブレーションはもはや除外されません。そのような減算のコストは追加のノイズである。独立して獲得した二つのレコードの同じ精度を考えると、差の標準偏差は$\sqrt{2}\,\sigma$である。同じ参照エントリが両方のプローブから差し引かれた場合、それらの残差は相関します。使用されるスカラーテストは、その同時境界がコントラストの独立を必要としないため、正しい限界分散で有効である。これらの減算データに完全に適合するためには、結合共分散が必要である。

コントロールポートは、このパターンの一般的なシングルリンク説明をすべて除外します。参照記録は、信号が保存されている測定回路の特定の部分を指す、別の知識を追加します。このような介入は、偏差の通常の原因を特定するのに役立つため、統計的不一致よりもはるかに強い。

プロトコルを選んだ後の、新たな検証系列

制御回路を固定した後、24実現の四つのシリーズが完成しました。それぞれが独立して、従来の重みの一般的な相対ドリフト、±2パーセント内の均一性、新鮮なガウスノイズを生成する。最初の状態は、それぞれ 3600000, 3601000, 3602000 と 3603000 から始まる。すべての場合において、力、ペア、ポートマップおよび排他基準はプログラムによって規定される。このシリーズは、以前の460計算とは別物です。

シナリオ	純粋な校正はありません。	制御後、共通のペアはありません。
ドリフト限定。	24のうち0	24のうち0
共有ペア	24のうち24	24のうち0
異なるペア	24のうち24	24のうち24
共通電子クロストーク	24のうち24	24のうち24

この共有ペアの24実現では、そのインデックスは外側領域に保存される。許容できるドリフトのみで、純粋なキャリブレーションは除外されなかった。制御回路に有効なペアが一つもない後に、接続とコピーされた電子クロストークを分離します。図37は、これらのカウンタを一緒に示しています:キャリブレーションを除くと、共通のエッジを取り除くことは異なるソリューションです。

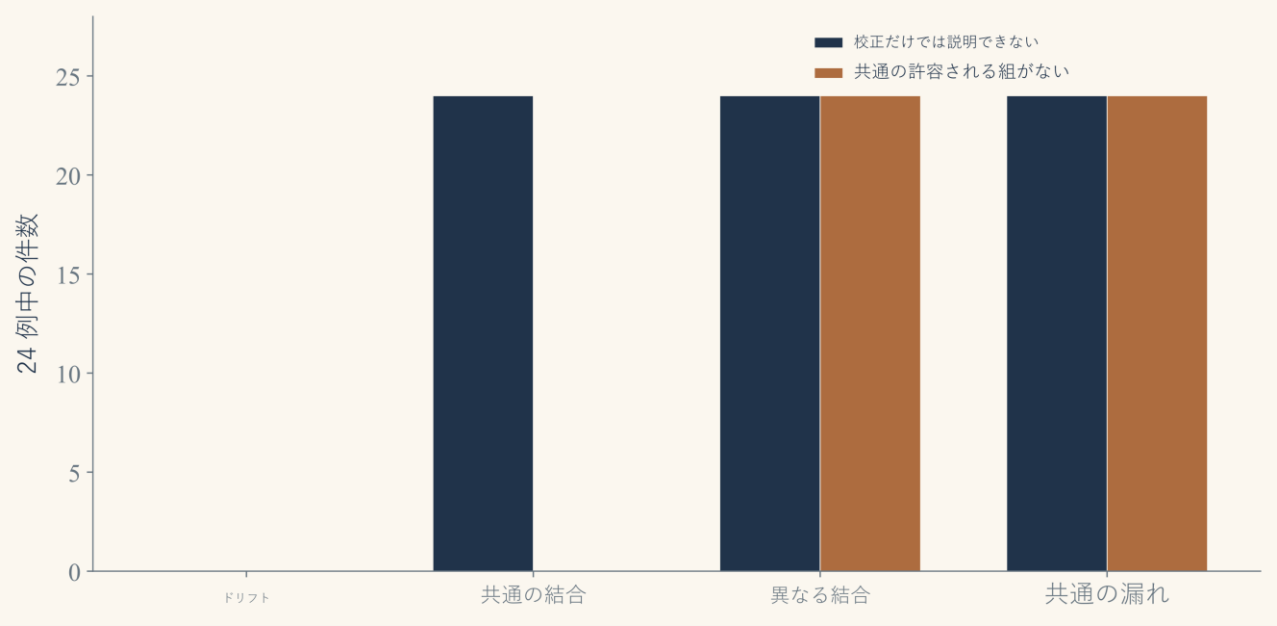


図 37。対照条件を固定した後に得た、新たな合成データ 96 回分の結果。集計値は、指定した四つのクラスと、各クラスのこの 24 記録を記述する。装置の誤り率の、普遍的な確率ではない。

24実験における偽排除のゼロレートはゼロリスクを証明しない。シェルの正式な境界は、これらの小さなカウンターによって推定されるのではなく、ノイズとキャリブレーションに関する仮定から、第14章に由来します。シリーズは、コードと選択したスクリプトを確認します。可能なペア、未知ノード、遅延、リーク、およびキャリブレーション制限自体の誤りをランダムに選択することは、他の課題である。

前方モデルと逆モデルの関係は依然として近い:どちらも与えられた線形ネットワークのクラスを使用する。この救済は考慮に入れなければならない。逆問題文献では、モデルの離散化誤差と過度な適合は楽観的再構成の源と見なされる。したがって、物理ワークショップでは、実際の記録、寄生元素、独立した校正測定を追加する必要があります。[21]

第 9 章 ネットワークの類似模型から、因果的な物理モデルへ

方程式の適用限界

このネットワークが計算に役立つのは、その構成を制御できるからである。ただし、この便利なモデルにも限界がある。方程式 x˙ = −Lx は、節点間で値が均される過程を記述し、配線内の完全な電磁過程を記述するものではない。分布した場、伝送線に沿う伝播、導体の個々の点の間のエネルギー移動は、この式には含まれていない。対象とする時間が、こうした内部の時間よりはるかに長い間は、縮約した記述がよい近似となりうる。信号の速度の限界を調べるときには、省略した細部が中心的な問題になる。

連結有限グラフ上の行列 e^{-tL} は通常、任意の t > 0 に対してリモートノード間の非零元を持つ。理由を見るために、それはシリーズで指数関数を拡張するのに十分です。最短経路の r 辺で区切られた一対について、最初の非零寄与は、ある順序 r の力 t とともに生じる。短時間では非常に小さいですが、厳密にゼロである必要はありません。したがって、理想的な拡散モデルは正確な光錐を含まない。この特徴を公式で発見すると、近似の限界を見つけ出し、超軽量伝送の可能性を発見しないことを意味する。

電気ベンチでは、因果関係は導体と場のより完全な説明を提供する。圧縮RCモデルは、速いプロセスを排除した後に使用されます。グラフ内の一本の線として描かれている長いワイヤーは、物理的に長さと伝搬時間を持っています。遅い崩壊研究の場合、これは重要ではないかもしれません。したがって、接続性断層撮影器と因果構造器は異なる誤差モデルと異なるキャリブレーション要件を持つ必要がある。

拡散尾と因果前線の違いを図38で示します。

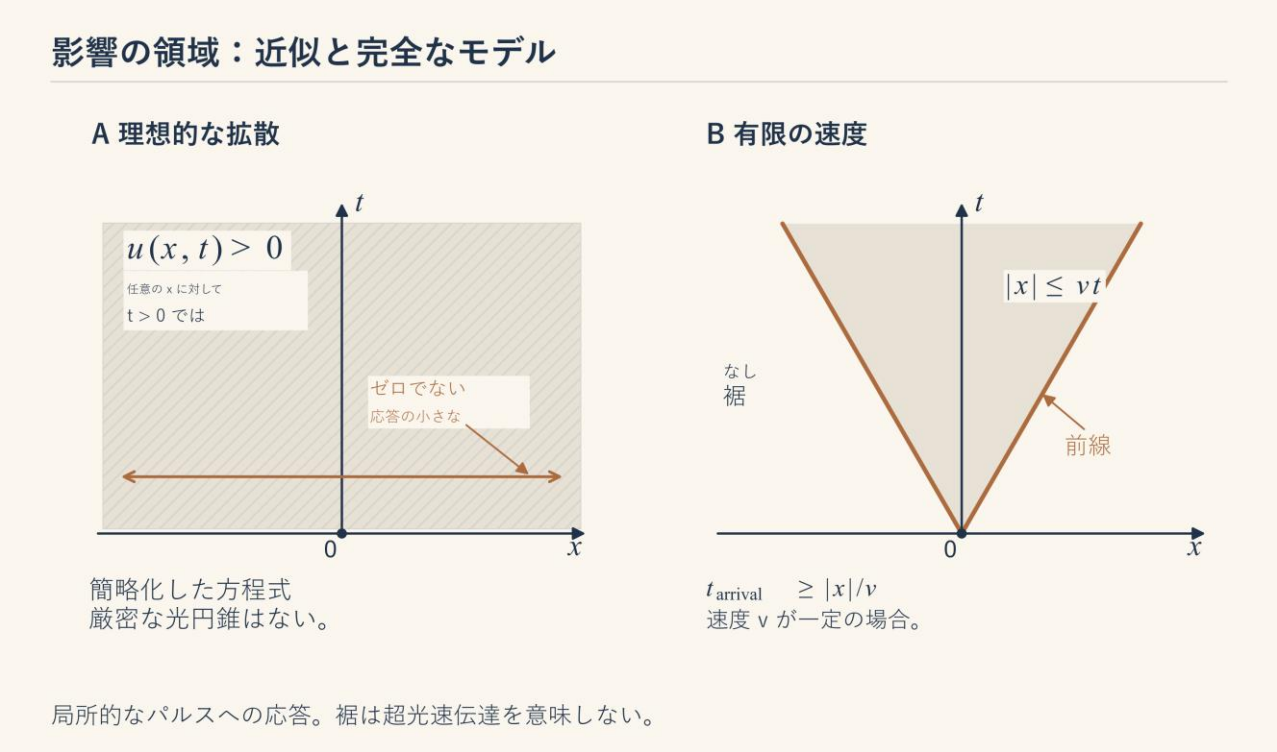


図38。局所インパルス応答をサポートする領域は、理想的な拡散記述と完全有限速度モデルにおいてである。左側には、任意の正の時間に対して小さな数学的尾が現れる。右側には、影響は因果面に限られる。図形は図式的であり、軸は数値スケールではなく、境界を説明するために一定の速度vが選択される。拡散尾部は還元方程式の極限を示し、物理超伝導の証拠ではない。

遅延は装置の構造から導く

モデルを改善する自然な試みは、遅延を追加することである。周波数またはラプラスの記述では、純粋な遅延は因子exp(−s τ)によって与えられる。しかし、正の重みgをg exp(−s τ)に任意に置き換えることは、結果の方程式が受動的な物理的接続を記述することを保証するものではない。有用な信号が遅れるだけでなく、フィードバック、蓄積されたエネルギー、安定性条件が変化します。実際の伝送路は、一つの装飾された係数ではなく、一貫した方程式の集合によって入出力量を関連付ける。

これはスカラー量の例で分かる。遅延がなければ、$\gamma > 0$ のもとで、方程式 $\dot{x} = -\gamma x$ は減衰を記述する。右辺の x(t) を x(t − τ) に置き換えると、特性方程式は $s + \gamma \exp(-s\tau) = 0$ になる。純虚根 $s = i\omega$ を代入すると、最初の安定性の境界 $\gamma\tau = \pi/2$ が得ら

れる。したがって、十分に大きな遅延は、もとは減衰していた規則を、振動する不安定性へ変える。 γ が正であるだけでは、以前と同じ結論はもはや保証されない。

$$\dot{x}(t) = -\gamma x(t-\tau), \qquad s + \gamma e^{-s\tau} = 0, \qquad \gamma\tau = \frac{\pi}{2} \tag{9.1}$$

この例は遅延モデルを禁止しません。再度チェックする必要があることを示しています。実験室のアナログの場合、伝送線、既知の共振器または測定された内部回路という物理的に理解可能な要素が好ましい。その後、遅延、分散および損失が共同で決定される。複数の周波数での測定により、単純な定数結合がもはや適切な近似でないかどうかを決定できる。この境界では、隠れた自由度が目に見えるが、その検出にはまず従来の工学的説明が必要である。

通常の隠れた媒介機構がもつ記憶

内部変数を除去した後、メモリを生成する要素を明示的に構築することが可能である。二つのアクセス可能な電圧ノードV_1とV_2を二つの同一の伝導子kによって隠れノードhを介して接続する。キャパシタンスC_hは、共通参照導体に対する隠れノードにインストールされる。初期電荷がゼロの潜在電圧方程式は

$$C_h \dot{V}_h + 2kV_h = k\left(V_1 + V_2\right) \tag{9.2}$$

ラプラス変換すると、ここから $V_h = k(V_1 + V_2)/(sC_h + 2k)$ が得られる。電流 $I_1 = k(V_1 - V_h)$ に代入すると、両端の相互作用の係数は s に依存することが分かる。コンダクタンス行列には非対角要素 $-k\,\mathrm{e}\,\phi\phi(s)$ が現れ、対角要素も変わる。両端の間に新たな線を一本残すだけで、これらの変化を忘れてしまうと、媒介する系の動力学の一部を失うことになる。

$$k_{\mathrm{eff}}(s) = \frac{k^2}{sC_h + 2k}, \qquad k_{\mathrm{eff}}(0) = \frac{k}{2} \tag{9.3}$$

静的には、二つの同一抵抗の使い慣れた和が得られる。時間領域では、相互寄与は減衰記憶を含む。その特性時間 $C_h/(2k)$ は、容量と導電率によって決定されるが、端間の幾何長ではない。

$$K_{12}(t) = \frac{k^2}{C_h} \exp\left(-\frac{2k}{C_h} t\right) \Theta(t) \qquad (9.4)$$

このカーネルは、相互作用の正の係数の大きさを記述する。電流の方程式における符号は、選んだ電流の向きによって決まる。ｋｏφφ の単位はジーメンス、$K_{12}(t)$ の単位は毎秒ジーメンスである。Θ(t) があるため、記憶は時間に関して遅延的になる。それによって、集中定数モデル内に厳密な空間的光円錐が生じるわけではない。

この例は、Kronのリダクションを測定可能な形質にリンクしている。記録帯域が時間$C_h/(2k)$を含む場合、二つの静的等価装置は過渡過程において異なる。このスケールがバンドの外にある場合、メモリは有効な定数に隠れます。したがって、検出された周波数依存チャネルはまず従来のエネルギー貯蔵および伝送線と比較されるべきである。これは、ネットワーク収縮から観測可能なダイナミクスへの具体的な物理ブリッジである。

隠れた容量と、その除外後に現れるメモリカーネルの図を図39に示します。

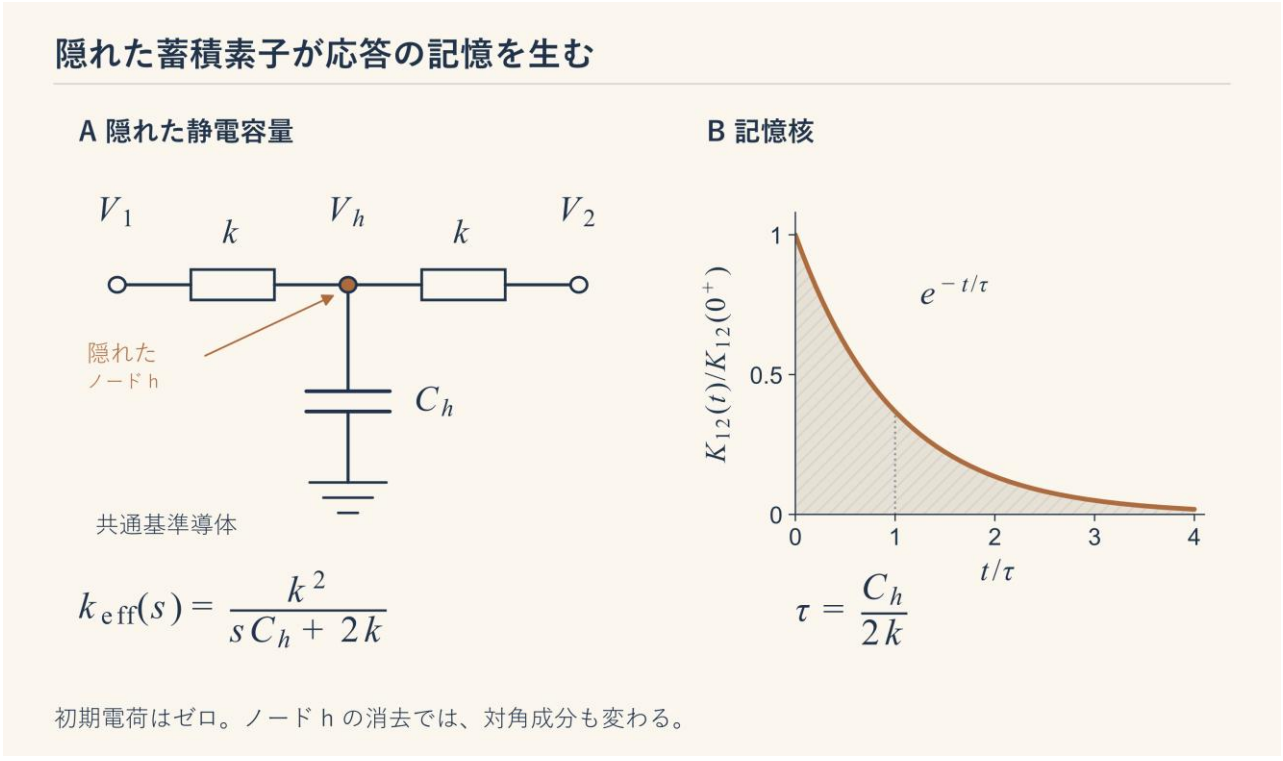


図39。記憶と共通の隠された仲介者。二つの同一のコンダクタンスkは、アクセス可能なノードhを介して、共通のコンダクタに対して容量C_hと接続する。初期電荷をゼロにすると、V_hの除去は周波数依存的なクロス係数を生成し、対角要素を変える。時間 $\tau = C_h/(2k)$ を持つ $t \geq 0$ の正確な正規化指数核は、実験曲線ではなく右側に示される。時間遅延は空間光錐を定義しない。

検証できる制約としての受動性

RC 回路網では、エネルギーの検証はとくに明快である。C を静電容量の正の対角行列、K をコンダクタンスの対称行列、V を電圧のベクトルとする。静電容量に蓄えられた電気エネルギーは、二次形式 VᵀCV の半分に等しい。方程式 C V̇ + KV = I を使えば、その時間微分が計算できる。結果は、供給電力と、抵抗器で散逸する電力の差になる。重みが正であるため、回路網が出すエネルギーは、受け取るエネルギーと以前に蓄えたエネルギーの和を超えない。

$$E = \frac{1}{2} V^{\mathsf{T}} C V, \qquad \frac{dE}{dt} = V^{\mathsf{T}} I - V^{\mathsf{T}} K V \le V^{\mathsf{T}} I \tag{9.5}$$

この不等式は、保存エネルギーと外部流れを比較する散逸系の一般理論の特別な場合である。ウィレムスは、貯蔵と供給の機能を通じて対応するアプローチを策定した。私たちのスタンドでは、組み立て前とデバイスデータに従って受動性を確認できるのが便利です。モデルにおける予期せぬエネルギーの増加は、符号誤り、誤った変数排他、または欠落した電源を示す可能性がある。[22]

受動性は完全な物理的正しさとは一致しない。受動電気回路は、休止状態の異なる材料物体のままであり、安定であるからといって真空モデルを宣言することはできません。しかし、エネルギーチェックは、基本的な解釈を議論する前にも、いくつかの誤った構造を遮断する。また、外部エネルギーによる真の増幅と幾何学的感度の変化を区別するのに役立ちます。研究機器では、これらの理由は、物理的意味が異なるが、振幅の同様の増加を生じる可能性がある。

因果的な応答と観測量

より一般的な線形モデルは、信号を遅延カーネルを持つソースの畳み込みとして記述する。記録時間は、受け入れられた因果構造内の露出時間に従う必要がある。通常の制限速度 c を持つ局所平坦空間において、分離点 r 間の衝突核は r/c の前に消滅する。曲線幾何学では、条件は対応する光錐の項で定式化される。異なる因果経路が仮定されている場合、その幾何学は時計と距離の測定と一致しなければならなくなる。

$$y_i(t) = \sum_j \int_{-\infty}^{t} H_{ij}\left(t - t'\ \right) f_j\left(t'\ \right)\, dt' \qquad (9.6)$$

重要なのは、制御された応答がソースに依存することです。このような介入なしに記録された二つのセンサ間の相関は、それらの間の情報の転送を証明しない。共通のソース、共通の環境、準備された共有状態によって作成することができます。新しいチャネルを主張するには、既知の効果の変化が遠位の結果を予測的に変化させ、その変化の時間制限を確立することを示す必要がある。相関探索と信号速度測定を混合することは、同じ統計量で異なる質問に答えることを意味します。

ある場を与えられたとしても、新しい理論は特定の観測可能な量を生成する必要がある。選択した座標の計量成分は、既製の光検出器読み取りではありません。光の経路、リフレクターの動き、クロックレート、位相比較手順を計算する必要があります。いくつかの障害は、差動装置の両方の枝に等しく影響し、互いにキャンセルする。したがって、空間の仮定された性質はモデルでは実在するが、この特定の構成では目に見えない。感度は、フィールドの名前ではなく測定手順の計算によって設定されます。

相関の正値性と、法則の共変性

この仮説がランダムな共通信号を記述する場合、すべてのチャネルの許容共分散を指定しなければならない。レコードの線形結合に対して、スペクトルパワーは非負である。これはスペクトル行列 S(f) の正半定値性を意味する。特に、二つのチャネルの相互スペクトルの係数の二乗は、自身のスペクトルの積によって制限される。角相関の任意の美しいパターンは、この条件に違反し、一般にランダムなプロセスに対応しない。このチェックは、データと比較する前に実行されます。

$$z^{\dagger} S(f) z \geq 0, \qquad \left|S_{ij}(f)\right|^2 \leq S_{ii}(f) S_{jj}(f) \qquad (9.7)$$

空間論における「共分散」という用語は、座標が変化するときに法則がどのように書かれるかという別の問題を指す。幾何学的解釈には座標的に一貫した記録が必要であるが、それ自体は区別された参照系がないことを証明しない。グリッドは特定の方向と時間を設定することができます。テンソル表記の背後にそれらを隠すだけでは不十分です。ローレ

ンツ対称性が大規模に復元されると予想される場合、残差は計算され、近似領域が示され、対応する実験上の制約と比較される。

因果関係、振幅の解析特性、有効理論の許容係数も関連している。アダムズらの研究は、有効場モデルのある種のクラスを用いて、低エネルギーラグランジアンの見かけの受容性が一貫した高エネルギー継続を保証しないことを示している。これは、異常な幾何学の普遍的な禁止ではありません。これは、ネットワークルールを物理法則に変換しようとするときに使われる記号、背景の安定性および定理の前提をチェックするための基礎である。[23]

真空の記述へ移るために必要なこと

完全な解釈はまずその自由度を名付ける必要がある。ノードイベント、空間領域、フィールドの状態、または計算グリッドの要素だけですか? そして、その進化と物質との相互作用の法則が求められます。量子モデルでは、状態空間、確率的解釈とダイナミクスがさらに指定され、状態の必要な特性を保持する。効果的なオープンシステムの場合、消散は許容できるが、損失の源と省略された記述の適用可能性の制限は明確でなければならない。

その後、試験された体制を回復しなければならない。モデルが遠方領域間の追加の結合を導入する場合、通常の光学的、機械的および重力的測定が通常それを見落としている理由を示す必要がある。説明は、弱い相互作用、限られた感度帯、または問題への特定の結合を含む可能性がある。これらは、否定的な実験の後に修正された説明ではなく、定量的特性でなければならない。モデルは、それが改ざんできるパラメータ範囲を暗示しなければならない。

アナログ実験は、これらのすべての段階で役立つ。双曲幾何の性質を再現し、対応する有効計量における伝播を検証するために、電気ネットワークがすでに使われている。その装置が示すのは、数学的な作用素を制御して実現できることであり、実験室の空間そのものが、根本的に双曲的になったことではない。同じ考え方で、ここで扱うグラフの試験装置も、隠れた結合を復元する方法を検証できる。ただし、それだけで、真空の構造を測定したとは主張できない。[24]

グラフから物理へ移るには、一つひとつの対応付けが必要である。モデルの変数は物理量へ、係数は測定できる相互作用へ、数学的な摂動は再現できる手順へ、予測した応答は計器の読みへと対応付ける。どれか一つでも対応が確立していなければ、結果は数学的、またはアナログ実験の水準にとどまる。その水準でも、内容のある定理や装置上の解決策は得られる。基礎物理としての解釈には、別の検証が必要である。

その後の章では、同じ研究順序の他の認識を検討する。コンパクトな方向の場合、選択したフィールドのモードの励起と登録を計算する必要があります。ランダムなポテンシャルのために、時計と加速度の関節反応。干渉計 - 光路と位相。これらの枝には独自の物理前提条件があり、予測を比較する一般的な方法は一方を他方から推測しない。

第 10 章 隠れた幾何の分光

力の法則から何を知ることができるか

ネットワーク実験の後、新しい質問が生じる:どのような測定は、物理的な追加方向への異常な応答をリンクすることができますか? この章では、スカラー場が通常の三つの座標と円に沿って伝搬する。身体間の力と同じ場の動的応答が考慮される。これは独立な物理モデルであり、ネットワークアナログで確立されたエッジは、すでに発見された空間の性質として転送されない。

空間方向の数を知らない実験者を想像してみてください。実験者は、小さな質量、距離メーター、重力センサーにアクセスできます。実験者は、ソースを移動し、力がどのように弱まるかを記録します。通常の三次元空間では、点質量のニュートン力は距離の二乗に逆減少する。ある場の流れが異なる次元の空間に均一に分岐すると、源を取り囲む表面の面積は異なる。指数を測定し、次元の数を得るのに十分であるようです。しかし、そのような推論は条件を隠している: 場は選択された方程式に従わなければならず、源は実際には点的であり、相互作用の伝播は他の理由で変化してはならない。この実験は、幾何学と幾何学を力に変換する物理法則を共同でテストする。

$$F(r) \propto r^{-(d-1)}, \qquad d_F(r) = 1 - \frac{d\ln|F(r)|}{d\ln r} \tag{10.1}$$

d_F は、力から復元した、操作的に定める次元を表す。測定を記述するには便利だが、世界の構造を独立に定義するものではない。列挙した仮定が成り立つと、べき乗則の下では d と一致する。領域を移り変わるときは、距離の関数になる。例えば 3,2 という非整数の結果だけから、物理的な方向の数が分数だとはいえない。複数の相互作用が同時に働くこと、発生源の有限の大きさ、物質の不均一性、距離の誤差も、その結果を生みうる。研究で問うべきなのは、得られた曲線に最も奇抜な名前を付けることではなく、利用できるデータで、どの説明を区別できるかである。

追加次元の物理的に意味のある仮説は、いくつかの結果を結ぶべきである。同じ潜在方向装置は、許容空間モード、そのエネルギー、および静的相互作用への貢献を決定する。

測定された各効果が独自のフリースケールを持つことが許されると、仮説はテストできなくなる。したがって、次のものはコンパクト性分光プログラムである:異なる観察から一貫したスケールのファミリーを回復する。コンパクトな余剰次元とその重力の現れという概念は長い間存在していた。Arkani-Hamed、Dimopoulos、Dvaliモデルでは、重力場と標準場は相補的な方向への異なるアクセスが与えられる。[26]

一つの新しい媒介機構でも、見かけの次元は変わりうる

発見の早すぎる約束よりも有用な反例から始めましょう。空間を三次元のままにしておくが、ニュートンの魅力に加えて、有限範囲との相互作用が起こる。その標準パラメータ化は湯川補正と呼ばれる。無次元係数 α は相対力を規定し、メートル単位で測定した λ が範囲を決定する。この章では、記号 α は両方の形で許容される; 対数微分の式は、総力が消えない場合にのみ用いられる。公式は検証可能な効果的な記述であり、新しい相互作用の起源は別の理論を必要とする。そのような単純な例でさえ、次元が変化した異常指数を特定することがどれほど危険であるかを示しています。

$$V(r) = -\frac{GmM}{r}\left(1 + \alpha e^{-r/\lambda}\right), \qquad x = \frac{r}{\lambda} \qquad (10.2)$$

B(x) > 0 なら相互作用は引力のままであり、動径方向の力の、正の大きさを扱うと便利である。ポテンシャルを微分すると、因子 1/r の微分と、指数関数の微分という、二つの寄与が得られる。後者は本質的である。ニュートン力にポテンシャルの補正をそのまま掛けるだけでは、予測は誤る。力の式の角括弧を B(x) とする。そのとき、対数微分は通常の項 −2 と、追加の項 xB′ /B を含む。導関数 B′ は $-\alpha x e^{-x}$ である。代入すると d_F の式が得られ、正の α では、三に追加の項が加わる。この項の因子はすべて無次元なので、単純だが欠かせない単位の検査を満たす。

$$|F(r)| = \frac{GmM}{r^2}|B(x)|, \qquad B(x) = 1 + \alpha\left(1 + x\right)e^{-x}, \qquad B'(x) = -\alpha x e^{-x} \qquad (10.3)$$

$$d_F(r) = 3 + \frac{\alpha x^2 e^{-x}}{1 + \alpha\left(1 + x\right)e^{-x}} \qquad (10.4)$$

小さな x に対しては、補正はほとんど一定であり、主に有効相互作用力を変える。大きなxの場合、指数関数的に消えます。これらの極限の間には、空間次元の増加と誤って呼

べる領域が現れる。この結論は、通常の微分ではなく実験的発見によって得られる。将来のデバイスにとって有用な要件を設定します:十分に広い範囲の距離を測定し、遷移の形状を確認する必要があります。狭い間隔では、異なる関数は簡単に同じように見えます。三を超える d_F のエラーのない登録でさえ、最初は元のフォースモデルが不十分であることを示すだけです。次の質問は、検出された修正の物理的な起源に関するものです。

B < 0 の部分において、同じ対数微分は ln|B| によって計算される。点 B = 0 では、d_F インジケータは定義されません。これらの場合、力の徴候は別々に示されなければならず、その大きさの一つのグラフがアトラクションと反発の間の遷移を隠している。

閉じた方向と、モードの塔

明示的に指定されたモデルを考えてみましょう。三つの拡張座標に加えて、周期 $2\pi R$ を持つ周期座標 y が存在する。マスレススカラー場はそれに沿って伝播し、ソースは同じy値に位置する。周期性は、n が整数である波数 n/R を許す。通常の空間にしかアクセスできないオブザーバーは、非ゼロモードを大きな興奮として記述する。これは空間 $R^3 \times S^1$ 上の訓練スカラーモデルである。これはスペクトルと静的ポテンシャルの間の接続を導出できるが、重力のテンソル理論に取って代わるものではない: スピン、追加の場、半径を固定するためのメカニズムおよび物質との実際の接続はまだここでは指定されていない。

$$q_n = \frac{n}{R}, \qquad m_n = \frac{|n|\hbar}{cR}, \qquad E_n = m_n c^2 = \frac{|n|\hbar c}{R}, \qquad \lambda_n = \frac{R}{|n|} \tag{10.5}$$

遠距離の相互作用が通常の形になるように、ゼロモードを規格化すると、番号 n と −n のモードは、等しい寄与を与える。指数関数の和は、双曲線余接関数になる。R より十分に遠い距離では、ポテンシャル 1/r が残る。R より十分に近い距離では、場は追加の方向にも広がり、ポテンシャルは $1/r^2$ に比例する。その力は、$1/r^3$ に従って減る。この振舞いは、採用した幾何と、場の伝播規則から導かれる。和の前の係数 2 は、選んだスカラー模型に固有であり、確かめずに、現実的な重力仮説へ移してはならない。

$$V_{\mathrm{SC}}(r) = -\frac{GmM}{r}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nr/R}\right] = -\frac{GmM}{r}\coth\left(\frac{r}{2R}\right) \tag{10.6}$$

$$V_{\mathrm{sc}}(r) \simeq -\frac{GmM}{r} \quad (r \gg R), \qquad V_{\mathrm{sc}}(r) \simeq -\frac{2GmMR}{r^2} \quad (r \ll R) \tag{10.7}$$

単位を具体的に示すため、R を 10 マイクロメートルとする。最初のモードのエネルギーは、およそ 0,0197 電子ボルト、周波数 E_1/h は、4,77 テラヘルツになる。これは、選んだ半径の算術上の帰結である。検出の予測でも、この条件が、既存の観測全体によって許されるという主張でもない。周波数だけで、励起できるかどうかは決まらない。結合の作用素、その係数、選択則、発生源の強度、読出しの方法が必要である。指定した周波数の電磁波発生器が、探すモードと全く相互作用しない可能性もある。この例の実用的な意味は、一つの半径が、静的な力の及ぶ範囲と、完全な理論が考慮すべきエネルギー尺度を、同時に定める点にある。

スケール構造を得る二つの異なる方法は、図40で比較されます。左側では、一つの普通のメディエーターが三から強度指標の偏差を作成します。関連するコンパクトなモード範囲が右側に表示されます。正しいシーケンスはより厳しい仮説を設定するが、測定が少なくともいくつかの用語に敏感である場合にのみテストできる。

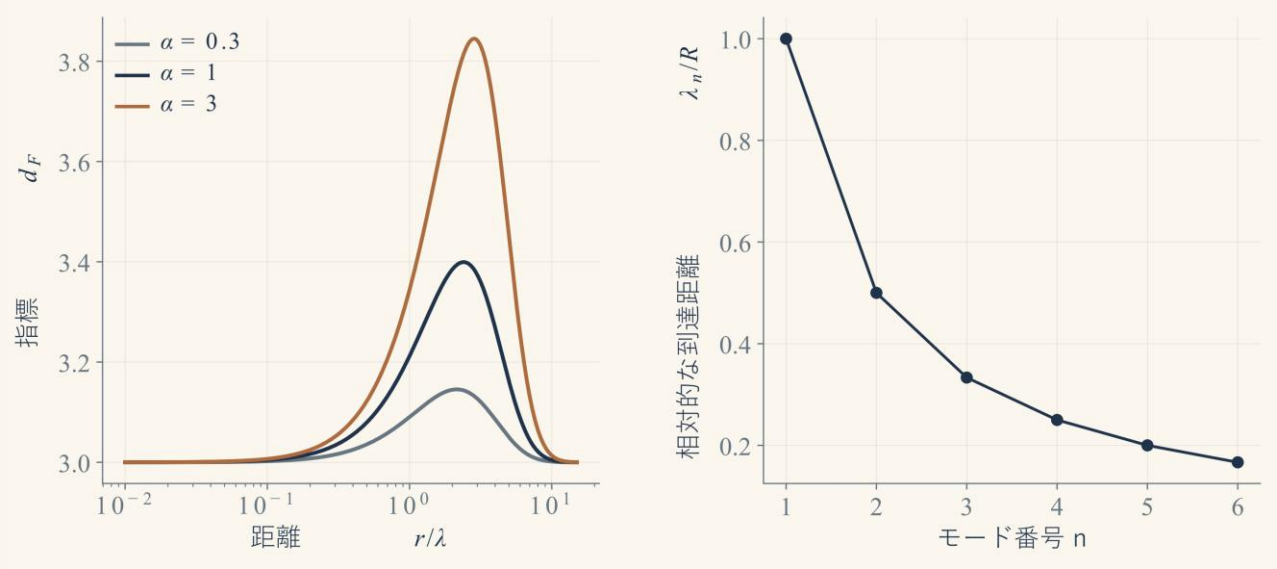


図40。一つの湯川補正とコンパクトなモード範囲の操作力指数。左の曲線は正の α に対して、右の λ_n/R = 1/n に対して計算される。これらは選択されたモデルの結果であり、追加の次元の観察ではない。

発生源、検出器、遅延応答

モードスペクトルをデバイス予測に変換するために、ソースを設定します。質量 m の小体は y = 0 に位置し、 ε cos(ωt) によって線に沿って検出器に向かって移動される。スカラー電荷は質量に比例する。質量Mの試験体もy = 0に位置し、エネルギーMΦ_sを介してポテンシャルと相互作用する。ソースの動きは外部ドライブによって支持される; ε は距離rよりも大幅に小さく、速度 ε ω はcよりかなり小さい。固定半径Rの線形スカラーダイナミクスが採用されている。この例を完全に定義し、本質的にその実装の可能性に関する疑問を分離します。

図41では、一つの測定演算子の異なる部分として、ソースモーション、遅延応答、および電源チャネル読み込みが分離されています。

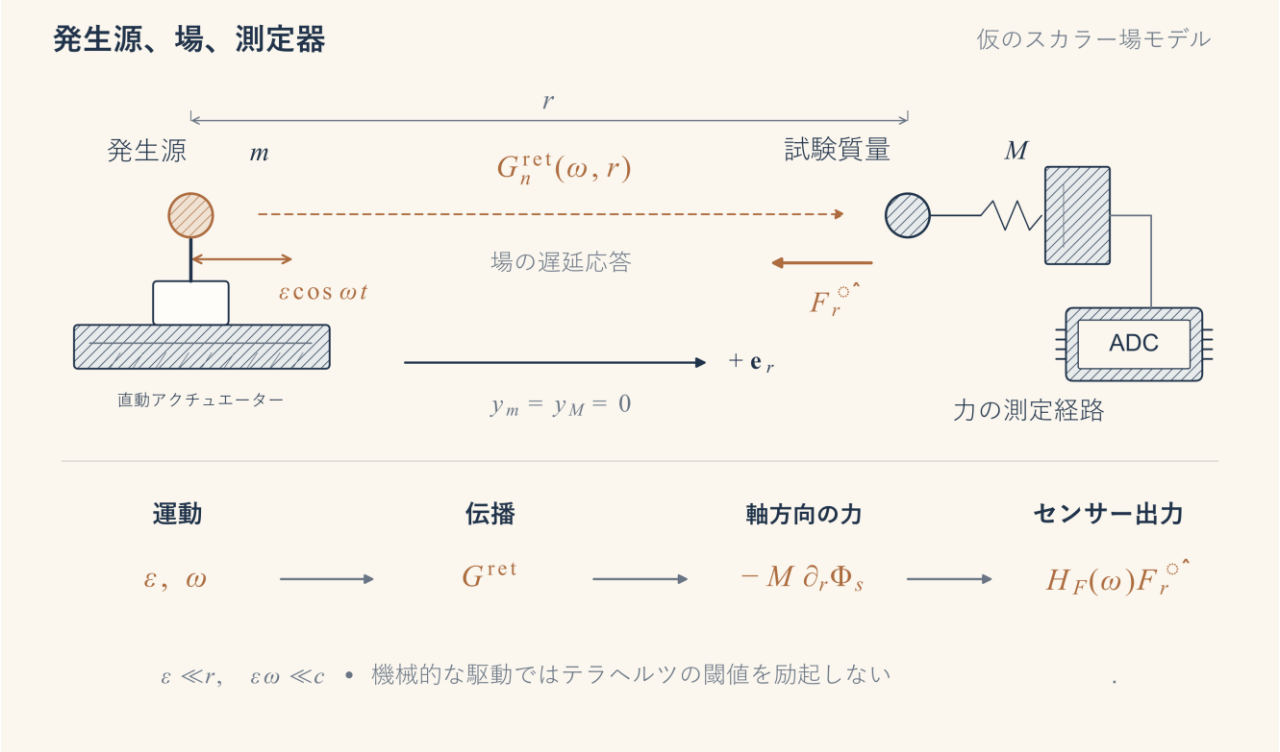


図41。ソースmと試験質量Mは同じコンパクトな座標y= 0に位置する。アクチュエータは、正の半径方向に沿ってソースを置き換えます。力の矢印は、魅力的な静電応答の兆候を修正します。動作とデジタル出力の間には、グリーン関数、ポテンシャルの空間微分、力センサの応答がある。所定のスカラーモデルにおける測定原理の設計について述べる。100 Hzの機械的励起は、場方程式にコンパクトなしきい値が存在するためテラヘルツ源にはならない。

$$\left(\nabla_{\mathbf{x}}^{2}+\partial_{y}^{2}-c^{-2}\partial_{t}^{2}\right)\Phi_{s}=4\pi G_{4}\rho_{4},\qquad G_{4}=2\pi R G_{s},\tag{10.8}$$

$$\rho_{4}=m\,\delta^{(3)}\left(\mathbf{x}-\epsilon\cos(\omega t)\mathbf{e}_{r}\right)\delta_{2\pi R}(y)\tag{10.9}$$

ここで、Φ_s の単位は m²/s²、四次元空間の密度 ρ_4 の単位は kg/m⁴、G_4 の単位は m⁴/(kg·s²) である。周期的なデルタ関数は、円周上で積分すると一になる。係数 G_s は、ゼロモードを取り出した後の、遠距離のスカラー力を定める。以下では、位相表示の振幅に exp(−iωt) を掛ける。したがって、外向きの動径波は exp(ik_nr) を含み、平方根の枝は、虚部が非負となるように選ぶ。

$$k_{n}(\omega)=\sqrt{\frac{\left(\omega+i0\right)^{2}}{c^{2}}-\frac{n^{2}}{R^{2}}},\qquad G_{n}^{\mathrm{ret}}(\omega,r)=\frac{e^{ik_{n}r}}{4\pi r}\tag{10.10}$$

ω < nc/R の場合、数 k_n は虚数である: この寄与は指数関数的に減少し、大きな距離で自由伝播モードを転送しない。しきい値を超えると、k_n は実数となる。通常の半径運動量は連続であるため、しきい値は狭スペクトル線である必要はない。共鳴は、追加の閉じ込め、リフレクション、または特定のソースダイナミクスを必要とする。同じ関数の静的極限は exp(−nr/R)/r を与え、すでに得られるポテンシャルを返す。このチェックは、モデルの二つの部分と一つのオペレータを接続します。コンパクトスペクトルと湯川補正の関係は一次文献で研究されており、係数はモードの幾何学と縮退に依存する。[45]

ソースの小さな動きは、ソースの位置に応じてグリーンの機能を区別します。測定された力は、検出器位置に関する別の微分を必要とする。同軸点実験の場合、半径力の振幅は形を持っています。

$$\hat{F}_{r}(\omega)=-\frac{G_{s}mM\epsilon}{r^{3}}\mathcal{D}(\omega,r),\qquad \mathcal{D}=\sum_{n=0}^{\infty}w_{n}\,e^{ik_{n}r}\left[2-2ik_{n}r-\left(k_{n}r\right)^{2}\right],\tag{10.11}$$

$$w_{0}=1,\qquad w_{n}=2\ \left(n\geq 1\right)\tag{10.12}$$

信号は、ソースから検出器への半径軸に対応する。ω = 0 がゼロモードの場合、最初の括弧は二に等しく、大規模モードでは 2 + 2nR/R + (nr/R)² となる。したがって、動的読

み取りはその振幅と位相とともに定義される。点近似条件は r よりもずっと小さいボディサイズを必要とする; 以下、有限体は個別の積分を用いて計算される。

R = 10 μmの場合、最初のしきい値は4,7713 THzで、100 HzのドライブはωR/c = 2,10 × 10^{-11}です。利用可能な機械的な動きはほとんど静的な力を探索します。計算されたテラヘルツスケールの単なる存在は、メカニカルソースをテラヘルツ励起器にしない。図44の左パネルは、r = 3Rにおける無次元動的参照を示しています。高周波領域は、提案した機械的実験の仕様ではなく、特定の場方程式の予測として機能します。

点質量から、測定できるトルクへ

実際の質量は、形状、厚さおよび密度分布を有する。ギャップがその寸法に匹敵する場合、センター間の力はセンサーの読み取りを記述しません。物質のすべてのペアの相互作用を要約する必要があります。回転源については、まず角度θの総ポテンシャルエネルギーを計算し、次にその角度に対する微分を計算する。積分は測定された表面、密度の不均質性、穴およびスクリーンを含んでいます。この操作は、インストルメントモデルの中心的な位置を占めます:ジオメトリが洗練された後に消える弱い効果は、空間の変化を示しません。デバイス自体の幾何学は、発見しようとする幾何学よりもよく知られなければなりません。

$$U(\theta) = -G\int d^3x\, d^3y\, \frac{\rho_1(\mathbf{x})\rho_2(\mathbf{y})}{s(\mathbf{x},\mathbf{y},\theta)}\left[1 + \sum_n \alpha_n\, e^{-s(\mathbf{x},\mathbf{y},\theta)/\lambda_n}\right], \qquad \tau_z = -\frac{\partial U}{\partial \theta} \tag{10.13}$$

ここでsは、ソースが回転した後の体の要素間の実際の距離です。密度は立方メートルあたり一キログラムの単位を持ち、エネルギー積分はジュールであり、モーメントはニュートンメートルである。有用なソース設計は、いくつかの空間期間を含んでいる。回転するにつれて、それらは異なる調和を作り出します。それぞれが積分内の距離を異なる重み付けします。ギャップを変更すると、独立した情報が追加されます。このアプローチは、相互作用の形状をセンサ全体の利得と分離するのに役立つ。しかし、複数の高調波を独立実験として考慮すべきではない:同じ表面または位置誤差が同時にすべてのチャネルに偏りがあり、それらの総共分散は分析に含まれなければならない。

Liらは、52 µmから3 mmまでのギャップでやりとりをテストした。2020の分析では、重力の大きさの湯川補正の範囲である$|\alpha| = 1$は、38,6 µm以下の95%の信頼レベルに制限されている。これは領域の特定の断面点(α, λ)であり、任意の追加方向の半径に対する普遍的な制限ではない。タンらの研究では、遮蔽膜の動きを抑制することで、残留表面電位の影響を減少させた。どちらの例も、力の解釈は相互作用モデルとセットアップの測定特性に依存することを示している。[27] [28]

有限の円板二枚の、完全に指定した計算

半径 a = 5 mm、厚さ t = 100 μm の、均一で同軸の円板二枚を考える。両方の密度を 19 300 kg/m³ とする。平均の隙間 z_0 は 50 μm であり、駆動装置は、それを $\varepsilon \cos(\omega t)$ だけ小さくする。ここで ε = 0,1 μm、周波数は 100 Hz である。センサーは、軸方向の力の第一高調波を測る。これらの値は、計算上の試料を定める。駆動装置、遮蔽、力センサーの特性は、別の試作装置で、なお検証しなければならない。

通常の遠距離力と比較するため、β を導入すると便利である。遠距離のスカラー成分を G_s、測定された全体の係数を G_N とすると、β = G_s/G_N と置く。引力となる二つの寄与の和であれば $0 \le \beta \le 1$ であり、$\beta = 1$ は純粋なスカラーの基準モデルに戻る。ゼロモードは、すでに G_N に含まれる。その場合、追加の湯川型の項は $\alpha_n = 2\beta$、$\lambda_n = R/n$ となる。以下の数値では G_N = 6,67430 × 10^{-11} m³/(kg·s²) を使う。

$$V(r) = -\frac{G_N m M}{r}\left[1 + 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nr/R}\right] \tag{10.14}$$

二つの円筒体上の積分は、有限ディスクを無限のプレートに置き換えることなく、二つの変数に還元できる。横変位 u では、それらの射影の重なり領域は A_ov(u) と等しい。二つの要素 w の深さの和は、三角形の重み b(w) を持つ。これらの幾何学的重みは、物質のすべてのペアを考慮に入れます。

$$A_{\mathrm{ov}}(u) = 2a^2 \arccos\frac{u}{2a} - \frac{u}{2}\sqrt{4a^2 - u^2}, \qquad 0 \le u \le 2a, \tag{10.15}$$

$$b(w) = \min\left(w, 2t - w\right), \quad s = \sqrt{u^2 + \left(z_0 + w\right)^2}, \quad 0 \le w \le 2t \tag{10.16}$$

積分の幾何学的値とギャップ変調の方向を図42に集めます。

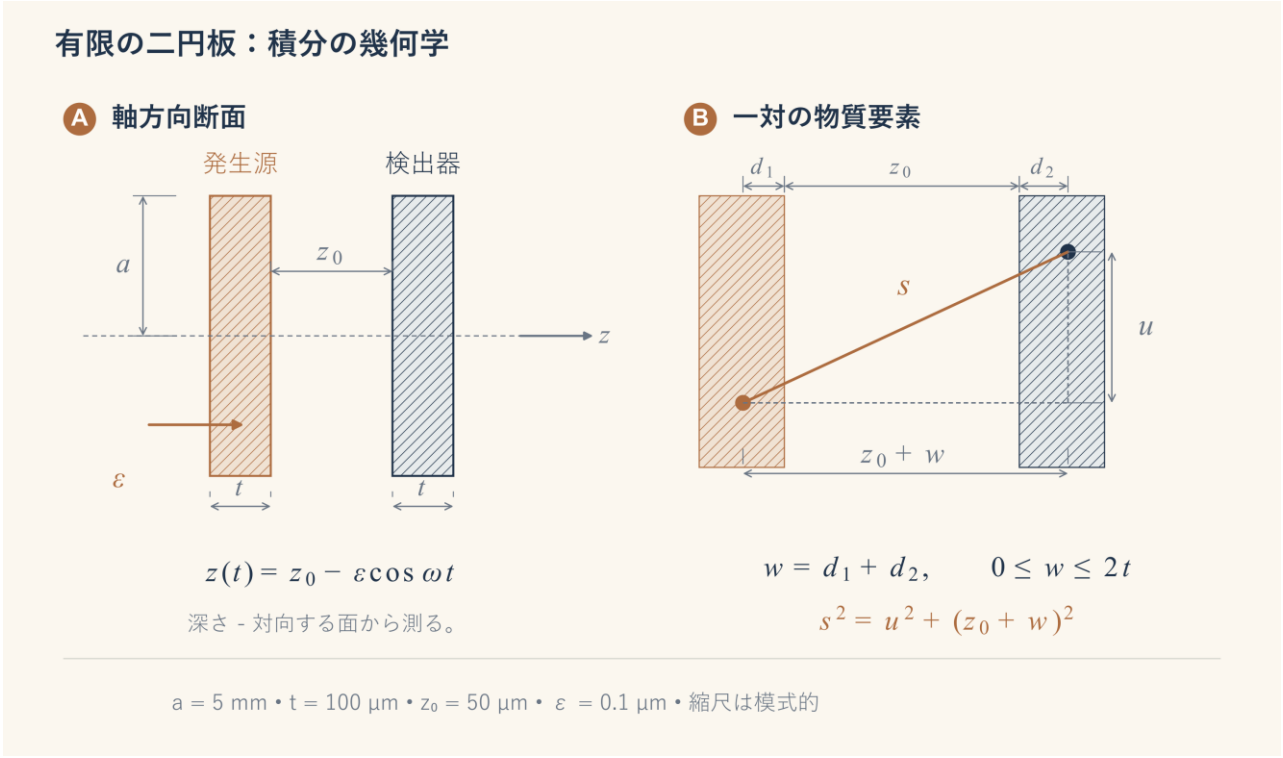


図42。二つの均質な同軸円盤は同じ半径 a と厚さ t を持つ。ソースを移動させることで、$\varepsilon\cos(\omega t)$による平均ギャップ$z_0$が減少します。拡大された一対の要素では、$d_1$と$d_2$が対向面から身体内部にカウントされ、それらの和wは軸距離$z_0 + w$を、uは横距離を指定する。したがって、ペアの距離は$s = \sqrt{[u^2 + (z_0 + w)^2]}$です。厚さ、クリアランスと移動はスケールするために示されません。計算されたジオメトリに追加の画面は含まれていません。

$$F_Y\left(z_0; \lambda, \alpha\right) = 2\pi G_N \rho^2 \alpha \int_0^{2a} u\, A_{\text{ov}}(u)\, du \int_0^{2t} b\,(w)\, \frac{z_0 + w}{s^3}\left(1 + \frac{s}{\lambda}\right) e^{-s/\lambda}\, dw \tag{10.17}$$

$$F_{1,Y} = -\epsilon \frac{\partial F_Y}{\partial z_0}, \qquad F_{1,\text{tower}} = \sum_{n \ge 1} F_{1,Y}\left(z_0; R/n, 2\beta\right) \tag{10.18}$$

(10.17) の力 F_Y は、引力を正にとる。隙間を小さくすると力が大きくなるため、第一高調波の振幅は正になる。プログラムでは、カーネルの導関数を解析的に計算してから、数値積分を行う。ニュートン力の寄与は、指数因子を一に置き換えて求め、こちらも有限

の物体全体で積分する。変調によって消えるわけではない。有限の円板の端の場が、力の非ゼロの導関数を生むからである。

R = 10 μmと $\beta = 1$の値です。	計算結果
コンスタントニュートン力	1,12028 × 10^{-13} N
ニュートン第一高調波	5,66708 × 10^{-18} N
塔全体の追加の高調波	1,65240 × 10^{-19} N
第一対モードの追加高調波	1,64682 × 10^{-19} N
追加調和における次のモードのシェア	0,3377%

数値積分の次数を上げると、追加の高調波の変化は、その値に対して 10^{-13} 未満、ニュートン力の高調波の変化は、およそ 1,2 × 10^{-11} であった。これは、選んだ理想的な幾何に対する、数値積分の検証である。実際の寸法、密度、位置の誤差を評価しているわけではない。ε に関する線形化は、各モードに、別途、$(\varepsilon/\lambda)^2$ 程度の補正をもたらす。$\varepsilon/R = 0{,}01$ では、主要なモードは十分に線形な領域にある。この比が大きい高次のモードは、ここでは隙間によって指数関数的に抑制される。

結果として得られるニュートン高調波背景は、追加の信号の約34倍である。その校正は、センサーの感度とともにタスクに含まれています。すべての補正の後、標準調和誤差 3 × 10^{-20} N が必要であれば、幾何学およびニュートン予算もこの数に収まる必要がある。このような低読み出しノイズの単なる約束は、結果の精度を保証するものではない。

感度の地図と、競合する媒介機構

名前付き残差パラメータを含む既に推定された力調和の標準誤差を、$\sigma_F = 3 \times 10^{-20}$ Nに等しくなるようにする。固定 R に対して、公称両面スケール $1{,}96\,\sigma_F$ は $\beta_{min} = 1{,}96\,\sigma_F/F_1(\beta = 1)$ を与える。これはガウス近似における一つの事前選択試験の特徴である。多R探索と背景形状の不確かさは、14章の一般的な統計的手順を必要とする。

$$\beta_{\min}(R) = \frac{1.96\,\sigma_F}{F_{1,\mathrm{tower}}\left(R, \beta = 1\right)} \qquad (10.19)$$

R = 10 μm, β_min = 0,35584を得る。これは与えられたしきい値を横切るスケールであり、高いパワーを保証するものではありません。数学的期待1,96 σ_Fを持つ信号は、実現の約半分で上しきい値を越えます。同じ二面公称規則を持つ約80%のパワーに対して、およそ2,80 σ_Fが必要であり、ここではβについて0,509に対応する。図43は、この従来の感度領域を示しています。実験的な限界ではなく、与えられた誤差の結果を記述する。また、既存のすべての観測によって解決されたと思われる領域を強調表示しません。これを行うには、モードタワーと物質との接続に実際の制限を別々に転送する必要があります。|α| = 1のリテラリーリミットは、湯川修正を一つ指します。再解析せずに塔全体の正確な境界線に変えることは不可能です。

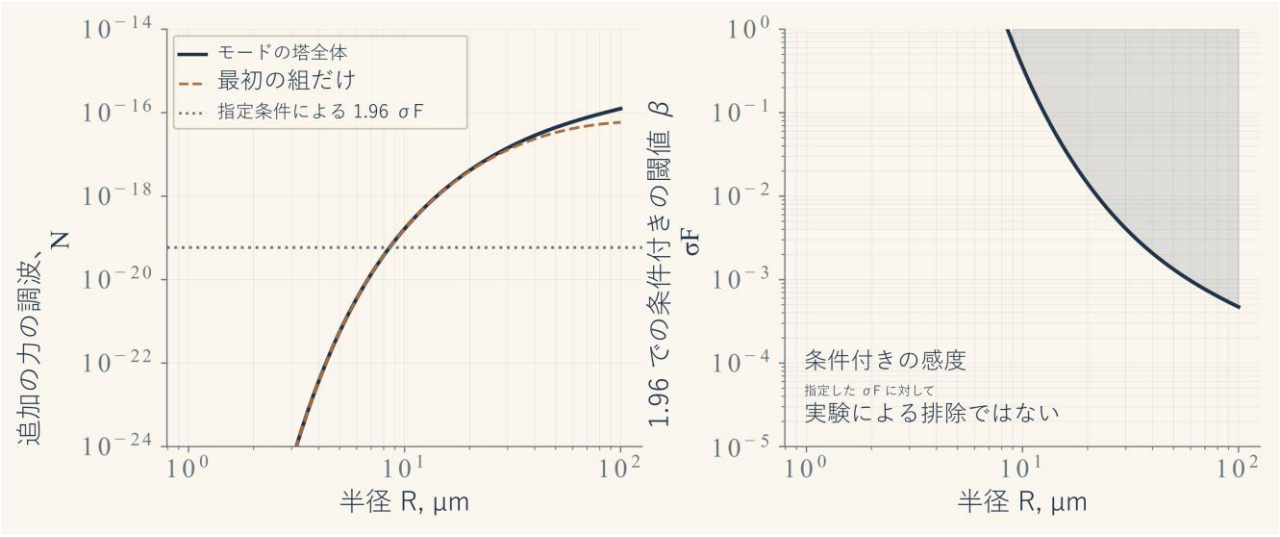


図43。有限ディスクと与えられたノイズ予算。左はβ = 1、右はβ_min、 σ_F = 3 × 10^{-20} N。シェーディングは、この計算において条件付き識別可能性のみを示す;実験的に除外された領域はここでプロットされない。

次のテストでは、塔が一つの普通の仲介者と区別できるかどうかを尋ねます。人工標準では、R = 20 μmとβ = 0,1が指定されています。ギャップ60および100 μmにおける正確な調和に従って、一つのメディエータのフリーαとλを選択し、α = 0,2144505およびλ = 19,77856 μmを得た。両方のトレーニングポイントは、数値探索の精度で塔と一致します。二つのパラメータを二つの数値に調整します。

新しいギャップ	タワーとメディエーターの違い	差/ σ_F
20 μm	3,56857 × 10^{-19} N	11,90

新しいギャップ	タワーとメディエーターの違い	差/ σ_F
30 μm	9,68061 × 10^{-20} N	3,23
40 μm	2,47110 × 10^{-20} N	0,82

採用した誤差の内訳では、40 μm のデータで、これらの説明をほとんど区別できない。20 μm では、予測が明らかに異なる。図 44 の右側は、この違いを示し、当てはめに使った点を記している。最後の列の値は、固定した二つの予測間の距離を、割り当てた誤差の単位で表す。そのまま発見の有意度になるわけではない。パラメーターの不確かさ、隙間に共通する誤差、実際の雑音を含むデータへの再当てはめによって、重なりの領域は広がる。

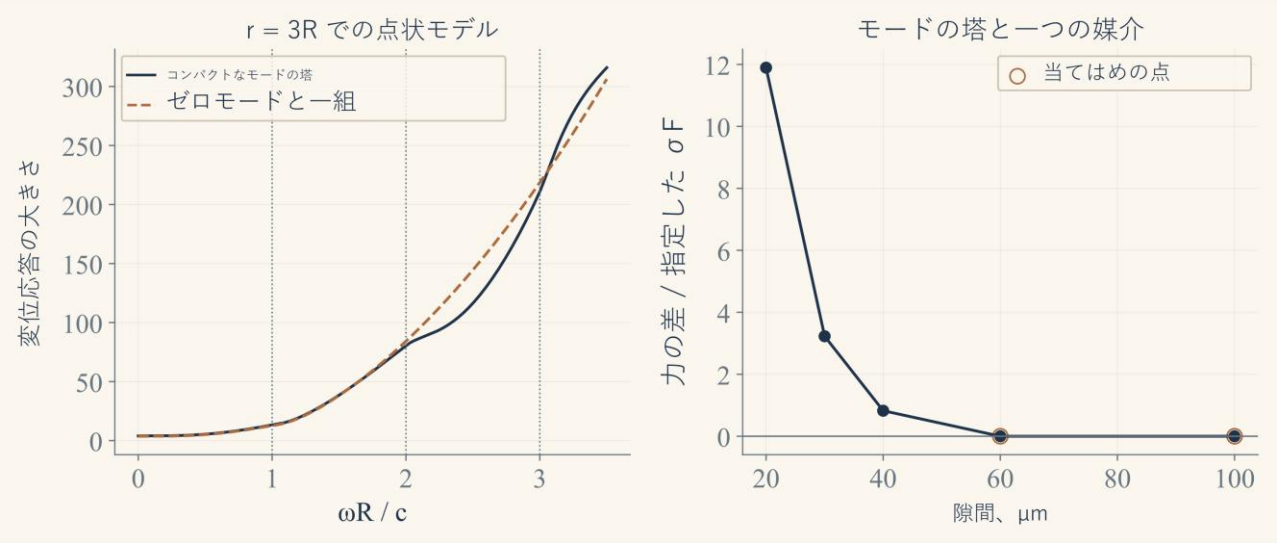


図44。コンパクトモデルの二つのチェック。左側には、r= 3Rにおけるソース変位に対する点動的応答があり、垂直方向はωR/c = 1, 2, 3のしきい値をマークする。右側には、塔と二つのトレーニングポイントで一致する一つのメディエーターの間のエンドディスクハーモニックの違いがあります。その数は計算によって得られた。

このセクションのすべての結果は physics_revision.py プログラムによって再現されます。それは有限体積分を実行し、通常のメディエータに適合し、両方のパネルを構築します。この例は、幾何学の分光法の意味を明確にする: 方程式に関連するスケールはほとんどなく、必要なのはそれらの貢献が競合する説明の不確かさを超える体制である。

この実験から許される結論

選択したスカラーモデルでは、単一の半径が静的範囲、伝搬しきい値、動的応答を決定する。有限ディスクの積分はそれらを力調和に変換し、単一のメディエータとの比較は識別ギャップを示す。

物理探索は幾何学、背景、完全な誤差予算を測定し、記録されたギャップ変化を実行する必要がある。偏差は、このバンドで追加の相互作用を確立するでしょう。幾何学的解釈は、同じ作用素の他の予測とより広い種類のプロキシのテストの間に合意を必要とする。

次に、クロック周波数と空間場勾配の一貫性を考える。測定器の動きと一般的な干渉を別々に監視する必要があります。

第 11 章 時計と重力計で、空間を共同で調べる

一つの原因と二つの観測方法

二つの同一の機器は、読み取りの再現性を確認することができる。二つの異なるタイプの機器は、観察された量間の関係をさらにテストします。弱い準静的場において、時計の比較はポテンシャル差に関係し、試験体の加速度はその空間勾配に関係している。したがって、時計と重力計を組み合わせて一つの原因をテストすることができます。この章では、選択した統計モデルを結合スペクトル、特定の幾何学、ノイズ予算、時計置換合成実験に取る。

弱い分野では、δΦによる付加ポテンシャルを示し、無次元量q = δΦ/c²を導入する。遅い変化と既知の効果を考慮した固定時計の場合、点 a と b の間の相対周波数補正は、q の差にほぼ等しい。選択した記号は、どの周波数比がy_abという名前であるかによって異なります。重力チャネルは負の空間ポテンシャル勾配と関連付けられている。サポート上の実際のセンサーは、その機械システムに対する動きを測定するので、この量に対する応答を校正する必要があります。フィールド方程式自体は、測定器の読み取りのための方程式ではありません。この章の表記 q は無次元ポテンシャルのみを指し、ネットワーク問題の行列スカラーには使われない。

$$q(\mathbf{x},t)=\frac{\delta\Phi(\mathbf{x},t)}{c^2},\qquad y_{ab}(t)\simeq q(\mathbf{x}_a,t)-q(\mathbf{x}_b,t),\qquad \delta\mathbf{a}(\mathbf{x},t)=-c^2\nabla q(\mathbf{x},t)\tag{11.1}$$

時計を用いて非常に小さな重力差を測定する能力は個々の実験によって確認されているが、これは提案された追加の場を示す証拠ではない。ボスウェルらは、ミリメートルサイズの原子サンプル内の重力周波数勾配を観察した。Zheng氏と共著者は、全高一センチメートルの五つの原子アンサンブルの配列に対してブラインドレッドシフトテストを行った。本章では，系統的効果をモニタリングする測定原理と文化の証拠を提供する。彼らの結果は、任意のネットワークの既製の感度に翻訳することはできません。他の距離、伝送線、ポーリング間隔、環境は独自の評価を必要とします。[29] [30]

平坦な時空における加速された時計

関節信号を曲率にアトリビュートする前に、それが間違いなく存在しない場合を調べると便利です。観測者の系を x に沿って一様に加速させる。リンドラー座標において、その間隔は

$$ds^2 = -N(x)^2 c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad N(x) = 1 + \frac{a_0 x}{c^2} > 0 \qquad (11.2)$$

これらの座標に静止した時計の場合、適切な時間はd τ = N(x)dtである。それらを比較すると、位置依存の周波数シフトが現れる。a_0 = 9,81 m/s²と一メートルの短いベースラインでは、一階のシフトは1,0915 × 10^{-16}です。サポートに取り付けられた加速度計は、非ゼロの読み取りも与えます:オブザーバーの適切な加速度はa_0/N(x)です。それにもかかわらず、慣性座標への変換が直接示すように、時空は平坦である。

$$cT = \left(x + \frac{c^2}{a_0}\right)\sinh\frac{a_0 t}{c}, \qquad X = \left(x + \frac{c^2}{a_0}\right)\cosh\frac{a_0 t}{c} - \frac{c^2}{a_0} \qquad (11.3)$$

(11.3) を代入すると、計量は −c²dT² + dX² + dy² + dz² となり、リーマンテンソル全体がゼロになる。加速された支持点の読みが空間的に変化していても、それを潮汐曲率と直接同一視してはならない。α(x) = a_0/N(x) について、次の厳密な関係が成り立つ。

$$\partial_x \alpha + \frac{\alpha^2}{c^2} = 0 \qquad (11.4)$$

第二項は、選択された加速系の運動学を考慮に入れる。局所慣性フレームにおける自由試験体の相対加速度は、初期速度と測定基盤の動きを考慮した後、曲率の潮 t成分に関連する。一般的に、オブザーバー、信号交換、サポートの動きを含む測定プロトコルが必要です。時計コンパスと相対論的ジオイド上の作業で考慮されているのは、まさにそのような運用上の問題です。[41] [42]

リンドラー制御は、拡張手順の特定の要件を指定する:それはシステム加速を考慮に入れた後にゼロ曲率を返す必要があります。今度は、あらかじめ決定された非ゼロの潮 t成分を持つ背景に対して同じ設計をチェックしてみましょう。

非ゼロの曲率：時計と潮汐勾配計

それでは、非ゼロ潮 t作用で背景を設定し、両方の測定チャネルをそれを通して描画しましょう。関数 N に二次項を追加することにより、ユークリッド空間区間で静的計量を保存しましょう。パラメータ a_0 は加速度の単位、κ - 逆二乗である。二つの付加項が小さい領域 $N > 0$ を考える。これは与えられた局所幾何学の例であり、その応力の源はアインシュタインの方程式からではなく、地球の場のモデルであると宣言されていない。

$$ds^2 = -N(x)^2 c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad N(x) = 1 + \frac{a_0 x}{c^2} + \frac{\kappa x^2}{2c^2} \tag{11.5}$$

曲率の符号が検証可能であるためには、リーマンテンソルに対する合意を次の式で修正する。座標 x^0 は ct に等しい。素数はさらに x に関する微分を示し、ここでは静的断面上の空間長を同時に測定する。

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \tag{11.6}$$

時間と x の部門で、非零の接続係数は $\Gamma^{0}_{0x} = \Gamma^{0}_{x0} = N'/N$、$\Gamma^{x}_{00} = NN'$ である。これらを代入すると $R^{x}_{0x0} = NN''$ が得られる。静止した観測者の正規直交標構へ移ると、時間に関する二つの成分をそれぞれ N で割ることになる。$\alpha = c^2 N'/N$ を、正の x 軸方向における、支えの測定可能な固有加速度とすると、結果は潮汐勾配の単位で表すと便利である。

$$\mathcal{K}(x) = c^2 R_{\hat{0}\hat{x}\hat{0}\hat{x}} = c^2 \frac{N''}{N} = \partial_x \alpha + \frac{\alpha^2}{c^2}, \qquad \mathcal{K}(0) = \kappa \tag{11.7}$$

私たちは、$x = 0$と$x = \pm h$に静的時計を置きます。同じ自然周波数ν_0を持つ二つの極端光源は、受信した周波数を時計と比較する中央観測者に光を送ります。各光線について、周波数は$-u\cdot k$に比例し、静的距離における波動ベクトルの共変時間成分を保存することは正確な関係を特定する。したがって、記録されたシフト$y_\pm$は$N(\pm h) - 1$と等しい。それらの合計は線形加速項を取り除く:

$$\frac{\nu_R}{\nu_E} = \frac{(u^\mu k_\mu)_R}{(u^\mu k_\mu)_E} = \frac{N_E}{N_R}, \qquad C_2 = y_+ + y_- = \frac{\kappa h^2}{c^2} \tag{11.8}$$

二つ目のチャネルは、中央サポートの読み取りによって補完される同じベースの端にある二つの静的加速度計の読み取り間の差である。彼らの軸はxに沿って並んでいます。有限差分は微分を推定し、別々に測定される二乗加速度は運動学的な寄与を取り除く。その結果得られる値は独立な物理的解釈を持ち、非回転局所慣性フレーム内の自由近傍体は相対潮流加速を経験している。正の κ の場合、圧縮的です。測定フレームとサポートの動きの関係は、時計コンパスプロトコルの一部です。[41]

$$\hat{\kappa}_g = \frac{\alpha(h) - \alpha(-h)}{2\hbar} + \frac{\alpha\left(0\right)^{2}}{c^{2}}, \qquad \delta a_{\parallel} = -\mathcal{K}\,\xi_{\parallel} \tag{11.9}$$

図 45 は、加速された平坦な背景と、正の潮汐曲率がある場合について、同じ時計・加速度計のプロトコルを比較している。

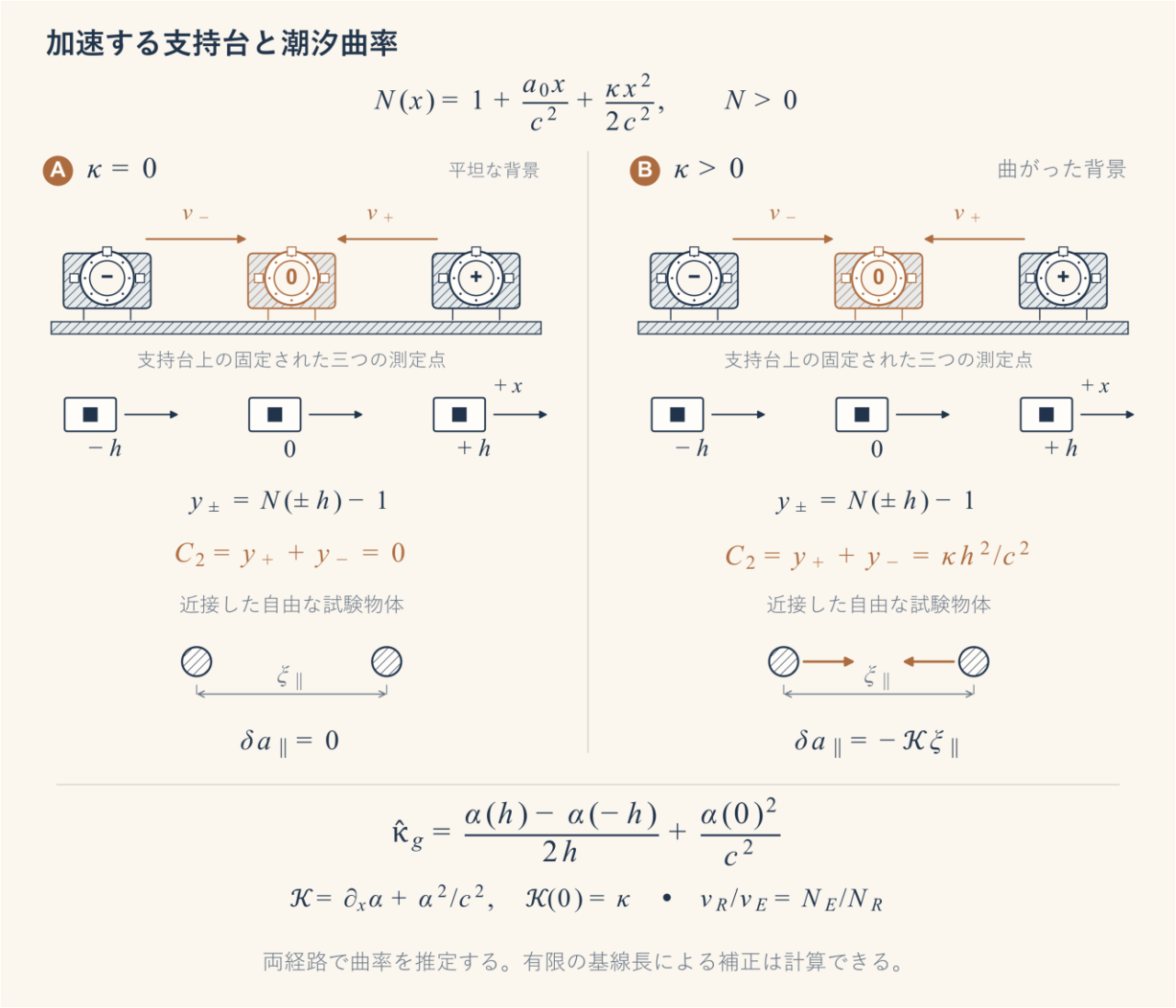


図45。外側の原子時計は一つの中央時計に光を透過し、三つのステーションはすべてサポートされ、加速度計の軸は+xに沿って方向付けられます。周波数シフトはN(±h) − 1として定義される。それらの和は線形加速項を除去する。加速度勾配は、個別の中心補正α(0)²/c²を必要とする。下のペアは、クロックサポートではなく無料のテストボディを示しています:ポジティブκは圧縮を与えます。これは与えられた局所距離であり、地球の推定される場を表さない。有限ベースラインは、計算された補正を勾配推定に残す。

$a_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$、$\kappa = 3 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-2}}$と$h = 100\ \mathrm{m}$を選択します。$C_2 = 3{,}33795 \times 10^{-19}$ と曲率の中心成分は $3{,}33795 \times 10^{-23}\ \mathrm{m^{-2}}$ に等しい。サポートの加速の違いは、$5{,}999999998 \times 10^{-4}\ \mathrm{m/s^2}$です。運動補正は $1{,}07077 \times 10^{-15}\ \mathrm{s^{-2}}$ と等しく、それを追加した後、推定

κ は有限基底のために $-5{,}01 \times 10^{-25}\ \mathrm{s}^{-2}$ によって与えられた値とは異なる。局所近似における200 mに基づく対応する自由相対加速度は、$-6 \times 10^{-4}\ \mathrm{m/s^2}$である。

三つの独立したクロックチャネル10^{-20}のそれぞれに、各加速度計$2 \times 10^{-5}\ \mathrm{m/s^2}$。これらは計算条件であり、記載されているインストール特性ではありません。共分散は σ^2 であるため、C_2 の誤差は 2σ ではなく $\sqrt{6}\ \sigma$ である。周波数伝送は校正されると仮定され、未知の追加の相関は予算の再計算を必要とする。

幾何には、異なる二つの誤差がある。共通の半基線長の標準誤差は 1 mm、両端の計器の中点が、中央の計器からずれる位置の標準誤差は 10 μm である。後者は特に重要である。中点のずれ b は、C_2 に線形項 $2a_0 b/c^2$ を加える。中心合わせを独立に測定することを、対称であるという見込みで代替してはならない。これらの誤差を含めた、一次の線形誤差伝播は、時計で $\sigma(\kappa) = 2{,}2102 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-2}$、勾配計で $1{,}4142 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-2}$ を与える。設定した信号と、この誤差との比は、13,6 と 21,2 である。これは、固定した構成に対する、条件付きの誤差の内訳である。

対照となるリンドラー系では $\kappa = 0$ であり、同じ時計のコントラストは、局所曲率と同じく厳密にゼロになる。加速度の有限差分には、計算可能な残り $-1{,}28 \times 10^{-43}\ \mathrm{s}^{-2}$ だけが残る。したがって、このプロトコルは、加速された平坦な系と、指定した曲がった背景を区別する。計算では算術の精度を高めた。一に近い三つの数を通常の精度で引くと、時計のコントラストが失われるからである。この計算上の配慮が、時計そのものの精度を定めるわけではない。次に、ランダムなポテンシャルへ戻る。その共通信号だけでは、ここで行った潮汐に関する対照検証の代わりにはならない。

ランダムな場の、検証できる型

まず最初に、限定的な現象論的仮説を構築するのに十分である。q は零平均、各点における等分散、スケール ℓ で減少する空間相関を持つ。時間が経つにつれて、相関は特性時間 τ_cと減衰する。最も単純な便利なオプションは、距離に対するガウス依存と時間シフトへの指数的依存を組み合わせたものである。パラメータAはルート平均二乗振幅q、ℓ はメートル、τ_c - 秒で測定されます。この選択は、証明された量子重力の理論から従わ

ない。事前に観察された関係を導出し、どのセンサ構成が最も有益かを決定できる特定のテストオブジェクトを指定する。

$$C_q(r,\Delta t) = \langle q(\mathbf{x},t)q(\mathbf{x}+\mathbf{r},t+\Delta t)\rangle = A^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2\ell^2}\right)\exp\left(-\frac{|\Delta t|}{\tau_c}\right) \qquad (11.10)$$

相関関数は、その美しい外観だけで選択することはできません。任意の点の集合に対して、その値の行列は信号の線形結合の非負分散を与える必要がある。ここでこの条件は満たされる:空間ガウス核と時間指数核は正定値であり、それらの積は所望の特性を保持する。しかし、確率論的許容性はまだ物理的完全性を意味しない。どの力学が場を生成し、どのように物質と結びつくか、参照系を変更する際にどのような変換を受けるかを説明する必要がある。与えられた共分散は、選択した観察システムの統計を記述し、それ自体が原因応答または効果の伝達速度のいずれかを決定するものではない。

長い相関長の限界は特に重要です。すべてのクロックが ℓ よりもかなり小さい領域にある場合、フィールドは周波数をほぼ等しくシフトさせ、差分測定によって効果を抑制します。ネットワークは、時計が非常に正確であるからといって、完全に一般的なシフトに対してより敏感になることはありません。反対の極限では、距離が ℓ よりも大きい場合、時計はほぼ独立した値を見て、差の分散は飽和する。これらの限界の間には、空間規模に関する情報が隠されている。したがって、単一の距離ではなく、異なるベースが必要です。同じ時間帯に対して、両方のモードを示す分散式は選択されたカーネルから即座に従う。

$$\mathrm{Var}(y_{ab}) = 2A^2\left[1-\exp\left(-\frac{d_{ab}^2}{2\ell^2}\right)\right] \qquad (11.11)$$

$$\sqrt{\mathrm{Var}(y_{ab})} \simeq A\frac{d_{ab}}{\ell} \quad \left(d_{ab} \ll \ell\right), \qquad \sqrt{\mathrm{Var}(y_{ab})} \to \sqrt{2}A \quad \left(d_{ab} \gg \ell\right) \qquad (11.12)$$

図 46 の左は、基線が短いときの差の抑制を、右は、モデルの時間的な帯域を示す。図の横軸の ℓ_c は、本文で使う ℓ と同じ量を表す。別の第二の空間尺度があるわけではない。

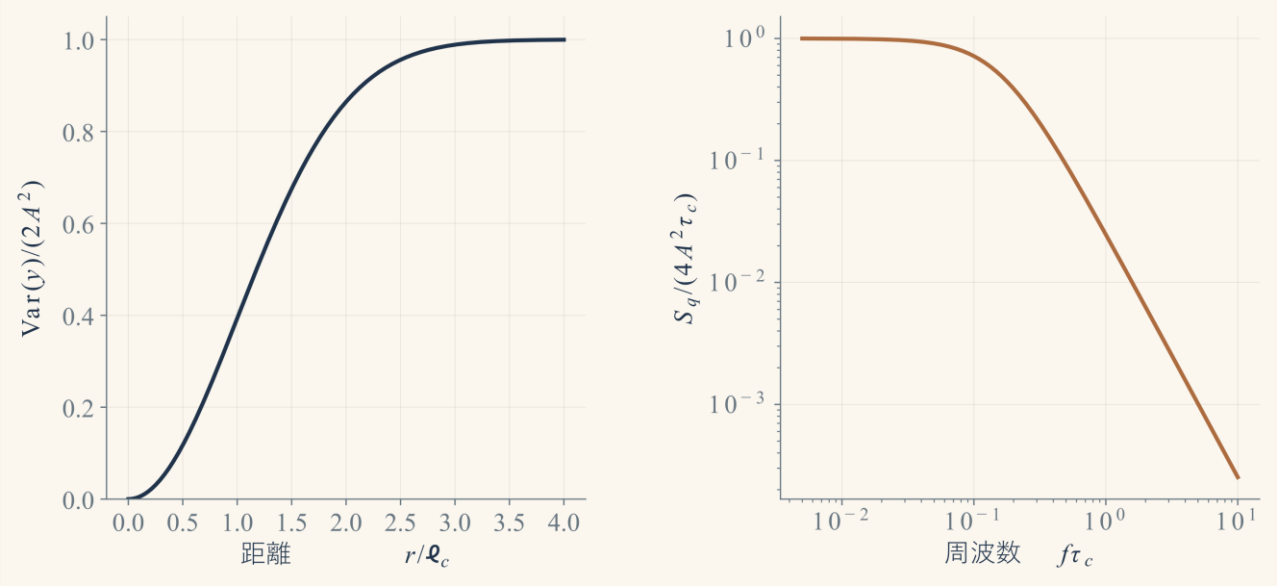


図 46。選んだ共分散の、空間部分と時間部分。左は、二つの時計の差の分散を、2A² で規格化したもの。右は、一つの q の、規格化したローレンツ型スペクトル。図中の ℓ_c = ℓ は、本文と同じ量である。

一つの物理的解釈と、その限界

座標時計と重力信号は、共通の起源を持つことができる。移動質量は、潜在的な−GM/|x − x_s(t)|を生成する。その差と勾配は同じ準静的係数を持つ両方のチャネルに落ちる。したがって、そのようなネットワークの最初の物理的な結果は一般フィールドの推定であり、この分野の起源は別々に確立されなければならない。圧力、支持体の動きおよび近傍の質量分布のサービス測定は科学実験の一部となる。

空間ガウステンプレートに対して、準静的ニュートン解釈を明示的に構築することができる。選択したシステムでは、ポアソン方程式が満たされるように、正の背景分布の周りに小さな密度変動を設定する。以後

$$\delta\rho(\mathbf{x},t)=\frac{c^2}{4\pi G}\nabla^2 q(\mathbf{x},t),\qquad P_{\delta\rho}(\mathbf{k},f)=\frac{c^4k^4}{\left(4\pi G\right)^2}P_q(\mathbf{k},f)\qquad(11.13)$$

スペクトルは正のままです。三つの空間次元において、ガウス核は根の平均平方密度 $c^2\sqrt{15}\,A/(4\pi G\ell^2)$ を与える。以下の数値の例は 4,15 kg/m³ です。この値は、測定された密度ではなく、その存在の証明ではない、この解釈における分散材料背景の必要な統計を

特徴付ける。局所的に負の $\delta\rho$ は、背景密度に対する減少を意味する。ガウスの法則は、小さな揺らぎの近似のままであり、その無限尾は負の総質量のリテラルモデルとして捉えることはできない。

そのような場は、ソースのない領域において厳密に調和するポテンシャルではない: $\nabla^2 q$ は通常 零 でない。したがって、周囲の真空の仮定はモデルを変更せずにこの材料説明と同時に組み合わせることはできない。実際の背景には、物質の動きの法則、質量の保存、そのスペクトルの測定も必要です。関係(11.13)は、ソースとポテンシャルの間の静的接続を完了するが、ソースの流体力学や弾性を置き換えるものではない。

指数時間共分散は、時間シフトゼロのリンクを持つプロセスに対応する。限られた帯域のスペクトルパターンに適しているが、すべての周波数における完全な滑らかな距離は、追加の紫外線記述を必要とする。物理ソースを構築する場合、高周波スペクトルは実験帯域よりもスムーズに遮断されるべきである。条件 $2\pi f\ell/c \ll 1$ は準静的近似の使用を可能にする。ノイズの空間的相関は、制御効果の伝達速度を決定付けるものではない。

確率的な半古典重力では、計量応答のランダムな部分を、エネルギー・運動量の揺らぎ、およびアインシュタイン・ランジュバン方程式と結び付ける。これは、より深い動力学的な定式化の例であり、ここで選んだガウス型カーネルの起源を導出したものではない。[43] 本章では、座標系と帯域を固定し、ポテンシャルを検証対象の有効モデルとして位置付ければ十分である。

周波数差と勾配のスペクトル

周波数領域では、選択された時間法則はローレンツスペクトルを与える。以下、非負の周波数に対する積分は、全分散に等しい。したがって、ナンバレータ内の係数4は、正規化規則によるものであって、追加の物理によるものではない。無次元 q に対して、スペクトル密度の単位は逆ヘルツである。点 i と j の間の空間核を K_ij で表すことによって、二つの時計の比較の相互スペクトルを得ることができる。四つの項は四組の点に対応する。両方の比較に存在する時計は、同時に共通の器械的誤りを生じる。

$$S_q(r,f) = \frac{4A^2\tau_c}{1+\left(2\pi f\tau_c\right)^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\ell^2}\right), \qquad K_{ij} = e^{-d_{ij}^2/\left(2\ell^2\right)}, \qquad f \geq 0 \tag{11.14}$$

$$S_{y_{ab}y_{cd}}(f) = \frac{4A^2\tau_c}{1+\left(2\pi f\tau_c\right)^2}\left(K_{ac} - K_{ad} - K_{bc} + K_{bd}\right) \tag{11.15}$$

重力予測は、同じカーネルの空間微分によって得られる。r = x − x′ とする。加速度はそれぞれ一つの微分を含むため、共分散は二点の座標に対して混合第二微分を含む。ゼロ分離では、一つの成分の根平均二乗値はc²A/ℓである。非ゼロベースでは、共分散は距離だけでなく、測定される成分の向きにも依存する。したがって、縦方向と横方向のチャネルは異なる情報を運ぶ。この差は、場の勾配性質から生じるものであり、独立な任意の角関数としてフィットに追加するべきではない。それ以外の場合、二つの測定の一般的な物理的意味は失われます。

$$\langle \delta a_i(\mathbf{x},t)\delta a_j\left(\mathbf{x}',t\right)\rangle = c^4A^2\left(\frac{\delta_{ij}}{\ell^2} - \frac{r_ir_j}{\ell^4}\right)e^{-r^2/\left(2\ell^2\right)}, \qquad a_{i,\mathrm{rms}} = \frac{c^2A}{\ell} \tag{11.16}$$

小さな塩基では、ポテンシャル差は距離の微分時間にほぼ等しい。ベースに沿ったクロック信号は、既知の係数d/c²と選択された符号を持つ加速度投影に対応しなければならない。この関係は、相対振幅を捉えるため、二つのスペクトルピークの偶然よりも有用である。しかし、d が ℓ よりもずっと小さい場合にのみ有効であり、同時に時間フィルタリングと両方のデバイスの正しい応答モデルである。一方のチャネルが一分間平均化され、もう一方が記録された急速な変動であれば、それらの総RMS値は直接比較できない。簡単な寸法チェックでは測定帯のずれは補正されません。

$$y_{ab} \simeq -\frac{\delta a_{\parallel} d_{ab}}{c^2} \qquad \left(d_{ab} \ll \ell\right) \tag{11.17}$$

異なる二つの計器の相互スペクトル

$S_0(f) = 4A^2\,\tau_c/[1 + (2\pi f\,\tau_c)^2]$ と $K(x,z) = \exp[-|x - z|^2/(2\ell^2)]$ を導入しよう。スペクトル振幅には $\exp(-i2\pi ft)$ を掛け、相互スペクトルは $S_uv = \langle \tilde{u}\tilde{v}^* \rangle$ という順序で定

義する。混合チャネルは、同じカーネルを一回微分して得られる。∂K(x,z)/∂z_i = (x_i − z_i)K/ℓ² なので、加速度の符号は明示的に保たれる。

$$S_{y_{ab},a_i(\mathbf{z})}(f) = -\frac{c^2 S_0(f)}{\ell^2}\left[(x_a - z)_i K(\mathbf{x}_a, \mathbf{z}) - (x_b - z)_i K(\mathbf{x}_b, \mathbf{z})\right] \qquad (11.18)$$

単位(11.18) - (m/s²)/Hz:最初のチャネルは無次元、第二のチャネルは加速度です。加速度自己スペクトルは(m/s²)²/Hzの単位を持つ。これらの異なる次元はジョイント行列を構築する際に保存されるべきであり、数値反転の場合、各チャネルの特徴ノイズに正規化することが便利である。

a を x = +d/2、b を x = −d/2、重力計を x = 0 とする。その正の方向は正 x と一致する。次に、クロススペクトルの負の符号は、正ポテンシャル差が加速を反対方向に向けることを意味する。行列の三つのシグナル要素は単純な形をとります。

$$S_{yy} = 2S_0\left(1 - e^{-d^2/\left(2\ell^2\right)}\right), \qquad S_{aa} = \frac{c^4 S_0}{\ell^2}, \qquad S_{ya} = -\frac{c^2 S_0 d}{\ell^2} e^{-d^2/\left(8\ell^2\right)} \qquad (11.19)$$

$$\gamma^2 = \frac{|S_{ya}|^2}{S_{yy}S_{aa}} = \frac{x}{\sinh x}, \qquad x = \frac{d^2}{4\ell^2} \qquad (11.20)$$

これは選択された共分散の結果である。d/ℓ → 0のように、コヒーレンスは結合する傾向がありますが、クロック差の分散は同時にゼロになる傾向があります。d/ℓ ≫ 1の場合、時計はほぼ独立な電位を示し、中間重力計は両方に弱い結合性を持つ。これらの制限の間に、γ²の一つの最大値に基づいてではなく、ノイズを考慮したベースを選択する必要があります。d = ℓ では、理想的なコヒーレンスは0,98966に等しい。

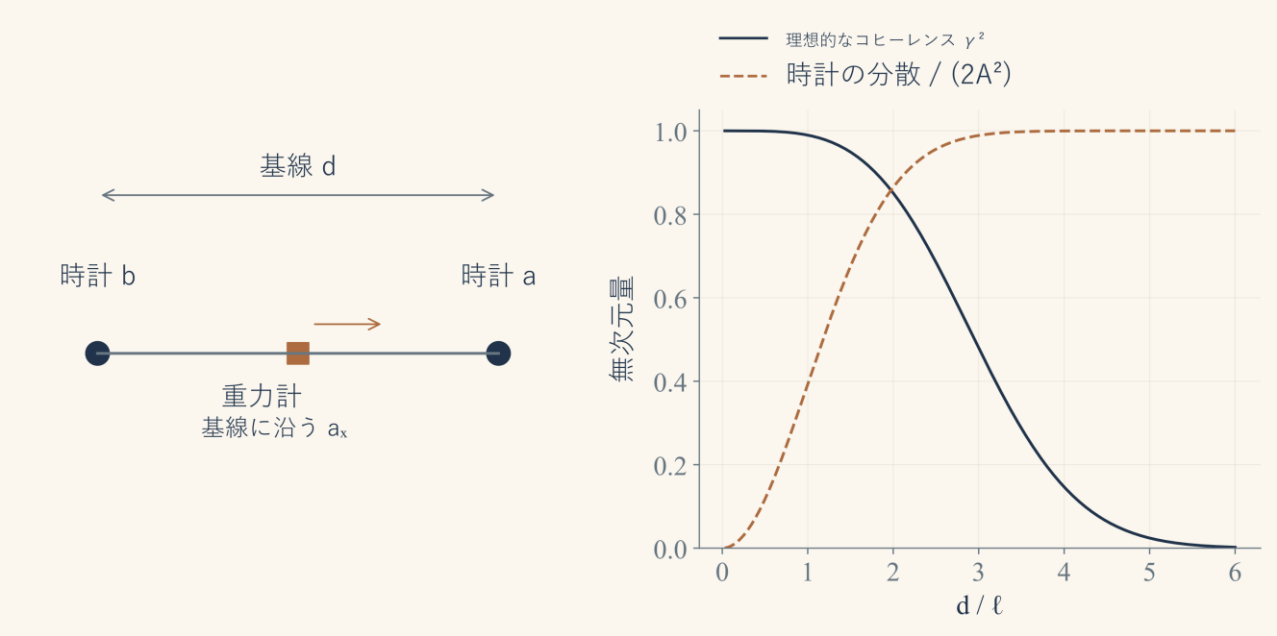


図47。二つの時計と中央重力計。加速度の正の方向は b から a である。時計チャネルの理想的な信号コヒーレンスと相対分散が右側に表示されます。小さいベースを持つ高いコヒーレンスは、測定された差の小さな振幅を伴います。

図47は、一連のベースラインが有用である理由を説明します。長波長空間レジームでは、信号比は主に勾配を固定し、相関長自体に関する情報は弱い。d≃ ℓ 付近とより大きいベースで測定すると、スペクトル行列の形状が変化し、Aと ℓ を分離するのに役立ちます。これは、ほぼゼロのベースライン上の時間を増やすだけでは解決できないパラメータ推定問題である。

共通の測定帯域

理論スペクトルは、照会時間ウィンドウ、伝送線、および処理アルゴリズムを通過した後にのみ観察可能となる。時計は、個々のサイクルの平均位相または周波数を測定できます。重力計は、周波数、機械的共鳴または原子パルスのシーケンスに対する独自の感度を有する。結合解析の前に、各チャネルは振幅と位相を含む複素転送関数H(f)に関連付けられている。これらの機能を考慮に入れ、共通帯域への遷移を行う。応答が未知またはほぼゼロである周波数は、制御されていない分割によって再構成できない:そのような操作はノイズを増幅し、データが情報を持たない構造の外観を生成する。

$$S_{ab}^{\mathrm{obs}}(f) = H_a(f)H_b^*(f)S_{ab}^{\mathrm{field}}(f) + S_{ab}^{\mathrm{noise}}(f) \qquad (11.21)$$

周波数差の準静的な公式は、特に、フィールド変化の特性時間は、ベース上の光の伝搬時間よりも大幅に長いことを必要とします:積2πfd/cは、使用されるバンドで小さくする必要があります。より速い変更のために、信号経路の寄与、行の動き、および比較されるイベントの選択を完全に計算する必要があります。これは自動的に追加のノイズに還元できる補正ではありません。物理的予測自体が変化する。スローモードでも、プラットフォームの動き、高さの変化、熱線延長、および残留周波数伝送誤差は信号の一部をシミュレートすることができます。したがって、時間、ジオメトリ、キャリブレーションを基本データとともに記録する必要があります。

f_minとf_maxの間の理想的な長方形の周波数ウィンドウに対して、選択されたローレンツ過程の分散分数を接点の違いで表す。この式は予備予算に便利です:デバイスが一般的に観察する期待されるフィールドのどの部分をすぐに示します。 τ _cが実験の継続時間に比べて非常に大きい場合、プロセスはほとんど一定のドリフトであるように見える。ポーリング間隔に比べて小さすぎる場合、ほとんどの電力は帯域外のままであり、十分にフィルターされていないとエイリアスを引き起こす可能性があります。つまり、可視信号がないことは、指定された範囲の τ _cとデータ選択モデルと組み合わせてのみ意味がある。

$$B\left(f_{\min}, f_{\max}\right) = \frac{2}{\pi}\left[\arctan\left(2\pi f_{\max}\tau_c\right) - \arctan\left(2\pi f_{\min}\tau_c\right)\right], \qquad \mathrm{Var}_{\mathrm{band}}(q) = A^2 B \qquad (11.22)$$

共通雑音と時計の入替えを含む合成データ実験

既知の ℓ = 1000 mと τ _c = 10 sで完全に定義されたケースを考えてみましょう。ベースは1000 mに等しく、スペクトルセルの周波数はf₀ = 0,01 Hzで、導入される振幅はA = 10⁻²⁰です。クロックの出力ノイズはn_y = 10⁻¹⁸/√Hz、グラビメータのノイズはn_a = 10⁻⁷ m/s²/√Hzです。これらの値は、計算の入力条件です。彼らはそのような精度で構築されたネットワークを報告しない。

導入されたAは、一つの成分8,99 × 10⁻⁷ m/s²の総根平均二乗加速度に対応する。これは計算実験に選ばれ、新しい宇宙学分野の確立された実現可能な領域ではない。このよう

なフィールドと既存のすべての測定値との互換性はここでは述べられていません。上のニュートン解釈は、物質的な背景がこのパターンに付随する強さを示している。

クロック周波数は、ウィンドウの中央にタイムスタンプがH_y = sinc(π fT_y)で、sinc(z) = sin(z)/zです。グラビメータには、f_c = 0,1 Hzとフーリエ振幅の許容符号を備えた校正済み単極関数H_a = 1/(1 − if /f_c)が選択される。出力ノイズは正の全体相関ρ_n = 0,3を含む。各周波数で観測された行列は

$$\mathbf{S}^{\mathrm{obs}} = \mathbf{H}\mathbf{S}^{\mathrm{field}}\mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{N}, \qquad \mathbf{H} = \mathrm{diag}\left(H_y, H_a\right), \tag{11.23}$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} n_y^2 & \rho_n n_y n_a \\ \rho_n n_y n_a & n_a^2 \end{pmatrix}, \qquad |\rho_n| \le 1 \tag{11.24}$$

干渉行列（11.24）は非負定値である。フィルタリングは信号行列の正性も保存するため、正規化和のコレスキー分解を通じて複雑なガウス観測を生成することができる。このプログラムは、各構成に対して独立したスペクトル認識のシード20261113と4096を使用する。結果として得られる値は、既知の共分散を持つ合成データである。

二つ目の構成では、時計は交換されますが、重力計と電子チャネルは保持されています。識別子 a と b は器械固有であり、置換により S_ya の符号が変化するが、選択された全電子ノイズは同じままである。この干渉動作はプロトコルの検証可能な仮定である。電子回路自体や振動との関係を変更する場合、その変更には別のモデルが必要になります。

時計の同一性、重力計の定方向及び電子チャネルの再配置時の保存を図48に示します。

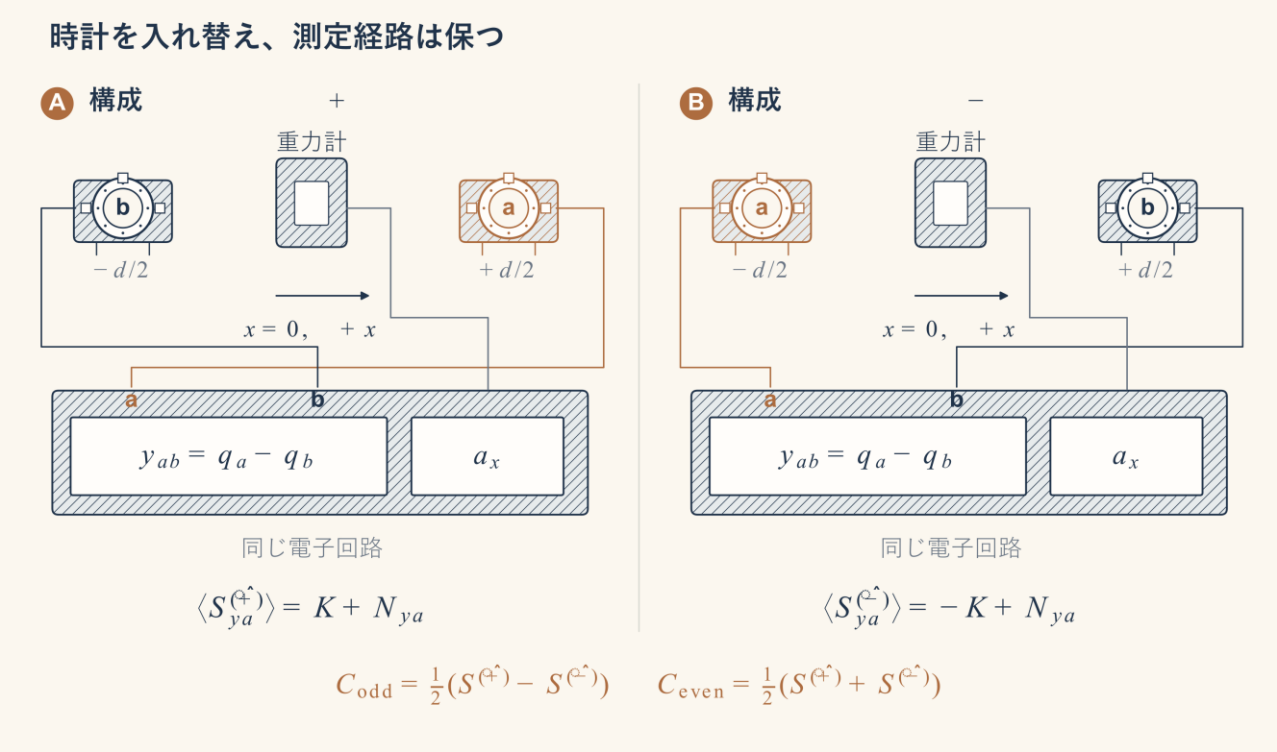


図48。第一の構成では、時計aは+d/2、時計bは−d/2であり、第二の構成では、物理的な位置のみが変化する。電子比較は定義y_ab = q_a − q_bを保持し、重力計が中心にとどまり、正の軸を変えません。ここでK は、フィルタフィールドクロススペクトルを示します。選択された全電子干渉N_yaは、干渉に関しても考慮される。これは、特定の実験の検証可能な仮定である:通常の空間重力寄与もまた符号を変え、自動的に排除されない。

$$C_{\text{odd}} = \frac{\hat{S}_{ya}^{(+)} - \hat{S}_{ya}^{(-)}}{2}, \qquad C_{\text{even}} = \frac{\hat{S}_{ya}^{(+)} + \hat{S}_{ya}^{(-)}}{2} \tag{11.25}$$

平均して、奇部はH_yH_a* S_yaフィールドを含み、偶部はN_ya総ノイズを含む。K = H_yH_a* S_ya(A = 1)を入れましょう。非負性制約前の二乗振幅の推定はRe(K* C_odd)/|K|²である。推定バイアスをチェックする場合はノイズデータの負の値を保持する必要があり、物理限界を報告する場合は境界A² ≥ 0を別々に考慮する必要がある。

大きさ	この計算結果は
理想的な信号γ²	0,98966
最初の構成でγ²を観察しました。	0,001678

大きさ	この計算結果は
A^2インジェクション	$1{,}0000 \times 10^{-40}$
A^2を復活	$1{,}2252 \times 10^{-40}$
共分散による標準誤差A^2	$1{,}6575 \times 10^{-41}$
復元した A	$1{,}1069 \times 10^{-20}$
共通ノイズのみを用いた別実験におけるA^2スコア	0,157 標準エラー。

観測されたコヒーレンスのほぼ590倍の低下は、クロックノイズの役割を示しています。それにもかかわらず、与えられた数の独立した認識の蓄積は、奇妙なクロススペクトルを分離することが可能である。公称間隔$A^2 \pm 2\sigma$は$[8{,}94 \times 10^{-41};\ 1{,}56 \times 10^{-40}]$であり、入力された値を含む。固定$\ell$、$\tau_c$、転送関数と共分散で計算され、これらのパラメータを一緒に調整すると不確実性が広がります。

制御実行では、フィールドをオフにしますが、全体的な干渉は維持されます。偶部は期待される$3{,}000 \times 10^{-26}$で$3{,}102 \times 10^{-26}$ $(m/s^2)/Hz$を与え、奇推定A^2は0,157標準誤差によってのみゼロから逸脱する。そのような実行の一つは、与えられた介入のロジックをテストする。誤った決定の頻度は、新しいノイズを伴う別のシリーズと、インストールに実際に存在する共通の原因のクラスで決定しなければならない。

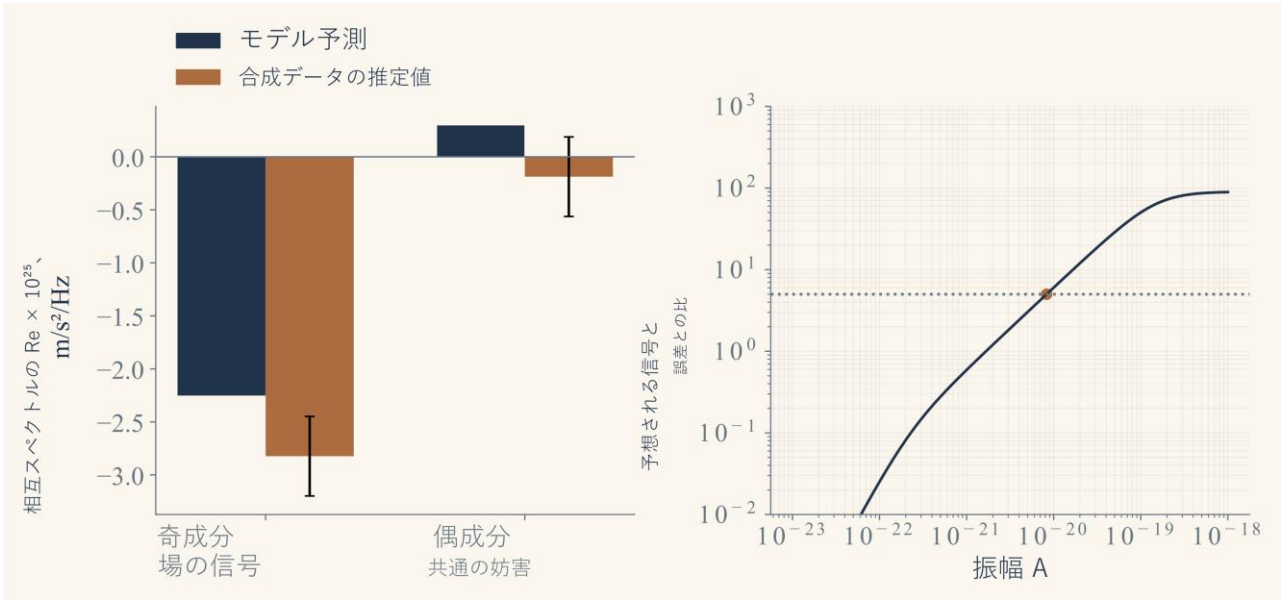


図49。人工関節実験。左側には、クロススペクトルの期待および得られた実際の部分があり、エラーバーはモデルに対して一つの標準誤差を示す。右側には、A が変化し、他のパラメーターが変化しない場合に、そのエラーに対する奇数フィールド信号の期待比率があります。

図 49 の右側では、期待信号と誤差の比が五になるのは、$A \approx 8{,}28 \times 10^{-21}$ のときである。これは、固定した型に対する感度の条件付き閾値であり、普遍的な発見の有意度ではない。$A = 10^{-20}$ では、期待する比は 6,03 となる。独立したスペクトル区間の有効幅が 0,001 Hz なら、簡単な見積り $T \approx 2M/\Delta f$ は、二つの構成に、休止時間を含める前でも、およそ 94,8 日を要する。この期間だけでも、雑音と校正の安定性に、直ちに要件が生じる。

置換は、フィールドと特定の変化しない電子接続を区別する。通常の空間重力場は、仮説上のものとともに符号を変える。したがって、実験は一般勾配信号を確立し、その統計的形式を検証する。これには、外部ソース情報と追加の構成が必要です。

場の効果を、装置内の共通原因から区別する

同じテーブル上の二つの測定器には、相関の多くの共通の理由があります。それらは参照、電力、温度、参照発振器およびソフトウェア処理によって結合される。独立したメートルでさえ、一つの一般的な重力障害に反応することができます:質量の動き、圧力の変化、または水の再分布。したがって、物理ネットワークはサービスチャネルと制御された構成変更を含める必要がある。点間を時計を移動させ、いくつかの電子機器を維持しながらベースの長さを変更し、異なる種類のクロック遷移を比較し、既知の信号のブラインド付加

を行うと便利です。各介入は、意図したフィールドと特定の干渉がそれに対して異なる予測をするので選択される。

定義によって行われるチェックは避けるべきです。三つの相対周波数が同じ局所周波数から計算された場合、和 y_ab + y_bc + y_ca は代数的にゼロに等しい。そのような三角形の成功した閉鎖は、新しい幾何学を確認しない。独立した送信チャネルが真に独立しているかどうかを確認することができますが、結果の意味はインストゥルメンタルです。同様に、すべてのペア間の高い相関関係は普遍的な場の独立な証拠ではない:標準の一般的な誤差は同じ低ランクの行列を生成することができる。幾何学的推論は、変化しない一般電子機器では再現できない空間的再構成に対する応答を必要とする。

完全な物理探索の結果は、有効なA, ℓ, τ_cの領域と背景パラメータを含む必要がある。完成した例は、既知のℓとτ_cでこの問題の一つのセクションを処理することを示しています。他のパラメータを復元するには、いくつかのベースと周波数帯が必要である。異なるチャネルが互換性のないパラメータを必要とする場合、選択したカーネルは拒否される。それらが一致すれば、次の研究対象は共通の分野の源となります。インターフェロメトリックチャプターでは、同じ原理が完成した光路に適用されます。

第 12 章 干渉計は何を聞き取れるか

光は経路全体を測る

干渉計は、異なる経路を移動した光波の位相を比較し、検知器で再び会う。極端に精密な支配者として描かれることが多い。空間の研究において、そのような表現は最初の近似としてのみ有用である。読書は鏡の動き、光の伝搬、位相参照および読書方法に依存します。理論が計量を変えると、これらの要素はすべて同時に変化します。まず、スペースが一定の量で拡大したと宣言することはできません。そして、計算なしでは、同じ量をデバイスの出力にアトリビュートします。どのイベントが比較され、どの物理フェーズが測定場所に返されるかを決定する必要があります。

通常の動作では、アームの長さの違いの小さな変化は位相シフトに関連付けられています。単純なラウンドトリップの場合、係数は$4\pi/\lambda$_laserを含み、λ_laserはレーザー波長である。しかし、この式は特定のジオメトリと機械的変化の低周波に適用されます。共鳴器が存在する場合、光は腕を何度も通過し、速い障害では、パスの異なるセクションが異なるフィールド値を経験します。転送関数は周波数ゼロと位相遅延を取得する。光出力の増加はノイズ予算の一部を改善しますが、選択した構成が無感度である周波数で物理信号を復元しません。

$$\delta\varphi \simeq \frac{4\pi}{\lambda_{\mathrm{laser}}}\,\delta L_{\mathrm{diff}} \qquad \text{単純な低周波ダブルパス条件では} \qquad (12.1)$$

したがって、幾何を調べるプローブを設計するときは、まず摂動のモデルを定め、次に応答全体を計算し、その後で、腕の長さ、周波数帯域、記録方法を選ぶ。スペクトルの形を区別できる広い帯域が、最適な場合もある。予想信号が最大となる狭い領域のほうが、重要な場合もある。Nature Communications の 2026 年の巻に掲載された、シャルミラ、フェルミューレン、ダッタの研究は、仮定する揺らぎの複数の相関クラスを、干渉計出力の周波数と尺度の特徴に、系統的に対応付けている。この手順の有用性を裏付けるが、空間の量子構造の検出を報告しているわけではない。[33]

座標の選び方を信号にしてはならない

弱摂動空間の計量は、背景計量と小体 h_μ ν の和として書くことができる。しかし、h自体の成分は座標の選択に依存する。座標の小さな変換により、それらは変換機能の微分に変化する。研究者が座標に改名したため、計算された信号が変化した場合、その信号は測定器の読み取りと一致しない。計算は、光軌道、ミラーワールドライン、および位相比較イベントを一貫して変換しなければならない。不変結果は物理的に定義された位相または適切な時間であり、外乱の任意に選択された成分ではない。この要件は、空間の異常な振る舞いが単一のスカラー機能によって表される仮説において特に重要である。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \qquad h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu \tag{12.2}$$

単純な例は、誤った予測を得ることがいかに簡単かを示している。長波長近似では、標準の等腕干渉計は空間摂動のあるテンソル結合に敏感である。腕の単位方向がuとvで示されている場合、その幾何学的テンソルはu_i u_jとv_i v_jの間の差の半分に等しい。このテンソルのトレースはゼロです。これにより、そのような微分結合において、空間長のネット等方変形が減少する。これはスカラー場を記録することの普遍的な禁止ではありません: メートル法の他の成分、鏡の動き、不等腕と有限波長は別々の計算を必要とします。しかし、腕の違いによるスカラーノイズの自動識別は、すでに誤りであることが判明している。

$$D^{ij} = \frac{1}{2}\left(u^i u^j - v^i v^j\right), \qquad D^{ij}\delta_{ij} = 0, \qquad h_{ij} \propto \delta_{ij} \Rightarrow D^{ij} h_{ij} = 0 \tag{12.3}$$

一般的な線形モデルでは、各センサの出力を応答カーネルとのフィールドの畳み込みとして表現することが便利である。このコアには、スペースパス、遅延、偏光感度、選択された読み取りユニットへの変換が含まれます。次に、そのような二つのカーネルを場相関に適用することにより、センサのクロススペクトル密度を得る。以下の図式表記は、計算の構造を強調しています。選択された理論の特定の表現を置き換えるものではありません。この式が現れるまで、hと測定された電圧の関係は依然として不確かである可能性があるため、この装置が振幅hに対する感度を達成したと主張することはできません。

$$s_A(f) = \int d^3k \, R_A^{\mu\nu}(\mathbf{k}, f) h_{\mu\nu}(\mathbf{k}, f) + n_A(f) \tag{12.4}$$

横波による、完全な対照計算例

完全な計算のために、よく知られた物理モデルが選択された:線形近似における弱い平面はトレースレス重力波を横断する。距離的乱れを位相に変換するための厳格な標準を提供する。与えられたストリップを同じテンソルセクタに還元する新しい仮説は、結果の応答関数を使用する。テストケース自体は、量子幾何学の新しいメカニズムであるとは主張されていない。

$$ds^2 = -c^2dt^2 + \left[\delta_{ij} + e_{ij}h\left(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{x}}{c}\right)\right]dx^i dx^j, \qquad (12.5)$$

ベクトル n は伝搬方向、e_ij は選択された偏光テンソル、h は無次元の小さな振幅である。単純な等腕干渉計は、単位ベクトルuとvに沿って長さLの腕を持つ。ビームスプリッターは原点に位置し、遠くの鏡はLuとLvの点にあります。横トレースレス系では、初期座標速度がゼロの自由に落下する鏡はこれらの座標を最初の順序で保存する。ビームスプリッタ上の時間は、それ自体の時間と一致します。

最後の条件は、端の動きのモデルを完成させます。ここで修正された鏡に別の手動で割り当てられた「ストレッチ」を追加することは、同じ効果を二回数えることを意味します。ミラーが厳格に保持されているか、ジンバルの機械的共鳴領域に入ると、それらの世界線は変化し、測定された機械的機能も応答に含まれる必要があります。次に、重要な機械的共鳴の上の動作帯の自由質量とファブリーペロットキャビティのない光学設計を検討する。

tを光がビームスプリッタ、T = L/cと μ = n·uに戻る時間にします。条件 $ds^2 = 0$ から、小さな付加移動時間は、c で割った未摂動光線に沿った積分 h_ij u_i u_j の半分に等しい。ラウンドトリップパスの場合、フィールド引数の値は異なります。

$$I_-(t) = \int_0^L h\left(t - 2T + \frac{(1-\mu)\,l}{c}\right)dl, \qquad (12.6)$$

$$I_+(t) = \int_0^L h\left(t - T(1+\mu) + \frac{(1+\mu)\,l}{c}\right)dl, \qquad (12.7)$$

$$\delta T_u(t) = \frac{u^i e_{ij} u^j}{2c}\left[I_-(t) + I_+(t)\right] \qquad (12.8)$$

最初の積分では、光子はビームスプリッタから移動し、二番目は遠くの鏡から移動します。既に小さい h 内の軌道自体への補正は、この順序で考慮する必要がない:それは次の順序を与える。二つのビームはビームスプリッタで同じイベントに戻った後に比較されるため、結果は完成した測定を指します。光路時間による正確な応答と長波長近似との差は、ラフマノフ、ロマーノおよびウェランの一次研究で詳細に議論されている。[44]

単純な干渉計の閉じた光路と一回の往復の三つのイベントを図50に示します。

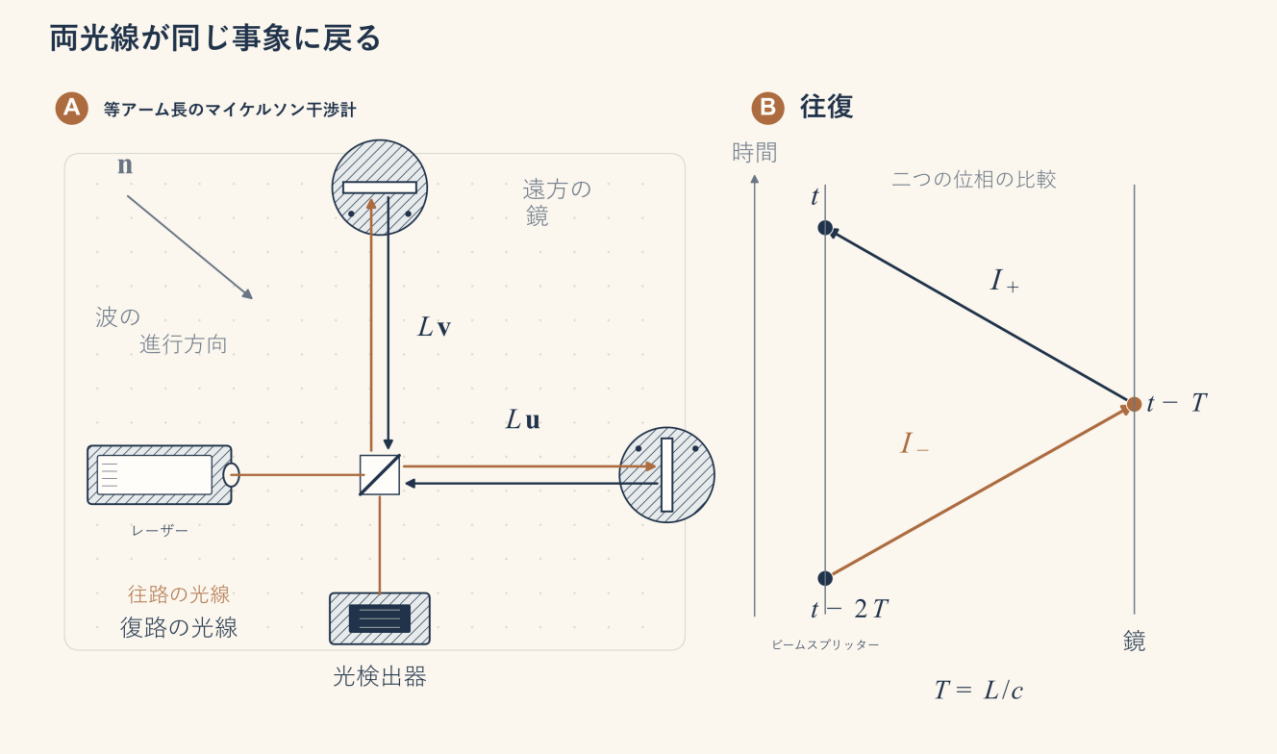


図50。単純な同じ腕を持つミッシェルソンでは、各光線は距離Lを遠く鏡とLバックまで移動します。銅と青のセクションは前方と逆のストロークを分離します。図面では、可読性のためにわずかに間隔を置いています。適切な図は、全体的なフェーズ比較イベントの出発、反射、および復帰をキャプチャします。ミラーの動きの条件は、選択されたTTモデルの自由質量に対応する。ファブリーペローのキャビティはありません。斜め波の場合、I₋とI₊に沿った異なる場引数は、単一の時間に置き換えられるのではなく、積分に保存される。

周波数と方向も、測定する応答に含まれる

h(t) = h_ω exp(−iωt)を置き換えましょう。各積分 (12.6) と (12.7) は、有限セグメント上の指数の積分である。Ω = ωL/cとsinc(z) = sin(z)/zを連続値sinc(0) = 1で紹介します。以後

$$\delta T_u = T\left(u^i e_{ij} u^j\right) \mathcal{T}(\Omega, \mu) h_\omega e^{-i\omega t}, \qquad \mathcal{T} = \frac{t_- + t_+}{2}, \tag{12.9}$$

$$t_- = e^{i\Omega\left(3+\mu\right)/2} \operatorname{sinc} \frac{\Omega\left(1-\mu\right)}{2}, \qquad t_+ = e^{i\Omega\left(1+\mu\right)/2} \operatorname{sinc} \frac{\Omega\left(1+\mu\right)}{2} \tag{12.10}$$

正の位相係数は光が戻ってくる前に経路に沿った場が観測されたことを反映し、記号は受け入れられたexp(−iωt)に対応する。Ω→ 0として、両方の要因が団結する傾向があります。正の位相遅延を ω_laser(δT_u − δT_v) と定義します。腕の違いは

$$\widehat{\delta\varphi} = \frac{4\pi L}{\lambda_{\text{laser}}} \mathcal{F}(\omega, \mathbf{n}, e) h_\omega, \tag{12.11}$$

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2}\left[\left(u^i e_{ij} u^j\right) \mathcal{T}(\Omega, \mathbf{n}\cdot\mathbf{u}) - \left(v^i e_{ij} v^j\right) \mathcal{T}(\Omega, \mathbf{n}\cdot\mathbf{v})\right] \tag{12.12}$$

これは光路、テンソル感度とミラーの選択された動きを考慮に入れます。函数 F は無次元である。直交腕の平面上の通常の発生率と偏光 e_xx = 1, e_yy = −1 により、特に単純な形に還元される。

$$\mathcal{F}_\perp = e^{i\Omega} \operatorname{sinc}(\Omega), \qquad f_{\text{null},1} = \frac{c}{2L} \tag{12.13}$$

最初のゼロは、完全な光路の異なるセクションが互いにキャンセルした場合に発生します。L = 40 mの場合、これは3,7474 MHzです。この周波数では、選択された正規平面波は一階微分位相を作り出さないが、場自体はゼロではない。傾きは腕に沿った位相を変えるため、他の方向の零点と振幅は異なります。プログラムでは、通常の制限は一般的な式に対してチェックされます。計算グリッド上で、不等式は無次元振幅で4,1 × 10^{-16}を超えません。

転送関数の最初のゼロのメカニズムは、図51の全パス寄与の補償と見なすことができます。

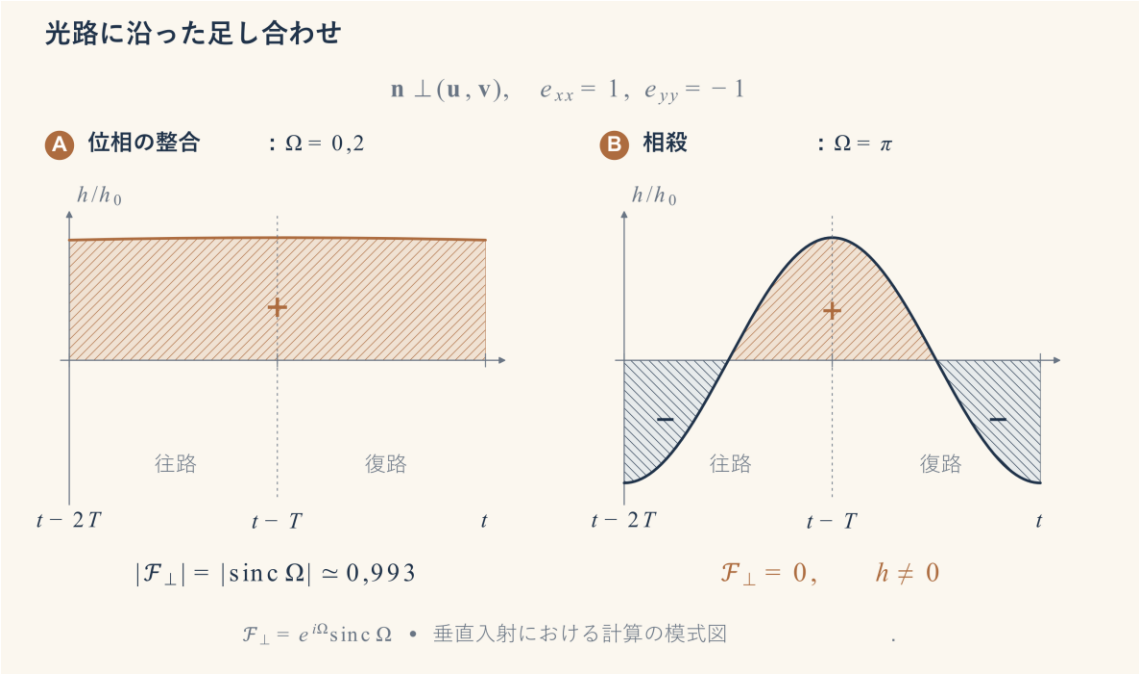


図51。調和TT波の実際の二次性は、通常の入射と偏光e_xx = 1, e_yy = −1で示される。位相零は全経路の真ん中で選択される: 整数は cos[Ω(t′ − t + T)/T] に比例する。Ω = 0,2では、コントリビューションはほとんど一貫しており、Ω = π では、ポジティブエリアとネガティブエリアが互いにキャンセルします。奇二次数は零にも統合される。従って、F⊥ = 0は非零体である。これは正確な計算図であり、検出器の記録ではありません。

振幅 h が与えられた方向と偏光の定常的ランダム過程であれば、そのスペクトルは |4πLF/λ_laser|² を乗算して S_ϕ に変換される。方向と偏光の分布には対応する積分が必要となり、一対のインストールではそれらの間の空間位相も必要となる。したがって、計算された答えはモデルの正確な名前のセクタを参照し、スカラーや「ホログラフィック」変動を長さノイズに変換する普遍的なコンバータとして機能しない。

単純な干渉計の、条件付きの数値的な内訳

L = 40 m、レーザーの波長を 1064 nm、読出し用光検出器の入力光パワーを 10 mW、量子効率を η = 0,8 としよう。理想化した平衡型の直交位相読出しについて、ポアソン雑音の片側位相スペクトル密度を S_ϕ,shot = 2/Ṅ と定める。ここで Ṅ = ηP/(hν) は、検

出された光子の有効な流量である。このパワーは読出しに関するもので、長いアームや共振器内部のパワーと自動的に同じになるわけではない。

$$\dot{N} = \frac{\eta P \lambda_{\text{laser}}}{hc}, \qquad \sqrt{S_{\varphi,\text{shot}}} = \sqrt{\frac{2}{\dot{N}}} \qquad (12.14)$$

さらに、独立した技術および電子位相ノイズ10^{-8}と3×10^{-9} rad/√Hzを割り当てます。これらは、考慮中のバンド内の条件付き定数レベルです。二次の付加は全位相ノイズを与える。実際の機器では、ノイズは色付けされ相関し、測定された転送関数がこれらの単純な定数を置き換える。

パワースペクトル密度の平方根は、振幅スペクトル密度(ASD)と呼ばれます。位相ノイズの場合、その単位はヘルツの平方根あたりラジアンである。下の表では、すべてのノイズ成分を一つの値に減らしています。

コンポーネント	許容または計算値
有効光子束	$4{,}2850 \times 10^{16}\ s^{-1}$
ポアソン雑音による位相の ASD	$6{,}8318 \times 10^{-9}$ rad/√Hz
技術フェーズASD	$1{,}0000 \times 10^{-8}$ rad/√Hz
電子相ASD	$3{,}0000 \times 10^{-9}$ rad/√Hz
全相ASD	$1{,}2477 \times 10^{-8}$ rad/√Hz
F= 1における相係数	h の単位量あたり $4{,}7242 \times 10^{8}$ rad

$$\sqrt{S_h^{\text{equiv}}(f)} = \frac{\sqrt{S_{\varphi,\text{total}}(f)}}{\left| 4\pi L \mathcal{F}(f)/\lambda_{\text{laser}} \right|} \qquad (12.15)$$

垂直入射の低周波極限では、等価ひずみ雑音は $2{,}6411 \times 10^{-17}$/√Hz となる。1 MHz では $2{,}9778 \times 10^{-17}$/√Hz、3 MHz では $1{,}1328 \times 10^{-16}$/√Hz、10 MHz では $2{,}5653 \times 10^{-16}$/√Hz である。これは、装置で記録した結果ではない。位相雑音は一定のままであり、数値の違いは、計算した応答の周波数依存性だけから生じる。

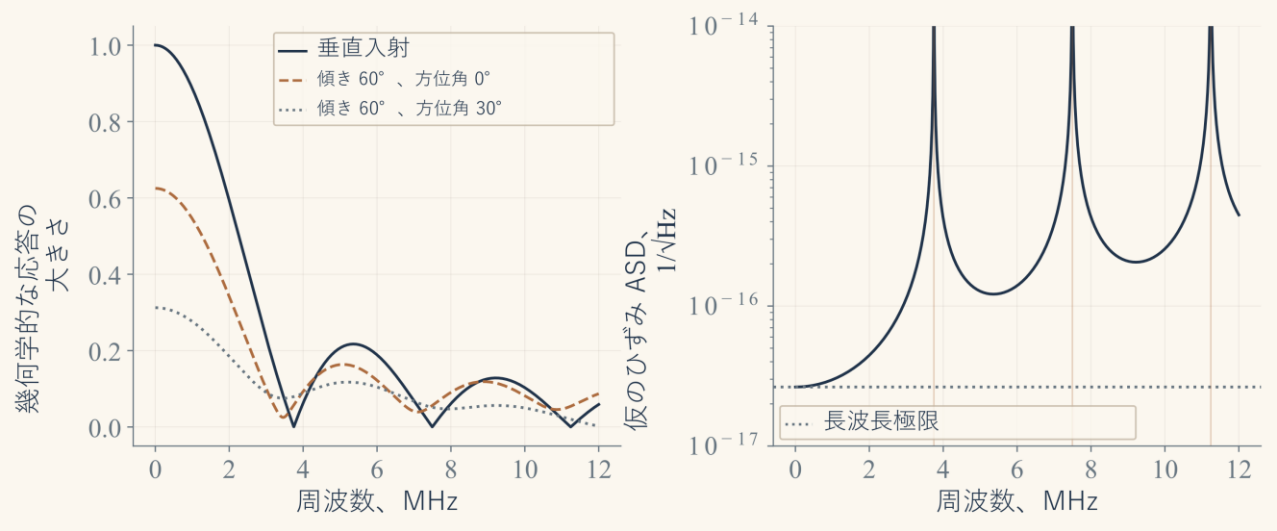


図52。選択されたTT偏光に対する単純40メートル干渉計の応答左側は正規方向と二つの斜め方向であり、右側は所定の位相予算における通常の入射に対する等価なひずみノイズである。垂直線は幾何零点をマークする。零度近くでは、h における相転移は不安定になる。

図52は、最適化が仮説の形式を考慮に入れなければならない理由を示しています。パワーを増加させることでポアソンの寄与は減少するが、幾何学零点を除去しない。長さや方向を変更すると、無感度モードでは存在しない情報が追加されます。条件付き確率的TTフィールドの場合、表では帯域内のスペクトルを指定し、期待されるデータを計算することができます。新しい変動機構の場合は、そのフィールドが本当にこのセクターに属するかどうかを確認する必要があります。

単純な予算には、空洞、放射圧、絞られた光、複雑な光路の技術的な損失は含まれていません。適切な実装を選択し、フェーズの計算された意味を保持するときに追加する必要があります。ここでタスクは選択したレベルで完了します:フィールド、光路、自由に動くミラー、応答関数と割り当てられたノイズの例のすべての数は一つのチェーンで接続されています。

相関は数学的に許容される必要がある

干渉計のネットワークは、仮説場が一貫した信号を生成することができるが、測定器自身のノイズのいくつかは独立である。しかし、所望の相関関係の任意の表は、必ずしも可能なランダム過程を記述するものではない。各周波数において、スペクトル行列はエルミートおよび非負定値でなければならない。一対のチャネルに対して、これはよく知られた

制限に従っている: 相互スペクトルのモジュラーの二乗は、それ自身のスペクトルの積を超えない。モデルがこの条件に違反した場合、測定時間の増加は物理的に意味をなさない。個々のペアの有効性は全体の人口の有効性を保証しないため、ネットワークマトリクス全体に対して正性チェックを行う必要がある。

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{S}^{\dagger}(f), \qquad \mathbf{z}^{\dagger}\mathbf{S}(f)\mathbf{z} \geq 0, \qquad |S_{AB}(f)|^{2} \leq S_{AA}(f)S_{BB}(f) \tag{12.16}$$

アルゴリズムをテストするには、既知の出力相関の有効なパターンを使用することができます。S₀(f) をあるスカラー過程の非負のスペクトル密度とし、空間核は距離の二乗を除いた指数関数に等しい。カーネルに複素応答係数 R_i を掛け、それらの共役は正性を保持する。このテンプレートは、ブラインドデジタル入力、独立ノイズと全ノイズの分離推定、および計画ベースに有用である。これは信号の可能な統計を記述するが、これらの信号が計量の物理的に一貫した変動を生成することができることを証明していない。テンプレートから重力解釈への遷移には、以前の光路の計算が必要である。

$$S_{ij}^{\text{template}}(f) = R_i(f)R_j^{*}(f)S_0(f)\exp\left(-\frac{d_{ij}^{2}}{2\ell_c^{2}}\right), \qquad S_0(f) \geq 0 \tag{12.17}$$

同じ理由で、各角度と距離に追加の任意の係数を割り当てることはできません。デバイスの回転は、一般的なフィールドモデルに従って応答を変更する必要があります。測定器の分離は、同じ空間構造と一致する相関性を変えるべきである。回転が同時に配線、繊維張力および冷却条件を変える場合、観察された差は純粋な幾何学的試験ではない。いくつかの実験の設計は、いくつかの異なる介入を提供するべきである:主に意図した物理的応答、他の特定の器械的コミュニケーション経路を変更する。そのような系列の比較だけが、共通の信号の原因を区別することを可能にします。

Holometer が示したこと

Fermilab Holometerは、微分位置の急速な相関した変化を捉えるために特別に設計されました。2017のインストールの説明は、約40メートルの腕と数十メガヘルツまでの相関を読み取る二つの隣接する独立した干渉計を示しています。2021は、各39メートル干渉計の一つのアームを、特定の回転摂動に対する感度のために曲げる構成を使用していた。その

結果,空間的に一貫した回転変動の特定のモデルが制約された。これらの実験は、異常な仮説をテスト可能なスペクトル予測に変えることができることを示している。それらは、空間の可能な量子特性が除外されることを意味するものではない。[31] [32]

ひずみスペクトル密度とプランク時間を比較する場合は、特に注意が必要です。変形は無次元であるため、そのスペクトル密度は時間の次元を持ちます。しかし、スペクトル密度の感度は、メートルで表される瞬時距離測定誤差に等しくない。分散を行うには、指定した帯域にスペクトルを統合し、空間的応答を考慮する必要があります。量子モデルのパラメータに移行するには、正規化と相関に関する追加の仮定が必要である。これらの明確化のないプランク感度に関するフレーズは、装置がプランク長の個々のセグメントを直接区別するという誤った印象を容易に作り出す。

実践的な教訓は、すべてのネガティブな結果の制限でもあります。ある摂動対称性に敏感な構成は、他のものにほとんどあるいは全く反応しない。各例外の後、理論が変更された場合は、どの以前のバージョンが拒否され、どの新しい仮定が追加されているかをオープンに記録する必要があります。将来のプログラムでは、真に異なるモデルのセットを事前に組み立てて、複数の構成に対する各々の応答を計算する方がより有用である。そして、新しい実験は説明空間を特定の方法で削減する。そのような説明がなければ、高精度なリスクでさえも、空間の構造に関する知識に変換するのが難しい数のままです。

QUEST と GQuEST：異なる二つの測定戦略

最初のQUESTシリーズでは、二つのベンチトップ干渉計が相関した長さ変動を探索するために使用された。Patra et alは、領域13から80メガヘルツの限界を報告し、蓄積は10^4秒続き、40メガヘルツでのひずみ感度の低下は、ヘルツの平方根あたり3×10^{-20}であった。同じ作業は、広帯域上のヘルツの平方根あたり、別々の干渉計2×10^{-19}メートルの設計感度を示しています。プロジェクト、測定結果と相関平均化の結果は互いに交換することはできません。[34]

QUEST の開発には、スクイーズド光を用いる方向もある。ベルガミンらは、2025 年の研究で、その用途に向けた光源を調べ、最大 6,8 デシベルのスクイージングを記録した。調べた 100 メガヘルツの帯域にわたり、少なくとも 3 デシベルが保たれた。この値が表す

のは、特定の光源と測定手順の性質である。大型の装置に組み込むと、光学的な損失、位相雑音、モードの不一致によって、利点の一部が失われる可能性がある。したがって、光源の特性を、完成した干渉計の仕様へそのまま書き込むことはできない。これは、まず部品、次にサブシステム、最後に科学測定の経路全体を確かめる、段階的な検証の例である。[35]

GQuESTは、強い光学場を背景にした小さな位相の通常の検出ではなく、疑わしい外乱に関連する光子を分離して数えるという、異なる読み出しのアイデアを採用しています。Vermeulenらによる論文2025は、プロジェクトが実施されていることを示し、選択した地質変動モデルの利点を評価する。これは、量子重力の検出に関するメッセージではなく、プロジェクトと期待される情報の研究です。この方法は、背景光子、検出効率、フィルタリングと損失の独自の評価を必要とする。特定の干渉的センシング手法の限界を克服することは、すべての量子および技術的な測定制限を排除することを意味するわけではない。[36]

これらの指示は、一つのレコード番号に基づいてデバイスを選択できない理由を示しています。相関スキーム、絞られた光と光子カウントは異なる問題を解決し、異なる弱点を持つ。あなた自身の仮説のために、期待する出力統計を計算し、同じ物理信号、時間および現実的な損失とメソッドを比較する必要があります。あるアプローチがより狭いバンドを生成する場合、その振幅の増加は相関の形状に関する情報の損失を伴う可能性がある。もう一方が広いスペクトルを保持する場合、仮説と背景を区別するのに役立つ波形です。基準は、単一の感度図ではなく、説明を区別する能力になる。

測定信号の三つの操作の違いを図53に示します。

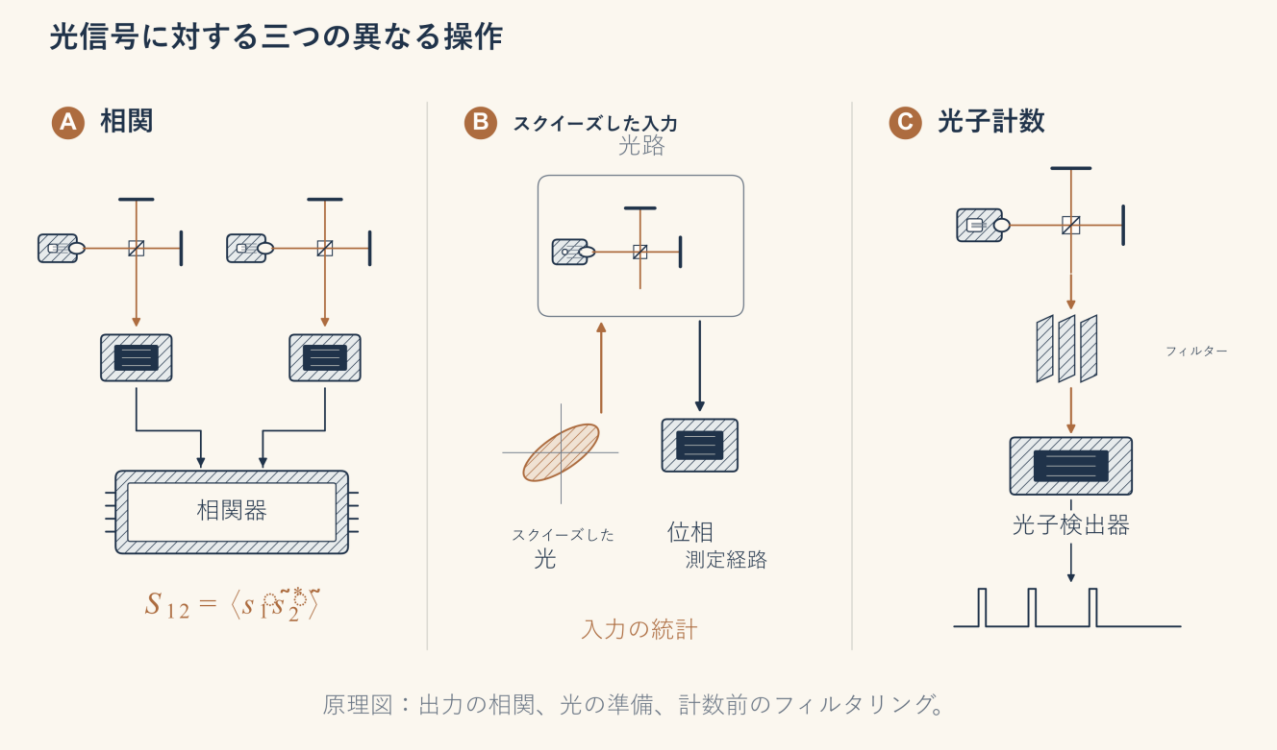


図53。左側では、二つの独立した干渉測定出力がクロススペクトル推定に供給される。中央には、準備された絞られた光が単一の光入力の量子統計値を変えます。シンボル矢印はポートの完全なマップではなく操作を示しています。右側では、光フィルタリングは個々の光子の検出に先行する。Holometer、QUESTまたはGQuESTの正確な配線図ではなく、三つの戦略の原則が示されています。各アプローチの利得は、損失、帯域、背景、出力統計の独自の推定を必要とする。

平均化が対照検証に代わらない理由

雑音が独立なら、二つのチャンネルの平均相互スペクトルはゼロに近づき、その推定のランダム誤差は、独立標本の数とともに小さくなる。信号が弱く、独立したガウス雑音を仮定する近似では、推定の実部の分散は、各チャンネルの自己スペクトルの積を、平均回数の二倍で割った程度になる。ここから、重要な違いが生じる。スペクトルパワーの閾値は、およそ時間の平方根の逆数に従って改善するが、確率的な信号の振幅スペクトル密度の閾値は、時間の四乗根の逆数に従って改善する。これは、すべての測定法に共通する法則ではなく、指定した相関の手順から得られる結果である。最適な相関の方法と、共通雑音の役割は、アレンとロマーノの論文で詳しく扱われている。[37]

$$\mathrm{Var}\left[\mathrm{Re}\hat{S}_{12}\right] \simeq \frac{S_{11}S_{22}}{2M}, \qquad M \sim T\Delta f \quad \text{独立な有効平均化の場合} \qquad (12.18)$$

このようにデータを蓄積しても、共通の雑音は消えない。むしろ、その推定は次第に正確になり、相関が存在するという統計的な確信は強まる。したがって、時間をかければ感度が向上するという主張には、系統誤差の限界を問う必要がある。独立した基準発振器、チャンネルの入替え、電気的な誘導雑音の検査、光路を遮った測定、想定する雑音源への意図的な作用が役立つ。ただし、万能な対照検証はない。光を遮れば検出器の動作条件が変わり、電子回路を入れ替えても、共通の機械的な結合が残る可能性がある。具体的な代替説明に合わせて選んだ、整合する一組の検証が、結論の説得力を支える。

科学的結果は、周波数、長さ、構成の関数として出力のマップを必要とする。完成したTTの例は、物理フィールドからそのようなマップを取得する方法と、アセンブリの前にブラインドインストールモードを検出する方法を示しています。相関探索はより広い統計的モデルをテストするが、計算応答、測定ノイズ、説明間の事前選択された差という同じシーケンスを使用する。次の章では、このアプローチをエンジニアリングドキュメントと、アクセス可能なRCネットワークに関するフルワークショップに翻訳します。

第 13 章 三つの装置と、信号から結論への道筋

測定する量が設計を定める

幾何学仮説は、出力信号の言語(電圧、角度、周波数比)に翻訳されなければならない。それぞれの翻訳は、独自の正確な価格を持っています。電気ネットワークにおける初期状態準備誤差は、異なる伝搬のように見える。質量源を移動させることで、計算した力は若干変わります。一般的なジェネレータは、独立していると考えられていた時計の読み取りをリンクすることができます。したがって、インストゥルメント設計は、それが生成するデータと、個別に測定されたパラメータに基づいてアウトプットの量を決定することから始まる。

この章では三段階の研究について考察する。電気グリッドにより、意図的に設計を変更できるシステムで接続の復元を体験することができます。メカニカルセンサは、物体の相互作用の法則をチェックします。クロックと重力計のネットワークは、共通のバンド内のポテンシャルチャネルと勾配チャネルを比較する。モデルを指定し、指標を計算し、キャリブレーションを取得し、競合する説明をテストする。次のレベルに移行するには、独自のデータが必要です。

プロジェクト	直接データ	検証可能な結果
RCネットワーク	既知準備後のノード電圧	人工系における付加接続と一般接続の区別
メカニックセンサ	角度またはオフセットと高調波応答の相	既知の幾何学による選択力則の極限
時計と重力計	コモンバンドにおける周波数比と加速度	与えられた共通場を持つ二つのチャネルの互換性

以下の電気レベルは実行可能なワークショップにもたらされました:元の記録とそれらを処理するためのプログラムが添付されています。これらの記録はすべて合成である。他の二方向については、推定予算と実際のインストールへの転送条件が与えられます。これ

により、すでに実施されている数値実験と、まだ測定されていないハードウェア特性を分離することができます。

結合構造の電気的な分光計

電気プロトタイプの各ノードは、共通の基準導体に接続されたコンデンサを含む。ノードの間に抵抗があります。電圧は、接続の伝導度とノードの容量によって決定される速度で等しくなる。外部電源をオフにした後、回路は逆問題をテストするのに便利な線形伝搬を実装します。ノッカラ、ピイロ、ビアンコーニは量子振動子のネットワークの低周波モードによるスペクトル次元の決定を調査した。RCモデルは古典力学を使用し、独自の測定問題を解決する。[38]

$$C_i \frac{dV_i}{dt} = \sum_j g_{ij}\left(V_j - V_i\right) - g_{i0} V_i + I_i(t), \qquad \mathbf{C}\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{K}\mathbf{V} + \mathbf{I} \tag{13.1}$$

導電率gはシーメンス単位、容量Cはファラド単位、比g/Cは往復秒単位である。等容量C_0と漏れなし、オペレータL=K/C_0は対称です。ノードjでのみ電圧を準備し、ノードiを観察すると、行列指数要素が与えられる。準備の全セットは伝搬行列を明らかにし、いくつかの利用可能なポートはその観測可能なブロックのみを提供する。

$$\mathbf{V}(t) = e^{-t\mathbf{L}}\mathbf{V}\left(0\right), \qquad \mathbf{G}(s) = (s\mathbf{I} + \mathbf{L})^{-1} = \int_0^\infty e^{-st}\, e^{-t\mathbf{L}}\, dt \tag{13.2}$$

最も簡単な完結した例は、鎖状に結んだ四つの節点からなる。各節点に 100 nF のコンデンサーを置き、隣接する節点の間には 100 kΩ の抵抗器を入れる。一結合の公称時間は 10 ms、結合の強さは 100 $\mathrm{s^{-1}}$ である。対照実験では、鎖の両端の間に、さらに 500 kΩ の抵抗器を入れる。これは強さ 20 $\mathrm{s^{-1}}$ の結合に当たる。これらの値は、計算用の構成を定めるものである。実際の部品や測定器の精度が、これらの値から導かれるわけではない。

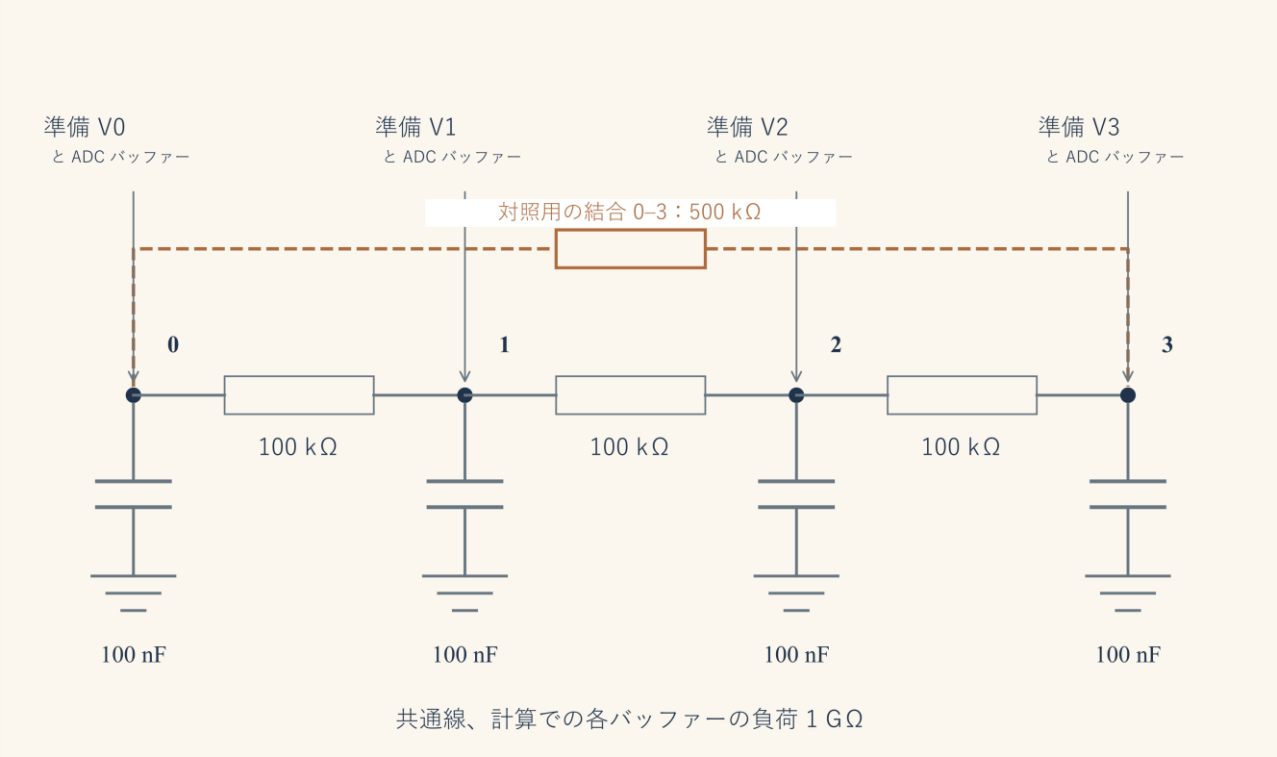


図 54。四ノードの RC 模型。通常の結合は公称 100 kΩ、各ノードは共通線に対して 100 nF である。オレンジ色で、500 kΩ を通る追加の結合 0-3 を示す。矢印は、準備と高入力インピーダンスの読出しの経路を表す。ノードを示す点がない交差は、電気的な接続をなさない。数値例では、各入力の負荷は 1 GΩ である。

図54は、小さなレイアウトを選択する理由を示しています。すべてのノードが知られており、四つの独立した状態を用意でき、応答全体を測定できます。8章からの大規模なネットワークではそのようなアクセスはありません。小さな実験では、まず測定の正規化と統計を確認します。その後、ポートの数を減らし、どの差が利用できなくなったかを観察することができます。

電流を使う方法との関係も、一意に定まる。初期状態がゼロなら、電流から電圧への伝達行列は $H V I(s)=(sC+K)^{-1}$ である。容量が等しいとき、$G(s)=C_0 H V I(s)$ となる。前者の行列の単位はオーム、後者は秒である。したがって、G の数値的な雑音を、そのまま電圧計の精度への要件にすることはできない。励起、容量、記録時間、積分の推定方法を考慮する必要がある。

正解ラベルを伏せた、一貫した実験

実習「電圧から結合の復元へ」では、約 1 V の四つの初期準備を用いる。準備はわずかに混ざり、隣接するノードにも小さな電圧がある。実際の準備行列は、事前に校正に含める。読出しには、入力抵抗 1 GΩ に対応する、既知で等しい漏れがある。各読取りには、標準偏差 0,2 mV の独立したガウス雑音を加える。この雑音は、採用した数値例を記述するもので、特定のアナログ・デジタル変換器の性能の約束ではない。

各初期状態の準備について、刻みを 50 μs とし、長さ 0,25 s の記録を得た。処理では、初期状態の混合、負荷、共通の有限時間区間を考慮して、s=20, 60, 200 s^{-1} における規格化した応答を再構成する。三つの積分を同じ記録から計算するため、その誤差は相関する。たとえば、最初の二つの s の値に対する相関は 0,866 である。当てはめには、独立な三つの推定値ではなく、完全な共分散を渡す。

解析の前に、チェーンの端間の一つのコントラストが選択される。スカラー読み出しは、$a=(1,0,0,-1)/\sqrt{2}$ の $z=a^{\mathsf{T}}G(20)a$ となります。±2% 内の任意の通常のコンダクタンスの組み合わせについて、その可能な値の厳密なシェルが知られている。このレイアウトでは、11,10052 から 11,43981 ms まで拡張します。これには、計算されたノイズマージン、有限尾部と数値積分が追加されます。このルールでは、可能なすべてのドリフトパターンを試す必要はない。

記録	s=20 でのコントラスト、ms	ルール結果	分析後のマークアップ
A	7,75782	限定ローカルモデル拒否	ドリフトと通信 0-3
B	11,26718	有効なローカルモデル互換	リファレンス回路
C	11,23150	有効なローカルモデル互換	通常の接続のドリフト

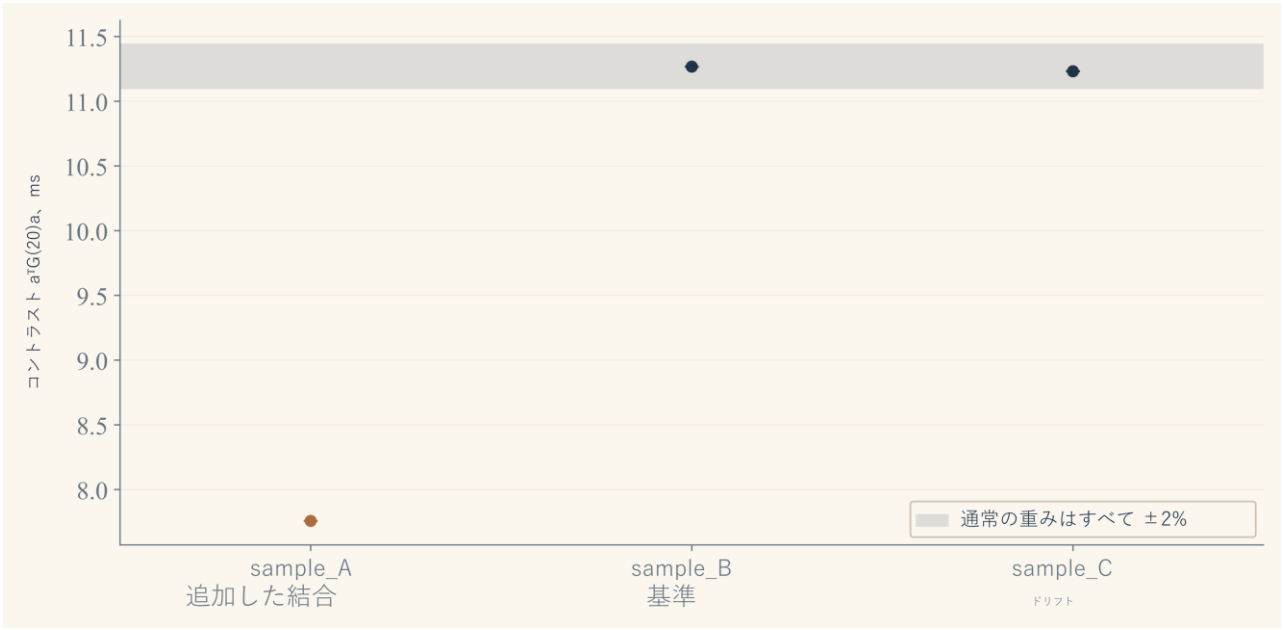


図55。三レコードの合成検証。バンドは、±2%内のすべての共通コンダクタンスの可能なコントラストを含んでいる。バーには、五つの標準エラー、テールバウンド、および二次が含まれており、この規模では小さい。分析が完了すると、文字の下にマークが表示されます。解析プログラムは、真のパラメータを含むファイルを読み取らない。

図55では、追加の結合は、その効果が許容されるキャリブレーション間隔を超えて自信を持って行くように十分に強いように選択されています。拡張モデルの適合により、導入された20 s⁻¹とのペア0-3と強度19,9974 s⁻¹が決定された。χ²と48のスカラー観測の比率は0,871に等しい。他の二つのケースでは、データを説明するために追加のエッジは不要である。これは、どんなに弱い接続が存在しないことを証明するのと等価ではありません。

ここでの識別性は、大規模なネットワークの難しい例よりも大幅に優れています。四つのノードはすべて観測可能であり、初期状態が知られており、加算されたコンダクタンスは通常のノードの20%である。ワークショップでは、選択したモードで測定チェーン全体の動作を示します。普遍的な再構成精度を計測せず、8章の校正対照例を無効にしない。次のステップは、ノードへのアクセスを意図的に削減するか、接続を弱め、同じルールの適用性境界をトレースすることです。

部品と測定器も、作用素に含まれる

組み立てられた回路では、容量の等式をチェックする必要があります。不等値 C_i に対して、$C^{-1}K$ 行列は通常電圧座標において非対称である。対称作用素は置換 $u=C^{1/2}V$ の後に表示される。内積とプローブの正規化は、この交換に対応する必要があります。類似度変換の下での全トレースは保存される:正規化された対角電圧応答はまだ指数のトレースを与えるが、演算子と定常モードプロジェクタは実際の容量で計算しなければならない。等価容量モデルに適合し続けると、コンポーネントの違いは接続に誤って起因します。

$$\mathbf{L}_{\mathrm{sym}} = \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{K}\mathbf{C}^{-1/2}, \qquad \mathbf{u} = \mathbf{C}^{1/2}\mathbf{V} \tag{13.3}$$

入力インピーダンスとコンデンサ自身のリークは、共通のワイヤに結合を追加します。等しいリークの場合、LはL+γIとなります。そして、戻り信号は乗算器exp(−γt)を受け取り、スペクトル次元の推定は2γtによって増加する。設計モデルでは、γ=0,01 s^{-1}は事前に知られており、処理中に削除される。不平等な未知漏洩は、そのようなスカラー補正によって修正できない: 測定演算子の行列に入る必要がある。

$$\tilde{P}(t) = e^{-\gamma t}P(t), \qquad \tilde{d}_s(t) = d_s(t) + 2\gamma t \tag{13.4}$$

校正も必要です。低インピーダンス源は四つの設定電圧を保持し、同時に開きます。スイッチの抵抗、不等開度時間と電荷解放は初期ベクトルを変化させます。ワークショップでは、理想的な単位ベクトルの代わりに測定準備行列Wを用いる。可逆かつ良好な条件であれば、記録された電圧をW^{-1}で乗算することにより、伝搬を復元する。ここで条件番号は1,0049なので、動作はほとんどノイズを発生させません。ほぼ同じ準備で、反転は信頼できなくなるでしょう。

図56では、物理ネットワークは完全な準備とインピーダンスの高いデジタル登録パスに含まれています。

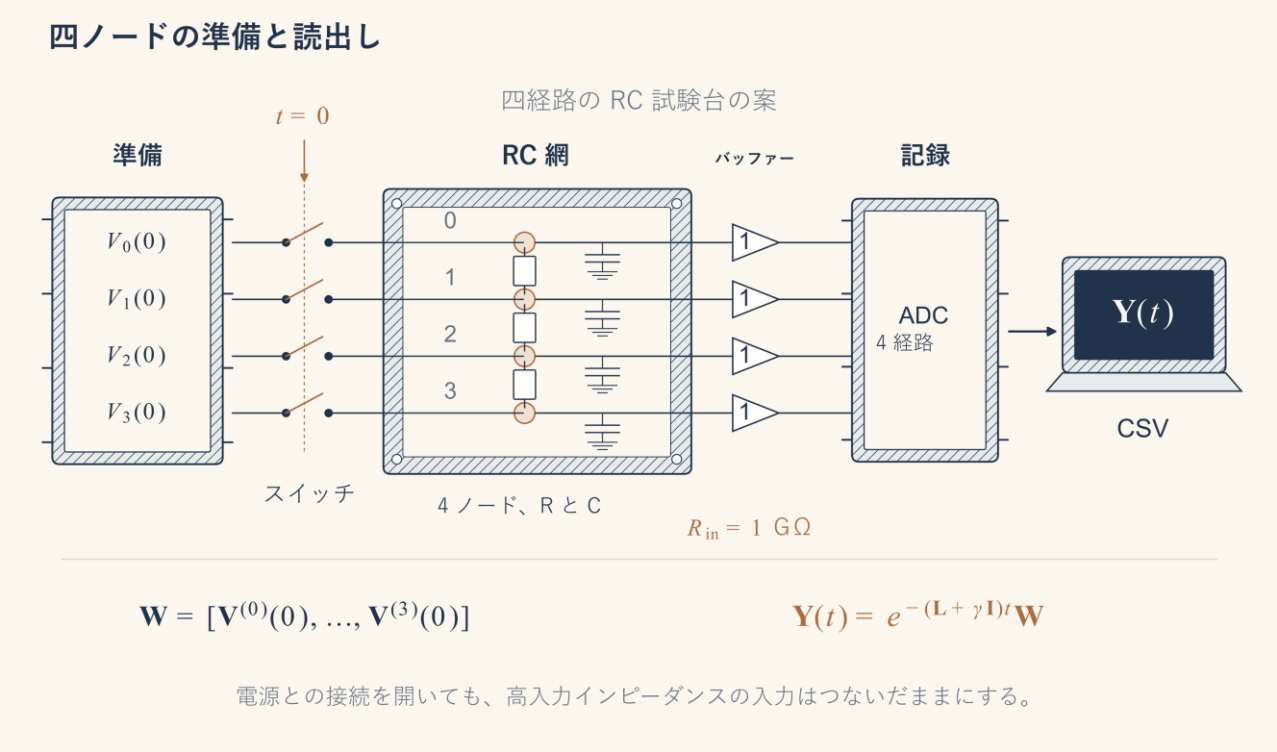


図 56。四つの電源が初期ベクトル全体を保ち、その後、一回の動作で四つのスイッチを開く。観察は、独立した高入力インピーダンスのバッファーとアナログ・デジタル変換器を通じて続く。R_in = 1 GΩ は、計算例の入力負荷を表し、漏れがないことを意味しない。行列 W は実際に準備した状態、Y(t) は記録された電圧を含む。基板は現代的な試験台の案として描かれ、正確な接続構造とコンデンサーは、回路図で別に示す。低入力インピーダンスの機器をノードに直接つなぐと、作用素が変わる。

抵抗器内の熱ノイズは放散によるものです。古典モードでの単一抵抗の場合、一方的な電圧パワースペクトル密度は4kBTRに等しい。ネットワークでは、固有電流ノイズは共通の演算子を通過し、ノード間の相関を生成する。NISTノイズ温度測定は、周波数応答マッチング、クロストーク、読み出しノイズ分離がいかに重要であるかを示す。[46] [47]

レイアウト予算は、Wの不確実性、容量、リーク、ゲイン、時間スケールを別々に考慮しなければならない。ランダム部は共分散によって運ばれる。体系的な不確実性は、許容可能なモデルのクラスに含めるか、インターバルベースで評価されるべきである。付属のデータでは、これらの校正値は正確に指定され、±2%は通常のコンダクタンスのみを指します。物理回路に同じラッパーを適用するには、残りのエラーを個別に制約し、マージンに追加する必要があります。

機械系の仕様と、トルクの条件付きの内訳

制御された質量源が時間変化するトルクを生み、ねじり振動子などの検出素子がそれを角度へ変換する。微小振動には、慣性モーメントI、ねじり剛性κ、粘性減衰係数bを用いる。機械的感受率の振幅と位相によって、光学的な読み取り値からトルクへの換算が決まる。これらは、既知の作用を加えて使用周波数帯域内で確かめる。

図57は、ねじりセンサのレイアウトとトルクを測定信号に変換するシーケンスを関連付けています。

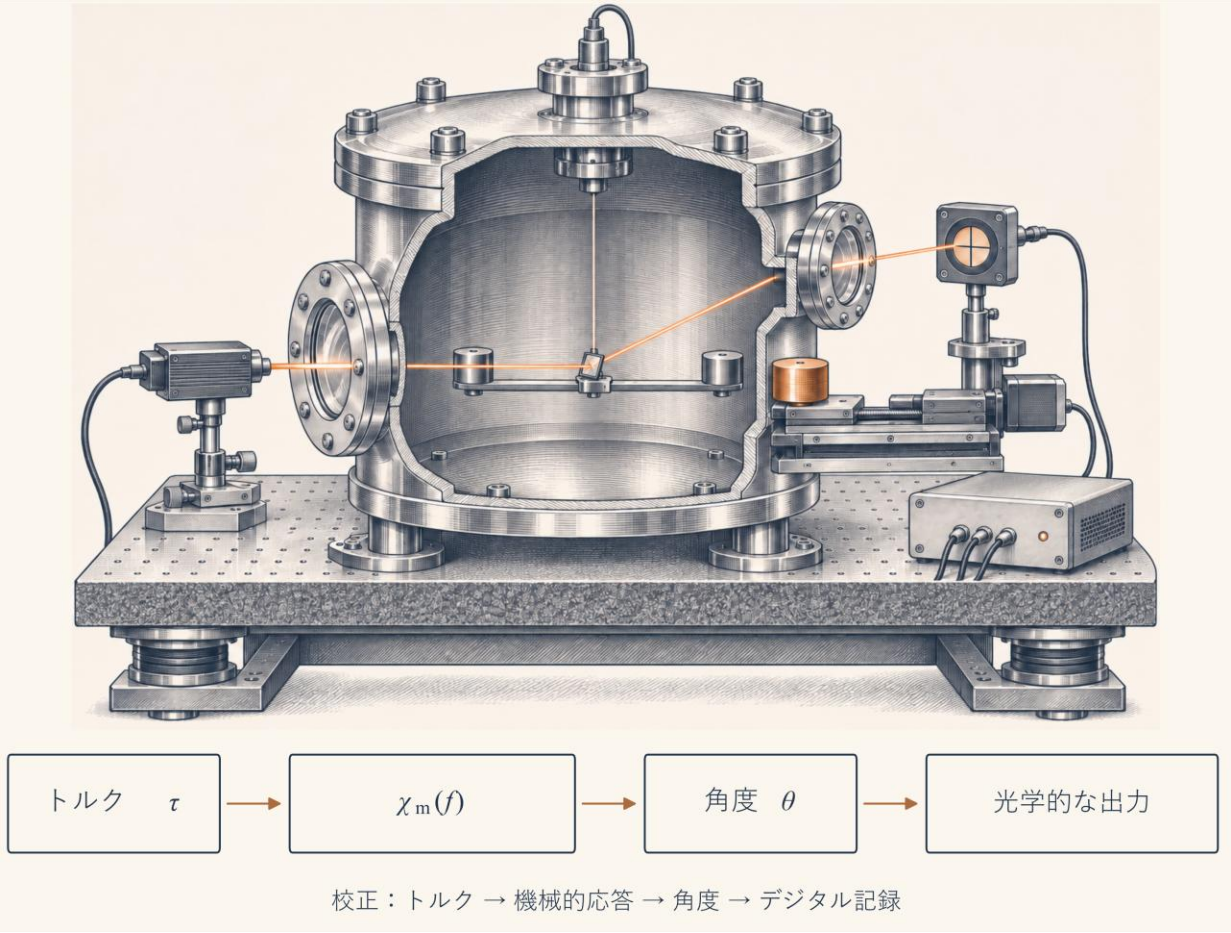


図57。現代のねじれセンサーのコンセプト。センシングビームは、真空ハウジング内の細い糸によって吊り下げられます。制御された質量がトルクを生成し、レーザー読み出しが角度を登録します。下部チェーンは、トルク、機械的感受性、角度とレコーダー出力を分離します。これは可能なレイアウトの例です:構築されたデバイスの寸法、遮蔽および感度はここに記載されていません。テキスト内の条件付き低周波予算は、10章の二ディスク実験には引き継がれない。

$$I\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + \kappa\theta = \tau(t), \qquad \chi_{\theta\tau}(\omega) = \frac{1}{\kappa - I\omega^2 + ib\omega} \tag{13.5}$$

以下では、既存の装置の仕様ではなく、計算のための低周波の基準モデルを選ぶ。I=10⁻⁶ kg·m²、固有振動数 f₀=0,01 Hz、品質係数 Q=1000、温度を 300 K としよう。発生源は f=0,005 Hz で変調し、光学的な読出しの雑音を 10⁻⁸ rad/√Hz とする。粘性減衰では $\kappa = I(2\pi f_0)^2$、$b = I2\pi f_0/Q$ となる。これらの仮定によって、単純なモデルの計算が閉じる。

$$S_\tau^{\mathrm{th}} = 4k_B T b, \qquad S_\tau^{\mathrm{ro}}(f) = \frac{S_\theta^{\mathrm{ro}}(f)}{\left|\chi_{\theta\tau}\left(2\pi f\right)\right|^2} \tag{13.6}$$

大きさ	計算値
ねじり剛性 κ	3,948 × 10⁻⁹ N·m/rad
係数 b	6,283 × 10⁻¹¹ N·m·s/rad
0,005 Hzにおける感受性モジュール	3,377 × 10⁸ rad/(N·m)
熱トルクASD	1,020 × 10⁻¹⁵ N·m/√Hz
トルクユニットにおけるASD読取	2,961 × 10⁻¹⁷ N·m/√Hz
既知の位相を持つ10⁵の振幅誤差	3,228 × 10⁻¹⁸ N·m

最終線は、多くの期間の振幅2T⁻¹∫ τ (t)cos(2 π ft)dtと定常白色トルクノイズを推定するために得られる。受け入れられた一方的な密度の場合、その分散はS τ (f)/Tとほぼ等しい。両方の二次が未知であれば、モジュラス分布と検出規則は変化する。アーム1 cmでは、示されたトルク誤差は約3,23 × 10⁻¹⁶ Nの力調和誤差に対応する。

この計算は、単純な機械レイアウトと特定の検索要件の間の距離を推定するのに役立ちます。10章の図示力の例は、その幾何学、変調周波数および要求される誤差を規定している。低周波ねじれ標準は、これらの特性を自動的に取得しない:転送には、感受性、力-トルク関係、および総誤差を再計算する必要がある。より高いソース周波数は、その角応答を劇的に弱めることができる。

粘性減衰はここで明示的に定義されたモデルとして選択される。内部構造摩擦では、熱騒音の周波数法則は異なり、関連する区別はソールソンによって詳細に議論される。したがって、一つの周波数で測定された品質係数は、まだスペクトル全体を決定しない。[48]

実際の予算の主な部分は体系的かもしれません。クリアランス誤差 $\delta \mathrm{d}$は予測トルクを $(\partial \tau / \partial \mathrm{d})\,\delta \mathrm{d}$で変化させる。スクリーンの動き、表面電位、振動、密度とソース寸法は別々にテストされます。テーブルの計算には含まれていません。最初のハードウェアテストでは、いくつかのジオメトリで導入された既知の効果と小さな変更を再現する必要があります。その後、測定されたスペクトルと許容誤差は、10章の身体上の積分で使用される。

共通の重力測定経路をもつ時計網

11章では、二つの時計の幾何学とベース中央に重力計が選ばれました。結合スペクトルは、同じ場の方向微分とポテンシャル差を関連付ける。空間法則をチェックするには、いくつかの基底や幾何学の変化が必要である。すべての距離が相関長よりもずっと小さい場合、A/ℓ の組み合わせは優勢であり、個々のパラメータは不十分に決定される。空間スケールは、測定器を置くことの便利さだけでなく、予測の変化に基づいて選択される。

章11の数値例は、ベース1000 mと相関長1000 mと相関時間10 sと無次元場振幅$A=10^{-20}$を用いる。計器ノイズに対して、クロックチャネルの条件出力ASD $10^{-18}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$とアクセラレーションチャネルの$10^{-7}\ \mathrm{m/s^2}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$を設定する。共通のノイズ成分と空間応答の符号を変化させることによる試験も含まれます。これらの数は合成実験を定義し、個々の実験室は独自のスペクトルと感度機能を提供しなければならない。

記録を結合する前に、全体の時間スケール、遅延、周波数フィルタ、および重力計の感度軸の向きを記録します。時計の比較と加速度は同じ周波数帯域に揃える。ログは、原子サンプルの位置、支持体の動き、温度、磁場、圧力および近くの重要な質量の動きを含みます。チャネルマッチングは独立して測定された応答に基づいて行われ、自由に調整可能な位相補正は相関のハードウェア原因を隠すことができる。

チャネル数はそれ自体では独立性を保証するものではありません。単一の伝送線、一般的な光発振器、または共通のクロックシステムは、異なる周波数の比較をリンクすることができます。したがって、ネットワーク仕様は局所スペクトルとクロス干渉要素の両方を

含んでいる。ハードウェア接続を保持するが、符号を変更するか、空間フィールド応答を抑制する個別の制御が有用である。この役割は、11章で議論されている幾何学的置換が果たすものです。

$$\delta y \simeq \frac{g\,\delta h}{c^{2}}, \qquad \delta h = 1\,\text{mm} \;\Rightarrow\; \delta y \simeq 1.09 \times 10^{-19} \tag{13.7}$$

g≈9,81 m/s²の推定(13.7)は、なぜ高さ測定が周波数実験の一部になるかを示しています。ミリメートル単位で試料の支持または変位を熱膨張させることで、選択したスケールに対して顕著な周波数効果が生じる。これは低磁場式の結果であり、新しいセンサの特徴ではない。Δ Φ/c²の値はクロックチャネルには小さすぎる可能性があるが、加速度は重力計ですでに見える。

エンジニアリング推論は観察可能な値に制限されるべきである。ポテンシャルチャネルと勾配チャネルのマッチングは、採用された一般フィールドモデルを検証する。曲率推論はさらに、第11章で説明されている運動学的および潮 t的制御を必要とする。これらの測定は、異常な残留物を探す前に植物構成に含まれています。

測定の準備が整うとは何か

各プロジェクトは、既知のシステムのモデルの実行可能なバージョンを持つ必要があります。これには、検査対象だけでなく、準備、読み出し、帯域幅、ジオメトリおよび校正が含まれます。仮説効果を追加した後、他のパラメータの許容可能な変更と区別できる機能を確認する。そのような機能のセットは、デバイスの有用な範囲を決定します。

RCワークショップは、CSVのボルトから正規化された応答、選択したローカルクラスに関する情報に基づく決定まで、小さな合成システムでこのチェーンを完成させます。ラボモデルへの転送は、キャリブレーションファイルで現在正確に指定されているパラメータの測定から始まります。メカニカルドシエとクロックドシエは同じロジックを使用しますが、異なる技術とノイズ予算の独立した確認が必要です。

受け入れには、導入効果の検出と、その欠如または識別不能な作業の両方が含まれる。保存された元の記録により、異なる干渉モデルで分析を繰り返すことができ、どのステップが出力を変更したかを確認することができます。次の章では、テストケースを選択し、

説明を比較し、データが一つの答えを指定しない場合に結果を報告する方法について、この手順を形式化する。

第 14 章 発見と、もっともらしい誤りをどう区別するか

結果より先に、検証する主張を定める

検証されるステートメントは、オブジェクト、モデルクラス、データ、および決定ルールをキャプチャします。結果を見た後、新しい仮説を策定し、次の実験を設計することができます。質問を促した研究と、それをテストした記録は、さまざまな役割を果たします。上記の例では、ハイブリッドペアからコントロールポートへの移行が正確に機能します。

提案する研究計画で主に検証するのは、幾何と動力学を区別できるかどうかである。操作的に定める次元は、結合構造、輸送の方法、周波数分散、漏れ、誤った校正によっても変わりうる。したがって、帰無モデルを、不自然なほど単純にしてはならない。不均一なパラメーターをもつ通常の幾何、追加の次元を伴わない新しい場、装置に共通する過程といった、内容のある代替案も複数定める。通常とは異なる仮説を、明らかに不完全な記述とだけ比べるなら、その比較に勝っても、世界について分かることは少ない。科学上の課題は、意図的に弱くした相手ではなく、妥当な説明のうち最も強いものを上回ることである。

高価なフェーズを開始する前に、いくつかの介入のための予測表を作成すると便利です。例えば、距離を変化させ、材料を変え、センサを回転させ、電子機器を並べ替えることはモデルに異なる影響を与えます。二つの仮説が利用可能なすべての介入に対して同じ予測を行う場合、同じ測定の精度を上げることは議論を解決しない可能性がある。新しい監視チャネルが必要です。このような結論は、装置の構築前にも得られるため、基本的には質問に答えないデータの長期蓄積を避けることができる。識別可能性の予備計算は、将来の発見に必要な条件を決定するため、独立した研究結果となる。

構成の一部としての盲検検証

ブラインド解析は、意図しない処理の調整を期待する答えに制限します。データは、アナリストに未知のオフセット、ラベルの隠れた置換、または注入された信号を含むことができる。選択、キャリブレーション、不確実性推定ルールは、ブラインド解除の前に固定される。ブラインドメソッドは、実際の障害を検出することを許可しなければならない。例えば、チャネル間の診断関係が保存されている間は、絶対的なスケールを隠すことができる。Zheng氏と同僚は、すでに重力シフトの実験室テストで盲目の手順を使用していました。ここでは、動作次元をテストするための原則が提案され、まだ実施されていないテストは完成した実験として提示されない。[30]

電気プロトタイプの場合、いくつかの隠れたネットワークを準備するのが便利です。オペレータは一つのプロトコルを使用してそれらを測定し、アナリストは接続図なしで時系列を受け取り、ラベルを担当する人は計算の終了まで真の構造を保持します。いくつかのセットでは、異常な接続をシミュレートできる通常の抵抗不均質性とリークが導入されている。他にも、真のカレントパスを追加します。正しい回復率、誤った発見率、不確実性を認識する能力を同時に評価しなければならない。ある構造を常に自信を持って命名するアルゴリズムは、便利な集合で成功しているように見えるかもしれないが、特別に選択された退化例では失敗する。

ハードウェアの追加とデジタルの追加は、異なる問題を解決します。デジタル信号は、アプリケーション位置の後処理を確認します。キャリブレーションミラーの動きは、光学系と読み出しをチェックしますが、必ずしも光路に沿って意図したメートル法を再現する必要はありません。質量の変化は機械モデルと重力モデルをテストしますが、同時に振動を生じることがあります。従って、各アプリケーションは試験された測定回路のどの部分の指示を伴います。エントリなしでいくつかの独立したエントリメソッドとコントロールレコードを持つことが有用です。そのようなプログラムが正常に完了すると、特定の種類の信号に対するデバイスの適合性が確認され、それらの性質に関する疑問が開かれます。

提案されたブラインド試験における構造、記録およびキーへのアクセス順序を図58に示します。

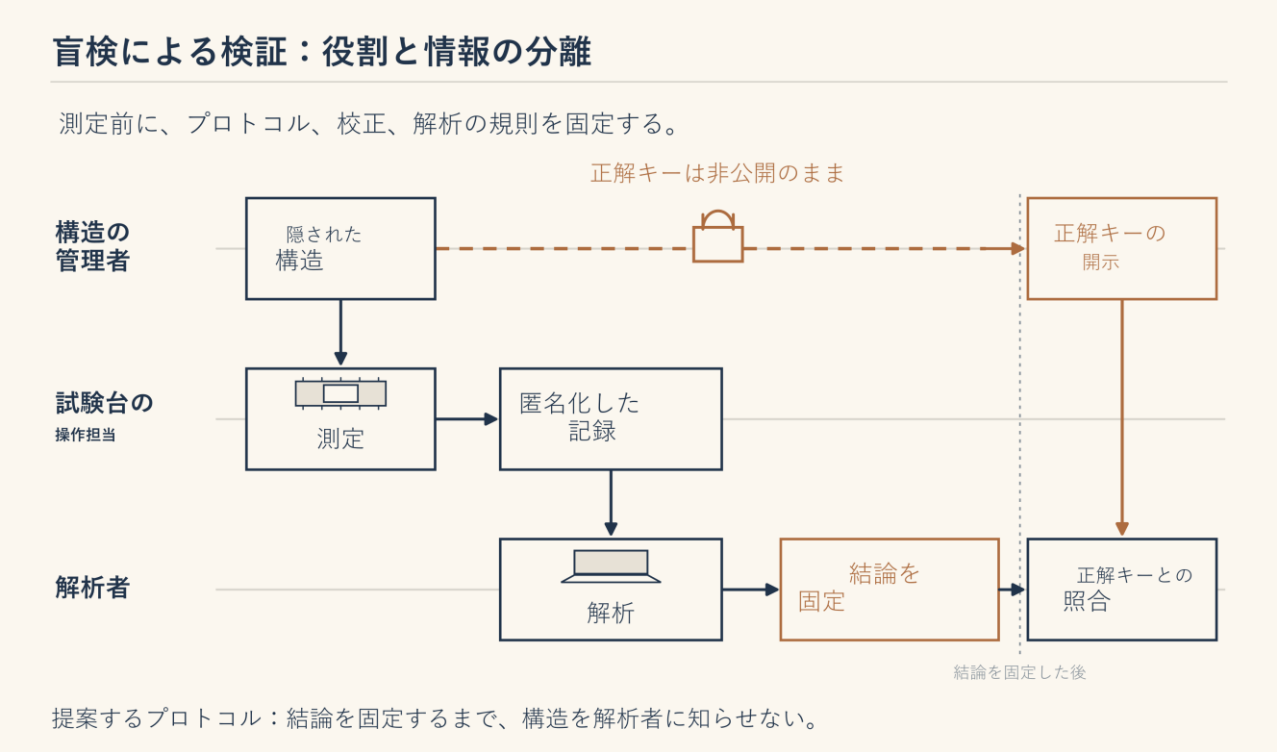


図58。盲目の裁判での役割の分割を提案しました。カストディアンはタグの真の構造とキーを保存し、オペレータは事前に固定されたプロトコルに従って測定を行い、アナリストは匿名化された記録を受け取ります。出力は、キーが明らかにされるまでコミットされます。その後にのみ、既知の構造と比較されます。図は、実施した実験ではなく、情報へのアクセス順序を示しています。アクセス可能な障害診断と、各入力信号によってテストされる領域の明示的な表示を組み合わせる必要があります。

確率的な推論と、雑音のパラメーター

統計的モデルは、平均期待値だけでなく、エラー相関も記述しなければならない。実データベクトルに対して、ガウス近似は逆共分散行列を持つ二次形式を用いる。共分散自体が仮説のパラメータに依存する場合、その決定子で項を保存する必要がある。この用語を削除すると、宣言されたノイズを単に増加させるモデルが奨励される可能性がある。以下の式は、物理パラメータ θ とキャリブレーションパラメータ η の下で条件付き確率を与える。有意な非ガウス性、少数の平均値、またはその他のカウンター統計がある場合は、分布を変更する必要があります。

$$-2\ln\mathcal{L} = (\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu})^T\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu}) + \ln\det\mathbf{C} + N\ln\left(2\pi\right), \qquad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}(\theta,\eta), \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}(\theta,\eta) \qquad (14.1)$$

キャリブレーションパラメータは、エラーが意図した効果に匹敵する場合、単に便利な正確な数に置き換えることはできない。独立した測定に制限され、プロファイル化または明示的に指定された不確実性分布と統合される。異なる統計的アプローチは異なる質問に答え、結果はそれに応じてラベル付けされるべきである。信頼領域は理論が真である確率ではなく、ベイズエビデンス比は与えられたモデル族とパラメータ分布に依存する。単一の印象的な指標の代わりに、残差、代替ノイズモデルへのロバスト性、保留データの予測を公開することが有用である。これにより、統計的表現の選択した方法を超えて結論を検証できる。

識別不能の理由は線形近似ですでに見ることができる。期待される信号の小さな変化は、幾何学パラメータとキャリブレーションパラメータの寄与からなる。ジオメトリに割り当てられた変更方向がキャリブレーションエラーの方向の組み合わせと一致する場合、データは外部情報なしでこれらの原因を分離することはできません。式中の感度行列は、対応するパラメータに対する信号の微分を含む。それらの密接な線形依存性は、計算アルゴリズムの弱点を意味するのではなく、実験における情報の欠如を意味する。オプティマイザ内の小数点数の増加は、この問題を補正しない。別の構成、独立したキャリブレーション、または新しいオブザーバブルが必要です。

$$\delta\boldsymbol{\mu} = \mathbf{J}_{\text{geom}}\delta\boldsymbol{\theta} + \mathbf{J}_{\text{cal}}\delta\boldsymbol{\eta} \qquad (14.2)$$

多数の相関長、周波数間隔、または隠れた接続を探索することで、偶然に興味深い組み合わせを見つける可能性が高くなります。したがって、最適な結果の選択を含む検索手順全体に対して検出しきい値を校正する。適切な方法は、同じ検索と同じ停止ルールでヌルモデルの複数のシミュレーションを実行することである。しかし、そのようなキャリブレーションは、ヌルシミュレーションが実ノイズの本質的特性を再現する限りのみ有効である。未説明の一般的な障害は、公式にまれな出来事を共通のものにすることができる。そのため相関探索は、統計的平均化と共通信号の物理ソースのチェックを組み合わせる必要があり、これらのタスクを別々に考慮すべきではない。

制約されたネットワークの同時区間

第 8 章のプロトコルでは、各スカラー観測は $z_j = a_j^{\mathsf{T}}\, G_{\text{набл}}\, a_j$ と書ける。方向を区別して独立に取得した行列要素の分散がすべて σ^2 で、a_j のノルムが一である場合、z_j の分散も σ^2 に等しい。ただし、コントラストどうしは独立ではない。二つのベクトルが、同じ要素を使う場合があるからである。一般の共分散を扱うため、記録したデータの線形結合の係数ベクトルを c_j と書く。

$$\sigma_j^{2} = c_j^{\mathsf{T}} C c_j, \qquad c_j = \operatorname{vec}\left(a_j a_j^{\mathsf{T}}\right) \tag{14.3}$$

検証用の系列の前に、M 個のコントラストを選んだとする。周辺誤差がガウス分布に従い、その分散が既知なら、それぞれに、外れる確率が β/M 以下の両側区間を定める。コントラスト間の相関によらず、いずれかの区間から外れる事象の確率は、β 以下になる。$\beta = 0{,}01$ では、次の係数を使う。

$$k = \Phi^{-1}\!\left(1 - \frac{\beta}{2M}\right), \qquad I_j = \left[z_j - k\sigma_j,\; z_j + k\sigma_j\right] \tag{14.4}$$

元の二つのプローブでは、M = 216、k = 4,07358 である。各 36 コントラストをもつ二つの対照記録を加えると、M = 288 となる。係数は、最終的な集合全体について計算し直す。真の重みが指定した区間の箱の中にあり、周辺雑音のモデルが正しければ、その応答は、少なくとも $1 - \beta$ の確率で、すべての区間に入る。この事象が起きたとき、外側の行列包絡は、真のパラメーターを排除せずに保つ。

2016ペアの列挙は、この設計では別の要因2016を必要としない。まず、一つの同時領域が予め選択されたすべての観測のために構築され、パラメータ空間に反転される。特定のクラスからの真のペアが何であれ、一般カバレッジイベントでは切断されない。これは、χ^2の最大改善を発見し、そのしきい値を実証的に校正することとは異なるエラーを制御する方法である。

レベル1パーセントは、その前提の下でこのシェルルールによって真のパラメータを誤って除外することを指す。それは残りのペアの真実の確率ではなく、欠落した物理的原因をカバーしません。分散が少数のレコードから推定され、非ガウス的尾部を持ち、あるい

は興味深いチャネルを選んだ後に変化した場合は、公式を置き換えるか補足しなければならない。一般的な時間記録では、変換されたデータの正しい共分散が最初に計算される。

整合性の証拠と、排除の証明

これら二つのアクションは計算コストが異なる。モデルの互換性を示すためには、選択したエラー領域に直接応答する有効なパラメータセットを提示するだけで十分である。除外するには、そのようなセットがないことを確認する必要があります。ローカルオプティマイザは最初のアクションを支援することができますが、大きな残りで停止しても二番目は証明されません。

本書では、正確な応答の限定検索は分析ヤコビアンを使用し、重みは±2パーセントに制限される。二つのプローブでは、証拠探索は全体的な相対ドリフトをさらに考慮する。これは、シェルで許容される個々のドリフトよりも狭いサブクラスである。狭いサブクラスの失敗は、広いサブクラスを除外しない。残りのすべての値は、パラメータの繰り返し直接置換によって計算される。

$$\chi^{2}(\theta) = (d - \mu(\theta))^{\mathsf{T}} C^{-1} (d - \mu(\theta)) \le q_{0.99,N} \qquad (14.5)$$

この診断テストでは、$q_{0.99,n}$はN既知の独立正規化誤差に対するχ^2の量子化である。Nの数は、発見されたパラメータの数によって減少しない: データボール内の点の存在は、推定後の標準漸近的残差統計量ではなく、チェックされる。144キャリブレーション変数の小さな最小値は、そのようなフレキシブルモデルが望ましいという証拠ではない。選択した領域のデータでは拒否できないことを示す。

スカラー間隔の完全な残りのボールとファミリーは、異なる診断構造である。プログラムでは、厳格な除外はシェルによってのみ行われます。証拠がないと、結果が不確定なステータスに転送されます。したがって、別の99パーセントエラーボールは、手順全体の新しい全体的なレベルとして発行されません。将来のプロトコルが複数のルールを使用して一度にモデルを拒否した場合、累積エラーは別々に制御する必要があります。

観察状況	有効な出力
エッジのない制限ゲージ。	従来のキャリブレーションは互換性があり、追加はインストールされません。
キャリブレーションはシェルによって除外されます。共通のペアの証明書があります	共通のペアは特定のクラス内で互換性があり、別個の理由とハードウェア上の理由がチェックされる
すべての共通ペアは除外されます。	共有シングルリンクモデルのこのバージョンは拒否されます。
シェルはペアを許しますが証拠は見つかりません	計算またはモデルの不確実性; 例外ステートメントはありません。
全体的な信号は独立したハードウェア制御で保存されます。	登録パスの対応するセクションを調べる理由があります。

本書の数値実験から学べること

最初のシリーズは、既知の低ノイズネットワークにおける単一リンク再構成の性能と参照エラーに対する脆弱性を確立した。8章の限定的な反例はより危険な状況を示しました: 良い残り部分でさえ、小さな調整されたドリフトから新しい接続を分離しません。説明のクラスにキャリブレーションを含めることで、これらのデータに共通の原因を示すことができました。

二つのプローブは、可能なペアのセットを絞り込みました。しかし、別々の構造の制御は、通過し、適合性が制限された誤ったコンセンサスを生み出しました。このケースを検討した後、追加のポートが選択され、新しいシリーズまで修正されました。与えられた反例に対して、すべての一般的なペアを除外することを可能にした。ここでは、中間基準の失敗を含む特定の研究連鎖が完了する。

与えられた96の新しい認識は、宣言された範囲とノイズの下で選択したプロトコルをチェックします。任意の自然異常の確率は見積もらない。特に、ペア5-58といくつかの特別に定義された代替案の結果は、自動的にペアのセット全体に引き継がれない。この手法を

スケールするには、分離した幾何アンサンブル、追加の物理エラー、独立したハードウェア記録が必要である。

物理的な証拠の段階

明確さを維持するためには、いくつかのレベルの結果を識別することが有用である。まず、モデルの数学的一貫性と応答計算の正確性をチェックする。この方法は、既知の特性を持つ人工システムでテストされる。次のレベルは、物理実験における再現可能な偏差である。その後、特定の共通の原因が確立され、その後にのみ幾何学的解釈が議論される。最後に、量子起源は、受け入れられた仮定内の適切な古典的ランダムモデルによって説明できない特徴を必要とする。これらのレベルは同じ時間を要する必要はないが、それらの間をジャンプすると、利用可能なデータよりも結論が強くなり、公正なテストの可能性を破壊する。

レベル	成立したもの	まだ確認できていないもの
計算	モデルと応答は、指定された仮定と一致する	モデルが自然によって実現されるのは
制御アナログ	本手法は人工ネットワークの性質を認識する	自由空間の次元は
再現性残余	元のデータモデルは不十分です。	理由は必然的に幾何学的であり
一般的な物理機構	ある証明された原因によって説明される複数の観察	このメカニズムには一つの解釈しかなく
幾何学仮説	その特徴的な予測は独立した精査に基づいている。	量子の性質は
量子解釈	与えられた量子と古典の説明を区別する特徴が検証されている	考えられるすべての代替案は

独立レプリケーションは、少なくとも可能なエラーパスのいくつかを変更しなければならない。同じデバイスで繰り返し行うことは安定性のために有用であるが、体系的な機能を保持する。図のコピーで別のグループを繰り返すと、いくつかのリスクが軽減され、他

のグループを残します。両方のインストールが定量的に関連する量をチェックする場合、読み取りの異なる物理的原則を用いた実験は特に説得力があります。しかし、結果の相違は、条件の各差に対する効果の新しい依存性によってすぐに説明されるべきではありません。まず、同じモードが比較されているかどうかとパラメータが正しく転送されているかどうかを決定する必要があります。新しい条件は理論的には有効であるが、新しいテスト可能な予測を作成する必要がある。

ゼロ登録は、実験がテストできるパラメータ範囲を事前に示した場合にも強力な結果となる。出版物は、異なるノイズ仮定の下での制限、応答のオープンな計算、および除外されたデータ間隔の説明を含むべきである。デバイスが識別された体系的に必要なレベルに達していない場合、これは自然の限界ではなく工学的制限と呼ばれるべきです。そのようなレポートは改善の可能性を保ちます。次のグループは、変更する必要があることを正確に理解します。感度が達成され、モデル信号がない場合、理論は真の制限を受ける。これらの違いは、異なるステートメントの連続ではなく、研究プログラムを累積的にします。

完了した計算から、次の実験へ

モデルクラスを指定し、保守的なシェルを導出し、互換性のあるパラメータを見つけ、難しい負のケースを構築し、識別モードをテストする。次の重要なステップは、これらの条件を正確に電気ワークショップに転送することです。重み制限、容量、読み込み負荷、時間ウィンドウ、共分散を測定し、その後、数値モデルのどの仮定が現実世界に保持されているかを決定する必要がある。

電気プロトタイプを確認した後、特定の物理的な仮説のためにより複雑なインストールを選択することができます。このような遷移には、選択した測定器の幾何学における計算信号、測定された背景との比較、および基礎となる説明を区別する介入が必要である。ネットワークプロトコルの成功は、限られたクラスを扱うための実証済みの方法を提供するが、時計、質量または光との真空の相互作用を自動的に指定しない。これらの接続は、個々の条件モデルの物理章に由来している。

第三の結果は、一貫した予測ファミリーの独立したテストである。コンパクトな幾何学の場合、これらは完全に指定された物質結合モデルにおいて関連する範囲とスペクトルス

ケールである。弱い確率ポテンシャルのために - 時計と重力計の関節空間的および時間的構造。インターフェロメトリック仮説では、観察の前に計算された光路、方向および周波数への依存。どの段階でも、プログラムは独自のアイデアを拒否することができます。同時に、実証済みの方法、制限、インストゥルメンタル知識が残ります。定性的な飛躍の機会を生み出すのは、まさにこの仕事の設計です。珍しい仮説には、正しい結果を得る機会があり、実験は空間が異なる構造であることを示す権利を保持します。

第 15 章 確かめられたことと、検証の続け方

再現できる結果

この本は、利用可能な観察に基づいて空間の構造を再構築する問題から始まった。この質問は、完成した例でいくつかの異なる答えを受け取った。ある平均的な測定では、識別情報が完全に失われることがある。よりリッチなデータでは、構造を復元できるが、標準エラーは結果の意味を変えることができる。追加のプローブは、紛失した情報にアクセスできる範囲でのみ役立ちます。

最初の正確な例は、2章の二つの三ノードネットワークによって与えられる。彼らのスペクトルは一致しているため、全体の熱軌跡も一致します。局所励起は、すでに一つの事前名付けられたノードでネットワークを区別する。この結果は数値最適化に依存せず、二つの小さな行列を対角化し、指数を計算することで検証される。

より大きな実験により、より実用的な曖昧さが明らかになった。±2%内の144正規重みの相関ドリフトは弱い付加接続をシミュレートする。変更されていない標準に対する単一リンクモデルは、ペア5-58を選択し、85,69と好適な残り部分の周りの χ^2 を改善する。許容ドリフトを含めると、$\chi^2/192 \approx 0{,}6105$ とのさらなる接続なしに説明が見つかりました。これは、データがキャリブレーションと互換性があることの証拠であり、新しい接続に関する肯定的な結論の基礎は消滅する。

制限±2%はここで独立した意味を持ちます。チェックするソースモデルのクラスを指定します。実際の機器の場合、そのような間隔は校正測定に基づいているべきです。間隔を狭めると除去が容易になりますが、コンポーネントの精度がよりよくわかっている場合にのみ科学的に有効です。

7章のマトリックスシェルは、局所的なフィットとは異なる種類の結果をもたらします。測定コントラストが同時制限を超える場合、受け入れられた統計的仮定の下では、制限されたキャリブレーションクラス全体を除外する。シェルの中に入ることはモデルの可能性を保ちますが、一般的な重みのセットの存在を証明しません。互換性のために、正確な直

接計算の許容点がさらに提示される。局所オプティマイザの失敗は計算事実であり、排他境界を置き換えない。

第二のプローブが加えたこと

新しい二プローブの例では、異なる既知の基本演算子と、ネットワークの向かい合う面へのアクセスを使う。別々のデータ集合では、それぞれ 52 対と 48 対が許容される。共通の必要条件を使うと、対 5-58 だけが残る。共通の場合の制約付き当てはめでは、加えた値 0,3 s^{-1} に対して g ≈ 0,3053 s^{-1}、$\chi^2/384 \approx 0{,}7669$ となる。これは、非負の結合が一つで、節点の対応が既知であり、プローブ間の信号の強さの関係を指定したクラスに対する結果である。

最初のチャネルのスケールされたコピーは、より少ない新しい構造情報を提供する。ノイズ制御実験では、51ペアが残っています。ノイズがなければ、元のチャネルとそのスケールは同じ44ペアを保持する。独立反復は精度には有益であるが、時間と振幅の単位を変更すると空間情報が失われない。

最も困難な制御は、5-58と6-57の二つのプローブに対して異なる真のペアで発生しました。ソースポートのジョイント分析は、偽ハイブリッドペア5-57を残します。一般的なモデルの正確なフィットでさえノイズの影響を受けやすい。したがって、最終データセットに残された一つのペアは、全体の構造の物理的仮定をまだ確認していない。

この具体例を調べた後に、追加のポート配置を選び、新たな一連の雑音を生成する前に固定した。両方のプローブについて、s = 0,3 s^{-1} で、節点 0, 5, 6, 15, 48, 57, 58, 63 を使う。この対照では、真に共通する場合は残り、混成の例では共通の一結合クラスが排除される。配置の来歴が重要である。これは、設計したプロトコルを新しいデータで検証するもので、難しい例を見る前に選んだ設計の盲検検証ではない。

新シリーズ	実現度数	追加制御後の結果
追加通信なしの限定ドリフト	24	キャリブレーションモデルは、24 ケースでは除外されません。
真に共通のつながりは	24	24 ケースで保存される真のペア

新シリーズ	実現度数	追加制御後の結果
二つのプローブの異なる真のペア	24	24 の場合、共有シングルリンククラスは除外されます。
特定共通電子寄生虫チャネル	24	24 の場合、共有シングルリンククラスは除外されます。

これらの96実現は、与えられた四つの設計と新しいノイズ生成値を指す。任意のネットワーク、未知の種類の干渉、または他のキャリブレーションの不確かさのエラー率を決定しない。彼らの目的は、誤った合意の拒否を含む特定の一連の決定の再現性をテストすることである。

時間記録から構造へ

RCワークショップは、測定信号からモデルへの別々のパスを完了します。四つのノードと三つの隠れたケースが十二の時系列ファイルを生成する。処理は、ラプラス変換推定の初期状態、電圧正規化、入力負荷、有限ウィンドウ、および結合共分散を考慮に入れます。解析はオブザーバファイルで動作し、ジェネレータキーを別々に使用してソリューションをテストする。

選択されたコントラストと局所コンダクタンス範囲±2%に対して、キャリブレーションエンベロープは約11,1005〜11,4398 msである。参照ケースとドリフトケースは、この領域に分類されます。追加された接続0-3は約7,7578 msを提供し、ローカルクラスを除外する。その強度は、真の20 s^{-1}で19,9974 s^{-1}として復元されました。ここでは、全体の処理が単純な回路で検証できるほど、違いは意図的に大きくなります。

ワークショップは合成スタンドのままです。その結果、方程式、単位、ファイル、アルゴリズムの一貫性が得られる。次の物理実験は、採用された負荷、ノイズ、キャリブレーションモデルが組み立てられた回路をどの程度うまく記述しているかを調べることである。矛盾がある場合は、まず測定モデルを拡張してテストケースを繰り返す必要があります。

物理モデルから得られた、測定可能な帰結

コンパクトブランチは、モードスペクトルを選択されたスカラープローブの静的および動的応答に関連付けるようになった。静的な例では、ソースと検出器の有限次元を考慮に入れ、ギャップが変調されたときに力調和を計算する。動的計算は伝搬しきい値を示す。それはあなたが本当にコンパクトさから続くどの機能をチェックすることができ、そしてそれはデバイスと追加の共振器や結合法則を必要とします。

時計の例では、重力計と混合チャネルを含む結合信号スペクトルのすべてのブロックが表示されます。導入した信号と特定された電子ノイズは、読取チャネルを維持しつつ時計センサの位置の物理的再配置によって分離される。この制御は、選択した干渉の特性に基づいている。同じ対称性を持つ空間環境原因は、独自の測定を必要とする。

リンドラーの例は、幾何学的な解釈を制限する。曲率テンソルがゼロでも、時計の進み方の勾配と、加速された計器の読みは生じうる。したがって、時計と加速度の整合する信号は、まず、共通の観測モデルを検証する。曲率について結論するには、座標系の運動を考慮し、潮汐に関する情報を得る必要がある。

インターフェロメトリック分岐は、横トレースレス平面波の選択したセクターと条件付きフリーミラーモードにおける正確な応答関数にもたらされる。低周波近似は、飛行の有限時間と比較される。特定の周波数における感度低下は、フィールドスペクトルが測定された位相のスペクトルを直接呼び出すことができない理由を示している。数値予算は、選択したスキームの要件を設定します。実際のインストールされたインストールの測定ノイズを置き換えるものではありません。

三つのケースすべてにおいて、デバイスの名前よりも多くが取得される: モデルパラメータから読み取りまでの計算パスがある。パラメータの物理的許容性をチェックし、独立キャリブレーションと自然からの信号探索は次の実験タスクを形成する。

本書独自の成果の範囲

このプレゼンテーションは、よく知られた行列アイデンティティ、線形応答理論、スペクトル法および書誌に記載されている物理モデルを使用する。結合ネットワーク再構成と

相関の幾何学的解釈にも先行文献がある。複数のプローブの組み合わせ自体は、科学的優先順位を確立しません。

実行されたプログラムの特定の内容は、限られた実験の一貫した定式化から構成される:キャリブレーションクラスが明示的に指定され、あいまいさがデータによって示され、排他シェルがフィットから分離され、誤った二プローブ合意が別個の影響でチェックされ、測定手順が時系列レコードにもたらされる。これらの要素は、同じ入力データ上の他のアルゴリズムと比較して再現できる。

独立した研究としての出版は、より集中的な質問を必要とする。例えば、特定のポート選択は、一定数の測定に対して最悪のキャリブレーションの曖昧さをどの程度削減しますか? あるいは、二つの事前定義された接続クラスを分離するために、追加のコントラストが保証されるのでしょうか? このような質問は、定理や反例、再現可能な数値比較によって答えられる。彼らの定式化は、検査されるノベルティの対象を特定する。

次の物理実験

最初の実用的なステップは、小さなRCネットワークを組み立て、Appendix Eで手順を再現することです。制御変化を明らかにする前に、元の容量、コンダクタンス、負荷とノイズを測定し、エラーモデルと決定ルールを記録する必要があります。その後、参照、許容ドリフトと追加の通信がチェックされます。計算精度は、実際の重複したエントリのスプレッドと比較する必要があります。

大きなネットワークへの移行は、チェーン全体を小さなネットワークでチェックした後に正当化されます。ポートの数、その位置、および運転モードは、競合するモデルを区別する能力に基づいて選択される。二つのクラスが同じ利用可能なデータを提供する場合、実験自体を変更する必要がある。

コンパクト、クロック、インターフェロメトリックの各枝について、次のステップは対応する予算によって決定される。計算で指定した転送関数と干渉を測定する必要があります。次に、既知の参照信号を導入し、振幅、空間パターン、時間依存の回復をテストする。このような入力の成功は獲得経路と解析を検証し、可能な自然信号の起源を分離する。

空間の物理に残る問い

完成した例を超えて、未知の参照トポロジー、無制限の隠れノード、いくつかの弱いリンク、プローブと共通のオブジェクト間の接続の未知の法則、不完全なキャリブレーションが残っている。これらの条件の下では、代替案のクラスを再定義する必要があります。与えられた公式は問題を設定するのに役立ちますが、任意のデバイスに自動ソリューションを提供しません。

さらに深いのは、作用素から基本的な幾何学への遷移である。ダイナミクス、異なる分野の調整、因果関係、すでに知られている物理機構との比較に耐えることができる観察可能な結果が必要である。電気アナログで検出された接続は、アナログの特性を確立する。空間の構造に関する記述は、対応する物理実験を必要とする。

問題はデータに対してテストできるほど正確になる。一つの測定回路は二つのネットワーク間の区別を失い、もう一つはそれを返す。あるモデルは誤って新しい接続にドリフトし、高度な監視がこのエラーを検出する。仮定から識別実験へのこの移行は、空間のさらなる探索のための作業基盤を構成する。

付録 A 数学上の取り決め

記号と単位

同じ記号でも、物理学の分野によって意味が異なる場合がある。本書では、ネットワークの演算子を L、干渉計のアームの物理的な長さを $\mathscr{L}$、または長さであることを明記した量で表す。パラメーター s はラプラス変換に関するものである。周波数 f はヘルツで測り、角周波数 ω は $2\pi f$ に等しい。連続体の熱核における拡散パラメーター σ は、長さの二乗の次元をもちうる一方、電気的な類例の時間 t は秒で測る。規格化係数なしに、両者を同一視してはならない。

指定	意味	使用するモデルの単位。
L	正規化拡散ネットワークのラプラシアン	s^{-1}
g	結合率	s^{-1}
G(s)	正規化応答行列	s
s	ラプラス変換パラメータ	s^{-1}
K	電気伝導率行列	シーメンス
C	電気モデルにおけるノード容量と容量行列	ファラド
R	コンパクトな方向の半径	m
q_n	逆空間モードスケール	m^{-1}
q	クロックモデルにおけるポテンシャル変動 $\delta\Phi/c^2$	1
A	クロックモデルにおけるRMS場振幅q	1
ℓ と τ c	時計パターンの長さと相関時間	m と s
S(f)	パワースペクトル密度	Hzあたりの信号ユニットの二乗

指定	意味	使用するモデルの単位。
$\tau = b^{T}G_{0}b$	7章の結合-変化スカラー;ペアとsに依存します。	s
統計的試験におけるC	測定誤差の共分散行列	測定された信号ユニットの二乗
$A_{0} = L_{0} + sI$	7章におけるネットワーク方程式行列	s^{-1}
σ登録ノイズ	行列応答誤差の標準偏差	s
δ_{e}と ε	重量の相対変化と弾性率の極限	1
η_{a}	一般パラメータgとプローブaとの接続の既知の要因	1
$a^{T}G(s)a$	正規化aにおけるコントラストの測定	s
α統計家系	与えられた雑音モデルに対する少なくとも一つの結合境界を超える許容確率	1
湯川のαとモードタワーのβ	相互作用の相対振幅;統計的αとは別に決定される	1
$K(t) = \exp(-Lt)$	正規化ネットワークのインパルス応答;電気的行列Kと異なる	1
HVI(s)	電流から電圧への転送	オーム
Hϕ(f)	選択フィールド振幅から位相への転送	場の単位量あたり rad

グラフスカラー $\tau = b^{T}G_{0}b$は時間単位です。時計$q = \delta\Phi/c^{2}$は無次元です。Kの文字の異なる値は、局所的にも示される:導電率の電気行列はシーメンスで測定され、正規化されたネットワークのインパルス応答K(t)は無次元である。章間を移動するとき、文字に一致するよりも大きさを決定することがより重要です。

正方行列は、測定された量のベクトルに作用する。電圧ネットワークの場合、そのようなベクトルはすべてのノードの電圧を含んでいる。応答行列は、パラメータsの固定値に

対する応答ベクトルに励起のベクトルを関連付ける。その対角線要素は、影響が適用されるのと同じノードでの応答を説明します。転置は上書きTによって示され、複素行列のエルミート共役は文脈に従って転置または†符号とともにアスタリスクによって示される。実対称ネットワークモデルでは、これらの差は単純である。

行列のフロベニウスノルムは、元のモジュライの平方の和の平方根に等しい。相対的エラーとは、明示的に指定されたエンティティを指します:結合強度、応答変化、または全体的な応答です。主な64ノード実験では、標準に対するΔGの変化が分析される。RCワークショップでは、フルGの精度を別々に示し、識別コントラストとモデル比較によって接続決定を行う。完全な応答の小さなエラーは、弱い添加成分の大きな相対誤差をマスクする可能性がある。

$$\| M \|_F = \left(\sum_{i,j} |M_{ij}|^2 \right)^{1/2}, \qquad \varepsilon_M = \frac{\| M_{\text{pred}} - M_{\text{true}} \|_F}{\| M_{\text{true}} \|_F} \tag{A.1}$$

確率とスペクトルについて

隣接するリンクの非負の重みを持つネットワークの正ラプラシアンは、確率保存拡散を生成する。有限接続ネットワークの場合、正規化された熱トレースはゼロ時間に統一され、ノードの逆数は大規模になる傾向にある。これは、対数微分から計算されるスペクトル次元が範囲の両端でゼロになる傾向があることを意味する。これらのモード間で可能な寸法台座を求め、ネットワークの増加と解像度の変化と同じままであるかどうかを確認する必要があります。

量子ユニタリ伝搬と正規拡散は異なる進化作用素を用いる。量子状態の生存確率は、熱追跡の推論なしには置き換えられない。同様に、パワースペクトル密度とその平方根は異なる単位を持つ。無次元ひずみの場合、一つ目はHz⁻¹で、二番目はHz⁻¹²で測定される。測定器感度の比較には、片側または両面のスペクトル、取得時間、周波数帯域幅に関する同じ規則も必要である。

$$P(t) = \frac{1}{N} \operatorname{Tr} e^{-tL}, \qquad P(0) = 1, \qquad \lim_{t \to \infty} P(t) = \frac{1}{N} \tag{A.2}$$

行列の順序と整合領域

表記 A ⩽ B は、実ベクトル v に対して $v^{T}(B - A)v \geq 0$ を意味する。これは対称行列上のローナー順序である。正定値行列に対して、反転は順序を反転させる。ネットワーク実験では、正sはラプラシアンがゼロモードであっても可逆性を保証する。

$$0 \prec A \preccurlyeq B \quad \Rightarrow \quad B^{-1} \preccurlyeq A^{-1} \qquad \text{(A.3)}$$

個別に許容されるコントラストのセットは、可能なデータの外側領域を定義する。この領域のすべての点が一つの共有コンダクタンスベクトルによって生成されるわけではない。したがって、残りの候補はシェルによって除外されない状態を受け取ります。正確な前方モデルによって計算される特定の実行可能なパラメータセットは、互換性に関する追加の数値証拠を提供する。

表中の χ^{2}/N値は、レコード数あたりの残差の正規化された正方形の合計を意味します。ここで、N はパラメータを選択し、構造を選んだ後に自由度数に置き換えられません。これらの値は、残りの値の規模を比較するのに便利ですが、それ自体は発見の準備ができた確率を構成しません。

付録 B 計算実験の再現

配布資料の構成

計算実験のための最初のデータとプログラムは、付随するキットで与えられる。プログラムは相対パスを使用するため、ディレクトリ構造は保存する必要があります。数値グラフは、同じ公式とデータを用いて再現され、機器のイラストレーションは概念としてマークされる。

プログラム	再生されるもの	主な成果
revision2/code/foundations.py	三つのノード等スペクトル対と球面は	results/foundations.json
revision2/code/math_revision.py	限定校正、二つのプローブ、困難な制御と96の新しい実現。	results/math_revision.json
revision2/code/physics_revision.py	小型応答、混合時計スペクトルと干渉計	results/physics_revision.json
revision2/code/rc_practicum.py	小型RCスタンドの時系列記録生成と処理	data/rc と results/rc_analysis.json

第三列の結果の名前は、revision2ディレクトリからカウントされます。プログラムは、数学的モデルからデータを作成します。CSVファイルを持つことは、合成エントリをラボエントリにしません。ソフトウェア環境の起動コマンドと要件は、計算に付随する手順で与えられます。

プログラムは計算実験を繰り返し、結果を適切なファイルに保存します。別のプログラムbook/study_v02.pyは、一連の460実現を再現します。

再現の精度と、探索の検証

生成器の初期状態、ノイズパラメータおよびデータ取得順序をプログラムに記録する。異なる環境では、線形代数と最適化の最後の桁は異なるかもしれない。したがって、チェ

ックは選択されたペア、物理ユニット、制約境界、および指定された数値精度を比較し、元の結果を比較に保たなければならない。

別個の検索チェックは、保存されたシードと生成順序に基づいて元の三つのデータセットを再現する。すべての2016ペアは、[0; 3]上の限られたスカラー最小化と間隔の両端でテストされる。選択されたペアはクイックサーチと一致し、結合強度推定の差は10^{-7} s^{-1}未満である。二つの記録は、与えられた数字までの前の数値的な違いと一致しました。両方の結果は、数値計算のための条件の表示で保存されます。

検証は名前付きデータに関するものである。可能なノイズ実装に対する探索のグローバルな最適性を証明するものではない。新しい排他的推論は行列境界を使用し、局所フィッティングは別々に実行可能な数値例を提供する。

時系列ファイルの再解析

生成モードは、レコードと個別の接地キーを作成します。解析モードは、そのキーを読むことなく、既存のファイルと共有キャリブレーション情報を処理します。全モードは、合成CSVファイルを再生し、分析を行い、ラベルを明らかにし、数字を作成します。あなた自身のレコードについては、個別に指定されたデータディレクトリで分析を使用してください。レコードのフォーマットとインストゥルメンタル共分散は、付録Eに従って指定する必要があります。

物理的な実験では、単一の種子は再現性を確保しない。配線図、ファームウェアのバージョン、ドライブモード、初期キャリブレーション、タイムスタンプ、未修正レコードが必要です。付録Eは最初の小さなスタンドに十分なセットを説明します。合成キットファイルは、処理とフォーマットのサンプルとして機能します。

付録 C 検証できる主張の一覧

結果と、その適用条件

表は主要な結果を、結論を変える可能性のあるステータスとデータにリンクします。繰り返し読むことを意図している。詳細な前提条件、標準および実験スキームは対応する章に記載されている。

声明	状況と背景	チェックまたは制限
スペクトル指数は構造を一意的に決定しない	2章の正確な三ノード例	同一スペクトルと異なるK_{11}を直接計算します。
Driftは弱い新しい接続をシミュレートできる	±2%と与えられたノイズの例	すべての重量と許容できるHcalフィット
キャリブレーションクラスは、大域的な調整なしに除去できます。	与えられた境界と誤差分布に対する行列シェルと同時間隔	キャリブレーション間隔や共分散を変更するには、再計算が必要である
二つ目のプローブは多くのペアを減らすことができます	ノード登録と振幅結合という二つの有名な演算子	スケールしたテイクと異なる真のペアは別々にチェックされる
追加の制御によって偽の合意が検出される	開発後のスキーム固定。24実装による四つの条件クラス	他のペアと干渉は、新しいテスト、定格のない普遍的な周波数を必要とします。
時系列ファイルからRCネットワーク応答を抽出する	与えられた負荷と共分散を持つ合成スタンド	物理アセンブリは、読み取りとドリフトパターンをチェックする必要があります。
コンパクトなモデルは、静的・動的な寄与の離散的な階段を予測する	選択したスカラー作用素とソースの関係	従来のプロキシと実験限界は同じパラメータで比較される
混合時計信号は計算された幾何学を持ち	特定の空間カーネル、バンドおよびフィルタ	フィールドおよび環境干渉との一致は、追加のチャネルを必要とする可能性がある

声明	状況と背景	チェックまたは制限
時計勾配は曲率を定義しない	リンドラーの正確な例は	非零時計勾配に対する曲率テンソルはゼロである
干渉計は周波数が下がる	TT平面波とフリーミラーモードを選択。	異なる光学系や力学系は異なる伝達関数を必要とする

信号の幾何学的解釈には、特定の物理モデルと利用可能な代替手段のテストが必要である。

付録 D 基本概念の用語集

読み返すための概念

内部形状。研究中の空間自体によって距離、角度および曲率の記述。これは、与えられた幾何学がおそらく位置する外部空間の仮定を必要としない。

測地線。距離とそれに対応する運動方程式によって定義される幾何学の局所的に選択された線。球面上の測地線は、大円の弧であり、測地線はその二つの点の間の世界最短経路である必要はない。

曲率。有限領域における局所平坦構造からの幾何偏差の特徴これは、外側からの表面の曲がりを考慮せずに、方向の移動、測地線の挙動および距離の測定を通して研究することができる。

トポロジー。適切なタイプの連続的な変形の下で保存される空間の接続性と大域構造の特性。トポロジーは、特定の距離と角度とは異なります。

コンパクトな方向。コンパクト多様体によって記述される空間方向。考慮中の最も単純なモデルでは、それは有限半径の円に閉じます。小さな半径は、その追加モードを低エネルギー観測にアクセスできなくすることができる。

合成次元。相互作用が追加の方向の数学的構造を再現する内部状態または制御パラメータの組織化されたセット。デバイスにおけるその実装は、それ自体が周囲の空間の座標数を増加させない。

スペクトル次元。ヒートトレースやその他の厳密に定義されたスペクトルオブジェクトのスケーリングインジケータ。その値は幾何学、伝搬作用素および選択されたスケール範囲に依存します。

ネットワークのラプラシアン。ノード間の接続の強度からなる行列。正の重みを持つ対称ネットワークの場合、拡散交換を説明し、非負スペクトルを持ち、均質モードを維持する。

解決する。逆行列または$(L+sI)^{-1}$形式の演算子。動的作用素の構造を測定された変換応答に関連付ける。

ランク。行列画像における線形独立方向の数。考慮中のモデルでは、限られた数の独立加算が応答変化のランクの上限を設定する。逆の結論は一般に誤りであり、小さな観測ランクは隠れた障害の数を確立しず、空間測定の数に等しくない。

クロン還元。リニアネットワークの内部ノードをSchur補完を使って除外する。外部では、還元されたネットワークは元のシステムの即時接続に対応しない接続を持つ可能性がある。

同スペクトル性。二つの作用素、または幾何学的な対象のスペクトルが一致すること。異なる形でも、同じスペクトルをもつことがありうる。そのため、共鳴の集合から、常に幾何が一意に決まるわけではない。

識別可能。利用可能なデータを使用して、特定のモデルのクラス内でプロパティまたはパラメータを一意に決定する機能。数値アルゴリズムの精度だけでなく、測定設定や前提条件にもよります。

校正。記録された量と物理的影響の関係、この関係の不確かさの決定。未知キャリブレーションエラーは、テスト中のシステムの変化をシミュレートする可能性がある。

ヌルモデル。追加効果の必要性がチェックされる説明。動作の理想的な欠如だけでなく、関連する既知の信号とノイズを含める必要があります。

スペクトル密度。選択された変換規則の下で周波数上の信号のパワーまたは共分散の分布。単位と周波数帯域を考慮せずに振幅と比較することはできません。

反応を遅らせる。因果順序を考慮し、適用された影響後の観察値の変化。それは準備された状態の二つの量の相関とは異なります。

パッシブ。指定された入力と出力が与えられた場合、受信または準備中のより多くのエネルギーを出力しないシステムの特性。アナログ装置では、偽の信号源としての自己興奮を排除するのに役立ちます。

偽装性。所定の条件の下で声明と矛盾する観察結果の存在。自由なパラメータを追加することで結果を説明する能力は、テスト可能性を弱める。

適用範囲。使用した説明が正当化されたスケール、状態および体制のセット。このドメイン内の成功したモデルは、すべての自然を記述する権利を自動的に獲得しません。

コントラストの測定。特定のモデル差をテストするために選択された読み取りの事前定義された組み合わせ。行列実験では、aᵀGaは一つの正規化空間プロファイルに沿って励起と読み出しに対応する。

ローナーの命令。すべての二次形の符号による対称行列の比較。これにより、許容されるすべての重みを列挙することなく、演算子とその逆のクラス全体の境界が可能になる。

外部互換性領域。指定されたクラスのすべてのデータと許容されるエラーを含む必要な条件のセット。この領域に入ることは、同時にすべての座標を再現する一つのモデルの存在を保証するものではない。

互換性の数値証拠。正確な直接計算が確立された規則に従ってデータと一致する許容範囲内の特定のパラメータ。局所オプティマイザからのそのような結果の欠如は、解が存在しない証拠ではない。

コヒーレンス．二つの信号とそのオートスペクトルの混合スペクトルから構成される正規化量。選択した周波数帯の一貫性を特徴付けます。高い値は物理的原因を識別せず、信号振幅を推定するための代用品ではありません。

共同共分散。それらの相互依存を考慮したいくつかの推定の誤差行列。これは、異なる変化が同じ時間記録から計算される場合に特に重要である。

ホールドアウト測定。テスト対象のパラメータを決定するために使用されなかったデータ。その重要性は、ノイズの独立性だけでなく、競合する予測の違いに対する感度に依存する。

ブラインドコントロール。テスト対象の変更が結果を記録するまで意思決定手順から隠されている実験の組織。ジェネレータと解析の合成分離は処理ロジックをテストする。ハードウェアブラインドはさらに、変更を独立して割り当てる必要がある。

付録 E 実習：電圧から結合の復元へ

課題と測定ファイル

ワークショップの課題は、許容できるドリフトとの通常の接続が十分であるかどうか、四ノード電気回路のタイムレコードを使用してチェックすることです。三つの電圧セットに文字ラベルが与えられます。分析は同じ事前記述済みルールを使用します。完了すると、別のファイルが各エントリを生成する構成を明らかにします。これはソフトウェアによるデータとマークアップの分離であり、すべての信号が生成され、この実験では物理的なセットアップは使用されなかった。

通常の辺 0-1, 1-2, 2-3 のコンダクタンスは w_e/R_0 で表す。ここで $R_0=100\ \mathrm{k\Omega}$、$0{,}98 \le w_e \le 1{,}02$ である。同じ静電容量 $C_0=100\ \mathrm{nF}$ は、公称の結合の強さ $\kappa = 1/(R_0C_0) = 100\ \mathrm{s^{-1}}$ を与える。追加の結合とは、辺 0-2, 0-3, 1-3 のいずれか一つをいう。その強さは 0 から 60 $\mathrm{s^{-1}}$ まで許す。対照の構成では、強さ 20 $\mathrm{s^{-1}}$ の結合 0-3 を加えた。

ファイルまたはディレクトリ	目次
revision2/data/rc/calibration.json	名目、初期電圧行列、負荷、ピッチ、ウィンドウ、ノイズおよびソリューションルール。
sample_A_source_0.csv など	一回の初期準備のための時間と四つの電圧
revision2/data/rc/truth_key.json	真のパラメータとシード。解析ではこのファイルは読めません。
revision2/results/rc_analysis.json	G推定、全共分散、適合、ラベルなし解
revision2/results/rc_validation.json	マークアップ拡大後の真の反応との比較

合計で、12 CSVが提示される: 四つの準備の三セット。各ファイルのヘッダーは同じです: time_s、v0_V、v1_V、v2_V、v3_V。0から0,25 sまでの5001行の読み込みとステップ0,00005 sが含まれています。ソース番号は準備された状態を意味し、v番号は観測ノードを意味します。この分離は、応答行列の行と列の間の混乱を防ぎます。

キャリブレーションにおけるW行列は、ボルトで測定される。その j 列は、準備 j の実際の初期ベクトルと等しい。対角線要素は1 Vに近く、隣接する要素は0,0015 Vに等しい。残りはゼロに等しい。タスクには少量の混合が意図的に含まれており、処理は理想的な単位励起の仮定に依存しない。

準備と物理的な回路

ハードウェア実装では、図54のように、四つのコンデンサが共通のワイヤと三つの交換可能な抵抗に対して使用されます。各ノードは別々の電圧チャネルを持つ。マルチプレクサが使用される場合、その遅延は各チャネルのタイムグリッドに含まれ、統合の前に考慮される。接続されたケーブルとともに、入力抵抗と寄生容量を測定します。

記録の前には、低インピーダンスの電源が、四つの節点を指定した電圧に保つ。その後、共通の開始事象によってすべての電源を切り離し、高インピーダンスの測定器は観測を続ける。初期電圧は、同じ切替え条件での再校正によって定めるべきである。理想的な状態 e_j は必要なく、明瞭に区別できる W の四つの列があればよい。重要なのは、それらの列の再現性と、その誤差の独立した評価である。

ネットワークを自由にしている間、ソースに一つのノードのみを直接接続すると、必要な初期状態が作成されません。したがって、すべてのノードの同期保持または実際の結果の全ベクトルの測定が選択される。スイッチの開口部は重要なネットワークダイナミクスよりも速くなければならず、過渡サージを記録またはWに含める。記録が後で開始すると、新しい原点と対応する W は一貫して決定される。

実験間の復帰は、すべてのノードを共通線へ能動的にリセットして行う。自然に待つだけでは足りない。理想的な非接地網では、全電荷が保たれ、1 GΩ の負荷では、漏れの時間が約 100 s となる。次の準備の前に、残留電圧を確認する。各系列の後には元の構成に戻し、接続の変化を、ゆっくりしたドリフトから分離する。

スイッチングシーケンスと高抵抗モニタリングの連続性を図59に示します。

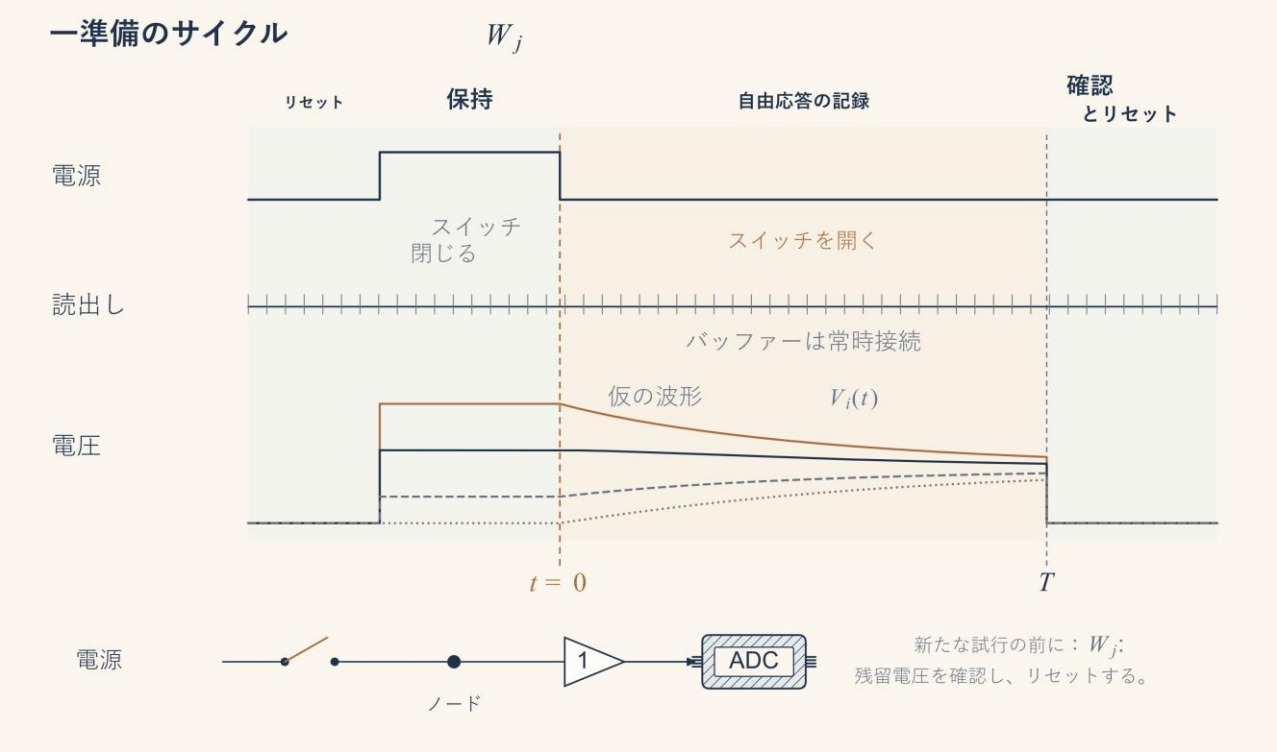


図59。このサイクルには、アクティブリセット、四つの初期電圧の同時保持、t= 0におけるソースの一般的な切断、フリーダイナミクスの記録が含まれます。バッファとADCは接続されている。次に、残電圧をチェックし、次の準備の前にすべてのコンポーネントをリセットします。V_i(t)形式は条件付きである:それらは公称回路の図示開始ベクトルのために計算され、添付されたCSVを置き換えない。準備とリセットの期間は数値で指定されません。自然な待ちは、合計料金のアクティブな除去を置き換えるものではありません。

パラメータ	この計算では	物理的転送中に必要なものは?
R_0とC_0	100 kΩ と 100 nF	測定値とその不確実性
入力負荷	各ノードに 1 GΩ	抵抗、バイアスおよび入力容量のテスト
合成行列 W	指定、cond(W)=1,0049	切替後の再評価
階段と窓	50 μsと0,25 s	タイムラインと遅延キャリブレーション
ランダムカウントエラー	0,2 mV, 独立ガウス雑音	スペクトルとチャネル間共分散測定

実際の容量が著しく異なる場合、演算子$C^{-1}K$とその対称形式を(13.3)から使用する必要があります。プログラムだけで数字C_0を変更するだけでは不十分です。このワークショップでは、容量の等価性は検証可能な前提条件である:計算ファイルが正確に指定し、ハードウェアプロトコルが要求されるエラーでそれを確認するか、モデルを拡張する必要がある。

電圧行列から、正規化した応答へ

記録された電圧の行列をY(t)で示します:その列は四つの準備に対応する。既知の同一負荷γとランダムエラーなし、$Y(t)=\exp[-(L+\gamma I)t]W$。右側に$W^{-1}$を乗算すると、準備の混合が除去され、乗算器$\exp(\gamma t)$はアンロードされたネットワークダイナミクスを返す。数値の例では、$\gamma=1/(R_{in}C_0)=0{,}01\ s^{-1}$。

$$\hat{\mathbf{E}}(t) = e^{\gamma t}\mathbf{Y}(t)\mathbf{W}^{-1}, \qquad \mathbb{E}\hat{\mathbf{E}}(t) = e^{-t\mathbf{L}} \qquad \text{(E.1)}$$

正規化応答Eは無次元である。重量 $\exp(-st)$ の積分は時間の単位を持つ。ここでのパラメータ s は実数かつ正値であり、積分重みの減衰を規定し、ヘルツにおける正弦波励起周波数ではない。初期条件がゼロの電流測定の場合、同じ関係に次の形があります。

$$\mathbf{H}_{VI}(s) = (s\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1}, \qquad \mathbf{G}(s) = C_0\mathbf{H}_{VI}(s), \qquad [H_{VI}] = \Omega,\ [G] = \mathrm{s} \qquad \text{(E.2)}$$

この式では、K は選択したアンロードネットワークを指す。現在の応答が同じ入力負荷γで測定された場合、$H_{VI,\,meas}(s)=G(s+\gamma)/C_0$。元のGを復元するには、引数のシフトが必要です:ここで使用される$s>\gamma$用の$G(s)=C_0H_{VI,\,meas}(s-\gamma)$。初期状態メソッドでは、同じシフトは重み $\exp[-(s-\gamma)t]$ によって実装される。

学習用ネットワークの演算子を、通常の辺の強さを一として書き、物理的な構成の強さが κ であるなら、$L_{phys}=\kappa L_{unit}$ となる。それに伴って s と、応答行列全体の尺度も変わる。たとえば、$s_{unit}=0{,}2$ は、$\kappa=100\ s^{-1}$ のとき $20\ s^{-1}$ に対応する。物理的な G は、もとのネットワークの時間単位で計算した値の百分の一になる。

$$\mathbf{L}_{\mathrm{phys}} = \kappa\mathbf{L}_{\mathrm{unit}}, \qquad s_{\mathrm{phys}} = \kappa s_{\mathrm{unit}}, \qquad \mathbf{G}_{\mathrm{phys}}(\kappa s) = \kappa^{-1}\mathbf{G}_{\mathrm{unit}}(s) \qquad \text{(E.3)}$$

参照への正規化も規律を必要とします。ここで、Gは絶対電圧から推定され、公称行列G_0はキャリブレーションモデルから計算される。したがって、$\Delta G=G-G_0$ は G と同じ確

率誤差共分散を持つ。G_0 が別個のノイズレコードによって得られる場合、その共分散は加算される；一般的なキャリブレーションパラメータでは、クロスタームが登場する。標準の不確かさは、単純な減算では取り除けない。

処理シーケンス全体と、それから分離したコントロールキー開示ブランチを図60に示します。

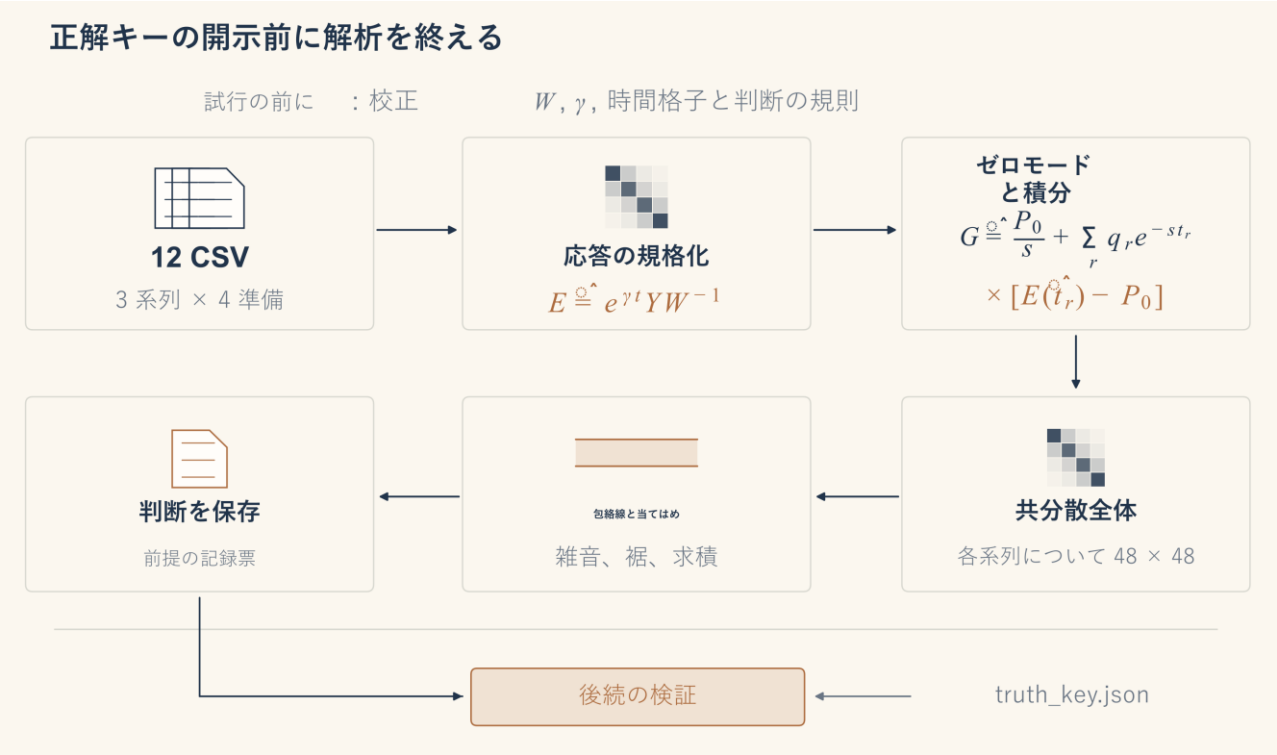


図 60。十二の CSV を解析する前に、校正と判断規則を定める。電圧から正規化した応答を復元し、数値積分の前に、既知のゼロモードを引き、その後、P_0/s として解析的に戻す。完全な共分散は、同じ記録から得た行列要素と、三つの s の値を結び付ける。次に、校正の包絡を調べ、裾と数値積分の誤差を考慮し、診断用の当てはめを行い、判断を保存する。truth_key.json は、後段の妥当性検証にだけ渡す。解析へ戻す経路はない。

有限の時間窓で十分な理由

有限Tへの積分は、分解能と異なる。よく知られた線形作用素に対して、オフセットは正確な形式を持つ:

$$\mathbf{G}_T(s) = \int_0^T e^{-st}\, e^{-t\mathbf{L}}\, dt = \mathbf{G}(s)\left[\mathbf{I} - e^{-(s\mathbf{I}+\mathbf{L})T}\right] \qquad \text{(E.4)}$$

接続された非接地グラフは既知のゼロモードを持ち、すべてのノードで同じ電圧を持つ。そのプロジェクターP₀=11ᵀ/4は崩壊しません。したがって、フル電圧は、短いウィンドウの終わりで単に遮断されるべきではありません。この実験では、共通のコンポーネントは統合の前に減算され、P₀/sとして分析的に追加される。ダンプされた不均質モードのみが統合される。

$$\hat{\mathbf{G}}(s) = \frac{\mathbf{P}_{0}}{s} + \sum_{r=0}^{M} q_r \, e^{-s t_r} \left[\hat{\mathbf{E}}(t_r) - \mathbf{P}_{0} \right] \tag{E.5}$$

重み q_r は、複合シンプソン則の重みである。両端は h/3、奇数番目の内部の節点は 4h/3、偶数番目は 2h/3 となる。区間数は 5000 である。公称の鎖の最初の非零固有値は 58,5786 s^{-1}、最大のものは 341,4214 s^{-1} である。通常の重みが 0,98 以上に制限されていれば、非一様なモードの減衰速度は、少なくとも 57,4071 s^{-1} であることが保証される。

単位ノルムと零和成分を持つ選択されたコントラストに対して、通常の接続の仮説に基づく絶対尾は $\exp[-(s+0{,}98\lambda_2)T]/(s+0{,}98\lambda_2)$ によって制限される。s=20 s^{-1}の場合、それは5,10 × 10^{-11} sを超えない。シンプソン公式の保存的誤差極限は 1,60 × 10^{-10} である。両方の値は、標準のランダムコントラストエラー2,36 × 10^{-7}よりもはるかに小さいです。

$$\varepsilon_{\text{tail}} \le \frac{e^{-\left(s+0.98\lambda_{2}\right)T}}{s + 0.98\lambda_{2}}, \qquad \varepsilon_{\text{quad}} \le \frac{T h^{4}}{180} \left(s + 1.02\lambda_{\max} \right)^{4} \tag{E.6}$$

二次境界は、通常の導電率に制限のあるヌル仮説を指す:そのスカラーインテグランドは減衰指数の正の混合状態である。この仮説をテストするとき、尾と二次の誤差が公差に追加される。入力された特定の接続について、プログラムは、クリーンレコードの処理を正確な逆行列と比較する。決定論的誤差のレートは、6,9 × 10^{-12}s についてです。

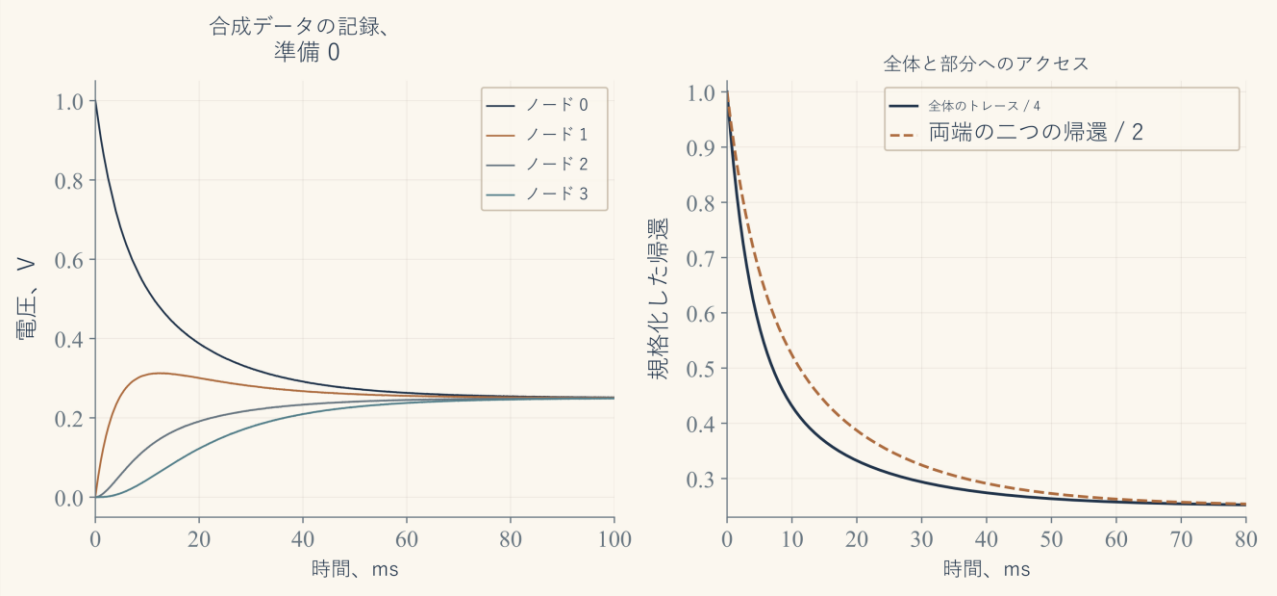


図61。左側には、参照回路に0を準備した後の四つのノードの合成電圧があります。右側には、完全な正規化された熱トレースと、純粋なアンロード演算子に対する二つの極端なリターンの平均があります。部分的な観察は異なる機能を提供するが、どちらも同じネットワークを使用している。

図61の左パネルでは、電圧は約四分の一ボルトの共通のコンポーネントに近づきます。Gの復元は分析的な貢献を保っている。右パネルは、二つの利用可能なリターンが完全なヒートトレースと呼べない理由を示しています。参照回路では、これらの関数間の最大絶対差は約0,102であり、ノイズではなく不完全なアクセスによって引き起こされる。

一つの時間記録から得る共分散

各初期電圧誤差を時間、チャネルおよび準備で独立させ、分散 σV^2 を有するようにする。W を反転した後、異なる再構成された列のエラーが関連し、統合後、異なる s も関連します。両方の依存関係を保存するには、$M=W^{-1}$ と $a_r(s)=q_r\exp[-(s-\gamma)t_r]$ を示すのが便利です。そして、個々の要素の共分散は、次の形を持つ:

$$\operatorname{Cov}\left[\hat{G}_{ij}(s),\hat{G}_{kl}\left(s'\right)\right]=\delta_{ik}\sigma_V^2(\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{M})_{jl}\sum_r a_r(s)a_r\left(s'\right) \qquad \text{(E.7)}$$

観察ベクトルは、48要素を含む: 16指向行列要素に沿った三つの値s。プログラムは、サイズ48×48の共分散を「s、観察されたノード、準備」という順序でプロットします。それは与えられた重みと可逆的なWのセットに対して肯定的です。χ^2 を計算するために、コレスキー分解は、残りの部分が一貫した単位のノイズと比較されるように用いられる。

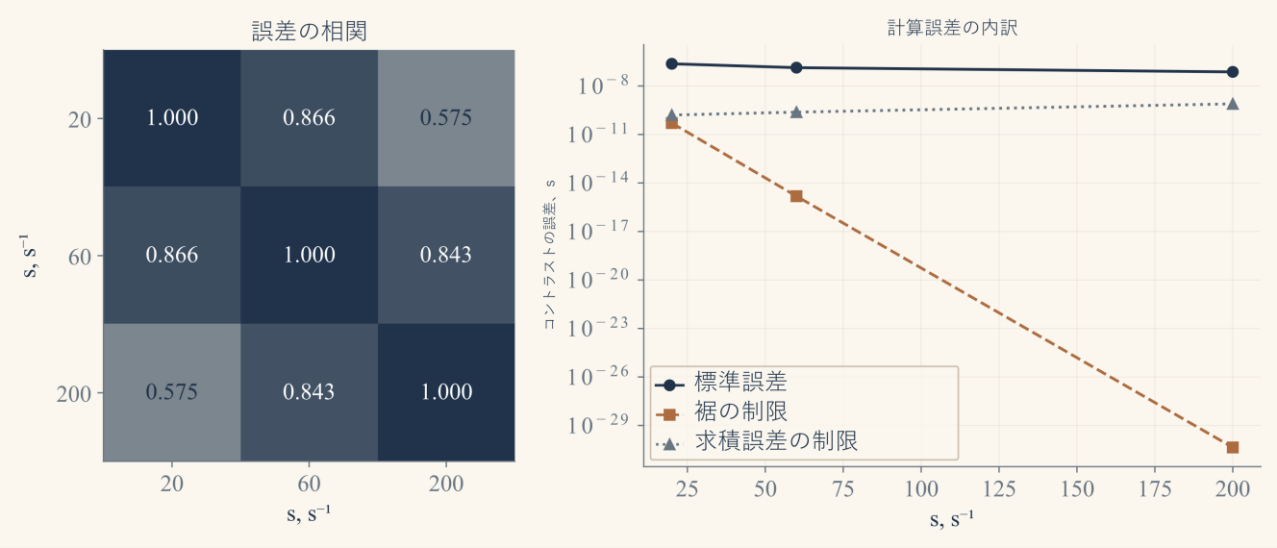


図62。s=20,60,200 s^{-1}の一レコードからラプラス積分の確率誤差の左相関について。右側には、選択されたコントラスト、保守的な尾、および二次境界の標準誤差があります。後者は、±2%内の通常のコンダクタンスの仮説の下で計算された。

図62の相関は、sの空間値であっても高いままです。対角線外要素を削除した場合、前のエントリは誤ってより独立とみなされます。一つのオシログラムの積分を「トレーニング」と「テスト」に分割しても、それ自体は独立したノイズを作り出しません。このようなチェックには、完全な共分散を考慮した個別のレコードまたは条件分布が必要である。

実色ノイズに対しては、公式(E.7)は同じ線形作用素を通じて元のサンプルの測定共分散を転送することにより置き換えられる。W、γ、またはゲインが誤差で推定された場合は、個々の項を追加したり、許容されるモデルのパラメータになる。添付プログラムは、一つの時系列の相関関係の計算と使用を別々にチェックするために、それらを正確に記録します。

事前に定める校正の包絡

ヌル仮説Hcalは、0,98-1,02内の三つの従来の重みの組み合わせを可能にする。それは彼らのドリフトの独立を必要としません。各辺は正の半定行列を追加しているため、作用素の順序は重みの境界から従う。正定値行列の反転は不等式の向きを変える。

$$0.98\mathbf{L}_0 \preccurlyeq \mathbf{L} \preccurlyeq 1.02\mathbf{L}_0 \quad \Rightarrow \quad \left(s\mathbf{I} + 1.02\mathbf{L}_0\right)^{-1} \preccurlyeq \mathbf{G}(s) \preccurlyeq \left(s\mathbf{I} + 0.98\mathbf{L}_0\right)^{-1} \tag{E.8}$$

予め選択された a=(1,0,0, −1)/√2 に対して、行列の不等式は z=aᵀGa の間隔を与える。s=20 s⁻¹ の場合、境界は 0,01110051757 と 0,01143981347 s に等しい。それらは、すべての三つのエッジの一貫したドリフトを含む、通常のコンダクタンスの全許容クラスをカバーします。これは、そのようなチェックと単一の数値オプティマイザの故障の違いです。

誤差zは同じ総共分散から算出される。この集合 σz=2,3572 × 10⁻⁷ s. 5σz では、各辺の間隔に二つの決定論的境界(E.6)が加算され、総マージンは 1,1788 × 10⁻⁶ s と等しい。一つの事前選択されたガウスコントラストに対して、五つの標準偏差のマージンは既知の尾値を持つ。ここでは、複数のジオメトリにわたる幅広い検索の重要性のレベルを示すのではなく、実験を教える特定の規則として機能します。

拡張区間を超えると、与えられた仮定の下でHcalを拒否する。未知のキャパシタンス、非線形性、間違った時間スケール、または考慮されていない負荷が他の代替手段である:それは可能なすべての物理的原因の中で余分なエッジのユニークさを証明するものではありません。したがって、このソリューションは、含まれるパラメータの仕様を伴います。インターバルの中にいることは、シェルがクラスを拒否しなかったことを意味する。すべての観測の互換性のために、重みの一つの一般的な実現可能なベクトルを見つける必要がある。レコードBとCでは、そのようなベクトルが見つかる; 新しい接続の絶対的な欠如はこれから従わない。

当てはめと、対照構成の開示

さらに、すべての48値に対してHcalの非線形調整を行い、候補0-2, 0-3, 1-3に対するHcal+edgeの三つの調整を行う。両方のクラスの正規重みは同じ境界を持つ。追加エッジの強度は非負です。目的関数は残りの二乗ノルムであり、全共分散によって白くなる。成功した適合性は、発見されたパラメータの互換性を示しています。ローカルクラスのグローバル除外は、ソルバーステータスではなくエンベロープに依存します。

$$\chi^{2}(\theta) = (\hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}(\theta))^{\mathsf{T}} \mathbf{C}_{G}^{-1} \big(\hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}(\theta)\big) \tag{E.9}$$

パラメータの見つかったベクトルに対して、次元 48 の結合 99 パーセンテージノイズ楕円体に該当するかどうかをチェックします。適合パラメータは測定数から差し引かれるものではなく、拡張モデルの改善テストではなく、実現可能な平均ベクトルの領域がここ

で構築される。半径は、48自由度を持つ対応する分位数 χ^2 の根元と、積分の白化シフトに対する保存的境界に等しい。ローカルクラスの場合、許容される追加エッジの- 8,72に対して、それは約8,64であることが判明した。そのような点の存在は、互換性の計算された証拠である。ソルバーがそれを見つけなかった場合、これはそれ自体はそれが存在しないことを証明しません。

レコードAの場合、局所モデルは $\chi^2/48 \approx 5{,}87 \times 10^{6}$ を達成し、関係0-3を持つモデルは0,871を与える。拡張フィットの一般的な重みは約1,010048; 0,990024; 1,005033です。追加の強度推定は19,9974 s^{-1}です。マークを開いた後、重み1,01が入力されていることが判明しました; 0,99; 1,005と強度20 s^{-1}。この例は、容易に区別できるように意図的に選択される。

記録 B は、公称の重み 1;1;1 から得られた。その局所的な当てはめは、$\chi^2/48=1{,}028$ を与える。記録 C には、新しい辺を加えず、重み 1,015;0,985;1,01 を入れた。その値は、$\chi^2/48=1{,}149$ である。どちらの場合も、正の小さな辺を追加すると、残差がわずかに下がることがある。しかし、判断規則は、その辺が必要だとはしない。この例は、χ^2 が小さいという理由だけで、常に拡張したモデルを選ぶ手順が誤りであることを示す。

開示後の確認。	A	B	C
フロベニウスノルムによるG全体の相対誤差	0,00186%	0,00222%	0,00197%
元素Gの最大絶対誤差	4,61 × 10^{-7} s	4,35 × 10^{-7} s	4,41 × 10^{-7} s
追加エッジ付きの最高のモデルの $\chi^2/48$。	0,871	1,027	1,149
グローバルシェルHcal	違反	準拠	準拠

これらは三つのテスト実現であり、アルゴリズム全体のエラー率の統計的推定ではない。シードと完全な初期パラメータは、特定の計算を繰り返すために保存される。動作範囲を推定するには、結合振幅、容量の不確かさ、負荷およびノイズの観点からシリーズを事前に指定する必要があります。そのような範囲の制限は、選択したレイアウトと測定手順の特性となります。

全体のトレースと、観測できるポート

完全な N-ノード作用素の熱トレースは、N 対角リターンの平均と等しい。それを直接測定するには、各ノードを準備して観察するか、トレースを推定するために個別に検証された方法を適用する必要がある。四ノードプラクティスでは、完全なアクセスが存在するため、図61の右パネルの両方の機能に一意的に評価されます。

$$P(t) = \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3} E_{ii}\,(t), \qquad P_{\{0,3\}}(t) = \frac{1}{2}\Big[E_{00}(t) + E_{33}(t)\Big] \tag{E.10}$$

最外側のポートだけが利用可能であれば、第二の機能を測定します。チェーンの端に見えるモードをより強く重み付けするため、異なる時間依存があります。その対数勾配は、選択した観測結果の測度として記述できるが、さらに正当化することなく、全作用素のスペクトル次元に等しくない。

四つのノードのフルトレースでさえ、幅広いパワーロー範囲を提供していません。非常に短時間で離散性が現れ、長い間、ゼロモードが残りP→1/4である。小さな実験の主な仕事は、既知のダイナミクスを復元し、測定変換をチェックすることです。八つのポートを持つ64ノードに行くと、観測されたブロックの行列手順は保存されるが、自動的に全熱トレースを与えるわけではない。

校正の順序と、独立した反復

まず、一つのRC回路がテストされます:時間定数、極性、電圧スケールとタイミングエラー。そして、四つのノードは追加エッジなしで接続される。実際の容量は、入力、コンダクタンスおよびリーク電流を考慮して測定されます。準備のいくつかの反復は平均Wとその変動性を与える。キャリブレーションエラーが所望の効果に匹敵する場合、制御構成を処理する前に実行可能なモデルに含まれている。

次のパスは、固有オフセット、ノイズ帯域幅、および全体的なチャネル干渉を評価するために、回路定常およびゼロ励起で実行される。標準は、通常の準備中に記録されます。極性と振幅を変更すると、直線性を確認することができます。そのような影響ごとに、予測された正規化応答が比較される。結果後の係数の任意の再構成は独立性のテストを奪う。

コントロールリンクは、アナライザとは別にマークアップを格納するオペレータによって確立される。シリーズの後、元の接続を繰り返すことは有用です。標準が変更された場合、シーケンス自体はドリフトを示し、その大きさを制限することを可能にします。新しい時系列テストでは、新しい準備と新しいレコードが使用される。前のシリーズの追加積分は、相関したデータである。

ハードウェアの受け入れ中に、一つの容量の小さな変更と三つの実行された構成に入力負荷の増加が追加されます。これら二つの追加のコントロールは、特にこの実行可能な例の狭いHcalの外にあります。手順の正しい応答は、新しいエッジに異常を自動的に割り当てるのではなく、不一致を検出してハードウェアモデルを拡張することです。

再現と再解析

付属のキットでは、計算全体を繰り返すことができます:合成レコードを作成し、キーにアクセスせずに分析を実行し、マークアップを別々に開いて図面を作成します。計算環境のためのコマンドと要件は、計算の指示に与えられます。

独自の記録を分析する場合、校正情報と観測された電圧が使用されます。真のマークアップキーは計算に含まれません。ファイルは、指定されたスキーマと前提条件に従わなければなりません。色ノイズや不等容量の場合、適切な共分散またはダイナミクスモデルを変更する必要がある。

得られた結果は、電圧読み出しから数秒の応答を再構成し、その結合誤差を計算し、制限された局所クラスを検証することで、強い制御信号に対する互換性のある説明を見つける。次のステップは、合成キャリブレーションを測定パラメータに置き換えることである。これは、物理デバイスの精度に関する約束が検証可能になるときである。

参考文献

[1] Albert Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. 1916. DOI 10.1002/andp.19163540702.
https://doi.org/10.1002/andp.19163540702

[2] Hermann Weyl. Das asymptotische Verteilungsgesetz der Eigenwerte linearer partieller Differentialgleichungen (mit einer Anwendung auf die Theorie der Hohlraumstrahlung). 1912. DOI 10.1007/BF01456804.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF01456804

[3] Jan Ambjørn, Jerzy Jurkiewicz, Renate Loll. The Spectral Dimension of the Universe is Scale Dependent. 2005. DOI 10.1103/PhysRevLett.95.171301.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0505113

[4] Luca Bombelli, Joohan Lee, David Meyer, Rafael D. Sorkin. Space-time as a causal set. 1987. DOI 10.1103/PhysRevLett.59.521.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.59.521

[5] J. Abajian, Steven Carlip. Dimensional reduction in manifoldlike causal sets. 2018. DOI 10.1103/PhysRevD.97.066007.
https://arxiv.org/abs/1710.00938

[6] Petr Hořava. Spectral Dimension of the Universe in Quantum Gravity at a Lifshitz Point. 2009. DOI 10.1103/PhysRevLett.102.161301.
https://arxiv.org/abs/0902.3657

[7] Oliver Lauscher, Martin Reuter. Fractal Spacetime Structure in Asymptotically Safe Gravity. 2005. DOI 10.1088/1126-6708/2005/10/050.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0508202

[8] Oskar Klein. Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie. 1926. DOI 10.1007/BF01397481.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF01397481

[9] Michael Lohse, Christian Schweizer, Hannah M. Price, Oded Zilberberg, Immanuel Bloch. Exploring 4D quantum Hall physics with a 2D topological charge pump. 2018. DOI 10.1038/nature25000.
https://arxiv.org/abs/1705.08371

[10] Juan M. Maldacena. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity. 1998. DOI 10.1023/A:1026654312961.
https://arxiv.org/abs/hep-th/9711200

[11] Shinsei Ryu, Tadashi Takayanagi. Holographic Derivation of Entanglement Entropy from AdS/CFT. 2006. DOI 10.1103/PhysRevLett.96.181602.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0603001

[12] Mark Van Raamsdonk. Building up spacetime with quantum entanglement. 2010. DOI 10.1007/s10714-010-1034-0.
https://arxiv.org/abs/1005.3035

[13] Ryogo Kubo. Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes. I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems. 1957. DOI 10.1143/JPSJ.12.570.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jpsj1946/12/6/12_6_570/_article/-char/en

[14] Elliott H. Lieb, Derek W. Robinson. The finite group velocity of quantum spin systems. 1972. DOI 10.1007/BF01645779.
https://www-thphys.physics.ox.ac.uk/talks/CMTjournalclub/sources/LR.pdf

[15] Ji-Seong Chae. Covariant holographic entanglement entropy inversion to reconstruct bulk geometry. 2026. DOI 10.1007/JHEP09(2026)251.
https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP09(2026)251

[16] Carolyn Gordon, David L. Webb, Scott Wolpert. One cannot hear the shape of a drum. 1992. DOI 10.48550/arXiv.math/9207215.
https://arxiv.org/abs/math/9207215

[17] Florian Dörfler, Francesco Bullo. Kron Reduction of Graphs With Applications to Electrical Networks. 2013. DOI 10.1109/TCSI.2012.2215780.
https://arxiv.org/abs/1102.2950

[18] John Sylvester, Gunther Uhlmann. A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem. 1987. DOI 10.2307/1971291.
https://annals.math.princeton.edu/1987/125-1/p04

[19] Jack Sherman, Winifred J. Morrison. Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix. 1950. DOI 10.1214/aoms/1177729893.
https://www.jstor.org/stable/2236561

[20] Sina Y. Caliskan, Paulo Tabuada. Kron Reduction of Generalized Electrical Networks. 2012. DOI 10.48550/arXiv.1207.0563.
https://arxiv.org/abs/1207.0563

[21] Jari Kaipio, Erkki Somersalo. Statistical inverse problems: Discretization, model reduction and i nverse crimes. 2007. DOI 10.1016/j.cam.2005.09.027.
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042705007296

[22] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part I: General theory. 1972. DOI 10.1007/BF002 76493.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF00276493

[23] Allan Adams, Nima Arkani-Hamed, Sergei Dubovsky, Alberto Nicolis, Riccardo Rattazzi. Causalit y, Analyticity and an IR Obstruction to UV Completion. 2006. DOI 10.1088/1126-6708/2006/10/014.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0602178

[24] Patrick M. Lenggenhager ほか。Simulating hyperbolic space on a circuit board. 2022. DOI 10.10 38/s41467-022-32042-4.
https://arxiv.org/abs/2109.01148

[25] Gianluca Calcagni, Astrid Eichhorn, Frank Saueressig. Probing the quantum nature of spacetim e by diffusion. 2013. DOI 10.1103/PhysRevD.87.124028.
https://arxiv.org/abs/1304.7247

[26] Nima Arkani-Hamed; Savas Dimopoulos; Gia Dvali. The Hierarchy Problem and New Dimension s at a Millimeter. 1998. DOI 10.1016/S0370-2693(98)00466-3.
https://arxiv.org/abs/hep-ph/9803315

[27] J. G. Lee; E. G. Adelberger; T. S. Cook; S. M. Fleischer; B. R. Heckel. New Test of the Gravitatio nal $1/r^2$ Law at Separations down to 52 μm. 2020. DOI 10.1103/PhysRevLett.124.101101.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.101101

[28] Wen-Hai Tan; An-Bin Du; Wen-Can Dong; Shan-Qing Yang; Cheng-Gang Shao; Sheng-Guo Gu an; Qing-Lan Wang; Bi-Fu Zhan; Peng-Shun Luo; Liang-Cheng Tu; Jun Luo. Improvement for Testin g the Gravitational Inverse-Square Law at the Submillimeter Range. 2020. DOI 10.1103/PhysRevLett. 124.051301.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.051301

[29] Tobias Bothwell; Colin J. Kennedy; Alexander Aeppli; Dhruv Kedar; John M. Robinson; Eric Oelker; Alexander Staron; Jun Ye. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample. 2022. DOI 10.1038/s41586-021-04349-7.
https://www.nature.com/articles/s41586-021-04349-7

[30] Xin Zheng; Jonathan Dolde; Matthew C. Cambria; Hong Ming Lim; Shimon Kolkowitz. A lab-based test of the gravitational redshift with a miniature clock network. 2023. DOI 10.1038/s41467-023-40629-8.
https://www.nature.com/articles/s41467-023-40629-8

[31] Aaron Chou; Henry Glass; H. Richard Gustafson; Craig Hogan; Brittany L. Kamai; Ohkyung Kwon; Robert Lanza; Lee McCuller; Stephan S. Meyer; Jonathan Richardson; Chris Stoughton; Ray Tomlin; Rainer Weiss. The Holometer: An Instrument to Probe Planckian Quantum Geometry. 2017. DOI 10.1088/1361-6382/aa5e5c.
https://arxiv.org/abs/1611.08265

[32] Jonathan W. Richardson; Ohkyung Kwon; H. Richard Gustafson; Craig Hogan; Brittany L. Kamai; Lee P. McCuller; Stephan S. Meyer; Chris Stoughton; Raymond E. Tomlin; Rainer Weiss. Interferometric Constraints on Spacelike Coherent Rotational Fluctuations. 2021. DOI 10.1103/PhysRevLett.126.241301.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.126.241301

[33] B. Sharmila; Sander M. Vermeulen; Animesh Datta. Signatures of correlation of spacetime fluctuations in laser interferometers. 2026. DOI 10.1038/s41467-025-67313-3.
https://www.nature.com/articles/s41467-025-67313-3

[34] Abhinav Patra; Lorenzo Aiello; Aldo Ejlli; William L. Griffiths; Alasdair L. James; Nikitha Kuntimaddi; Ohkyung Kwon; Eyal Schwartz; Henning Vahlbruch; Sander M. Vermeulen; Keiko Kokeyama; Katherine L. Dooley; Hartmut Grote. Broadband Limits on Stochastic Length Fluctuations from a Pair of Table-Top Interferometers. 2025. DOI 10.1103/61j9-cjkk.
https://arxiv.org/abs/2410.09175

[35] Fabio Bergamin; Nikitha Kuntimaddi; Abhinav Patra; Stephanie Montoya; Moritz Mehmet; Katherine Dooley; Hartmut Grote; Henning Vahlbruch. A broadband squeezed light source for table-top interferometry. 2025. DOI 10.1088/1367-2630/ae2987.
https://arxiv.org/abs/2508.08857

[36] Sander M. Vermeulen; Torrey Cullen; Daniel Grass; Ian A. O. MacMillan; Alexander J. Ramirez; J effrey Wack; Boris Korzh; Vincent S. H. Lee; Kathryn M. Zurek; Chris Stoughton; Lee McCuller. Phot on-Counting Interferometry to Detect Geontropic Space-Time Fluctuations with GQuEST. 2025. DOI 10.1103/PhysRevX.15.011034.
https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.15.011034

[37] Bruce Allen; Joseph D. Romano. Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Si gnal processing strategies and sensitivities. 1999. DOI 10.1103/PhysRevD.59.102001.
https://arxiv.org/abs/gr-qc/9710117

[38] Johannes Nokkala; Jyrki Piilo; Ginestra Bianconi. Probing the spectral dimension of quantum ne twork geometries. 2020. DOI 10.48550/arXiv.2005.09665.
https://arxiv.org/abs/2005.09665

[39] Yanli Yuan; De Wen Soh; Xiao Yang; Kun Guo; Tony Q. S. Quek. Joint Network Topology Inferen ce via Structured Fusion Regularization. 2021. DOI 10.48550/arXiv.2103.03471.
https://arxiv.org/abs/2103.03471

[40] Madeline Navarro; Samuel Rey; Andrei Buciulea; Antonio G. Marques; Santiago Segarra. Joint N etwork Topology Inference in the Presence of Hidden Nodes. 2024. DOI 10.1109/TSP.2024.3392348.
https://arxiv.org/abs/2306.17364

[41] D. Puetzfeld, Y. N. Obukhov, C. Lämmerzahl. Gravitational clock compass in General Relativity. 2018. DOI 10.1103/PhysRevD.98.024032.
https://arxiv.org/abs/1805.10673

[42] D. Philipp, E. Hackmann, C. Lämmerzahl, J. Müller. The Relativistic Geoid: Gravity Potential and Relativistic Effects. 2020. DOI 10.1103/PhysRevD.101.064032.
https://arxiv.org/abs/1912.10159

[43] R. Martín, E. Verdaguer. Stochastic semiclassical gravity. 1999. DOI 10.1103/PhysRevD.60.0840 08.
https://arxiv.org/abs/gr-qc/9904021

[44] M. Rakhmanov, J. D. Romano, J. T. Whelan. High-frequency corrections to the detector respons e and their effect on searches for gravitational waves. 2008. DOI 10.1088/0264-9381/25/18/184017.
https://arxiv.org/abs/0808.3805

[45] A. Kehagias, K. Sfetsos. Deviations from the 1/r² Newton law due to extra dimensions. 2000. DOI 10.1016/S0370-2693(99)01421-5.
https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905417

[46] Harry Nyquist. Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. 1928. DOI 10.1103/PhysRev.32.110.
https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.32.110

[47] Nathan E. Flowers-Jacobs; Alessio Pollarolo; Kevin J. Coakley; Adam C. Weis; Anna E. Fox; Horst Rogalla; Weston L. Tew; Samuel P. Benz. The NIST Johnson Noise Thermometry System for the Determination of the Boltzmann Constant. 2017. DOI 10.6028/jres.122.046.
https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/122/jres.122.046.pdf

[48] Peter R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. 1990. DOI 10.1103/PhysRevD.42.2437.
https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.42.2437

図版一覧

1. 測定ネットワーク内のオブザーバ 9

2. 座標、独立方向と長さ 12

3. 二つの内部曲率試験 14

4. 局所幾何学とグローバルクロージャ 16

5. 時間、光円錐と許容軌道 17

6. 利用可能な領域がどのように成長するか 20

7. 測地円盤と球面スケール指数 21

8. 帰還と伝搬距離 23

9. 三つのノードから応答行列へ 27

10. アイソスペクトルネットワークと識別局所応答 29

11. 有限装置の三つの体制 31

12. 離散幾何学を定義する二つの方法 36

13. 座標は保存され、スペクトル指標は変化する 38

14. 円で閉じた方向 42

15. 周期性・様式系 44

16. コンパクトな方向の熱トレース 46

17. 現代共振器における合成軸 48

18. 共通の原因と制御効果 52

19. 境界領域と体積表面 54

20. 一つのシステムに対する二つの再構成プロトコル 58

21. 閉じたネットワークとアクセス可能なポート 60

22. 隠れノードの静的排除 63

23. データ空間:二つのモデルとキャリブレーション方向 67

24. 共通のエッジ辞書と真に一般的な接続 72

25. 一つのリンク、一つのプロフィールとポートの観察 74

26. 個々のコントラストの間隔が接続の強さをいかに制限するか 79
27. オリジナル格子とエッジ5-58を追加。 83
28. 全応答変化の特異値 84
29. 港湾反応の空間パターン 86
30. 第一シリーズの修復安定性 88
31. 弱い結合とそれを模倣する限定ドリフト 92
32. オリジナル構成と新規構成の感度 94
33. どの候補が各々の観測結果を保存するか 96
34. コントラストの異なる限定シェル。 96
35. 偽の共通ペアと制御ポート 98
36. 電子リーク保存基準記録 100
37. 固定プロトコルの合成チェックの結果96 102
38. 拡散近似と因果前線 104
39. 隠れコンデンサと応答記憶 106
40. 小型モッドのパワーインジケータとレンジラダー 114
41. ソース移動から検出器読み取りへ 115
42. 二つの有限円盤の幾何学 119
43. 有限ディスクの付加力と条件感度 121
44. 動的しきい値と識別ギャップ 122
45. 加速度と潮の曲率:一つのプロトコル、二つの背景 128
46. 時計共分散のスケールと時間帯域 131
47 二つの時計の幾何学と中央重力計;コヒーレンス 135
48. 電子回路を維持しつつ時計を物理的に再配置する 138
49. 合成時計置換の結果 140
50. 干渉計の完全光路 145
51. 非ゼロフィールドがゼロ出力を生成できるのは 147
52. 干渉計の周波数応答と等価ノイズ 149

53. 三つのインターフェロメトリック・リードアウト戦略 153
54. 四ノードRCブレッドボードの精密電気図 157
55. キャリブレーションシェルを用いた三つのRC記録のブラインド比較 159
56. RC実験のハードウェアパス 161
57. 最近のねじりセンサとトルク計測 162
58. Blindプロトコル: デバイス、レコード、キーを見る人 169
59. 準備、書き込み、リセットサイクル。 196
60. CSVから仮説テストまで:完全なプロセッシングチェーン 198
61. 時系列レコードと完全/部分リターン 200
62. 積分と誤り成分の共分散 201

著者とプロジェクト

メール: info@brenev.com

著者のウェブサイト: brenev.com

Miraのウェブサイト: mira.technology

その他のプロジェクト: haraizen.tech

Telegram: https://t.me/Eudgenee