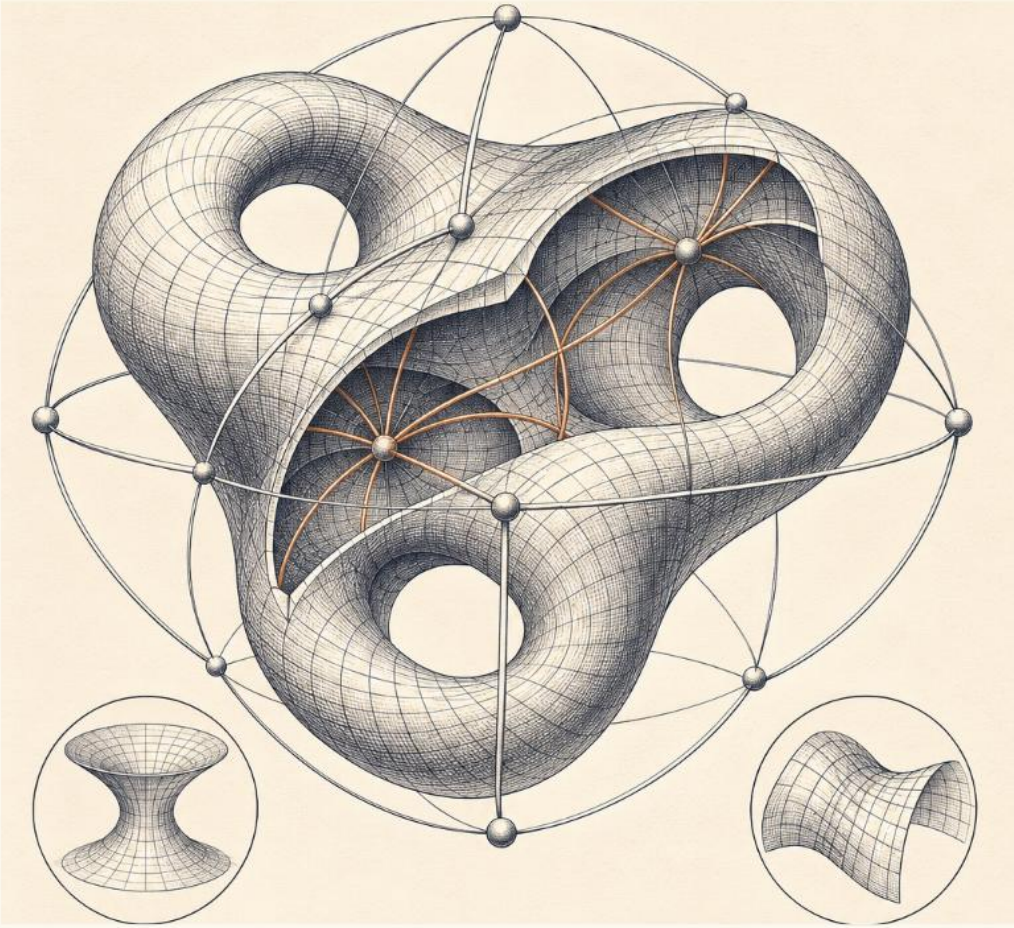
El espacio desde dentro



Eudgene Brenev
Mira Veyran

2026

Eudgene Brenev
Mira Veyran

El espacio desde dentro

Hipótesis sobre el espacio e instrumentos para ponerlas a prueba

2026

Índice

Prefacio 4
Cómo leer este libro 5
Capítulo 1 Espacio sin un observador externo 7
Capítulo 2 ¿Cómo se mide la dimensión? 16
Capítulo 3 Cuando la dimensión depende de la escala 29
Capítulo 4 Direcciones ocultas y sintéticas 36
Capítulo 5 Geometría de las relaciones cuánticas 44
Capítulo 6 ¿Se puede reconstruir el espacio a partir de su respuesta? 52
Capítulo 7 La hipótesis de la conectividad dispersa compartida 61
Capítulo 8 Un experimento computacional y su robustez 70
Capítulo 9 De un análogo de red a un modelo físico causal 89
Capítulo 10 Espectroscopía de geometría oculta 96
Capítulo 11 Relojes y gravímetros como sonda conjunta del espacio 107
Capítulo 12 ¿Qué puede oír un interferómetro? 121
Capítulo 13 Tres instrumentos y el camino de la señal a la inferencia 132
Capítulo 14 Cómo distinguir un descubrimiento de un error convincente 142
Capítulo 15 Qué se ha establecido y cómo continuar con las pruebas 150
Apéndice A Convenciones matemáticas 155
Apéndice B Repetición de experimentos computacionales 158
Apéndice C Un mapa de afirmaciones comprobables 160
Apéndice D Diccionario de conceptos básicos 161
Apéndice E Trabajo práctico: desde los voltajes hasta la reconstrucción del enlace 164
Referencias 175
Índice de ilustraciones 179

Prefacio

De la distancia a la estructura del espacio

Conocemos el espacio a través de la acción: un objeto se puede mover, medir una distancia, enviar y recibir una señal. Sin embargo, el mismo resultado en un solo experimento no determina cómo está estructurado el mundo. Dos sistemas pueden tener las mismas frecuencias de oscilación pero diferentes trayectorias para transmitir una perturbación. Un cambio en las lecturas puede resultar de una nueva conexión, deriva del instrumento o un modelo mal elegido. Este libro comienza preguntando qué observaciones pueden distinguir estas posibilidades.

La principal línea de investigación se refiere a la reconstrucción de la conectividad a partir de la respuesta. Una conexión oculta se introduce en una red conocida, y su ubicación se recupera utilizando unos pocos puertos accesibles. El siguiente paso hace que el problema sea más realista: las conexiones ordinarias también se conocen solo con una precisión finita. Luego debemos determinar qué cantidad de la señal inusual aún se puede explicar por calibración y qué medición adicional podría cambiar la conclusión.

El libro persigue esta pregunta a través de ejemplos completos. Las redes pequeñas proporcionan matrices explícitas y revelan la fuente de ambigüedad. Un experimento numérico más grande prueba la reconstrucción. Un modelo de deriva restringida define los límites de una explicación admisible. Múltiples sondas y contrastes de medición seleccionados prueban qué nueva información se ha obtenido realmente. Un ejercicio práctico con una red resistiva-capacitiva (RC) conecta esta matemática a voltajes, tiempo de grabación y errores de lectura.

Otros capítulos examinan una dirección compacta, reloj conjunto y señales gravimétricas, y respuesta interferométrica. Cada línea de investigación selecciona un operador o campo particular, deriva una cantidad observable e identifica un mecanismo competidor. Estos modelos comparten un método de investigación. No se derivan de una sola acción fundamental y tienen diferentes supuestos físicos.

El libro se dirige a los lectores interesados en la estructura del espacio que están dispuestos a probar sus propias suposiciones. Las fórmulas acompañan al argumento, mientras que los ejemplos numéricos nos permiten retroceder de la notación a la observación. La ruta computacional requiere álgebra lineal, probabilidad básica y familiaridad con las ecuaciones diferenciales. La densidad espectral, la matriz de respuesta y las causas comunes se introducen a través de problemas específicos.

Los resultados principales de nuestros propios experimentos se obtuvieron utilizando sistemas matemáticos especificados y datos sintéticos. La información experimental sobre la naturaleza se extrae de publicaciones primarias. Mantener estos niveles separados nos permite evaluar cada conclusión: dónde se aplica una identidad probada, dónde se ha probado un algoritmo y dónde espera una predicción física para su medición.

Cómo leer este libro

Dos rutas

En una primera lectura, es útil seguir una pregunta: ¿qué agrega exactamente la siguiente medición? En el capítulo 1, esto se refiere a comparar operaciones geométricas; en el capítulo 2, pasar de un espectro promedio a una respuesta local; en los capítulos 6-8, distinguir la estructura de la deriva; y en el capítulo 11, una prueba conjunta utilizando dos tipos de instrumentos. Después de este primer paso, las derivaciones técnicas tienen un propósito claro.

Ruta	Secuencia principal	Prerrequisitos
Conceptual	Capítulos 1-2; secciones de apertura y conclusión de 3-5; ejemplos en 6-8; formulaciones de problemas físicos en 10-13; conclusiones en 15	Funciones, proporciones, unidades y la voluntad de seguir un ejemplo de matriz pequeña
Computacional	Todas las derivaciones en 2-12; el protocolo estadístico en 14; el ejercicio práctico RC y el apéndice computacional	Matrices, valores propios, derivadas, probabilidades y la representación espectral de las señales

El capítulo 3 puede leerse inicialmente como una visión general de los diferentes mecanismos. Las fórmulas holográficas en el Capítulo 5 requieren su propio contexto teórico y no son requisitos previos para el experimento de red. Si las matrices se vuelven difíciles, regrese al ejemplo de tres nodos en el Capítulo 2: cada fila del operador y cada columna de la respuesta está vinculada a una acción en el sistema.

Las condiciones detalladas de aplicabilidad se conservan siempre que de ellas dependa una conclusión. Un glosario, una tabla de notación y un mapa de afirmaciones respaldan lecturas posteriores. El apéndice computacional especifica los parámetros y las limitaciones de los cálculos; los comandos de ejecución se recopilan en las instrucciones adjuntas. El procedimiento técnico para el experimento RC se presenta por separado para que el relato principal no se convierta en una lista de configuraciones.

Tres líneas de investigación

Dirección	Datos observados	Lo que se prueba
Conectividad	La matriz de respuesta entre entradas y salidas accesibles	Una conexión adicional, deriva admisible y el conjunto de estructuras indistinguibles
Una dirección compacta	Fuerza estática y respuesta dinámica de una sonda escalar seleccionada	Una sola escalera de modos con acoplamiento fuente-detector especificado
Perturbaciones constantes	Espectros de diferencias de reloj, aceleraciones y fase interferométrica	La predicción conjunta de un campo específico y su distinción de una causa instrumental o cinemática.

El análogo de red nos permite probar un algoritmo con una configuración real conocida. El modelo compacto especifica una alternativa concreta a la geometría ordinaria. Los modelos estocásticos e interferométricos conectan las suposiciones espaciales con varios canales de grabación. El éxito en una línea de investigación no transfiere su interpretación física a las otras. El procedimiento compartido es especificar un modelo, derivar una observación, comparar alternativas y definir los límites de la conclusión.

Distinguir los niveles de resultados

Estado	Lo que significa en este libro
Un resultado establecido	Un método o proposición física con su publicación original y condiciones de aplicación identificadas.
Un resultado derivado del modelo	Una fórmula se deriva de un operador, núcleo o geometría explícitamente establecidos
Una prueba numérica	Un programa ha llevado a cabo el experimento especificado; entradas, parámetros y comandos están disponibles
Un diseño de medición	Se ha predicho una señal y se han calculado los requisitos; un aparato físico aún debe probarla.
Una observación de la naturaleza	El resultado de un experimento publicado que se aplica a una clase definida de modelos

El rango de una matriz de respuesta, el número de direcciones espaciales y el número de parámetros del modelo responden a diferentes preguntas. En lo que sigue, el nombre de cada cantidad viene con su significado operativo. Los casos en los que los datos pueden rechazar un modelo pero no pueden reconstruir de forma única otro son especialmente importantes.

El índice de ilustración al final del libro le ayuda a encontrar un diagrama en particular. Una ilustración conceptual no reemplaza un dibujo de ingeniería, calibración o datos experimentales.

Capítulo 1 Espacio sin un observador externo

Observar dentro del espacio

Imaginemos a un investigador que tiene acceso a un reloj, fuentes de luz, reflectores y varios cuerpos en movimiento. No tiene una fotografía del mundo desde el exterior y no tiene la oportunidad de elevarse por encima del espacio para examinar su forma. Todo lo que sabe proviene de las reuniones de cuerpos, lecturas de instrumentos y el intercambio de señales. Esta es exactamente la situación en la que se encuentra la física. Incluso el observatorio espacial sigue siendo parte del mundo que se está explorando. Por lo tanto, la cuestión del espacio comienza con las relaciones entre los eventos observables. ¿Qué movimientos son independientes entre sí? ¿Cómo comparar distancias? ¿Cómo distinguir la curvatura del espacio de los cambios en el propio dispositivo de medición? Las respuestas deben estar disponibles para el observador que nunca abandona su universo.

Para empezar, es suficiente preguntar qué relaciones son verificables. Puede comparar longitudes, tiempos de viaje de la señal, resultados de movimiento libre y bucle cerrado. El acuerdo de estos procedimientos apoya la geometría seleccionada. Su discrepancia muestra dónde es necesario verificar el dispositivo, el entorno o la regla en sí para describir el espacio.

En la figura 1, el observador está incluido en la misma red de operaciones de medición a partir de la cual se reconstruye la geometría.

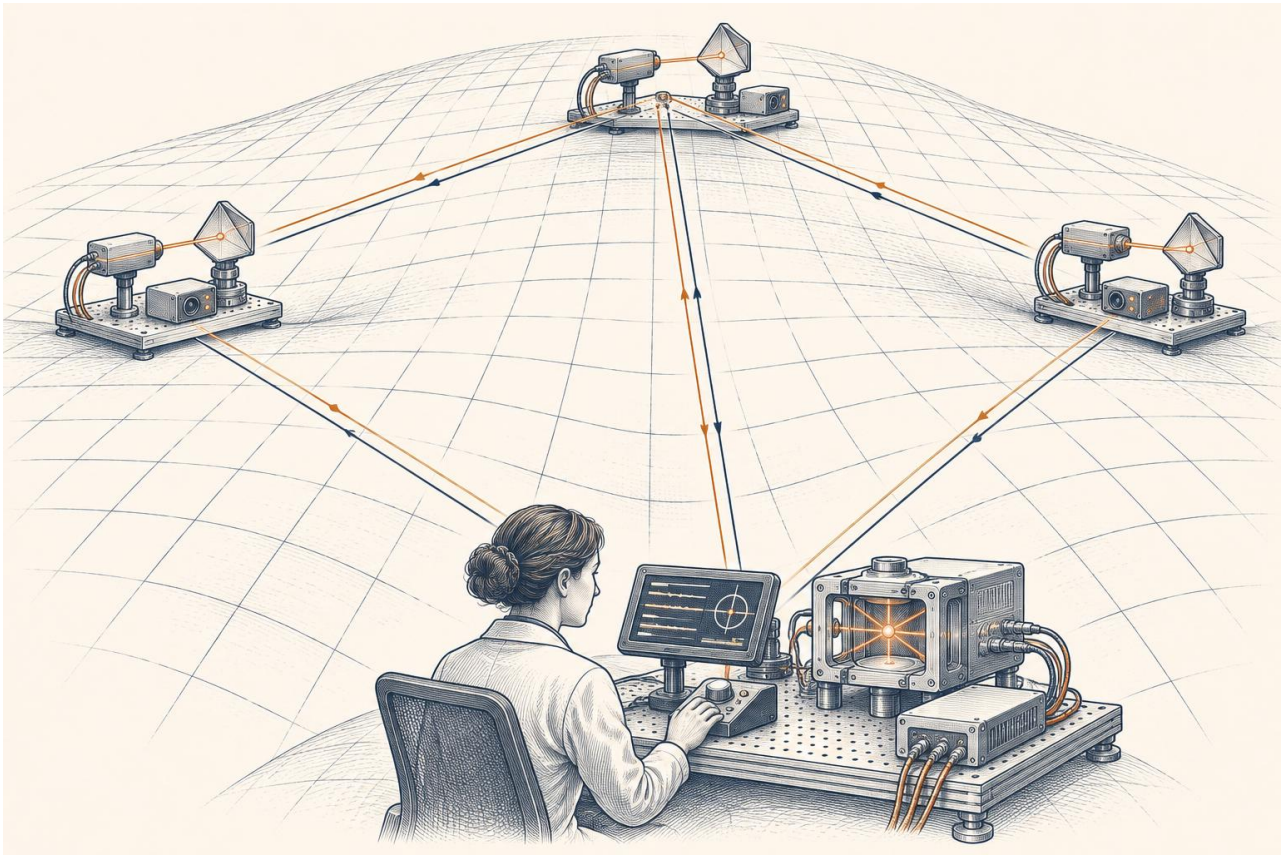


Figura 1. Observador dentro de la red de medición. Los relojes, emisores y reflectores forman un sistema de comparaciones accesibles: transmisión de señales, medición de distancia y circuitos cerrados. Una superficie en perspectiva sirve como una forma simbólica de mostrar las relaciones entre los nodos; no presupone un observador externo del Universo. Esta es una ilustración conceptual de las operaciones de medición y no una representación de un experimento específico realizado.

La terminología también puede complicar la discusión. Aquí, medición significa una operación realizada por un instrumento, una dimensión significa una dirección independiente, y dimensionalidad significa el número de tales direcciones. Un tercer concepto es una variable en un modelo matemático. Temperatura, concentración y potencial eléctrico pueden ser variables independientes sin convertirse en nuevas direcciones espaciales. Un investigador puede trazar datos en un espacio de cientos de características mientras permanece en un laboratorio ordinario. Antes de discutir una quinta o décima dimensión, debemos identificar lo que describe el número: la posición de un cuerpo, el estado de un sistema, los datos observacionales o la geometría fundamental.

Coordenadas y direcciones independientes

El número de coordenadas registradas en sí mismo no prueba nada. La posición de un punto en la superficie de una esfera puede ser especificada por tres coordenadas cartesianas, pero están relacionadas por la condición de radio constante. Si dos coordenadas cambian ligeramente en la región factible, la tercera se determina por la ecuación de superficie con la selección del área

apropiada. A nivel local, quedan dos grados independientes de libertad. Y viceversa, dos coordenadas angulares no cubren la esfera con un mapa completamente regular: en los polos, la notación habitual pierde su conveniencia. Un mal funcionamiento de la red no significa un mal funcionamiento físico de la superficie. Este sencillo ejemplo le permite separar inmediatamente la geometría de la forma en que está escrita.

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \qquad d_{\text{local}} = 3 - 1 = 2 \qquad (1.1)$$

La igualdad en el lado derecho es verdadera para este ejemplo porque una restricción independiente suave reduce el número local de coordenadas libres en uno. No se puede aplicar mecánicamente a ningún conjunto de ecuaciones: las restricciones pueden depender unas de otras, y en puntos singulares su rango puede cambiar. El significado práctico de la independencia es más fácil de ver por los movimientos. Si todos los pequeños movimientos permisibles se expresan en términos de dos direcciones independientes, el tercer registro de coordenadas permanece redundante. Para la dimensión física adicional, es necesario mostrar una nueva clase de desplazamientos independientes o un conjunto adicional correspondiente de modos de propagación. Añadir una letra a la ecuación no es suficiente.

Otra confusión común surge en la mecánica de muchos cuerpos. Tres partículas libres en el espacio tridimensional requieren nueve coordenadas de posición. Cuando se incluyen momentos, la descripción del estado de espacio de fase ya contiene dieciocho números. Esto no significa que las partículas se hayan movido en el espacio físico con dieciocho direcciones. La alta dimensionalidad pertenece al espacio de posibles estados de todo el sistema. Una distinción similar persiste en la teoría cuántica, donde el espacio de estados tiene una estructura aún más rica. En el futuro, cualquier declaración sobre la alta dimensionalidad irá acompañada de una indicación de qué objetos son sus puntos y qué cambios corresponden al movimiento entre estos puntos.

Cómo la distancia adquiere significado físico

Las coordenadas se convierten en geometría solo después de la aparición de una regla para comparar posiciones cercanas. En un espacio suave, tal regla viene dada por una métrica. Convierte pequeños cambios en coordenadas en longitud física y nos permite tener en cuenta que el mismo cambio numérico en diferentes coordenadas no significa necesariamente el mismo movimiento. En el sistema cartesiano, las unidades a lo largo de los ejes generalmente se eligen para ser idénticas, por lo que la estructura de la métrica es casi invisible. En otras coordenadas pasa a primer plano. La notación general a continuación se refiere a una métrica espacial definida positiva; los índices repetitivos significan la suma sobre coordenadas independientes. La longitud se obtiene después de la integración a lo largo de la curva seleccionada.

$$d\ell^2 = g_{ij}(x)\, dx^i dx^j, \qquad L[\gamma] = \int_\gamma \sqrt{g_{ij}\, dx^i dx^j} \qquad (1.2)$$

Para un plano, pasemos de las coordenadas cartesianas al radio y al ángulo. Un movimiento radial pequeño tiene una longitud igual al cambio en el radio. Un pequeño desplazamiento angular en un radio constante sigue un arco, por lo que su longitud es proporcional tanto al ángulo como a la distancia al centro. La sustitución de las transformaciones de coordenadas en el teorema de Pitágoras

habitual da la siguiente fórmula. El coeficiente antes del cuadrado del cambio de ángulo depende de la posición, aunque el plano permanece plano. En consecuencia, la dependencia de los componentes métricos de las coordenadas no indica en sí misma curvatura. Necesitamos cantidades cuyo significado se preserve cuando nos movemos a otra cuadrícula de coordenadas.

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \qquad d\ell^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 \qquad (1.3)$$

Una métrica física requiere una justificación más significativa que un registro ordenado de las distancias. La regla puede expandirse cuando se calienta, y el tiempo de tránsito de la luz depende del medio. Por lo tanto, la descripción geométrica se comprueba haciendo coincidir diferentes dispositivos y teniendo en cuenta su estructura. En la teoría general de la relatividad, el campo métrico participa simultáneamente en la descripción de los intervalos y la interacción gravitacional; el movimiento libre y las lecturas ideales del reloj están conectados por una estructura. Es esta conexión la que convierte la geometría en una teoría física, y no solo en un lenguaje de dibujo. Una nueva descripción del espacio debería ofrecer una regla clara comparable para la conexión entre objetos matemáticos y observaciones reales. [1]

La diferencia entre coordenadas, direcciones y longitudes se puede ver convenientemente en dos ejemplos geométricos (figura 2).

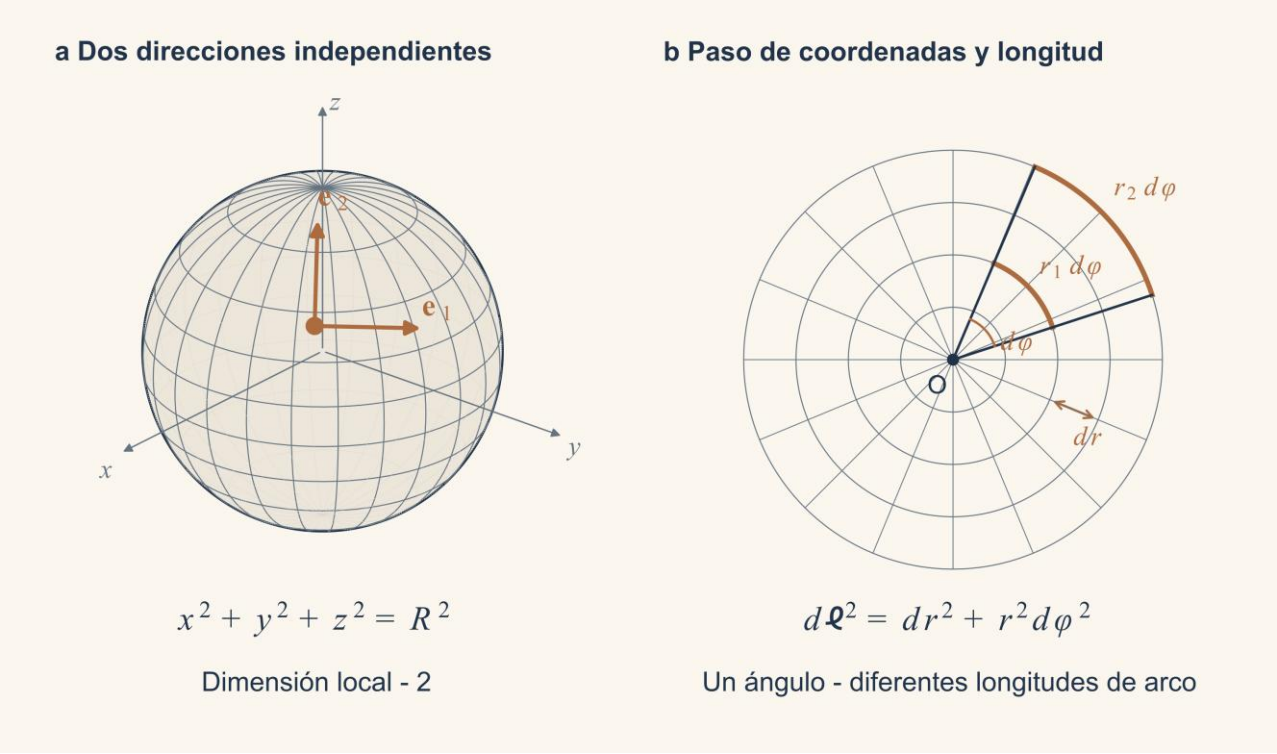


Figura 2. El número de coordenadas en un registro no define la dimensión interna. La posición en la esfera se describe con tres números, pero la condición de pertenecer a la superficie deja dos direcciones tangentes independientes. A la derecha, el mismo cambio en el ángulo corresponde a diferentes longitudes de arco en diferentes radios. La métrica polar convierte los incrementos de coordenadas en longitud física; la peculiaridad de las coordenadas al principio no significa un defecto en el plano.

La curvatura se revela desde dentro

Un habitante de la superficie no necesita ver su curva en el espacio circundante. Puede construir un círculo midiendo la misma distancia más corta desde un centro elegido, y luego medir su longitud. En un plano, la relación de longitud a radio es constante. En una esfera de radio R, el círculo del radio geodésico r tiene una longitud diferente. Aquí r se mide a lo largo de la superficie desde el centro del círculo, y no a lo largo de una línea recta a través del volumen de la bola. Para una r suficientemente pequeña, la diferencia es pequeña, por lo que el área local se ve casi plana. A medida que el área cubierta aumenta, la desviación se acumula y se vuelve visible para el observador interno sin ningún punto de vista externo.

$$C(r) = 2\pi R\sin(r/R) = 2\pi r\left[1 - \frac{r^2}{6R^2} + O\left(\frac{r^4}{R^4}\right)\right] \qquad (1.4)$$

La expansión muestra que la primera diferencia relativa del resultado plano es proporcional al cuadrado del tamaño del experimento. Esta es una pista útil para el dispositivo futuro: cambiar la escala de la figura de medición puede ser más importante que aumentar sin cesar la precisión de una distancia. En este caso, es necesario controlar los cambios sistemáticos en el propio método a medida que aumenta el tamaño. Si el experimento utiliza señales, aumentar la trayectoria puede aumentar la influencia del entorno e imitar el efecto geométrico. Una fórmula matemática especifica la escala esperada, pero una interpretación física surge solo después de comparar causas alternativas. La bidimensionalidad de la esfera se conserva a lo largo de este argumento: su geometría cambia, y no el número de pequeños desplazamientos independientes.

Otro método de comparación interna utiliza la transferencia de dirección a lo largo de una trayectoria cerrada. En un plano, una traslación paralela ideal devuelve la flecha con su orientación anterior. En una superficie curva, el resultado puede variar; para un contorno pequeño, la desviación está relacionada con la curvatura del área cubierta. En el espacio real, un concepto similar requiere especificar qué establece la dirección y qué influencias externas actúan sobre el dispositivo. La rotación del giroscopio, la deformación del soporte y la traslación geométrica deben ser diferentes en el modelo de observación. El significado del ejemplo es diferente: la curvatura se manifiesta en la comparación de caminos y el cierre de operaciones. Una medición de un solo segmento típicamente reporta significativamente menos que una red consistente de mediciones.

Para una referencia numérica, tomamos una esfera de radio 10 m y un círculo geodésico de radio 1 m. La fórmula plana da la longitud 6.283185 m, la esférica - 6.272719 m. La diferencia es 10.47 mm. Es pequeño en relación con la circunferencia, pero bastante definido. Cuando el tamaño del contorno se reduce a la mitad, el efecto relativo, en una primera aproximación, disminuirá en un factor de cuatro.

$$K_{\text{est}} = \frac{6}{r^2}\left(1 - \frac{C(r)}{2\pi r}\right), \qquad r/R \ll 1 \qquad (1.5)$$

Esta estimación de la curvatura gaussiana se obtiene directamente de la expansión anterior. En el ejemplo seleccionado es igual a 0.009995 m^{-2} con el valor exacto $1/R^2 = 0.01$ m^{-2}. La diferencia entre ellos es el error de truncamiento en serie. El error de medición en longitud sería otra contribución y debe tenerse en cuenta por separado. Así es como la fórmula se convierte en un

experimento: se dan la figura, la magnitud, la escala de la desviación esperada y la precisión de la aproximación.

El círculo y la traslación cerrada proporcionan dos imágenes independientes de la comprobación de curvatura interna (figura 3).

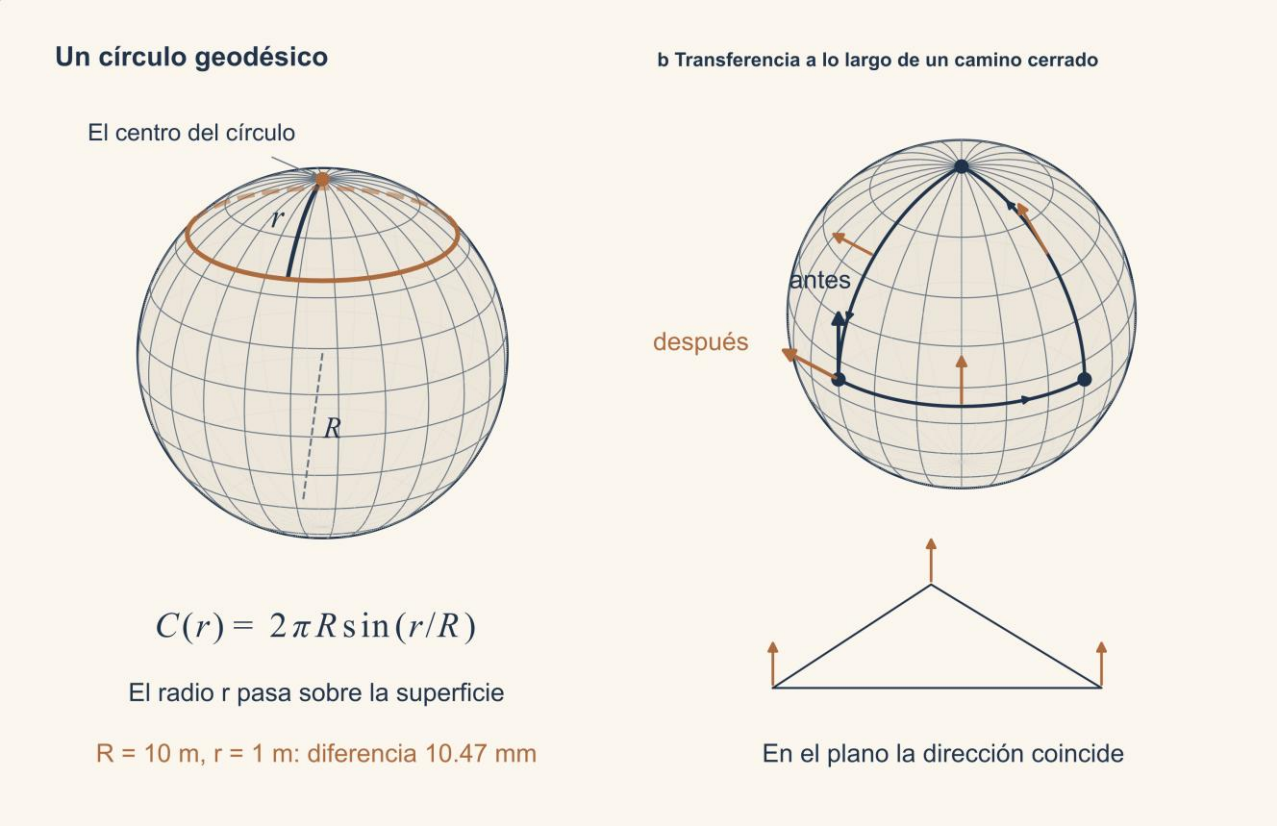


Figura 3. Dos formas de detectar la curvatura mientras permanece en la superficie. A la izquierda, el radio r se mide por la geodésica, mientras que R se refiere a toda la esfera; La imagen del círculo se amplía para mayor claridad y no mantiene la relación de los radios del ejemplo numérico. A la derecha, la flecha se mueve en paralelo a lo largo de tres arcos de grandes círculos. En una esfera, su dirección final difiere de la inicial; en un plano, el cierre del contorno conserva la dirección.

Otra sutileza aparecerá en el espacio-tiempo. Los observadores acelerados pueden detectar diferencias en las velocidades de reloj incluso en geometría plana. Por lo tanto, el gradiente y la curvatura del reloj requerirán diferentes comprobaciones. Un ejemplo completo del sistema acelerado y el control de mareas se discutirá en el capítulo 11.

La topología y los límites de un experimento local

Los espacios pueden tener la misma geometría local y diferir en la estructura global. La hoja se puede enrollar en un cilindro sin estirarla; pequeñas formas en su superficie mantendrán una geometría plana. Sin embargo, la trayectoria alrededor del cilindro no puede contraerse hasta un punto mientras permanece en la superficie. Así se manifiesta la diferencia en la topología. Para este propósito, la flexión no es necesaria como una causa física independiente: el espacio plano con una coordenada periódica se puede definir directamente a través de la regla para identificar puntos. El

dibujo de un cilindro solo ayuda a la imaginación. Por lo tanto, la ausencia de curvatura notable no excluye la conectividad global inusual y no determina si el espacio es finito o infinito.

Las diferentes topologías requieren observaciones que abarquen la escala apropiada. Si la longitud de una dirección cerrada excede significativamente el área accesible, un experimento local puede no distinguirla de una dirección abierta. Esta no es una deficiencia del investigador, que necesariamente se corrige con una hipótesis más audaz, sino una limitación de la información. Dos modelos matemáticos son capaces de describir todos los datos disponibles de la misma manera. Luego, el resultado debe formularse a través de la región de discernibilidad: qué tamaños o tipos de cierre se excluyen y bajo qué condiciones. La afirmación “no se encuentran límites” no es lo mismo que la afirmación “el espacio es infinito”. Del mismo modo, el hecho de no ver un borde no prueba la existencia de un espacio externo más allá del supuesto borde.

Por lo tanto, la topología, la métrica y la dimensión deben discutirse por separado. La topología describe el vecindario y los métodos de conexión global, la métrica especifica longitudes, ángulos e intervalos, la dimensión caracteriza el número de direcciones locales independientes o una cierta ley de escala. Estas estructuras interactúan, pero no se reemplazan entre sí. En un proyecto de investigación, es útil registrar explícitamente cuál de estos cambios en la hipótesis. Una coordenada cerrada, una nueva conexión corta entre áreas distantes y una ley diferente de propagación de ondas conducen a varios problemas matemáticos. Si los combina con una palabra “espacio”, puede obtener una hermosa descripción que no le permite elegir un cálculo o un dispositivo para probar.

La yuxtaposición de cilindros y rayas separa el cierre global de la curvatura intrínseca (Figura 4).

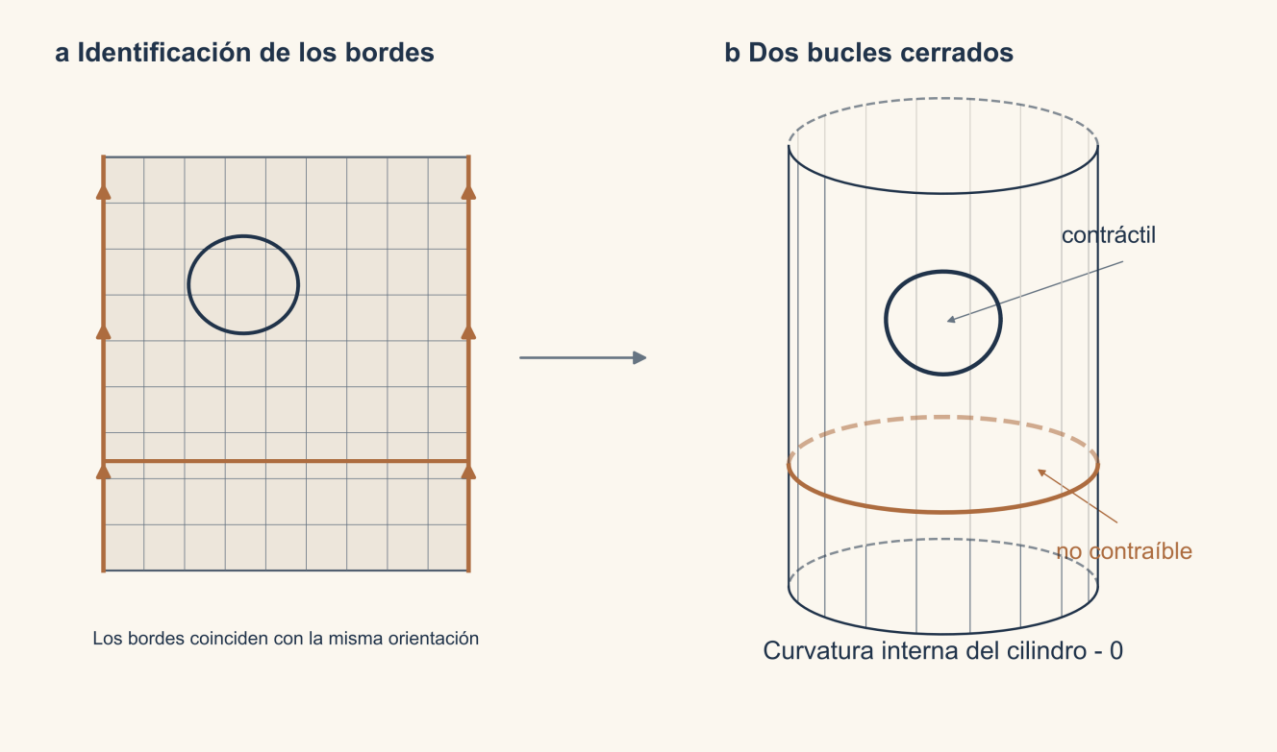


Figura 4. Los bordes opuestos de la tira plana se identifican con la misma orientación y forman un cilindro. Un pequeño contorno cerrado en su superficie se puede contraer continuamente hasta un punto; un contorno que encierra una dirección cerrada no se puede contraer. En este caso, la curvatura gaussiana interna del cilindro es cero. La curvatura visible sirve como una forma de representar una superficie y no reemplaza la medición de su geometría interna.

¿Por qué el tiempo no es otro eje espacial?

En la descripción relativista, el tiempo y el espacio están incluidos en una sola estructura de eventos, pero retienen diferencias en los signos del intervalo. Elijamos un acuerdo en el que la parte del tiempo tenga un signo negativo. Para una descripción inercial local en espacio-tiempo plano, el intervalo se escribe en términos de la velocidad de la luz y los incrementos de coordenadas. El tiempo apropiado de un reloj se determina a lo largo de su trayectoria temporal. La combinación numérica de cuatro coordenadas no convierte la dirección temporal en una carretera ordinaria a lo largo de la cual se puede girar y regresar arbitrariamente. La firma métrica organiza conos de luz y relaciones causales válidas entre eventos; forma la parte física del modelo, y no el diseño gráfico de la fórmula.

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad d\tau^2 = -\frac{ds^2}{c^2} \quad \text{para una trayectoria de tipo tiempo} \qquad (1.6)$$

Por consiguiente, la propuesta de introducir tiempo adicional requiere una verificación independiente. Es necesario especificar los datos iniciales, la regla de evolución y las condiciones bajo las cuales se determina la solución de manera única y estable. El simple hecho de agregar otro

término negativo a un intervalo no garantiza estas propiedades. Estos modelos se pueden estudiar matemáticamente, pero su validez física no se deriva de la capacidad de escribir la métrica. El mismo principio se aplica a los espacios de dimensiones variables: primero tenemos que averiguar qué es exactamente lo que está cambiando, cómo la transición afecta a los estados de campo, y cómo se comparan las observaciones en ambos lados de la transición. Sin estas aclaraciones, la fórmula sigue siendo una designación de un problema que aún no se ha resuelto.

El cono de luz conecta visualmente el signo del intervalo con la trayectoria permisible del reloj (figura 5).

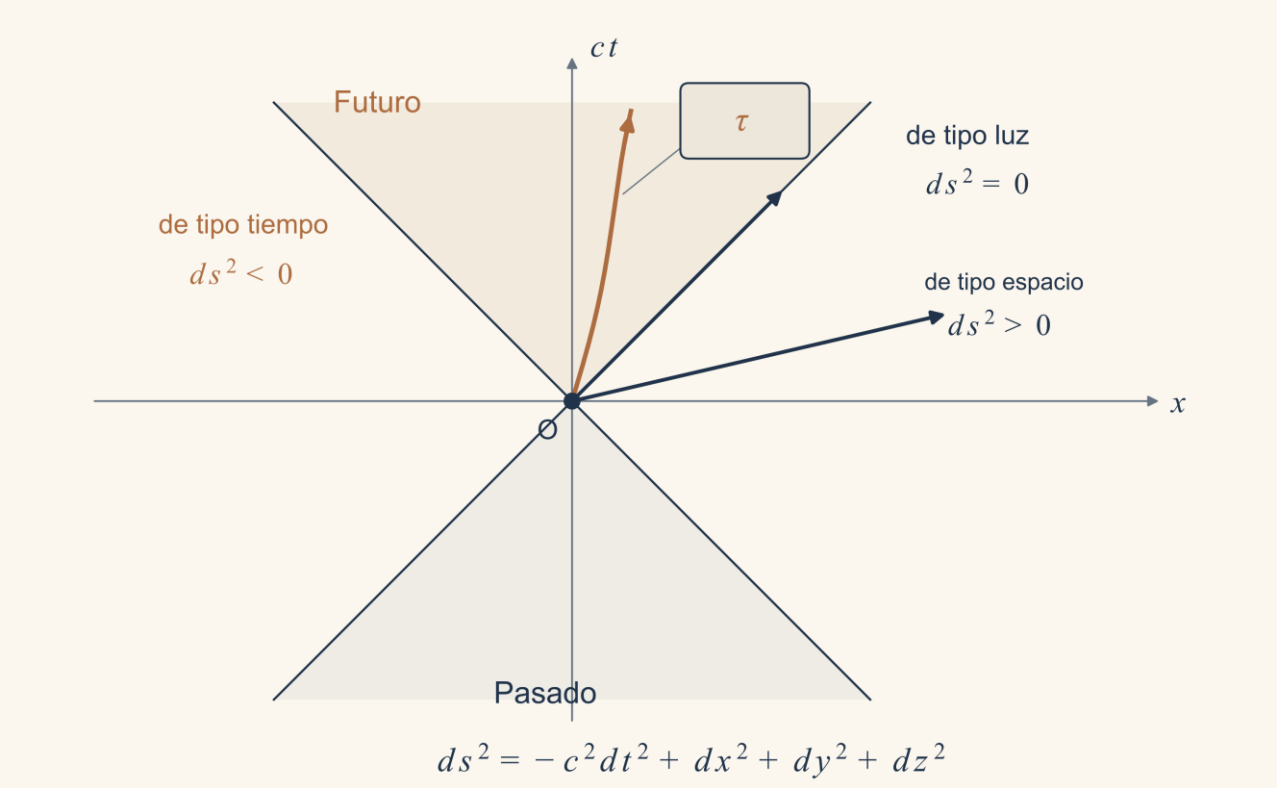


Figura 5. Proyección del espacio-tiempo en una coordenada espacial y ct. Las direcciones de la luz forman el límite entre el futuro y el pasado; la línea temporal del mundo pasa dentro del cono y permite lecturas de su propio reloj. La dirección espacial se encuentra fuera del cono. Los signos de intervalo corresponden a la firma aceptada en el texto (−, +, +, +). El diagrama muestra la clasificación de intervalos, no la trayectoria medida del instrumento.

La descripción espacial se asocia ahora con relaciones verificables: distancias, espectros, tiempos de transmisión y cierre de operaciones. Un resultado inusual debe indicar cuál de estas relaciones ha cambiado. El siguiente capítulo presenta diferentes formas de evaluar la dimensionalidad y muestra por qué un solo objeto puede recibir diferentes puntuaciones numéricas dependiendo de la dimensión elegida.

Capítulo 2 ¿Cómo se mide la dimensión?

El volumen como respuesta al aumento de escala

La forma más visual de estimar la dimensionalidad comienza con una región en crecimiento. A lo largo de una línea recta, la longitud de un segmento aumenta en proporción a su radio; en un plano, el área de un disco crece como el cuadrado del radio, y en el espacio tridimensional ordinario, el volumen de una bola crece como un cubo. El significado general es el mismo: qué tan rápido llegan las posiciones disponibles a medida que aumenta la distancia permitida. El experimento requiere determinar la distancia, el centro del área y cómo medir su volumen. Si se cuentan partículas o sensores en lugar de volumen, se necesitará adicionalmente un modelo de su densidad de distribución. De lo contrario, la población heterogénea del espacio puede confundirse fácilmente con la dimensión inusual del espacio mismo.

$$d_V(\ell) = \frac{d\ln[V(\ell)/V_0]}{d\ln(\ell/\ell_0)}, \qquad V(\ell) = A\ell^D \;\Rightarrow\; d_V = D \qquad (2.1)$$

Las cantidades de referencia en los logaritmos son necesarias para que sus argumentos sean adimensionales; después de la diferenciación, las constantes desaparecen. La designación dV aquí significa la dimensión volumétrica operativa en la escala seleccionada. No es un sinónimo automático para la dimensión estricta de Hausdorff. Este último se determina a través de la cobertura del conjunto por áreas arbitrariamente pequeñas y el límite correspondiente. En un espacio suficientemente regular con una medida adecuada, ambos enfoques pueden ser consistentes. Sin embargo, un dispositivo real opera en un rango finito, y la derivada caracteriza precisamente este rango. Por lo tanto, el número 2.7, obtenido de varias escalas, primero debe leerse como una tasa de crecimiento medida y solo entonces debe determinarse su estado geométrico.

La determinación de la dimensión volumétrica comienza con simples leyes de crecimiento de la medida (Fig. 6).

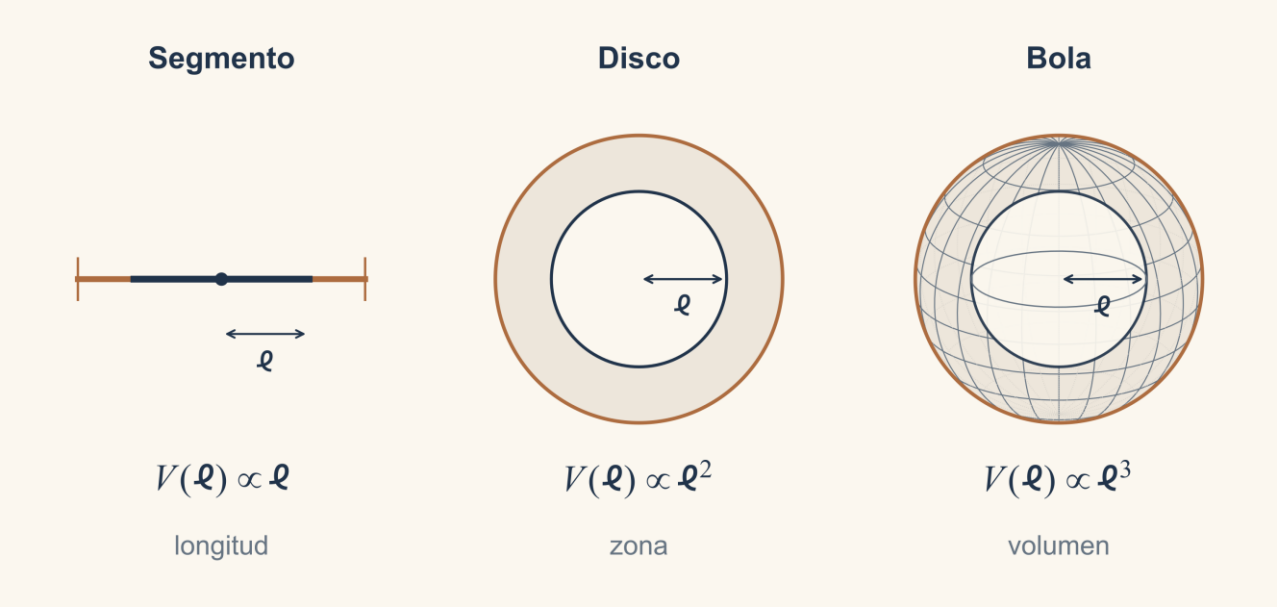


Figura 6. Regiones euclidianas de referencia con radio característico creciente: segmento, disco y bola. Sus medidas crecen en consecuencia como el primer, segundo y tercer grado de escala. El área más pequeña se resalta con un contorno oscuro, el más grande con un contorno de cobre. Estos ejemplos matemáticos explican la definición de exponente volumétrico; no son una observación de la dimensión del espacio real o el resultado de un experimento específico.

Incluso una esfera lisa le permite obtener un indicador que depende del radio del área. El área del disco geodésico se calcula utilizando la siguiente fórmula. En un radio pequeño es casi igual al área de un círculo plano, y cuando cubre toda la esfera deja de crecer. Si aplica la derivada logarítmica sin comprobar el rango, el indicador comenzará a disminuir. En este caso, la superficie no se convierte en una línea: se reduce la capacidad de expandir el disco en el objeto final. El ejemplo muestra por qué la desviación de un número entero no es suficiente para descubrir la geometría fraccional. Las contribuciones de curvatura, tamaño finito y reglas de selección de región deben evaluarse por separado.

$$A(r) = 2\pi R^2[1 - \cos(r/R)], \qquad 0 < r < \pi R \qquad (2.2)$$

$$d_V(r) = \frac{r}{R}\cot\left(\frac{r}{2R}\right) \qquad (2.3)$$

Diferenciar el área da la última igualdad. Cuando r/R → 0 el indicador tiende a dos, y cuando cubre toda la esfera - a cero. La figura 7 muestra ambas relaciones juntas: el área se satura, por lo que su pendiente logarítmica disminuye. El número de direcciones de superficie local sigue siendo igual a dos en todo el ejemplo.

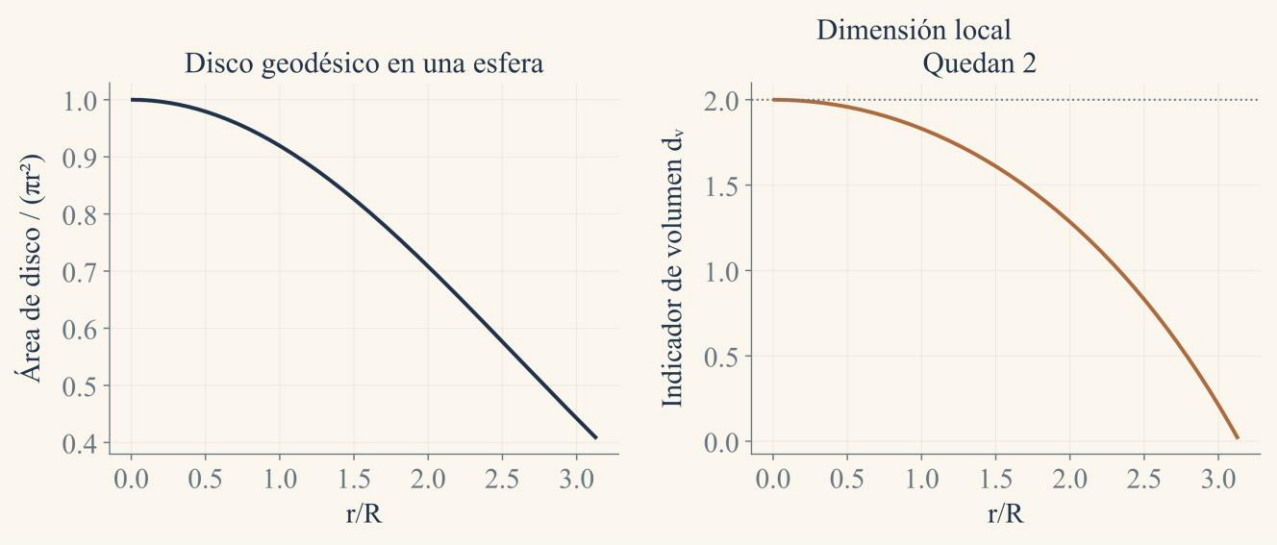


Figura 7. Discos geodésicos en una esfera lisa. A la izquierda, el área está relacionada con el área de un círculo plano del mismo radio geodésico; a la derecha, se calcula su pendiente logarítmica. El cambio en el indicador es causado por la curvatura y el tamaño finito. Este es un ejemplo geométrico exacto, y no un registro de cambios en la dimensión del espacio físico.

Probabilidad de retorno como sonda de espacio accesible

El segundo método examina la propagación de una perturbación inicial. Considere la difusión ordinaria en espacio plano infinito, inicialmente absorbiendo el coeficiente de difusión en el parámetro σ. Entonces σ tiene dimensiones de área, y la ecuación involucra al Laplaciano sobre coordenadas espaciales. La distribución inicial se concentra en un punto. La solución gaussiana tiene un ancho que crece como la raíz cuadrada de σ. En esta etapa, σ es un parámetro de un proceso matemático. Para identificarlo con el tiempo de laboratorio, se debe suministrar un mecanismo de propagación específico y restablecer el coeficiente de difusión correspondiente. En la geometría cuántica, tal interpretación física a menudo está ausente por completo.

$$\partial_\sigma K = \nabla^2 K, \qquad K(x, x_0; \sigma) = \frac{\exp\left[-|x - x_0|^2/(4\sigma)\right]}{(4\pi\sigma)^{D/2}} \qquad (2.4)$$

En el punto de partida, el exponente es igual a la unidad, por lo que queda una potencia simple del parámetro de difusión. En el espacio continuo estamos hablando de la densidad de probabilidad de retorno, ya que la probabilidad de golpear exactamente un solo punto matemático suele ser cero. El dispositivo utiliza un pequeño volumen de recepción en lugar de un punto, y el cálculo debe tener en cuenta su tamaño. La dimensión espectral se deriva de la tasa de disminución de esta densidad. La sustitución de una solución gaussiana devuelve inmediatamente la dimensión habitual D. Es esta comprobación la que hace que la definición sea significativa: reproduce un resultado familiar donde la geometría y la ley de propagación se conocen de antemano, y luego se pueden transferir a operadores más complejos.

$$P(\sigma) = K(x_0, x_0; \sigma), \qquad d_s(\sigma) = -2\frac{d\ln[P(\sigma)/P_0]}{d\ln(\sigma/\sigma_0)} \qquad (2.5)$$

En un espacio no homogéneo, el retorno puede depender del punto de partida. A continuación, debe elegir explícitamente la medición local o el promedio de volumen. Para una región compacta, la traza de calor promedio se determina por la suma de las contribuciones de todos los modos propios del operador de propagación. Si el operador no es el generador de un proceso probabilístico, el nombre "probabilidad de retorno" se convierte en sólo una analogía: la dimensión espectral todavía se puede determinar a partir de la traza positiva, pero el núcleo individual puede no tener un significado probabilístico. La diferencia es especialmente significativa para las derivadas espaciales más altas. La interpretación confiable comienza con la especificación del operador y sus propiedades, y no con un solo valor numérico del indicador.

La tasa de propagación aleatoria y la relación entre las definiciones

La probabilidad de retorno indica la rapidez con la que la perturbación abandona la región original, pero no indica qué tan lejos se propaga. Para hacer esto, mida el cuadrado promedio de la distancia desde el principio. Con etapas simétricas independientes, los productos mezclados desaparecen después de promediar, y se añaden los cuadrados medios de las etapas individuales. Por lo tanto, el resultado es proporcional al número de pasos. En el ejemplo gaussiano continuo, la integración da el cuadrado medio de la distancia igual al producto de 2D y el parámetro σ. Esta es la difusión normal. Si el cuadrado promedio está creciendo de manera diferente, debe determinar el exponente de caminata por separado y luego compararlo con el exponente de retorno.

$$\langle r^2(\sigma)\rangle = 2D\sigma, \qquad d_w = 2\left[\frac{d\ln\langle r^2\rangle}{d\ln\sigma}\right]^{-1} \qquad (2.6)$$

El exponente dw se llama la dimensión del paseo. Con la difusión ordinaria es igual a dos. Si una nube que se extiende queda atrapada en trampas, su radio característico puede aumentar más lentamente y el exponente aumenta. Pero este comportamiento no requiere cambiar el número de direcciones geométricas: es suficiente cambiar la dinámica. El movimiento balístico, por el contrario, tiene una ley de crecimiento diferente, y la interpretación de difusión debe aplicarse con precaución. Además, el cuadrado medio puede estar mal definido con colas pesadas de la distribución. En este caso, debe elegir otra medida estable de ancho y restablecer la conexión entre esta medida y la derivación geométrica.

La Figura 8 compara el retorno a la fuente y la distancia de propagación.

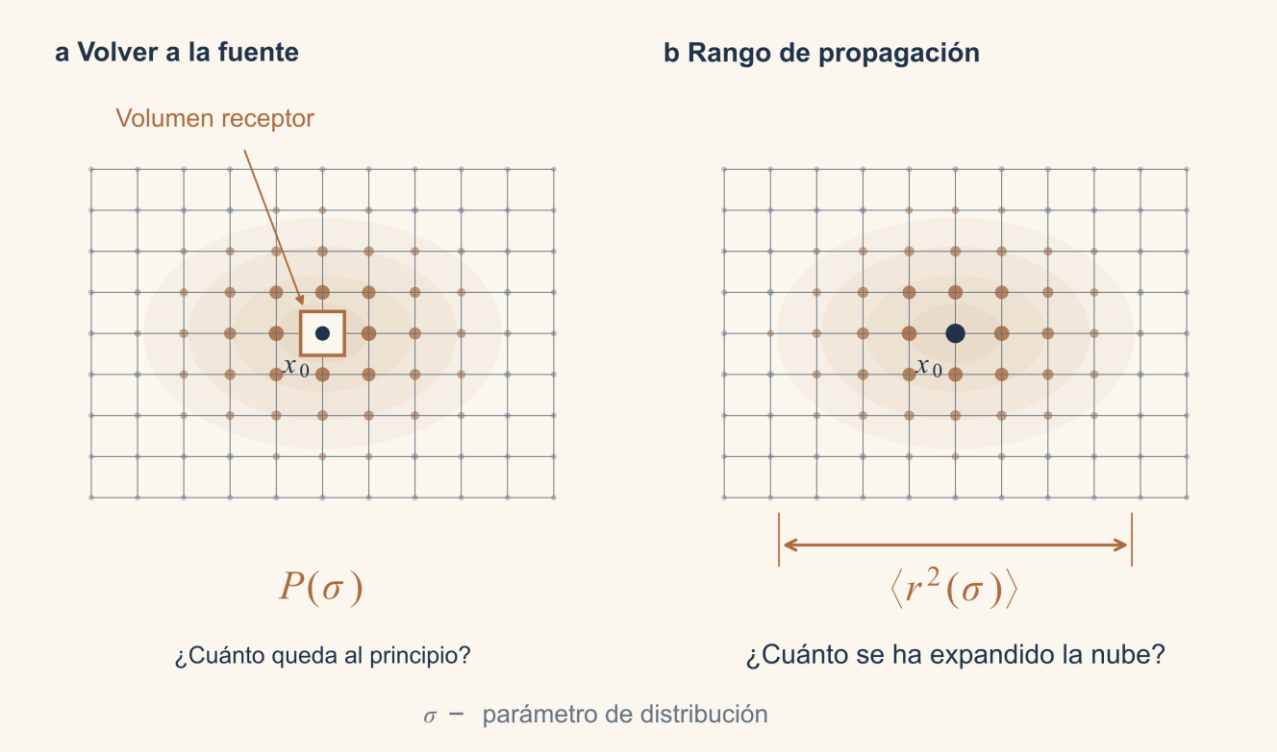


Figura 8. Una sola perturbación de propagación permite diferentes protocolos de lectura. A la izquierda, un pequeño volumen de recepción cerca de la fuente resalta el retorno; a la derecha, la distribución espacial caracteriza el ancho de la nube. La cuadrícula y la intensidad se representan cualitativamente, sin lecturas experimentales y una escala numérica. El parámetro σ se refiere al modelo de propagación; su traducción al tiempo de laboratorio requiere un coeficiente de transferencia y calibración dados.

La conexión entre los tres indicadores se puede deducir bajo prerrequisitos adicionales. Que el radio característico crezca como una potencia de σ, el volumen de la región accesible como una potencia del radio, y la distribución sea lo suficientemente uniforme como para que el retorno sea inversamente proporcional a este volumen. La sustitución sucesiva da la relación dada. Es útil como una verificación de consistencia, pero no es idéntico para todos los entornos. La heterogeneidad, las escalas múltiples, las trampas y la elección diferente de la medida violan los supuestos iniciales. Por lo tanto, un resto distinto de cero en la fórmula de la derecha significa en primer lugar el fallo de la descripción conjunta elegida. La transición a una declaración de nueva física requiere la eliminación de razones más comunes para la discrepancia.

$$r \sim \sigma^{1/d_w}, \quad V(r) \sim r^{d_V}, \quad P \sim V^{-1} \Rightarrow d_s = \frac{2d_V}{d_w}, \qquad \Delta = d_s d_w - 2d_V \qquad (2.7)$$

Espectro de vibración como otro registro de la misma información

La medición de los rendimientos no tiene que hacerse utilizando un paseo aleatorio real. Si se conocen los valores propios del operador positivo L, la traza de calor puede construirse directamente. Cada modo hace una contribución exponencial, y el parámetro σ determina qué

escalas espectrales son perceptibles. Los valores propios grandes se suprimen rápidamente a medida que aumenta σ. Para el laplaciano, su dimensión corresponde al cuadrado inverso de la longitud. La normalización al volumen hace que el resultado sea comparable para áreas de diferentes tamaños. En el laboratorio, los valores propios se pueden reconstruir a partir de frecuencias resonantes, pero solo después de establecer la ley de dispersión: la frecuencia y el valor propio del operador espacial no son el mismo objeto.

$$L\psi_n = \lambda_n \psi_n, \qquad P(\sigma) = \frac{1}{V}\sum_n e^{-\sigma \lambda_n} \qquad (2.8)$$

Para una región suave y un Laplaciano ordinario, el número de modos por debajo de un umbral grande está relacionado con el volumen y la dimensión. Este es el contenido de la ley de Weyl; la forma del límite influye en las correcciones posteriores, y el término principal especifica el crecimiento de la ley de poder. En la notación anterior, ωD significa el volumen de una bola D-dimensional, y Λ es el umbral de los valores propios. La fórmula hace una transición importante de la geometría a la espectroscopia: la dimensionalidad se refleja en la rapidez con que se agregan nuevos modos a medida que el rango de frecuencia se expande. Pero la aplicabilidad del término principal requiere un rango suficiente, condiciones límite adecuadas y separación de grados internos adicionales de libertad del campo medido. [2]

$$N(\Lambda) \sim \frac{V\,\omega_D}{(2\pi)^D}\,\Lambda^{D/2} \qquad (2.9)$$

Aquí surge una sutileza que es importante para el futuro proyecto experimental. La densidad espectral y la traza de calor calculadas a partir del mismo conjunto de modos no son dos confirmaciones completamente independientes. Estas son dos representaciones de la misma información. Su acuerdo es útil para verificar los cálculos, pero no elimina el error compartido en la definición del operador. La independencia se mejora cuando la espectroscopia se acopla con la propagación directa del pulso o con la medición geométrica del volumen. Si ambos procedimientos utilizan la misma calibración de frecuencia y la misma relación de dispersión supuesta, sus errores pueden coincidir. Un resultado convincente depende de la estructura de las dependencias entre los datos, y no del número de gráficos construidos.

Tres nodos desde el circuito hasta la medición

Antes de pasar a la red grande, es útil trabajar con una pequeña en su totalidad. Sean designados tres depósitos idénticos por los números 0, 1 y 2. El primero está conectado al segundo, el segundo al tercero. La intensidad de transferencia a lo largo de cada borde es igual a $r_0 = 1\ s^{-1}$. Si los valores en nodos adyacentes son iguales, no hay transferencia entre ellos; si es diferente, el flujo es proporcional a la diferencia.

$$\dot{x}_0 = -r_0(x_0 - x_1), \quad \dot{x}_1 = -r_0(2x_1 - x_0 - x_2), \quad \dot{x}_2 = -r_0(x_2 - x_1) \qquad (2.10)$$

Es conveniente escribir estas tres ecuaciones en una sola línea: = −Lx. La matriz L contiene en la diagonal la suma de las intensidades de conexión de un nodo dado, y fuera de la diagonal - la

intensidad de conexión con un signo menos. Cada fila tiene una suma igual a cero: el estado uniforme no cambia. La matriz aquí simplemente almacena las reglas de transferencia ya escritas.

$$L_A = r_0 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2.11)$$

Si en el memento inicial se inserta una unidad solo en el nodo j, el estado después del tiempo t da la columna j de la matriz. K(t) = exp(−Lt). El elemento K_ij responde a una pregunta específica: ¿qué fracción de la perturbación inicial alcanzó el nodo i? El promedio de los tres elementos diagonales da el retorno promedio P(t). Este es un protocolo diferente que requiere acceso a los tres estados iniciales y las salidas correspondientes.

Una segunda forma conveniente de datos es la suma exponencialmente ponderada de la respuesta temporal. El parámetro positivo s tiene unidades de tiempo recíprocas. Al suprimir más fuertemente las lecturas tardías, se puede cambiar la sensibilidad a procesos rápidos y lentos.

$$G(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, K(t)\, dt = (sI + L)^{-1}, \qquad s > 0 \qquad (2.12)$$

$$G_A(r_0) = \frac{1}{8r_0} \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad (2.13)$$

El resultado se comprueba mediante la multiplicación ordinaria: $(r_0 I + L_a)G_a(r_0) = I$. La columna central corresponde a la excitación del nodo 1. La respuesta ponderada en el propio nodo es igual a 0.5 s, En cada extremo - 0.25 s. La matriz inversa ahora tiene un significado de medición, y cada uno de sus elementos está asociado con un par específico de entrada y salida.

Es útil detenerse en este punto y reconstruir una fila L a partir del diagrama, y luego leer una columna G como resultado del experimento. Para capítulos posteriores, esta correspondencia es más importante que la habilidad de invertir matrices grandes manualmente.

Una preparación del nodo central permite leer literalmente la columna central de la matriz de respuesta (Figura 9).

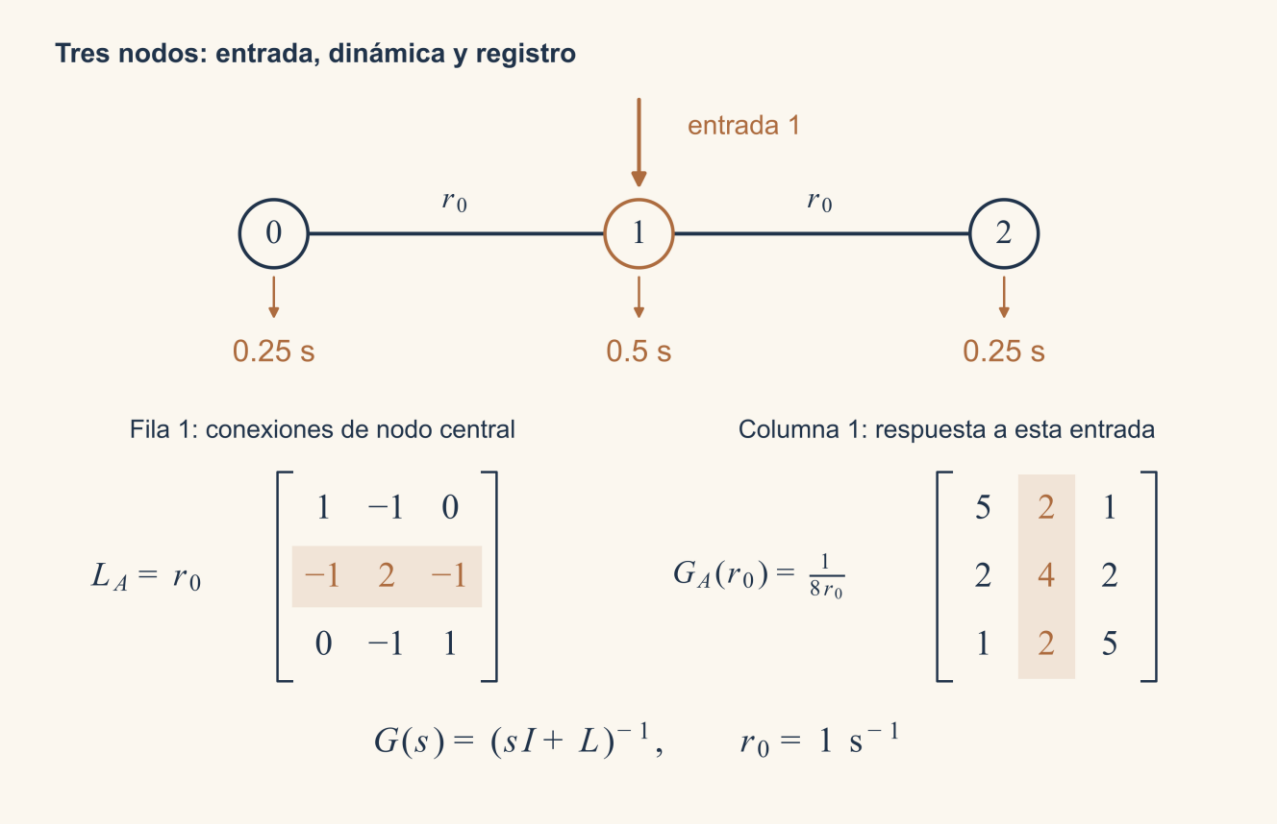


Figura 9. Una cadena con intensidades iguales $r_0 = 1\ s^{-1}$ conecta la preparación física con las matrices modelo. La fila central L_a codifica ambos enlaces de nodo 1; La columna central $G_a(r_0)$ especifica las respuestas ponderadas exponencialmente cuando este nodo está excitado. Los resultados son 0.25 s, 0.5 s y 0.25 s. El color cobre resalta el canal seleccionado y su entrada en la matriz, en lugar de la conexión de red adicional.

Mismas dimensiones para diferentes redes

Vamos a cambiar la estructura del mismo triplete. Debilitaremos las conexiones 0-1 y 1-2 a $r_0/3$, y añadir una conexión entre nodos 0 y 2 $4r_0/3$. El resultado es el triángulo B. En el circuito A no hubo transición directa 0-2. El número de aristas y sus pesos son diferentes, por lo que estos son dos dispositivos diferentes con números de nodo prefijados.

$$L_B = \frac{r_0}{3}\begin{pmatrix} 5 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{spec}L_A = \mathrm{spec}L_B = \{0, r_0, 3r_0\} \qquad (2.14)$$

Los valores propios de ambas matrices son los mismos. En consecuencia, la traza de calor y cualquier dimensión calculada solo a partir de ella coinciden. Esta igualdad es válida para todas las t positivas, por lo que expandir la banda o aumentar la precisión de medir únicamente la traza no elimina la ambigüedad.

$$P_A(t) = P_B(t) = \frac{1 + e^{-r_0 t} + e^{-3r_0 t}}{3} \qquad (2.15)$$

$$d_s(t) = \frac{2r_0 t\left[e^{-r_0 t} + 3e^{-3r_0 t}\right]}{1 + e^{-r_0 t} + e^{-3r_0 t}} \qquad (2.16)$$

Un espectro compartido no dice nada acerca de cómo los vectores propios correspondientes se distribuyen sobre los nodos etiquetados. La información que distingue a las redes permanece aquí. Si el nodo central 1 está excitado y se mide su respuesta, las dos redes producen diferentes funciones:

$$K_{11}^{A}(t) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}e^{-3r_0 t}, \qquad K_{11}^{B}(t) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}e^{-r_0 t} \qquad (2.17)$$

Valor observado	Circuito A	Triángulo B
Devolución media P en t = 1 s	0.472556	0.472556
Índice espectral d_s en t = 1 s	0.729707	0.729707
Retorno local K_{11} en t = 1 s	0.366525	0.578586
Respuesta de Laplace G_{11} en s = 1 s^{-1}	0.500000 s	0.666667 s

La Figura 10 muestra el mismo índice espectral y el mismo experimento discriminativo local. Deje que el error de medición absoluto establecido independientemente K_{11}(1 s) No excederse 0.02. A, un intervalo de aproximadamente 0.347-0.387 es aceptable, ya que B - 0.559-0.599. No se cruzan. En una clase dada de dos modelos dados, una de tales observaciones adicionales es suficiente. Con un error del orden de la mitad de la diferencia, alrededor de 0.106, Los intervalos comienzan a tocarse.

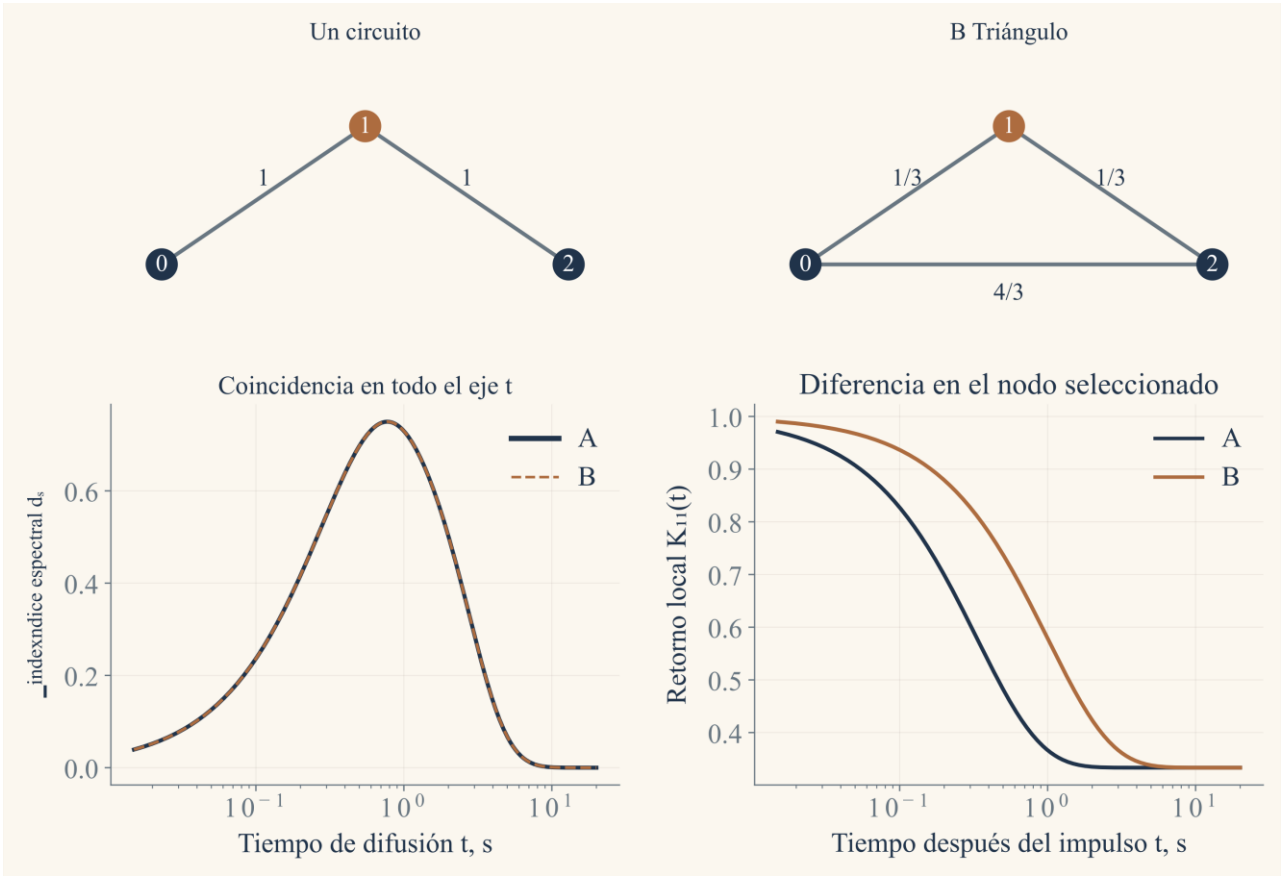


Figura 10. Dos redes diferentes con los mismos valores propios: 0, 1 y 3 s^{-1}. El indicador d_s coincide en todo el eje temporal; el panel inferior izquierdo muestra la coincidencia de las curvas en el intervalo finito 0.015-20 s. La respuesta local al impulso en el nodo 1 es diferente. Los pesos de los diagramas se expresan en unidades de $r_0 = 1$ s^{-1}. Todas las curvas se calculan a partir de las matrices indicadas.

Este resultado tiene un límite preciso. Distingue entre los dos dispositivos nombrados en nodos conocidos, intensidades y límites de error. Una red desconocida arbitraria sigue siendo un problema inverso mucho más difícil. Sin embargo, ya está claro aquí qué información se pierde promediando y por qué una verificación adicional debería referirse a datos que realmente no están presentes en el primer indicador. El script foundations.py reproduce las matrices, tabla y figura.

Cómo un aparato finito crea un cambio espurio en la dimensión

Considere una red conectada finita de N nodos con un gráfico combinatorio simétrico laplaciano. Para un parámetro muy pequeño σ, los exponentes son casi iguales a la unidad, y la traza normalizada se aproxima a la unidad. Su pendiente logarítmica se acerca a cero. Para σ muy grande, solo queda el modo cero, correspondiente a una distribución uniforme; la traza se aproxima al número inverso de nodos, y la pendiente se aproxima de nuevo a cero. Entre estos límites puede haber una región donde aparece la geometría de la red. Por lo tanto, dos regiones de baja dimensión espectral surgen incluso en una discretización finita completamente ordinaria del espacio. No son evidencia de una desaparición fundamental de las dimensiones.

$$P_N(\sigma) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\sigma \lambda_n}, \quad \lambda_0 = 0; \qquad P_N(0) = 1, \quad P_N(\infty) = \frac{1}{N} \qquad (2.18)$$

El límite inferior del rango útil se establece por la discretización o resolución del dispositivo, el límite superior por el tamaño del sistema, los límites y el tiempo para lograr el equilibrio. Estos límites deben modificarse independientemente de la escala física prevista. Por ejemplo, aumentar el número de nodos mientras se mantiene el tamaño del paso debería hacer retroceder el efecto de tamaño total, mientras que disminuir el tamaño del paso mientras se mantiene el volumen físico cambia el efecto de discretización. Si la transición de interés se mueve junto con el parámetro técnico, su interpretación física se debilita. Esta es la razón por la cual una serie de configuraciones o cuadrículas numéricas de diferentes tamaños a menudo son más informativas que una sola configuración con una curva más suave. La estabilidad del resultado debe verificarse por el significado de la escala, y no solo por la similitud externa de los gráficos.

La derivada logarítmica también aumenta el ruido. Los valores de dimensión adyacentes obtenidos de la misma curva suavizada están normalmente correlacionados y no representan observaciones independientes. El suavizado excesivo puede crear una meseta, y el suavizado insuficiente puede crear muchas transiciones falsas. Es más fiable ajustar simultáneamente los valores de entrada en varios modelos razonables, evaluar la robustez del ancho de ventana y almacenar información sobre las covarianzas de error. Para caminatas discretas, se agregan efectos de paridad: algunas redes solo permiten regresar después de un número par de pasos. Un parámetro de propagación continua ayuda a eliminar dicha estructura técnica, pero no reemplaza el análisis de otras influencias sistemáticas.

El rango de escala útil se encuentra entre los dos límites del aparato finito (Fig. 11).

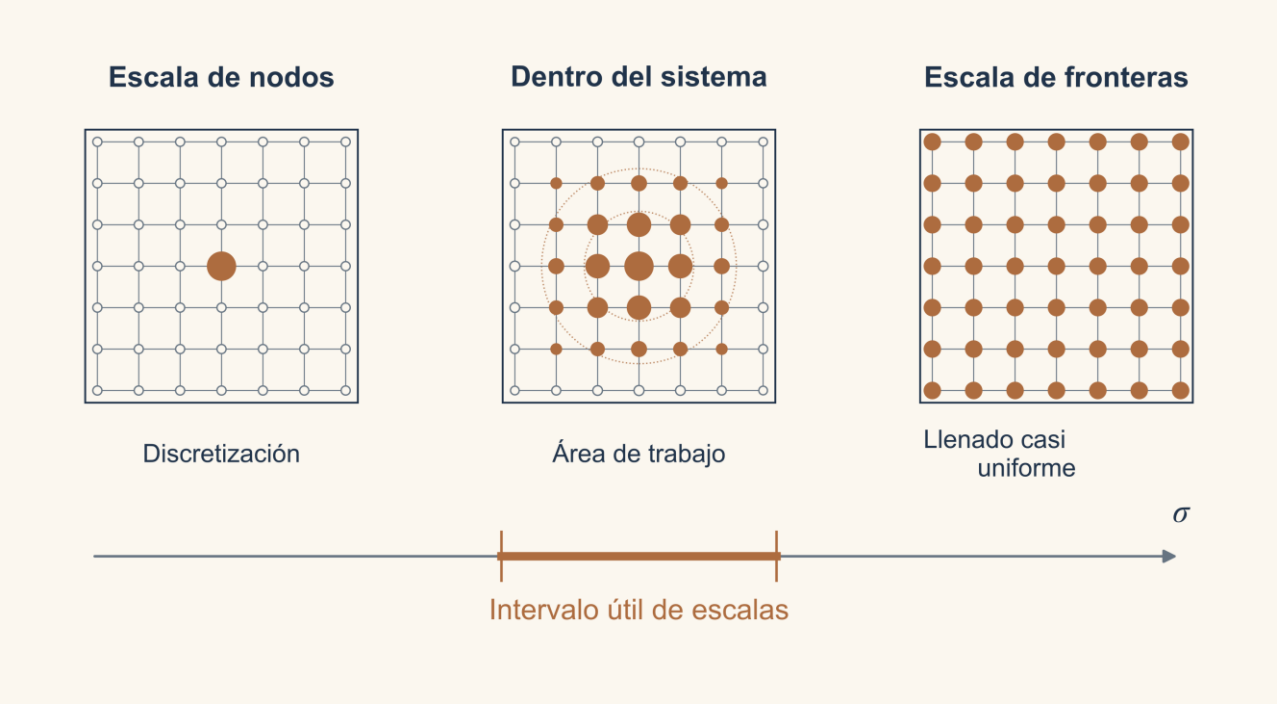


Figura 11. Tres modos cualitativos de una red finita: la influencia de un nodo individual, la propagación dentro del sistema y el llenado casi uniforme después de alcanzar los límites. Ni la dimensión ni los límites de la ventana útil se estiman numéricamente aquí. El área resaltada entre los modos extremos nos recuerda que la búsqueda de escala requiere simultáneamente tener en cuenta la discretización de la instalación, su tamaño finito y la precisión de la reconstrucción de la señal original.

Una especificación de medición en lugar de un número atractivo

El resultado completo de la estimación de dimensionalidad debe contener más que el valor central y el término de error. Debe especificar el objeto, la medida de volumen seleccionada, el operador de propagación, las distancias utilizadas y el rango de escala. Luego se enumeran las premisas que relacionan las cantidades medidas directamente con la derivación geométrica. Por ejemplo, el espectro de un resonador se convierte en información sobre el espacio solo si se conoce la ley de propagación dentro de él. En presencia de un entorno, el resultado caracteriza principalmente el sistema de articulación “geometría y entorno”. Esto no invalida la medición. Por el contrario, una descripción precisa de un objeto le permite compararlo con otra instalación y ver si el indicador detectado realmente se relaciona con una propiedad general del espacio.

Para el análisis conjunto de las dimensiones volumétricas y espectrales, es especialmente importante coordinar la escala. El parámetro de difusión no es igual al radio del área; su relación se deriva de la ley de propagación medida. Si asumimos de antemano la difusión normal en un sistema con dinámica anómala, la comparación de indicadores ya estará sesgada en la etapa de construcción del eje horizontal. También se debe revisar la anisotropía. El mismo promedio puede ocultar una transferencia rápida en una dirección y una transferencia lenta en otra. Por lo tanto, antes de promediar, es útil examinar la respuesta en direcciones y averiguar si el efecto observado es una combinación de varios canales comunes, pero desiguales.

Por lo tanto, la dimensión se convierte en el resultado de una cierta pregunta al sistema. El método volumétrico pregunta cuánto espacio disponible aparece a medida que aumenta el radio; espectral: cómo se organizan los modos del operador seleccionado; método de caminata: qué tan rápido se propaga la perturbación. En el modo habitual, las respuestas son consistentes y le permiten hablar en un número. En el límite de aplicabilidad de este régimen pueden divergir. Es la discrepancia que es de interés para la investigación si persiste después de los controles técnicos. Pero todavía no indica la única nueva teoría. El siguiente paso es estudiar los mecanismos existentes que ya conducen a este comportamiento con el fin de aislar el efecto desconocido del escenario matemático conocido.

Capítulo 3 Cuando la dimensión depende de la escala

Transición del número a la función

Este capítulo se puede leer de dos maneras. La ruta principal pasa por la pregunta de la primera sección y la conclusión comparativa de la última. Las secciones intermedias explican cómo surge la dependencia de escala en diferentes teorías; requieren una preparación más especializada y sirven como un mapa de requisitos previos para una lectura computacional.

Si la dimensión está determinada por la ley de escala, es natural preguntarse si esta ley sigue siendo la misma al cambiar la resolución. La respuesta no tiene que ser positiva. Una región larga y estrecha puede parecer unidimensional a un proceso que no distingue su estructura transversal, sino multidimensional a longitudes de onda más cortas. Incluso un ejemplo tan simple muestra que la transición entre indicadores en sí misma no requiere gravedad cuántica. Una posibilidad más radical es que la escala característica cambie en la geometría fundamental misma o su dinámica. Es esta posibilidad la que se discute bajo el nombre de flujo dimensional. El término denota dependencia en la escala del estudio, en lugar de necesariamente cambiar el mundo con el tiempo del calendario.

Para el análisis inicial, es conveniente escribir una interpolación suave entre dos valores límite. En la siguiente fórmula, dIR denota el indicador en longitudes largas, dUV - en longitudes cortas, ℓ* especifica la transición característica, y el parámetro positivo p determina su nitidez. Tal registro es una parametrización de datos posibles. No contiene un mecanismo que obligue a la naturaleza a elegir esta función en particular. A partir de él se puede calcular la curva, estimar los parámetros y comparar la precisión del ajuste, pero no se puede derivar la teoría cuántica del espacio. La distinción entre una fórmula para describir una observación y una ley derivada de premisas físicas debe mantenerse durante todo el trabajo de investigación.

$$d(\ell) = d_{\mathrm{IR}} + \frac{d_{\mathrm{UV}} - d_{\mathrm{IR}}}{1 + (\ell/\ell_*)^p}, \qquad p > 0 \qquad (3.1)$$

La utilidad de la interpolación es evidente en la formulación de preguntas comprobables. ¿Hay una escala de transición dentro del rango disponible? ¿Coincide entre diferentes observables? ¿Los datos requieren una transición monótona, múltiples pasos u oscilaciones? Deben identificarse de antemano las explicaciones que puedan competir, ya que una función suficientemente flexible puede describir el ruido y las características técnicas de la instalación. Si el parámetro ℓ* constantemente a medida que cambia la ventana de análisis, hay poca evidencia de escala estable. Si los procedimientos independientes producen valores compatibles, hay una base para un modelo más profundo. Los siguientes ejemplos muestran que gráficos dimensionales similares pueden surgir de premisas significativamente diferentes, y por lo tanto la mera similitud externa no es suficiente.

Geometrías ensambladas a partir de elementos simples

En el enfoque de las triangulaciones dinámicas causales, la geometría se estudia a través de un conjunto de construcciones discretas de simplices con reglas dadas de organización causal. En el trabajo de Ambjrn, Jurkiewicz y Loll, la dimensión espectral de tal conjunto cuántico se calculó utilizando el procedimiento de difusión. En grandes escalas estudiadas, resultó ser compatible con cuatro, y en escalas cortas, con aproximadamente dos. Este es un resultado importante dentro de la definición específica de gravedad cuántica. La "medición" numérica aquí significa medir una propiedad de las geometrías generadas, en lugar de registrar una señal de un detector físico en el espacio circundante. Sustituir estos dos significados crearía una impresión injustificada de un descubrimiento que ya ha tenido lugar. [3]

El valor de este cálculo se puede entender sin prometer un experimento inmediato. Muestra que las reglas para sumar geometrías pueden producir un comportamiento a gran escala diferente del de los bloques de construcción individuales. Entonces surge la cuestión del límite continuo. Si los bloques se hacen más pequeños y más numerosos, ¿sobrevive la estructura de interés a un cambio apropiado de parámetros? Sin esta comprobación, el resultado puede caracterizar la discretización elegida. Una fotografía proporciona una analogía adecuada: agregar píxeles debería aclarar la imagen en lugar de alterar el objeto arbitrariamente. En geometría cuántica, el problema es más difícil porque cambiar la resolución también cambia los pesos de configuraciones enteras.

Otra dificultad se refiere a la escala física del eje del gráfico. El número de pasos de difusión dentro del modelo no puede ser reemplazado por medidores o la energía del dispositivo sin cálculos adicionales. Es necesario comparar los parámetros internos con los valores observados, determinar la longitud característica y comprobar la dependencia de una sonda específica. Incluso cuando el límite matemático está bien controlado, la comunicación con el experimento sigue siendo un trabajo separado. Por lo tanto, la derivación correcta del flujo numérico de dimensionalidad tiene una forma condicional: si la estructura bajo estudio describe la geometría microscópica del mundo y si la sonda seleccionada está relacionada con lo observable real, entonces se puede buscar el escalado correspondiente. Ambas partes de la condición requieren su propia prueba.

Orden causal en lugar de una cuadrícula de coordenadas ya hecha

Los conjuntos causales parten de un conjunto mínimo diferente de elementos. Se especifican eventos discretos y una relación de precedencia, indicando qué eventos pueden estar en el pasado causal de otros. La relación debe ser consistente con la transitividad, y solo se permite un número finito de elementos intermedios entre dos eventos relacionados. El trabajo original de Bombelli, Lee, Meyer y Sorkin propuso esta estructura como la base del espacio-tiempo microscópico. Las propiedades geométricas deben restaurarse a partir del orden y el número de elementos, y no deben ingresarse mediante coordenadas listas para usar. Esta reorganización de los conceptos originales es interesante precisamente porque hace que la dimensión sea el resultado del análisis de las conexiones, y no un parámetro de entrada obligatorio. [4]

Un estimador utiliza el número de eventos y el número de pares causalmente relacionados dentro de un diamante causal, el área entre dos eventos. Para una distribución de Poisson en el espacio-

tiempo plano, la relación de medias de conjunto está relacionada con la dimensión a través de la función gamma. En la fórmula, C1 denota el número de eventos, C2 el número de pares causales ordenados, y los corchetes denotan el promedio del conjunto. La ecuación se puede invertir y se puede obtener una estimación de la dimensión. Para una muestra pequeña, la sustitución de los números observados por los medios requiere un análisis de sesgo. Esto es significativo: la transformación no lineal del promedio y el promedio del valor transformado no tienen que coincidir en absoluto. [5]

$$\frac{\langle C_2 \rangle}{\langle C_1 \rangle^2} = \frac{\Gamma(d+1)\Gamma(d/2)}{4\Gamma(3d/2)} \qquad (3.2)$$

Abajyan y Carlip estudiaron pequeños subconjuntos de conjuntos causales que se aproximan a los espacios Minkowski de diferentes dimensiones. Encontraron una disminución en la dimensionalidad estimada, con el límite dependiendo del procesamiento de eventos aislados y conjuntos no conectados. Con una regla, el resultado fue un comportamiento de aproximadamente dos, con la otra, aproximadamente cero. Este resultado no debe ocultarse por el bien de una sola historia hermosa. Muestra que la cantidad bajo estudio involucra tanto la estructura del conjunto como la decisión sobre qué datos se consideran geométricamente significativos. Para el futuro instrumento, se deduce un requisito práctico: las reglas para seleccionar eventos y excluir observaciones vacías deben especificarse antes de buscar un valor de dimensión inusual. [5]

La Figura 12 compara la geometría simplicial y el orden causal.

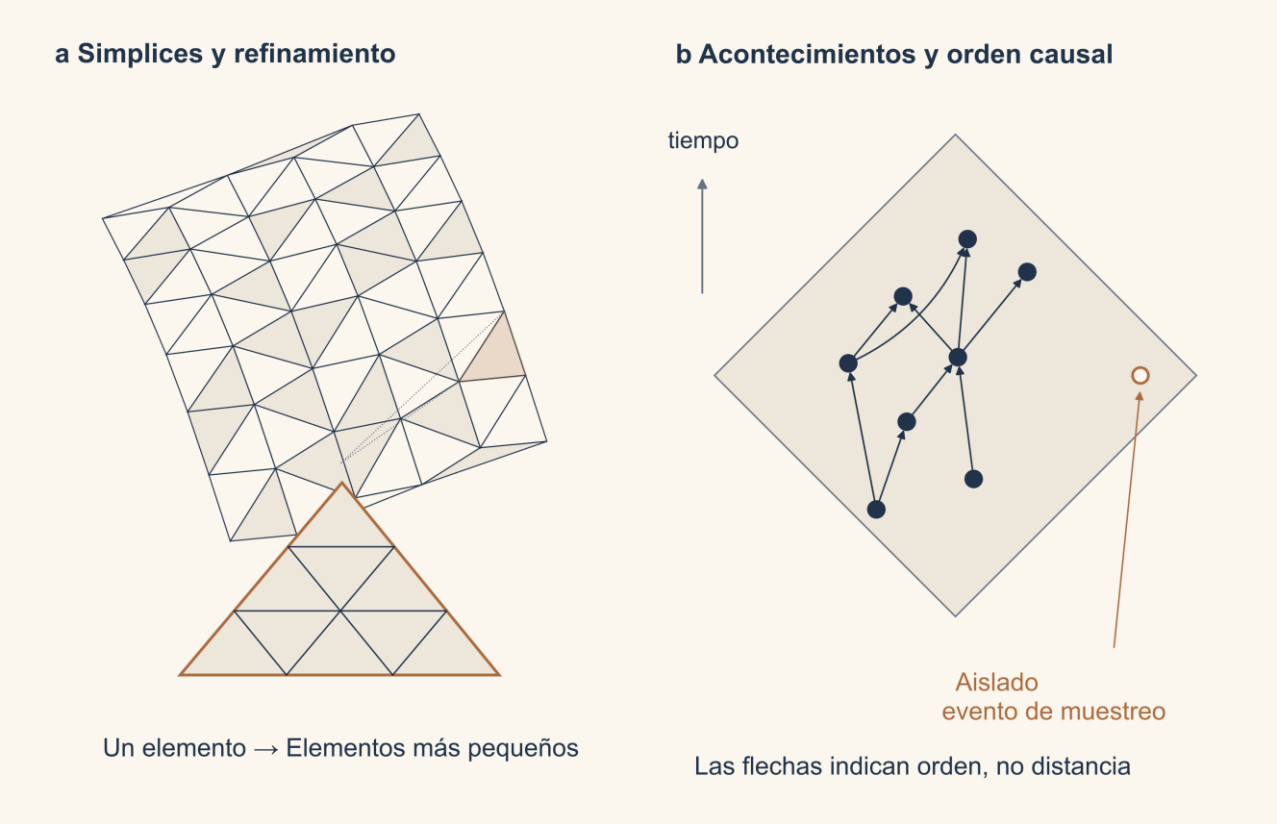


Figura 12. Dos formas diferentes de definir la estructura inicial. A la izquierda, la superficie geométrica se ensambla a partir de elementos triangulares, uno de los cuales se muestra después del refinamiento. A la derecha, los eventos están ordenados por relaciones causales; las flechas marcan las conexiones directas y las transitivas siguen de las cadenas. El evento de cobre vacío es espacialmente similar a todos los demás eventos en esta muestra. Estas son construcciones de entrenamiento, no configuraciones de conjuntos cuánticos o datos medidos.

Reducir la dimensión espectral sin eliminar las coordenadas

El mecanismo de la incrustación anisotrópica es especialmente indicativo. En el trabajo de Petr Hořava, las coordenadas espaciales y el tiempo se escalan en diferentes grados. El índice z caracteriza esta diferencia, y D sigue siendo el número de coordenadas espaciales. La dimensión espectral espaciotemporal resultante es igual a uno más la relación de D a z. Con tres coordenadas espaciales y z igual a tres, el resultado es dos. Los dos ejes del sistema de coordenadas no desaparecen aquí. El comportamiento del operador cambia, a través del cual se determina el indicador espectral. Por lo tanto, la frase “el espacio se vuelve bidimensional” requiere aclaración incluso cuando el cálculo matemático se realiza completamente correctamente y su resultado es estable. [6]

$$\mathbf{x} \mapsto b\mathbf{x}, \quad t \mapsto b^z t, \qquad d_s = 1 + \frac{D}{z} \qquad (3.3)$$

Es conveniente comprobar el resultado de potencia recalculando las variables en la integral espectral. En la notación euclidiana, el número de onda temporal Ω es igual a la frecuencia dividida por c; k denota el número de onda espacial y k* coincide con las unidades. Cuando Ω se sustituye

por una variable dividida por la raíz de σ, la integral de tiempo da el exponente menos una mitad. La sustitución espacial da el exponente menos D dividido por 2z. Sumar los exponentes y tomar la derivada logarítmica devuelve la fórmula anterior. El cálculo establece la dependencia de la traza espectral en el escalado del operador y no determina en sí mismo la propagación causal de la señal real.

$$P(\sigma) \propto \int d\Omega\, d^D k\, e^{-\sigma\left[\Omega^2 + k^{2z}/k_*^{2z-2}\right]} \propto \sigma^{-(1+D/z)/2} \qquad (3.4)$$

Este ejemplo impone una disciplina necesaria en la interpretación. Si un instrumento detecta una densidad de modo inusual, la primera pregunta es si la relación de dispersión del campo ha cambiado. Si el operador contiene derivadas espaciales más altas, su núcleo térmico formal puede no representar una probabilidad de difusión positiva ordinaria, aunque la traza espectral permanece definida. Si se introduce un tiempo de foliación preferido, la simetría relativista observada debe recuperarse en el régimen relevante. Ninguna de estas preguntas prohíbe la investigación. Especifican los cálculos adicionales que separan un modelo matemático de una teoría que puede explicar consistentemente relojes, señales y el movimiento de la materia.

El cambio en el índice espectral puede mostrarse conservando todas las direcciones espaciales (figura 13).

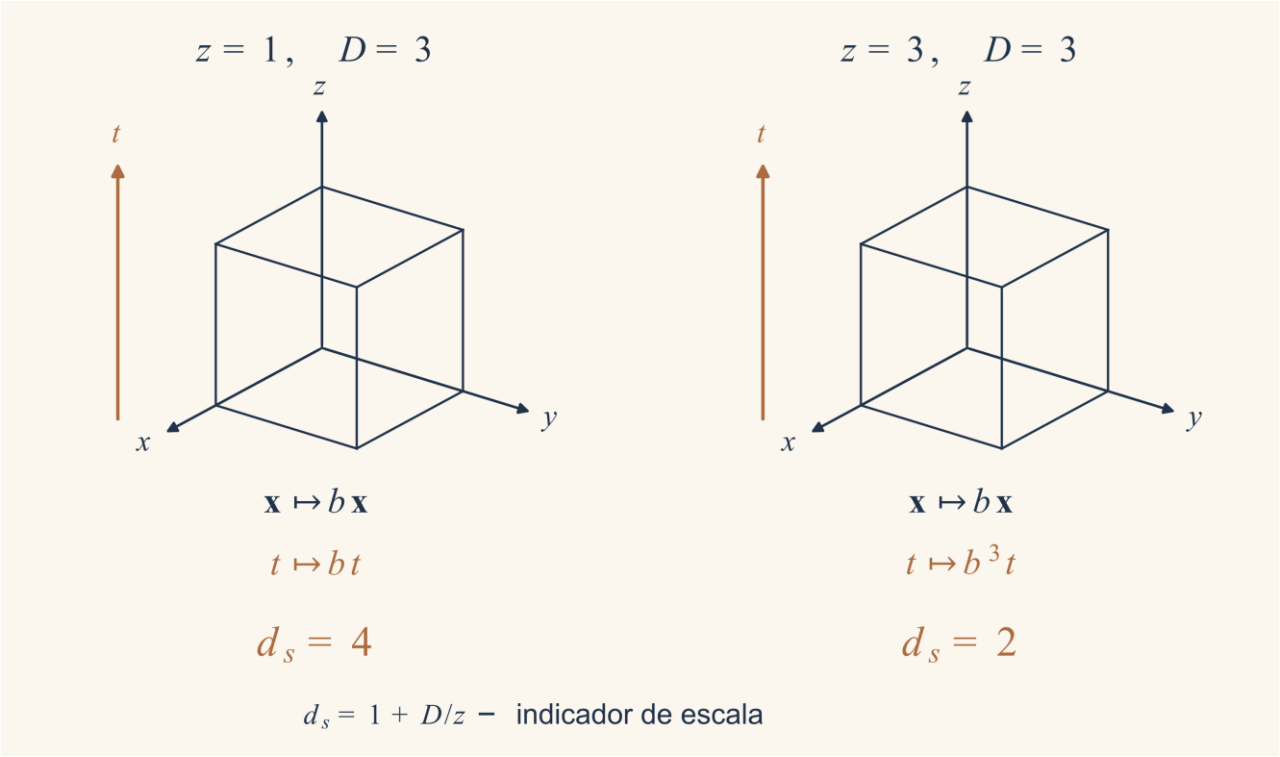


Figura 13. En ambos esquemas, se almacenan tres coordenadas espaciales. La regla de escalado de tiempo es diferente: en z = 1 es coherente con la espacial, y en z = 3 tiene un grado diferente. En el modelo teórico bajo consideración, la fórmula $d_s = 1 + D/z$ da 4 y 2, respectivamente. El segundo resultado no significa la eliminación de ejes espaciales y no representa una propiedad establecida de la naturaleza.

Escala de dependencia de las interacciones

El programa de seguridad asintótica considera la posibilidad de que la interacción gravitacional a altas energías se acerque a un régimen de grupo de renormalización fija no trivial. El trabajo de Lauscher y Reuter muestra cómo, bajo condiciones apropiadas, la dimensión espectral puede pasar de cuatro a dos. Esta es una manera diferente a un indicador similar: el sujeto inicial de la investigación es la dependencia de escala de la dinámica efectiva. Se debe mantener el estado condicional de la salida. La presencia de un resultado acordado en el marco del programa no prueba que la naturaleza implemente este régimen particular de alta energía. Además, no determina automáticamente la forma de medir sus manifestaciones con un dispositivo de laboratorio disponible. [7]

La notación más simple muestra el papel de la escala anómala. En cuatro dimensiones y unidades donde la velocidad de la luz y la constante de Planck reducida son iguales a uno, el acoplamiento gravitacional adimensional puede estar compuesto por la constante de Newton efectiva y el cuadrado de la escala de momento. Su cambio contiene la contribución dimensional habitual y una contribución adicional. η. Si la conexión alcanza un punto fijo distinto de cero, su suma debe ir a cero. Esta condición algebraica explica por qué el comportamiento del operador en momentos grandes puede diferir significativamente de la continuación clásica ingenua. Sin embargo, la existencia del punto deseado y la viabilidad física de toda la trayectoria no se derivan automáticamente de esta línea.

$$g(k) = k^2 G(k), \qquad k\frac{dg}{dk} = [2 + \eta(k)]g(k), \qquad g_* \neq 0 \;\Rightarrow\; \eta_* = -2 \qquad (3.5)$$

La verificación de tales construcciones requiere separar la consecuencia exacta de las instalaciones de la precisión de las propias instalaciones. En los cálculos, a menudo limitamos el espacio de los posibles términos de la acción efectiva, y luego verificamos qué tan robusto es el resultado al expandir la descripción. Incluso la estabilidad de varias aproximaciones no reemplaza una prueba u observación completa, pero puede justificar la continuación del programa. Lo que es importante para el lector es el método de evaluación: aclarar qué parte de la salida depende del truncamiento, qué parte depende de la elección de lo observable y cuál se desprende de la estructura general. Esta lectura es más útil que discutir si un enfoque es una teoría definitiva o un error: entre estos extremos se encuentra gran parte del trabajo de investigación real.

Lo que hay que transferir de la teoría a la observación

Los enfoques considerados obtienen la dependencia de escala de diferentes mecanismos: un conjunto de geometrías, orden causal, ley de dispersión o interacción efectiva. La coincidencia de un número limitante aún no selecciona el mecanismo. En el capítulo 2, dos redes específicas tenían la misma dimensión espectral en todas las escalas, aunque su respuesta local difería.

Para la clase elegida de modelos, el trabajo comienza por lo tanto con un conjunto de observables, en lugar de con un solo indicador. En primer lugar, se calcula un valor que todos los candidatos explican de la misma manera. Luego buscan el efecto donde sus predicciones divergen: cambiando el punto de excitación, la dirección, el tipo de sonda o el rango de tiempo disponible. Un

experimento introductorio de tres nodos completa este procedimiento para dos redes finitas. No establece una distinción experimental entre todos los enfoques cuántico-gravitacionales en este capítulo.

Cuando se mueve al espacio físico, cada dimensión adicional debe estar asociada con el modelo de sonda. Por ejemplo, un parámetro de difusión formal no se convierte en una frecuencia óptica simplemente cambiando la notación. En los capítulos 10-12, dichas transiciones se escribirán para modelos limitados específicos. Primero necesitamos una dirección compacta, un ejemplo en el que el cambio en el conjunto de modos disponibles se pueda rastrear analíticamente.

Capítulo 4 Direcciones ocultas y sintéticas

Dirección que cierra

La dirección adicional no tiene que continuar para siempre. Se puede cerrar como una coordenada a lo largo de un círculo. Si el círculo es pequeño en comparación con la resolución del observador, las diferencias de posición a lo largo de él se vuelven difíciles de discernir. Esto no significa que la coordenada matemática desaparezca. El conjunto de excitaciones disponibles para la energía elegida y el método de observación cambia. El ejemplo más simple está dado por el producto del espacio ordinario y un círculo de radio R. Los puntos con coordenadas y e y más la longitud del círculo se consideran un punto. Esta regla define una dirección compacta sin representar necesariamente un tubo incrustado en un espacio externo aún más alto.

$$\mathcal{M} = \mathbb{R}^D \times S^1_R, \qquad y \equiv y + 2\pi R \qquad (4.1)$$

La idea de combinar interacciones a través de una coordenada adicional tiene una larga historia. El artículo de Oskar Klein de 1926 exploró la conexión de la estructura relativista de cinco dimensiones con la descripción cuántica, incluida la dependencia periódica del campo de una variable adicional. Un hecho histórico es importante para evaluar la novedad: la suposición misma de una dirección cerrada oculta ya no es una hipótesis nueva. La contribución de la investigación moderna debe estar en otra parte: una dinámica coherente, un mecanismo específico de interacción con campos observables, nuevas implicaciones discriminatorias o un método de prueba más sensible. La repetición de un patrón geométrico es útil para el aprendizaje, pero no reemplaza estos pasos adicionales. [8]

La idea de compacidad también ayuda a distinguir lo local de lo global. En una vecindad suficientemente pequeña de un punto, un círculo es similar a una línea, y el producto tiene una dirección espacial más independiente. A escalas que cubren todo el círculo, una mayor ampliación del área no abre nuevas posiciones a lo largo de él. Esto da como resultado un cambio en el indicador volumétrico sin singularidad y sin convertir los puntos en objetos de un tipo diferente. Sin embargo, lo observable específico depende de si los campos bajo estudio pueden moverse a lo largo de una coordenada adicional. Un campo limitado por el subespacio es capaz de no sentirlo directamente en absoluto. Por lo tanto, la geometría y las reglas para el movimiento de los campos deben especificarse juntas.

La dirección compacta se vuelve indistinguible a una resolución aproximada, permaneciendo en el modelo (figura 14).

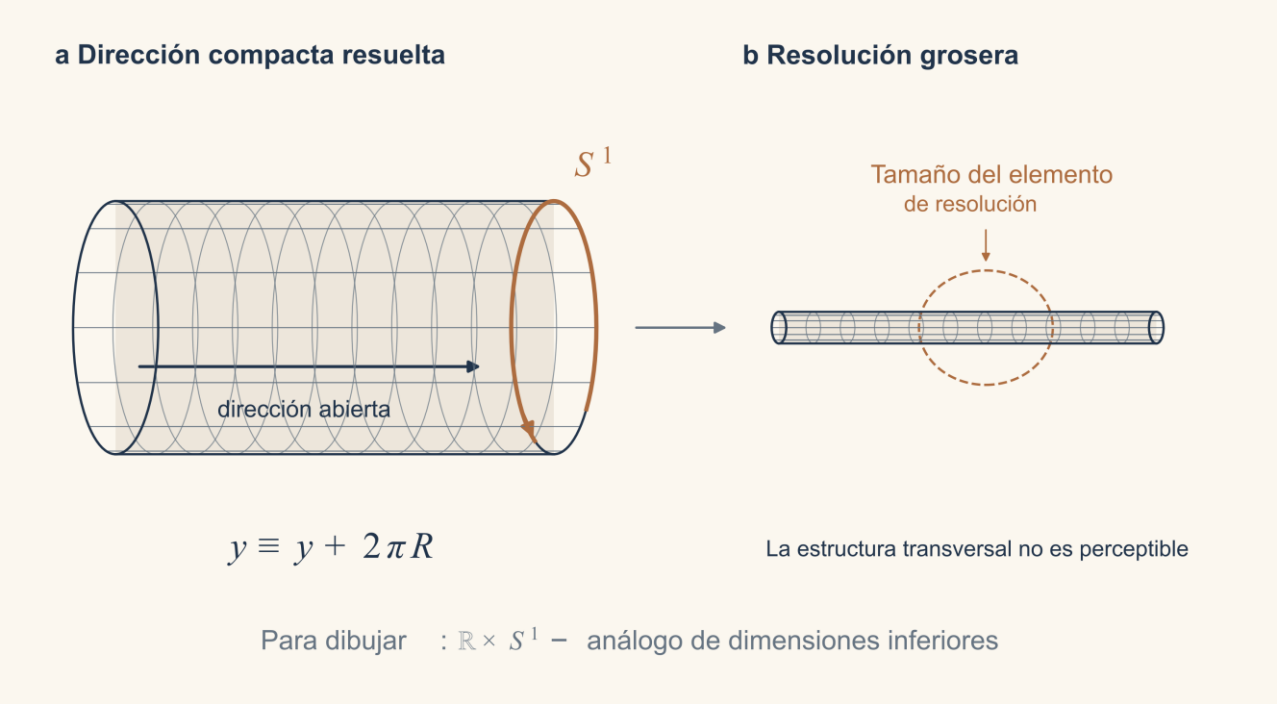


Figura 14. El producto de una dirección abierta y un círculo se representa como un cilindro como un análogo de una dimensión inferior. Con suficiente resolución, el movimiento a lo largo de la dirección compacta es visible; el elemento crudo de observación no discierne su estructura lateral. El círculo no desaparece físicamente. El volumen externo utilizado para el dibujo sirve como un medio de visualización y no agrega una nueva hipótesis al espacio $R.^{D} \times S^{1}$.

La periodicidad se convierte en una escalera de modos

Deje que el campo escalar se propague libremente en una dirección compacta y tome los mismos valores después de un circuito completo. Entonces la dependencia de y se puede expandir en una serie de armónicos periódicos. El número entero n denota cuántos períodos caben a lo largo del círculo, y cada función φn describe el modo correspondiente en las coordenadas restantes. Para un campo real, los coeficientes de números positivos y negativos están relacionados por conjugación compleja. Ya en esta etapa, la geometría adicional recibe una consecuencia potencialmente medible: en lugar de un impulso continuo arbitrario en una nueva dirección, aparece un conjunto discreto. Esta es una consecuencia de la condición límite, y no una nueva ley independiente de la naturaleza.

$$\Phi(x, y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi_n(x) e^{iny/R}, \qquad p_y = \frac{n\hbar}{R} \qquad (4.2)$$

En el caso más simple de espacio plano, el impulso adicional entra en la energía relativista de la misma manera que los otros componentes espaciales. Para un observador que describe solo direcciones abiertas, su contribución parece un aumento en la masa del modo correspondiente. En la siguiente fórmula, m0 es la masa del campo original, y p es el momento en las direcciones abiertas disponibles. Cuanto menor sea el radio, mayor será el intervalo de energía antes de la primera

excitación adicional. Por lo tanto, la ausencia de nuevos modos en un rango de energía limitado puede ser consistente con la existencia de una dirección compacta suficientemente pequeña. Pero una conclusión cuantitativa requeriría saber cómo la fuente excita estos modos y cómo los registra el detector.

$$E_n^2 = c^2|\mathbf{p}|^2 + m_0^2c^4 + \frac{n^2\hbar^2c^2}{R^2}, \qquad m_n^2 = m_0^2 + \frac{n^2\hbar^2}{c^2R^2} \tag{4.3}$$

La escalera de masas se obtiene bajo supuestos específicos: la dirección es un círculo de radio constante, el campo es libre, la geometría de fondo es plana y la condición límite es estrictamente periódica. Bajo otras condiciones, el espectro cambia. Las interacciones adicionales pueden cambiar de nivel, romper la degeneración o reducir la disponibilidad de modos individuales. Por lo tanto, la secuencia de resonancias encontrada no debe llamarse automáticamente un rastro de espacio adicional. Los estados internos de un sistema ordinario también forman un espectro discreto. Para una interpretación geométrica, será necesario acordar los niveles, sus conexiones, las leyes de propagación y la dependencia de las condiciones externas. Cuantas más consecuencias independientes se derivan de un radio y una dinámica, más significativa se vuelve la hipótesis.

Es conveniente representar la periodicidad de una coordenada compacta por una familia de armónicos circulares (Fig. 15).

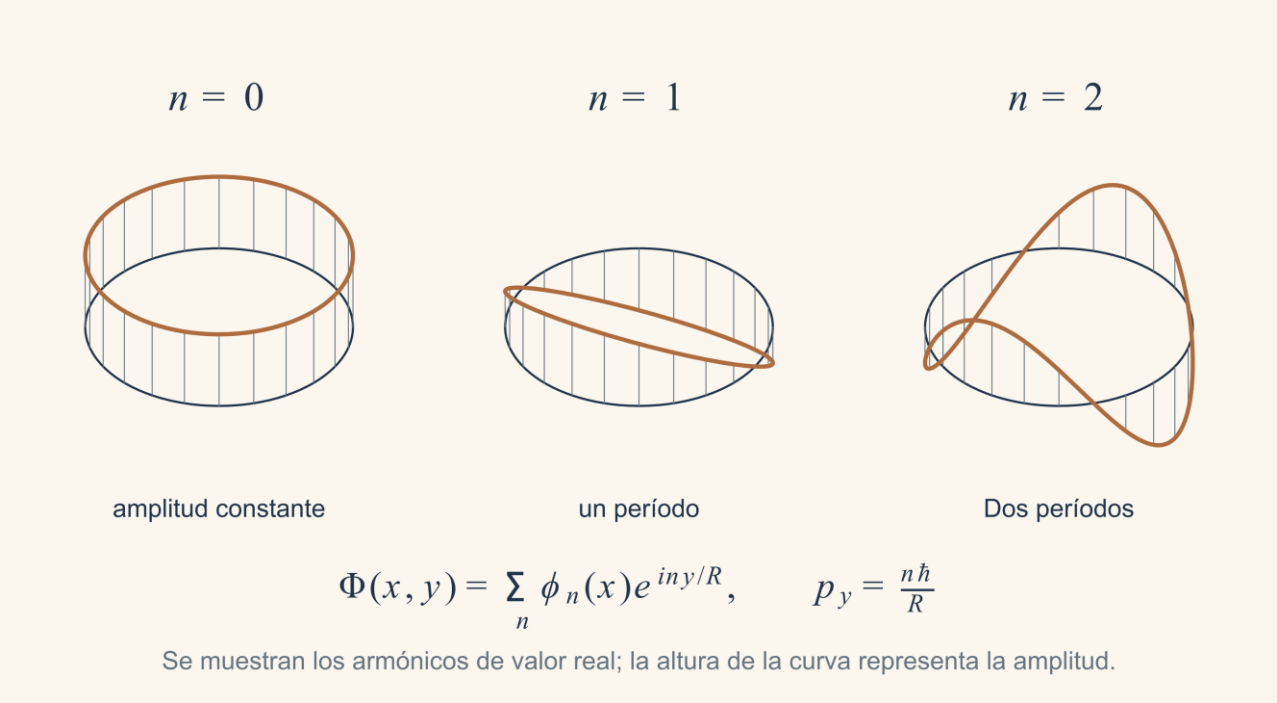


Figura 15. Armónicos reales con índices n = 0, 1 y 2 se muestran encima del mismo círculo compacto. La altura de la curva de cobre transmite la amplitud del modo, en lugar de otra coordenada espacial. La periodicidad permite números enteros y valores discretos correspondientes del momento adicional. Estos son ejemplos matemáticos básicos, no el espectro de un detector fabricado o un conjunto de nuevas direcciones independientes.

Traza de calor de la dirección compacta

Ahora podemos calcular cómo la compacidad se manifiesta en la dimensión espectral. Para un Laplaciano ordinario, los valores propios a lo largo de un círculo son iguales a los cuadrados de sus números de onda discretos. Las direcciones abiertas dan un multiplicador gaussiano, familiar del capítulo anterior. La traza de calor normalizada se obtiene mediante el producto de este factor y la suma sobre los números enteros de modos compactos. La división por la circunferencia proporciona la normalización al volumen espacial total. El parámetro σ todavía tiene la dimensión del área. Es la geometría espacial la que se considera aquí; la dirección del tiempo no está incluida, por lo que los números resultantes no pueden compararse directamente con la dimensión espacio-tiempo sin la calificación adecuada.

$$P(\sigma) = \frac{(4\pi\sigma)^{-D/2}}{2\pi R} \sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{-\sigma n^2/R^2} \qquad (4.4)$$

Si σ es significativamente mayor que el cuadrado del radio, todos los números distintos de cero se suprimen exponencialmente. La suma sigue siendo la unidad, y el indicador de disminución de traza se determina sólo por D direcciones abiertas. Si σ es significativamente menor que el cuadrado del radio, muchos modos están involucrados en la suma, y puede ser reemplazado aproximadamente por una integral gaussiana sobre n. La integral da un factor adicional inversamente proporcional a la raíz de σ. En consecuencia, la dimensión espectral espacial a corta escala aumenta en uno. Esta conclusión no requiere la asunción de la gravedad cuántica: se sigue completamente del Laplaciano ordinario y de la geometría compacta elegida. Por lo tanto, el ejemplo es particularmente útil como punto de referencia para los métodos de prueba.

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{-\sigma n^2/R^2} \simeq \sqrt{\pi}\,\frac{R}{\sqrt{\sigma}} \quad (\sigma \ll R^2), \qquad d_s \to \begin{cases} D+1, & \sigma \ll R^2, \\ D, & \sigma \gg R^2. \end{cases} \qquad (4.5)$$

Sin aproximación extrema, la derivada logarítmica da la siguiente fórmula exacta para este caso modelo. En él, la relación de las sumas es el cuadrado promedio del número de modo con pesos térmicos. Muestra cómo las excitaciones adicionales se conectan gradualmente. Para tres direcciones abiertas, el índice espacial cambia entre tres y cuatro; si el tiempo euclidiano ordinario se agrega por separado, los valores espacio-tiempo correspondientes serán uno más grandes. La dirección del cambio es opuesta a la disminución a corto plazo discutida anteriormente. Esto no es una contradicción, ya que se están comparando diferentes mecanismos. Por el contrario, el signo y la forma de la transición pueden ayudar a distinguir los modelos si la relación entre escala y observación se establece correctamente.

$$d_s(\sigma) = D + \frac{2\sigma}{R^2}\,\frac{\sum_n n^2\, e^{-\sigma n^2/R^2}}{\sum_n e^{-\sigma n^2/R^2}} \qquad (4.6)$$

La figura 16 muestra la transición para tres direcciones espaciales abiertas y un círculo. Si la escala de difusión es corta, se resuelve la escalera de modos compactos; si la escala de difusión es larga, el modo cero permanece. En este gráfico, el parámetro se normaliza al cuadrado del radio; el tiempo físico de un dispositivo particular requerirá un coeficiente de transferencia separado.

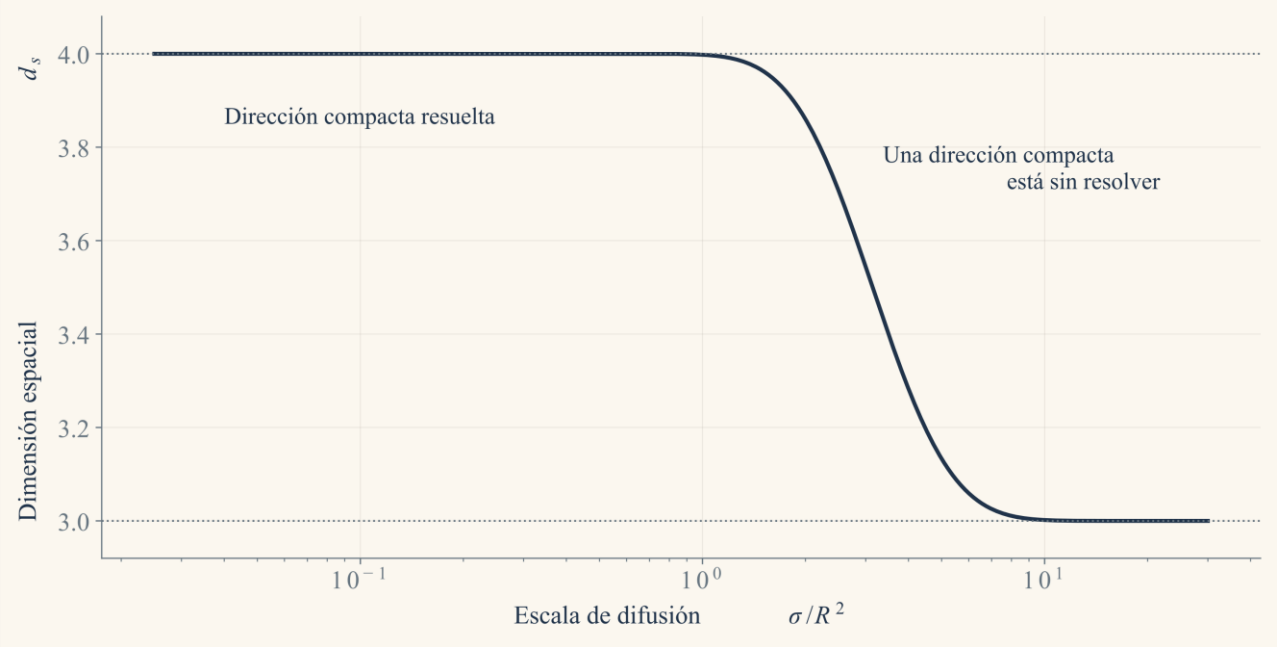


Figura 16. Dimensión espectral espacial para la $R^3 \times S^1$ modelo. La curva se calcula a partir de la traza de calor y muestra la resolución de la dirección compacta a escalas pequeñas. Este es un modelo analítico. La escala del parámetro de difusión está especificada por el radio del círculo y no es directamente la escala de frecuencia del dispositivo óptico.

Lo que el dispositivo realmente podría ver

El dispositivo real no muestra el número de direcciones espaciales directamente. Registra intensidades, frecuencias, fases, pulsos o tiempos de llegada. La tarea de la teoría es predecir la distribución de estos datos en presencia de una coordenada compacta y compararla con la distribución en la descripción habitual. En la versión espectroscópica, se pueden buscar familias adicionales de modos. En la variante de propagación, hay un cambio en las velocidades del grupo y los umbrales de excitación. Pero estos efectos deben derivarse de una interacción seleccionada del campo con la geometría. No se puede tomar el espectro de un modelo, la amplificación de la señal de otro, y asignar la sensibilidad del detector de forma independiente: tal combinación no define un escenario físico comprobable.

Las comparaciones entre diferentes canales son especialmente útiles. Si se supone una dirección complementaria universal, es necesario explicar qué campos la perciben y por qué sus parámetros están relacionados o son diferentes. Encontrar una desviación en un solo material es más probable que caracterice las propiedades de ese material hasta que se construya una justificación más amplia. Por otro lado, la hipótesis bien puede permitir la interacción selectiva; entonces la universalidad no debe ser implícitamente sustituida en conclusiones. Comparar múltiples campos no es un método mágico de prueba. Reduce el conjunto de modelos compatibles solo cuando sus diversas predicciones se calculan por adelantado, incluidas las interacciones ordinarias que también pueden producir señales similares.

El radio de dirección compacto tampoco puede considerarse un botón de sintonización arbitrario del mundo real. Si se trata de una cantidad dinámica, se necesita un modelo de su estabilidad y

respuesta al impacto. Si se fija por una condición externa de un problema matemático, esta condición debe especificarse explícitamente. La discusión de la posibilidad de cambiar la dimensión por un dispositivo técnico requiere mucho más que la existencia del parámetro R en la fórmula. Es necesario calcular la fuente de influencia, el equilibrio energético, la estabilidad del estado y el resultado observado. Si bien no existe tal mecanismo, es correcto hablar de probar una hipótesis o modelar sus consecuencias. Esto preserva el sujeto del estudio y no convierte un ejemplo matemático accesible en la promesa de un dispositivo inexistente.

Cómo se construye una dirección sintética

La dimensionalidad sintética aparece cuando se conectan estados o modos internos como si fueran posiciones vecinas en un eje adicional. Como índice de ese eje pueden utilizarse los niveles del átomo, los modos de frecuencia del resonador u otros estados controlados. Si las transiciones conectan principalmente números vecinos, la dinámica se parece al movimiento a lo largo de una cadena. El hamiltoniano más sencillo que se presenta a continuación contiene las amplitudes de transición Jm y los desplazamientos de las frecuencias propias δm. Los operadores de creación y aniquilación describen los modos seleccionados. La conjugación compleja en el término por pares garantiza la hermiticidad, y el factor de la constante de Planck reducida convierte los parámetros de frecuencia en unidades de energía. La construcción física debe realizar precisamente estas conexiones, no solo su representación gráfica.

$$H = \hbar \sum_{m} \left(J_m a_{m+1}^{\dagger} a_m + J_m^{*} a_m^{\dagger} a_{m+1} \right) + \hbar \sum_{m} \delta_m \, a_m^{\dagger} a_m \qquad (4.7)$$

En el experimento de Lohse et al. con átomos ultrafríos, el bombeo topológico bidimensional hizo posible estudiar la respuesta asociada con el efecto Hall cuántico de cuatro dimensiones. Los autores midieron la característica topológica correspondiente al segundo número de Chern. El resultado muestra que la dinámica matemáticamente de alta dimensión se puede realizar de una manera controlada en el laboratorio. No significa el descubrimiento de una cuarta dirección espacial libre alrededor de la instalación. Las coordenadas sintéticas entran a través de los parámetros y la estructura interna del sistema. Es por eso que el experimento es útil: el investigador puede probar las predicciones de un modelo de alta dimensión sin tener un espacio físico de la misma dimensión. [9]

El costo práctico de tal representación es la implementación limitada. El eje sintético tiene un número finito de estados, las transiciones pueden ser desiguales y algunas interacciones permanecen a largo plazo con respecto a una vecindad definida artificialmente. Además, el ruido y la pérdida pueden afectar a diferentes modos de manera diferente. Por lo tanto, es necesario averiguar qué propiedades del modelo objetivo se reproducen realmente y cuáles faltan. La simulación exitosa del espectro no garantiza la simulación de todas las interacciones y relaciones causales. Dicha precisión también es útil para la búsqueda fundamental: enseña a separar el objeto que se está midiendo de la estructura matemática con la que se compara, y a establecer los límites de esta comparación cuantitativamente.

Es útil mostrar el dispositivo físico y el eje sintético por separado, manteniendo la conexión entre ellos (figura 17).

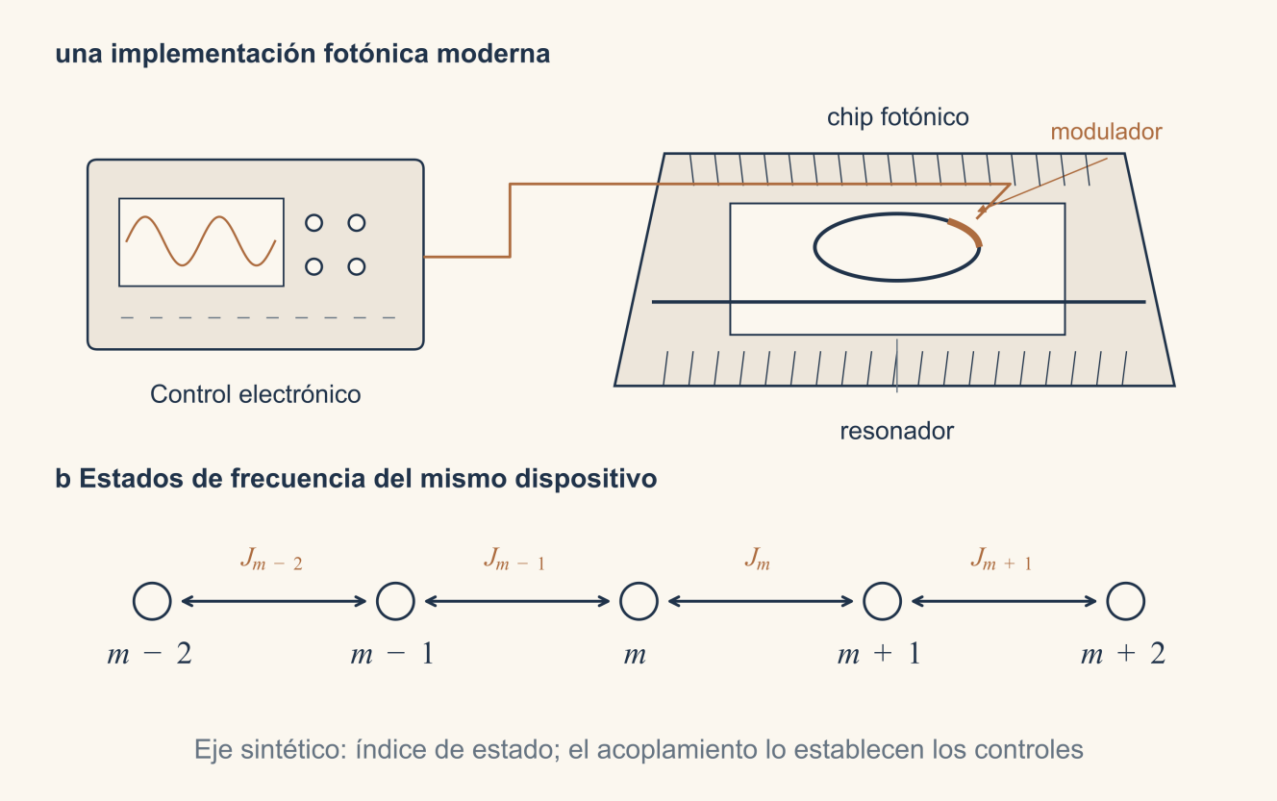


Figura 17. Implementación ilustrativa del estado de la técnica de la dirección sintética: resonador fotónico en chip, modulador y control electrónico. La cadena inferior representa los estados de frecuencia del mismo dispositivo; los estados vecinos están conectados por transiciones controladas con coeficientes J. Su número secuencial juega el papel de una coordenada sintética. El dibujo no define un diseño terminado y no se atribuye a una publicación específica; la longitud espacial de la cadena es una condición gráfica.

Laboratorio para probar métodos de discriminación

Un modelo de laboratorio permite que un dispositivo con una estructura conocida sea presentado al método. Las redes de tres nodos del capítulo 2 ya han proporcionado tal control: los espectros completos coincidieron, y la excitación local hizo posible distinguir estructuras. La dirección sintética amplía esta posibilidad. Puede cambiar el número de estados disponibles, cerrar la cadena de transición o introducir pérdidas controladas y comprobar qué función se conserva.

Para un modelo compacto, la siguiente pregunta es diferente: ¿qué fuente física excita la escalera de modo y qué detector es sensible a ella? El capítulo 10 seleccionará una sonda escalar para la cual el potencial estático y la transferencia dinámica se derivan de la misma declaración. Esto da una predicción específica y le permite compararla con un campo adicional regular. Dicha comprobación depende de la ley de conexión entre la fuente y los modos.

El banco de pruebas sintético ensaya el método de recuperación bajo una estructura controlada. La dirección compacta especifica la posible disposición de la geometría física. Hay matemáticas comunes entre los problemas, pero cada uno requiere su propio vocabulario de medición. El

siguiente capítulo analizará otra fuente de descripción geométrica: las relaciones entre los grados cuánticos de libertad.

Capítulo 5 Geometría de las relaciones cuánticas

¿Qué significa la aparición de la geometría?

Las palabras “el espacio surge” suenan como si hubiera un vacío hasta cierto momento, y luego el espacio apareció dentro de él. Para una teoría física, esto suele ser una imagen demasiado literal. La emergencia puede significar otro nivel de descripción: las variables originales no tienen un significado geométrico inmediato, pero su comportamiento colectivo permite un lenguaje de distancias, vecindarios y campos. La temperatura es un ejemplo familiar de tal transición entre niveles, aunque la analogía en sí no prueba nada sobre el espacio. La tarea es derivar las reglas de la nueva descripción y determinar el alcance de su aplicabilidad. La geometría que emerge de esta manera no necesita ser una ilusión; puede seguir siendo una propiedad efectiva precisa del mundo observable.

El modelo más simple ayuda a separar el posible mecanismo de la imagen expresiva. Se debe dar una red de elementos interactivos, y solo las fortalezas de las conexiones se conocen de antemano. Puede tratar de determinar la distancia a través del costo de la transferencia de excitación o a través de la longitud de la secuencia más corta de transiciones. Si la estructura resultante es similar a una variedad lisa en algún régimen, aparece una geometría efectiva. Sin embargo, la suavidad, la dimensionalidad y la localidad no se derivan de la presencia de ninguna red. Un sistema totalmente conectado y una celosía regular se comportan de manera diferente. Para argumentar a favor de la aparición del espacio, es necesario mostrar por qué una dinámica particular selecciona estructuras con las propiedades deseadas y por qué estas propiedades son resistentes a pequeños cambios en el estado inicial.

La siguiente pregunta se refiere a la universalidad. Diferentes excitaciones del mismo sistema pueden propagarse a diferentes velocidades y experimentar diferentes parámetros efectivos. Esta es una situación bien definida, pero no produce automáticamente una sola geometría. Para una descripción geométrica del mundo compartido, es especialmente importante entender por qué los observadores independientes y diferentes campos de prueba coinciden en los resultados. Si a cada campo se le asigna su propia distancia sin conexión con los demás, la teoría corre el riesgo de perder poder explicativo. Por lo tanto, la geometría emergente debe ir acompañada de una regla para comparar sondas, transformar coordenadas y restaurar el modo normal. Estos requisitos dirigen la búsqueda más fuertemente que la declaración misma sobre la primacía de la información o las conexiones.

Dos sensores con una causa común

Antes de introducir fórmulas cuánticas, un experimento con dos grabadores convencionales es útil. La fuente selecciona de forma independiente un bit Q igualmente probable cada segundo y escribe el mismo valor en la memoria A y B. No hay canal de transmisión entre los grabadores después de la escritura. En la mitad de los ensayos se obtiene el par 00, en la mitad - 11.

A	B	Probabilidad
0	0	1/2
0	1	0
1	0	0
1	1	1/2

Sabiendo A, el observador sabe B exactamente. La entropía de cada bit es ln 2, la entropía conjunta es también ln 2: el par contiene solo una elección aleatoria. Por lo tanto, la información mutua clásica es igual a ln. 2. Todas estas fórmulas utilizan el logaritmo natural; unidad de información - nat.

$$H(X) = -\sum_x p_x \ln p_x, \qquad I(A:B) = H(A) + H(B) - H(A,B) = \ln 2 \qquad (5.1)$$

Ahora el experimentador, después de grabar, establece por la fuerza A = 1. B todavía tiene la Q original en la memoria, por lo que la probabilidad de B = 1 es 1/2. Seleccionar ensayos en los que A ya era igual a uno produciría una probabilidad diferente. La diferencia entre observación e intervención se puede expresar explícitamente:

$$\Pr(B = 1 \mid A = 1) = 1, \qquad \Pr(B = 1 \mid \mathrm{do}(A = 1)) = \frac{1}{2} \qquad (5.2)$$

La alta información mutua en este ejemplo apunta claramente a una causa común. Se requiere un segundo experimento para determinar la capacidad de transmitir un nuevo efecto. La teoría cuántica agrega tipos especiales de correlaciones y reglas de medición, pero la diferencia entre los dos problemas permanece. Las siguientes secciones lo utilizan para discutir la holografía y la respuesta lineal.

La distinción entre observación e intervención se puede ver en dos grabadoras electrónicas modernas (Figura 18).

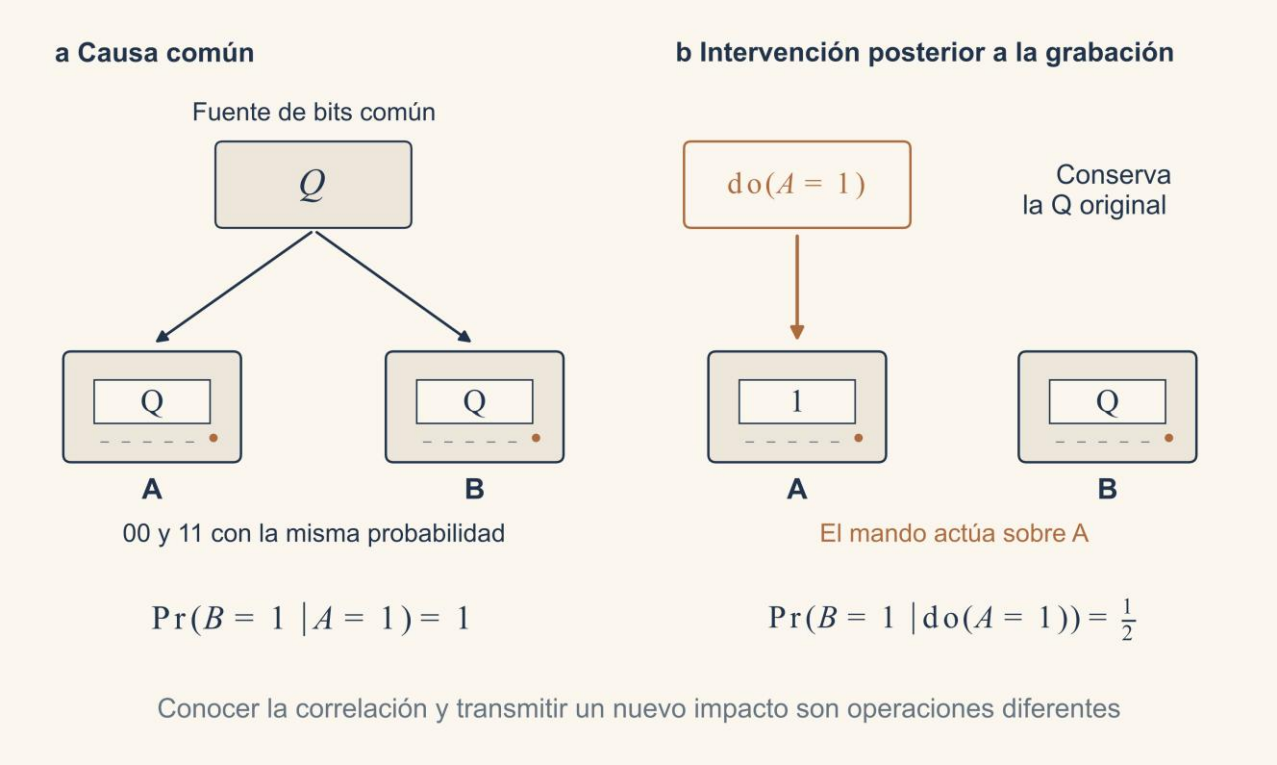


Figura 18. La fuente común clásica escribe un bit Q igualmente probable en dos memorias, por lo que observar A determina completamente B. En el segundo protocolo, el comando externo después de escribir establece A = 1, y la memoria B almacena la Q anterior. La probabilidad de uno en B sigue siendo igual a la mitad. No hay canal de transmisión entre grabadores: la alta correlación en este ejemplo indica una causa común pero no la capacidad de transmitir un nuevo efecto.

Lo que establece la dualidad holográfica

Uno de los ejemplos más concretos de la conexión entre las descripciones no gravitacionales y geométricas fue la dualidad propuesta por Maldacena entre ciertas teorías de campo conformes y teorías sobre espacios anti-de Sitter con factores compactos adicionales. En una versión bien conocida, la teoría de galgas supersimétricas de cuatro dimensiones y la teoría de cuerdas se consideran en el correspondiente espacio anti de Sitter de cinco dimensiones multiplicado por una esfera de cinco dimensiones. Una descripción gravitacional clásica conveniente surge en un cierto límite de parámetros. Este es un contexto matemático significativo donde diferentes números de coordenadas geométricas entran en descripciones equivalentes. No establece que ningún sistema cuántico o cosmología directamente observable tenga la misma representación holográfica. [10]

Ryu y Takayanagi propusieron en este contexto una conexión entre la entropía de entrelazamiento de un dominio de teoría de límites y el área de superficie mínima en el volumen. La superficie debe fijarse al límite del área seleccionada y satisfacer la condición de homología. Para el régimen gravitatorio estático clásico, la fórmula a continuación está escrita en unidades donde la velocidad de la luz, la constante de Planck y la constante de Boltzmann son iguales a uno. Gbulk significa la

constante gravitacional de la teoría del volumen. La fórmula da un significado geométrico a una cierta cantidad de información cuántica y nos permite plantear el problema inverso: ¿qué parte de la geometría se puede restaurar conociendo las entropías de muchas áreas? [11]

$$S(A) = \frac{\text{Area}(\gamma_A)}{4G_{\text{bulk}}} \qquad (c = \hbar = k_B = 1) \qquad (5.3)$$

Las limitaciones de la fórmula son significativas para su aplicación. La superficie mínima se refiere al ajuste estático; en un problema más general dependiente del tiempo, se requiere una descripción covariante apropiada. Las correcciones cuánticas tampoco desaparecen simplemente porque la fórmula básica tiene una forma geométrica. Además, la entropía se especifica para una región específica de una determinada teoría de límites, y no para un conjunto arbitrario de sensores de laboratorio. Por lo tanto, es imposible medir cualquier correlación, sustituirla por S y declarar que el número resultante es el área del espacio real. Primero, es necesario justificar el vocabulario entre el sistema físico y los términos de la fórmula. Sin esto, la igualdad hermosa pierde precisamente la precisión que la hace interesante.

Las condiciones de fijación y homología se hacen explícitas en el diagrama geométrico de la formulación estática (figura 19).

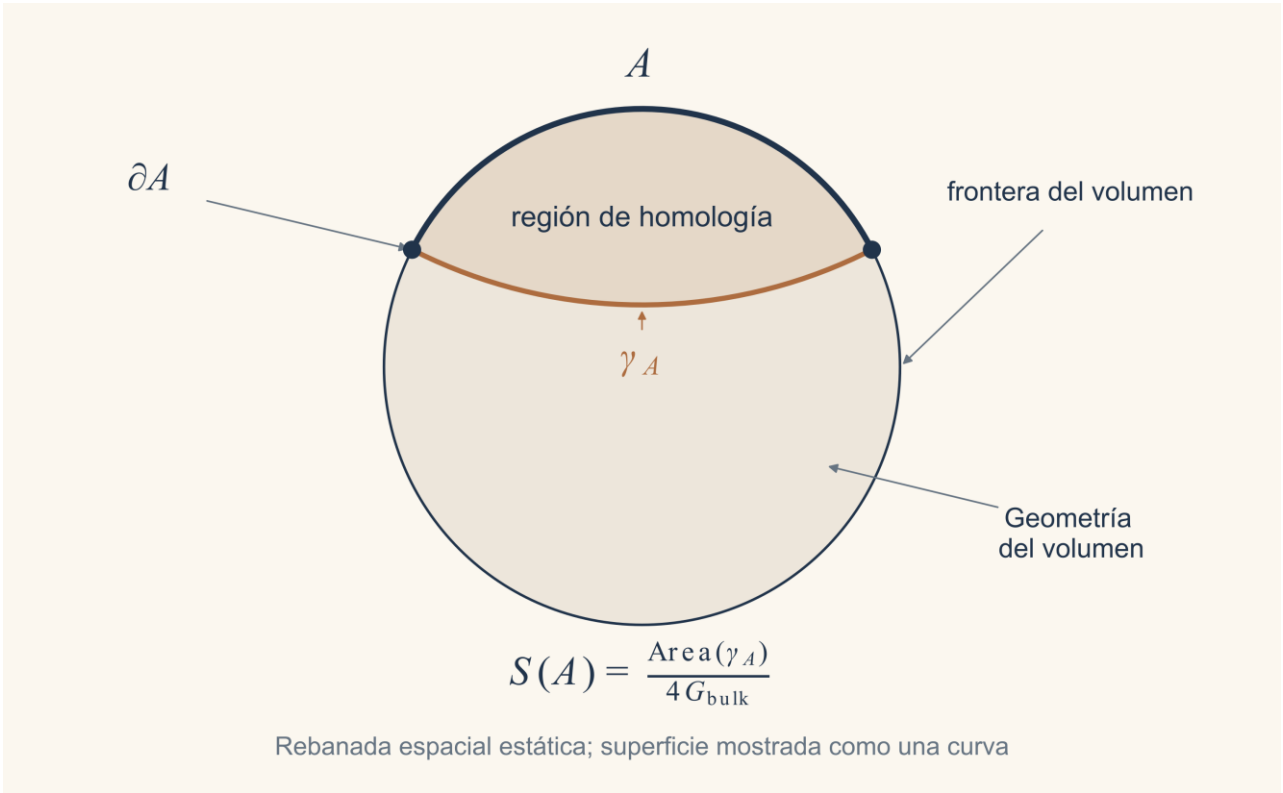


Figura 19. La formulación holográfica estática se muestra en un corte espacial de dimensión inferior. La región límite seleccionada A corresponde a una superficie mínima. γ_a fijado a ∂A, representado aquí como una curva geodésica del disco. El área sombreada está limitada por A y γ_a y muestra la condición de homología. La geometría del diagrama no es un mapa del Universo observable; la fórmula se refiere al régimen clásico de dualidad estática estipulado.

Entrelazamiento y Conectividad Espacial

Van Raamsdonk exploró la idea de que la conectividad clásica de la geometría del volumen está relacionada con el entrelazamiento de los grados de libertad de su descripción cuántica. En la imagen holográfica en consideración, la disminución en ciertas conexiones de entrelazamiento corresponde a la separación geométrica de las regiones. Esto motiva la búsqueda del espacio como una propiedad colectiva de las relaciones cuánticas. Pero la conclusión se relaciona con un contexto teórico especial. Esto no significa que cualquier par de fotones entrelazados forme un pasaje accesible, y no especifica una tecnología para el control arbitrario de la distancia. Para transferir una idea a otro objeto, es necesario redefinir grados de libertad, dinámica y vocabulario geométrico. [12]

Para la investigación cuantitativa de las relaciones, es conveniente utilizar la información mutua. La entropía de un subsistema individual está determinada por su matriz de densidad, obtenida después de eliminar los grados de libertad restantes. La información mutua de dos subsistemas muestra cómo su estado conjunto difiere en estructura de información de la independiente. Tiene en cuenta las correlaciones cuánticas y clásicas, por lo que no es una medida universal de entrelazamiento solo. Dos detectores que reciben una señal de una fuente común pueden tener mayor información mutua sin interacción directa entre sí. Esta observación por sí sola muestra por qué una correlación fuerte no se puede equiparar automáticamente con una pequeña distancia física o la capacidad de transmitir rápidamente un efecto.

$$S(\rho) = -\mathrm{Tr}(\rho \ln \rho), \qquad I(A:B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) \tag{5.4}$$

Para convertir correlaciones en distancias estimadas, a veces se quiere aplicar una transformación monótona: asignar una longitud pequeña a una conexión fuerte, y una grande a una débil. Pero la distancia tiene requisitos adicionales. Debe definirse para los pares deseados, de acuerdo con la elección de las unidades, y satisfacer las condiciones métricas apropiadas, incluida la desigualdad triangular en un problema espacial común. La transformación arbitraria de la información mutua no garantiza esto. Además, los valores por pares no definen completamente el estado cuántico de muchas partículas. Por lo tanto, el mapa reconstruido debe considerarse como un modelo de datos comprobable y no como una geometría presente automáticamente en cualquier tabla de correlación.

Información compartida y respuesta causal

Para probar la capacidad de transmitir un impacto, se necesita otro experimento: se aplica una perturbación controlada a una parte del sistema, después de lo cual se mide el cambio en la otra. En el modo de respuesta lineal, tal relación se expresa a través de un conmutador de observables. Elijamos una perturbación del hamiltoniano con un signo menos, proporcional a la señal externa f y al operador B. Entonces la susceptibilidad χ para el observable A tiene el signo indicado a continuación, y la función de paso θ se restablece a cero antes de la perturbación. Se supone un estado inicial estacionario de manera que la respuesta depende de la diferencia de tiempo. Este enfoque se relaciona con la teoría de la respuesta lineal desarrollada por Kubo; relaciona la acción del experimentador con la respuesta medida del sistema. [13]

$$H'(t) = -f(t)B, \qquad \chi_{AB}(t) = \frac{i}{\hbar}\theta(t)\langle [A(t), B(0)] \rangle \tag{5.5}$$

$$\delta\langle A(t)\rangle = \int \chi_{AB}(t-t')f(t')\,dt' \qquad (5.6)$$

Para los sistemas de espín cuántico con interacciones locales limitadas de rango finito, las estimaciones de Lieb y Robinson limitan la velocidad de propagación de la influencia. La norma del conmutador se suprime fuera del cono efectivo. Los parámetros positivos C y μ están determinados por el modelo y los observables seleccionados, r denota la distancia entre sus regiones, y v especifica el límite de velocidad. Esta no es la velocidad universal de la luz: estamos hablando de la propagación en un sistema dado. Fuera del cono suele haber colas exponencialmente pequeñas en lugar de cero estricto. En otras interacciones, el tipo de restricción puede cambiar. Por lo tanto, la localidad puede ser probada a través de la dinámica del operador, separada de las correlaciones de estado preexistentes. [14]

$$\| [A(t), B] \| \leq C \ \| A \| \| B \| \ e^{-\mu[r-v|t|]} \qquad (5.7)$$

La ausencia de comunicación superluminal a través del entrelazamiento solo se puede ver directamente. Si se realiza una transformación unitaria local en el subsistema A, la matriz de densidad reducida de B no cambia: la traza parcial elimina la transformación en el subsistema excluido. Por lo tanto, todas las probabilidades locales del observador B siguen siendo las mismas. Una conclusión similar es válida para una operación local de conservación de trazas cuando su resultado no se muestrea condicionalmente. En la selección condicional, el estado B puede describirse de manera diferente, pero para explotar esta diferencia es necesario conocer el resultado de la selección a través de un canal de comunicación normal. La información mutua fuerte y la transmisión controlada de un nuevo mensaje siguen siendo capacidades físicas distintas.

$$\rho_{B'} = \mathrm{Tr}_A\left[(U_A \otimes I_B)\rho_{AB}\left(U_A^{\dagger} \otimes I_B\right)\right] = \rho_B \qquad (5.8)$$

La reconstrucción geométrica es un problema inverso

Incluso con un vocabulario geométrico preciso, reconstruir el espacio a partir de observaciones puede ser ambiguo. El problema directo especifica la geometría y calcula entropías, espectros o correlaciones. El problema inverso comienza con estas cantidades y busca la geometría que podría generarlas. Es posible que algunos cambios de métricas no afecten al conjunto de datos seleccionado o que tengan un impacto por debajo de la resolución. Además, las transformaciones de coordenadas pueden cambiar el registro métrico sin cambiar la física. Por lo tanto, es necesario distinguir entre la ambigüedad física y la libertad de descripción. Un algoritmo que siempre produce una sola superficie hermosa aún no prueba la unicidad del espacio reconstruido.

En el trabajo del Che 2026, Se obtuvieron fórmulas para la recuperación de una cierta clase de AdS asintóticamente homogénea estacionaria.$_3$-métricas de entropía holográfica covariante. Es especialmente significativo que los datos simultáneos preserven la ambigüedad del signo de la parte de cambio de la métrica, mientras que la dependencia de la diferencia de tiempo ayuda a eliminarla. Este es un ejemplo concreto de cómo un observable adicional resuelve la ambigüedad geométrica. El resultado no es una reconstrucción universal de un espacio arbitrario a partir de cualquier dato cuántico: la clase elegida de métricas y la formulación holográfica son esenciales. El principio en sí mismo es valioso para el programa de instrumentos: buscar qué información pierde el protocolo original y qué nueva medición la devuelve. [15]

Un estándar útil para probar un problema inverso implica recuperar algunos de los datos y predecir el resto. Si la métrica se ajusta utilizando solo entropía, deben examinarse los intervalos independientes, las dependencias de tiempo u otros observables disponibles proporcionados por el modelo. También se debe evaluar cómo se amplifican los errores en los datos de entrada en las cantidades reconstruidas. La reversibilidad formal no garantiza la estabilidad: un pequeño cambio en la función medida puede conducir a un gran cambio en la solución. Por lo tanto, el futuro tomógrafo geométrico debe informar el área de incertidumbre y las alternativas indistinguibles. No ser demasiado específico hace que el instrumento sea más útil porque muestra dónde se necesitan mediciones adicionales y dónde la información ya es suficiente.

Programa de trabajo para comparar dos descripciones geométricas

Sobre esta base, se puede formular una hipótesis de investigación limitada: la geometría reconstruida a partir de correlaciones de estado y la geometría reconstruida a partir de transferencia de perturbaciones pueden divergir sistemáticamente incluso para el mismo sistema controlado. La posible discrepancia en sí misma no se propone como una ley desconocida de la mecánica cuántica. El desafío de la investigación es describir con precisión las condiciones de acuerdo, construir estimadores robustos y encontrar observables que discriminen entre las causas de desacuerdo. La plataforma de partida es un sistema cuántico programable o un soporte analógico adecuado con dinámica conocida. Allí puede cambiar el estado con una estructura de conexión fija y verificar qué parte de la imagen reconstruida depende realmente del estado.

El protocolo debe almacenar por separado la información mutua original, la respuesta temporal medida y los requisitos previos para su transformación geométrica. El umbral de detección de señal no puede ocultarse en la determinación de distancia: al reducir el umbral, una cola temprana débil puede crear la apariencia de una trayectoria más corta. Del mismo modo, una causa común de correlaciones puede crear falsa proximidad entre dos nodos. Los cambios de control en el estado, la amplitud de la perturbación y el nivel de ruido ayudan a distinguir estos efectos. El resultado significativo no será ninguna diferencia entre dos mapas, sino un patrón predecible de diferencias, reproducible bajo condiciones predeterminadas y explicado por un único modelo consistente.

Las dos ramas de medición deben reducirse a comparar reconstrucciones con incertidumbres obvias (Fig. 20).

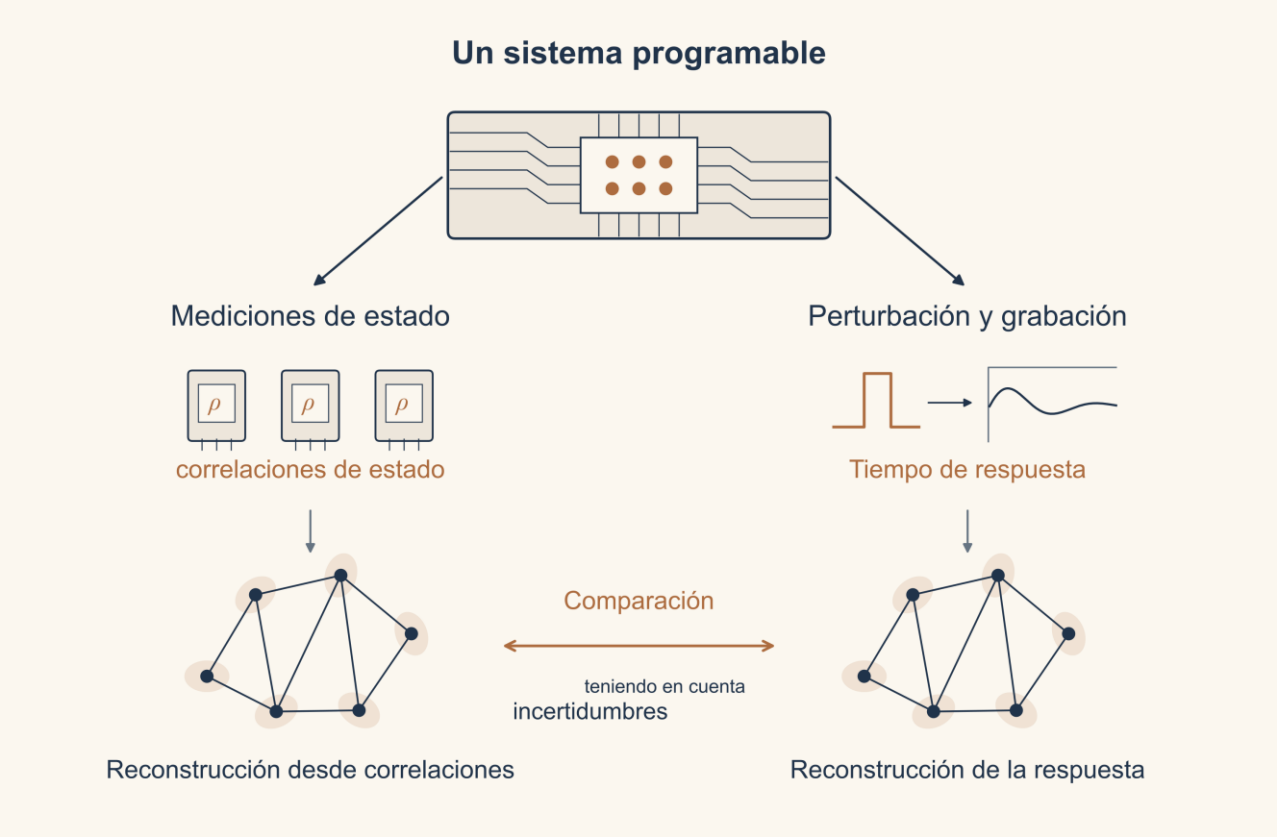


Figura 20. El protocolo propuesto compara dos reconstrucciones de un solo sistema supervisado. La primera rama usa mediciones y correlaciones de estado, la segunda - perturbación local y respuesta de tiempo. Ambos mapas se muestran condicionalmente, con áreas de incertidumbre, sin resultados numéricos. Su coincidencia o divergencia no se asume de antemano: la comparación requiere premisas acordadas, la preservación de los datos iniciales y el control del umbral de registro.

En los primeros cinco capítulos, se forma el lenguaje del futuro dispositivo. Ya hay dos casos de prueba completos: el exponente de escala en una esfera varía con una dimensión local constante, y los mismos espectros de redes finitas permiten diferentes respuestas locales. A continuación, el problema se vuelve inverso: el dispositivo está oculto, solo están disponibles las entradas y salidas seleccionadas, y los parámetros se conocen con una precisión finita. A partir de este punto, lo que se probará no es la expresividad de la imagen geométrica, sino la información que los datos realmente permiten extraer.

Capítulo 6 ¿Se puede reconstruir el espacio a partir de su respuesta?

El mundo dentro de un recinto cerrado

Varios conectores se encaminan a través de la pared de la caja cerrada. Se aplica un impulso a uno, las señales se eliminan del resto. Puede haber resistencias, dispositivos de almacenamiento de energía o líneas largas en el interior. El observador necesita reconocer el dispositivo por lo que es accesible desde el exterior. Esta es una versión más pequeña de la pregunta sobre el espacio: ¿cómo las relaciones entre las lecturas dan sentido a las relaciones dentro del mundo bajo estudio?

Una tarea directa comienza con un dispositivo y termina con una señal. El reverso comienza a partir de la señal e intenta identificar el dispositivo. Estas direcciones son desiguales. Varios dispositivos diferentes pueden dar la misma respuesta, al igual que diferentes rutas pueden llevar a un pasajero a una estación al mismo tiempo. Incluso la precisión infinita en la medición del tiempo no dirá qué ruta se tomó si los otros observables son iguales. Esto es ambigüedad estructural. Se diferencia del error habitual, que a veces se puede reducir por una acumulación más larga de datos.

El significado objetivo del problema inverso se muestra en la Figura 21: las entradas y salidas de un sistema cerrado están disponibles.

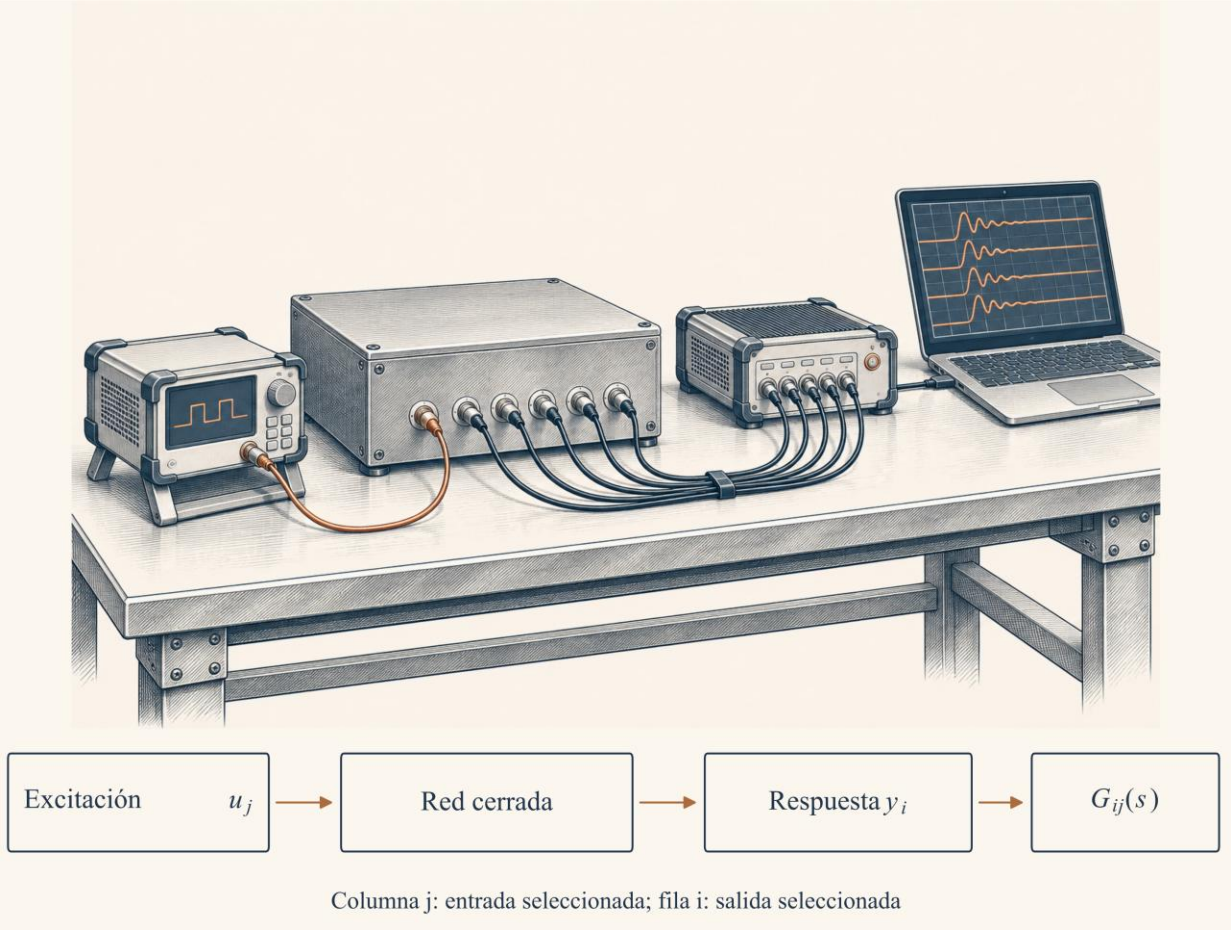


Figura 21. Red cerrada e interfaz accesible para el experimentador. El generador establece el impacto en el puerto seleccionado, el grabador multicanal mide las respuestas y el cambio secuencial de entradas le permite crear la matriz $G_{ij}(s)$. La fila se refiere a la salida, la columna a la entrada. La estructura interna del caso sigue siendo desconocida. Los dispositivos y los oscilogramas se muestran condicionalmente; la figura no contiene datos experimentales y no especifica un circuito electrónico específico.

Por lo tanto, la cuestión de la restauración del espacio debe plantearse junto con una lista de explicaciones aceptables. Si se sabe de antemano que una cierta celosía está ubicada dentro y solo una conexión ha cambiado, el problema puede resultar solucionable. Al permitir nodos adicionales arbitrarios, conexiones de medidores desconocidos y fuentes internas, los mismos datos permiten muchas más variaciones. La restricción de clase de modelo es parte de la declaración de resultado. No se puede eliminar silenciosamente de la conclusión después de que el cálculo haya encontrado una respuesta hermosa.

Aquí surge una distinción útil entre detectar un cambio y explicar su naturaleza. La primera pregunta es: ¿son compatibles los datos con el sistema calibrado anterior? El segundo requiere elegir entre un acoplamiento cambiado, un nuevo grado interno de libertad, deriva del elemento u otra razón. El tercero, aún más fuerte, pregunta si la estructura descubierta está relacionada con el espacio fundamental. Cada etapa posterior requiere nuevos requisitos previos y nuevas dimensiones.

Un dispositivo que resuelve con confianza el primer problema no recibe automáticamente el derecho de responder al tercero.

Por qué el espectro por sí solo no es suficiente

En el capítulo 2, dos redes de tres nodos tenían los mismos valores propios 0, 1 y 3, y por lo tanto la misma traza de calor en cada escala. La respuesta local en el nodo medio varió. Este pequeño ejemplo sigue siendo una guía para un mayor razonamiento: la coincidencia de una característica comprimida no significa la coincidencia de todas las observaciones disponibles.

El espectro de vibraciones naturales parece ser una huella natural de la geometría. El tamaño de la cavidad, la forma del límite y las conexiones entre sus partes afectan las resonancias. Sin embargo, las frecuencias naturales no siempre determinan la forma de una manera única. Gordon, Webb y Wolpert construyeron diferentes regiones planas con el mismo espectro. Este resultado se refiere a un problema matemático estrictamente definido y muestra que incluso un conjunto completo de frecuencias ideales puede perder alguna información geométrica. Para explorar un espacio desconocido, esta es una razón para expandir los datos medidos más allá de la lista espectral. [16]

Considere una matriz simétrica real L con vectores propios ortonormales v_n y valores propios λ_n. La matriz de transferencia G(s) contiene ambos valores de λ_n y los perfiles espaciales de v_n. Su elemento conecta el impacto en el nodo j con la respuesta en el nodo i. Los valores propios especifican las posiciones de las escalas características, y los productos de los componentes del vector propio indican qué puntos están involucrados en cada modo. Por lo tanto, medir las respuestas espaciales es potencialmente más rico que medir las resonancias por sí solo.

$$G_{ij}(s) = \sum_n \frac{v_n(i)v_n(j)}{s + \lambda_n}, \qquad s > 0 \qquad (6.1)$$

La información adicional aparece sólo cuando los sitios de excitación y registro son realmente diferentes y conocidos. Si el instrumento suma la respuesta sobre toda la superficie, parte de la estructura espacial desaparece de nuevo. Si los nodos se pueden renombrar arbitrariamente, dos entradas matriciales pueden describir la misma red física. Las etiquetas de puertos, sus coordenadas, polaridades y coeficientes de calibración deben fijarse independientemente del procedimiento de recuperación. De lo contrario, el algoritmo es capaz de producir una diferencia que existe solo en las notaciones seleccionadas.

Por la misma razón, la dimensión espectral no es una especificación completa del espacio. Comprime una gran cantidad de información en un solo número dependiendo de la escala. Esta compresión es útil para detectar transiciones y comparar familias de modelos, pero no está destinada a la identificación definitiva. En un estudio de geometría cuántica, se demostró por separado que diferentes procesos de difusión pueden tener la misma dimensión espectral. Por lo tanto, cambiarlo requiere verificar la ley de propagación en sí, y no solo la geometría supuesta. [25]

Cómo los nodos ocultos se convierten en conexiones de larga distancia

Ahora vamos a dividir los nodos de red en accesibles y ocultos. Por brevedad, los denotamos por los índices o y h. En un problema lineal de estado estacionario, las variables latentes se pueden expresar en términos de los observables y sustituirse nuevamente. Un observador externo recibirá una matriz reducida que describe solo los nodos disponibles. Incluirá conexiones efectivas entre puertos, incluso si no hay ningún elemento que los conecte directamente dentro. Esto no es una aproximación que surge de la mala precisión: bajo condiciones dadas, la eliminación de variables es una transformación algebraica exacta.

$$A_{\text{eff}}(s) = A_{oo}(s) - A_{oh}(s)A_{hh}(s)^{-1}A_{ho}(s) \qquad (6.2)$$

La expresión se llama complemento de Schur. En las redes eléctricas, la eliminación correspondiente de nodos internos se conoce como reducción de Kron. Drfler y Bullo examinaron cómo este procedimiento cambia la topología y las propiedades espectrales del gráfico. Para el problema en cuestión, el hecho en sí es especialmente significativo: desde el exterior, una cadena oculta puede parecer una conexión directa. Por lo tanto, la conexión inusual del modelo reducido reconstruido aún no establece una conexión inusual en el sistema físico original. [17]

El ejemplo más simple no requiere matrices. Entre dos puntos accesibles hay dos resistencias en serie; su punto de conexión es inaccesible. Las mediciones de corriente CC en los extremos dan la resistencia total. Tal objeto es indistinguible de una sola resistencia con la misma resistencia. No importa cuántas veces se repita esta medición, el nodo interno no aparecerá en los datos. Si hay capacitancia significativa en el punto medio, el transitorio puede revelar una escala de tiempo adicional. Pero incluso entonces la conclusión se refiere a la clase de modelos eléctricos que se comparan, y no a ningún diseño interno concebible.

Las mediciones dinámicas son valiosas porque los grados ocultos de libertad a menudo se revelan a través de la memoria. Una vez que se eliminan las variables internas, el acoplamiento efectivo comienza a depender de s o frecuencia. En función de su retraso y forma, se pueden distinguir varios candidatos específicos que coinciden en la estática. Al mismo tiempo, la reducción dinámica es también un problema matemático independiente; se ha estudiado para clases de redes eléctricas generalizadas. La mera presencia de memoria no sirve como evidencia de una nueva geometría: puede ser creada por un dispositivo ordinario de almacenamiento de energía no observable. [20]

La figura 22 compara el dispositivo original con un nodo oculto y su descripción abreviada. La nueva línea en el diagrama inferior representa el resultado de eliminar la variable. Para establecer si existe un elemento inmediato correspondiente se requerirá una observación sensible a la dinámica interna; la equivalencia estática no es suficiente para esto.

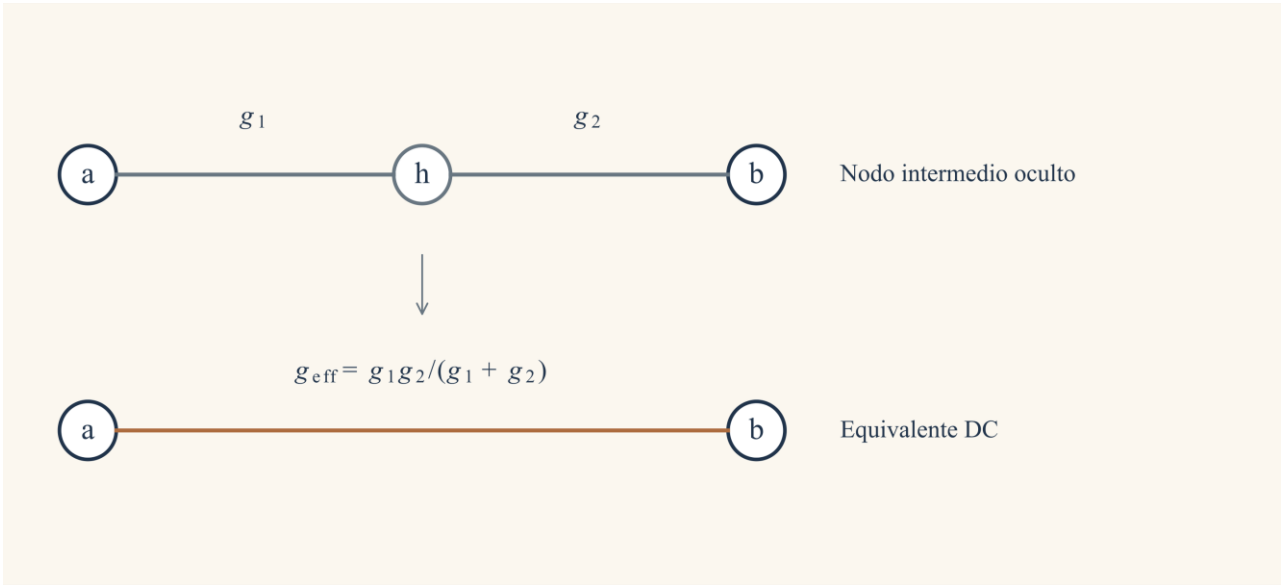


Figura 22. Nodo oculto y comunicación eficiente entre los puertos disponibles. El diagrama acortado reproduce los datos externos seleccionados; su borde no tiene que coincidir con un conductor físico separado de la red original.

Cuando la reconstrucción se vuelve única

No se deduce de lo anterior que los problemas inversos son desesperados. Su solvabilidad depende de las condiciones exactas. Si se conoce la normalización, todos los nodos son accesibles, y se mide la matriz completa G(s) para s positivo real, entonces en este modelo de dimensión finita el operador es restaurado por inversión de matriz. Esta es una declaración fuerte, pero su fortaleza viene a costa del acceso completo al sistema. No se aplica a situaciones en las que se mide una submatriz pequeña o los coeficientes de conexión del sensor son desconocidos.

$$L = G(s)^{-1} - sI \qquad (6.3)$$

También hay teoremas de unicidad en problemas continuos. Sylvester y Uhlmann mostraron la reconstrucción de la conductividad isotrópica suave a partir de datos de contorno completos en un dominio de dimensiones no inferiores a tres bajo las condiciones de su teorema. Este ejemplo es importante precisamente debido a sus supuestos explícitos: el tipo de ecuación y dominio son conocidos, la clase de coeficientes es limitada y todas las influencias de límite requeridas están disponibles. Ocho sensores en un entorno desconocido no reproducen automáticamente este conjunto de suposiciones. [18]

Además de la unicidad, hay estabilidad. Dos modelos diferentes pueden dar respuestas diferentes, pero la diferencia será menor que el ruido del instrumento. Formalmente el problema es entonces solucionable, pero prácticamente está mal condicionado. Un resultado de investigación razonable incluye no solo la configuración encontrada, sino también la distancia a los competidores más cercanos en el espacio de señal medido. Cuanto menor sea esta distancia en comparación con la incertidumbre, más cuidadosamente se debe interpretar la imagen reconstruida. Es útil mostrar estas alternativas juntas en un gráfico, en lugar de ocultarlas detrás de una sola línea de mejor ajuste.

Distancia entre explicaciones

La discriminabilidad práctica comienza con la elección del espacio de datos. Deje que todos los elementos de la matriz medidos se recopilen en un vector μ, y C describa sus errores. La diferencia entre las dos predicciones se compara con el ruido después de la normalización por covarianza inversa. Si dos familias de modelos admiten sus propios parámetros desconocidos, se deben comparar las predicciones factibles más cercanas, no dos curvas representativas elegidas arbitrariamente.

$$D^2(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1) = \inf_{\mu_0 \in \mathcal{M}_0,\, \mu_1 \in \mathcal{M}_1} (\mu_1 - \mu_0)^{\top} C^{-1} (\mu_1 - \mu_0) \qquad (6.4)$$

Aquí. M_0 y M_1 denota conjuntos de datos esperados, en lugar de conjuntos de registros ya ruidosos. La distancia cero significa que al menos algunos representantes de las clases son indistinguibles por este protocolo. No prohíbe la discriminación de otros representantes. En particular, la clase de una conexión adicional con g, arbitrariamente cercana a cero, está en contacto con la clase sin esta conexión. Por lo tanto, la detectabilidad universal de la totalidad de dicha familia no se puede obtener con ruido finito.

Cuando se estudia un rango g específico, la distancia se calcula específicamente para él. Otra forma es establecer la precisión requerida de la calibración independiente y averiguar en qué puertos divergen los conjuntos competidores. Por lo tanto, la pregunta “qué tan preciso es un dispositivo necesario” adquiere un cierto significado: se necesita precisión para separar las predicciones dadas para los cambios permitidos dados en los componentes ordinarios.

Ningún mínimo de la función de error reemplaza esta comparación. Le indica dónde se encuentra el mejor representante de la clase seleccionada. Si la clase vecina encaja igual de bien, el resultado se deja con varias explicaciones. Tal registro es útil en la práctica: muestra exactamente qué nuevo experimento debería cambiar la situación.

Cuando la calibración se dirige al mismo lugar que la señal

Es conveniente considerar la causa local de la ambigüedad antes del ajuste no lineal completo. En las proximidades de la norma, la derivada con respecto a la resistencia dla arista supuesto establece el vector h. Los derivados con respecto a los pesos ordinarios constituyen las columnas de la matriz J. Si h se encuentra casi en el espacio de estas columnas, la deriva distribuida cambia los datos en casi la misma dirección que la adición deseada.

$$\delta\mu = h\,\delta g + J\,\delta w, \qquad \rho_{\mathrm{loc}} = \frac{\| (I - J J^{+}) h \|_2}{\| h \|_2} \qquad (6.5)$$

El registro utiliza varianzas independientes iguales de elementos de datos. Para la covarianza común, primero se aplica la normalización apropiada. La matriz J^{+} es un pseudo-inverso con un corte explícitamente especificado de pequeños valores singulares. El valor de ρloc mide la fracción de la dirección de la señal que permanece después de eliminar libremente las direcciones de calibración. Caracteriza la aproximación lineal en un punto seleccionado.

Indicador para puertos de esquina originales	Significado
Tamaño de la matriz de sensibilidad	192 × 144
Límite relativo de valores singulares	10^{-10}
Rango numérico	93
La proporción restante de la norma de la dirección de la señal	2.376 %
Norma de coeficientes libres por unidad g	575.42

La sensibilidad al corte numérico se prueba por separado. En los umbrales 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10} y 10^{-12} El mismo rango 93, participación residual 0.02375875 y se obtiene el coeficiente máximo 146.69. La razón de la estabilidad aquí es visible en el espectro: 93El valor singular es 1.1141×10^{-6} Desde el más grande, el siguiente es sobre 3.13×10^{-16}. El espectro completo y cuatro resultados son salvados por el programa. Esta es una comprobación del condicionamiento numérico de esta linealización; no transforma las direcciones de calibración libres en deriva finita físicamente permisible.

En esta red, después de la proyección, 2.38 El porcentaje de la norma original permanece. Al mismo tiempo, los coeficientes libres necesarios son muy grandes: el valor absoluto máximo es aproximadamente 146.69 por unidad g. Por lo tanto, a partir de una pequeña fracción del resto no se deduce que un fuerte enlace de resistencia finita pueda simularse por el dos por ciento de la deriva. El problema no lineal restringido debe resolverse por separado. Esta separación evita que el error de hacer una conclusión local sin límites de parámetros se convierta imperceptiblemente en una declaración sobre el dispositivo real.

La geometría de esta ambigüedad local en el espacio de registro se muestra en la figura 23.

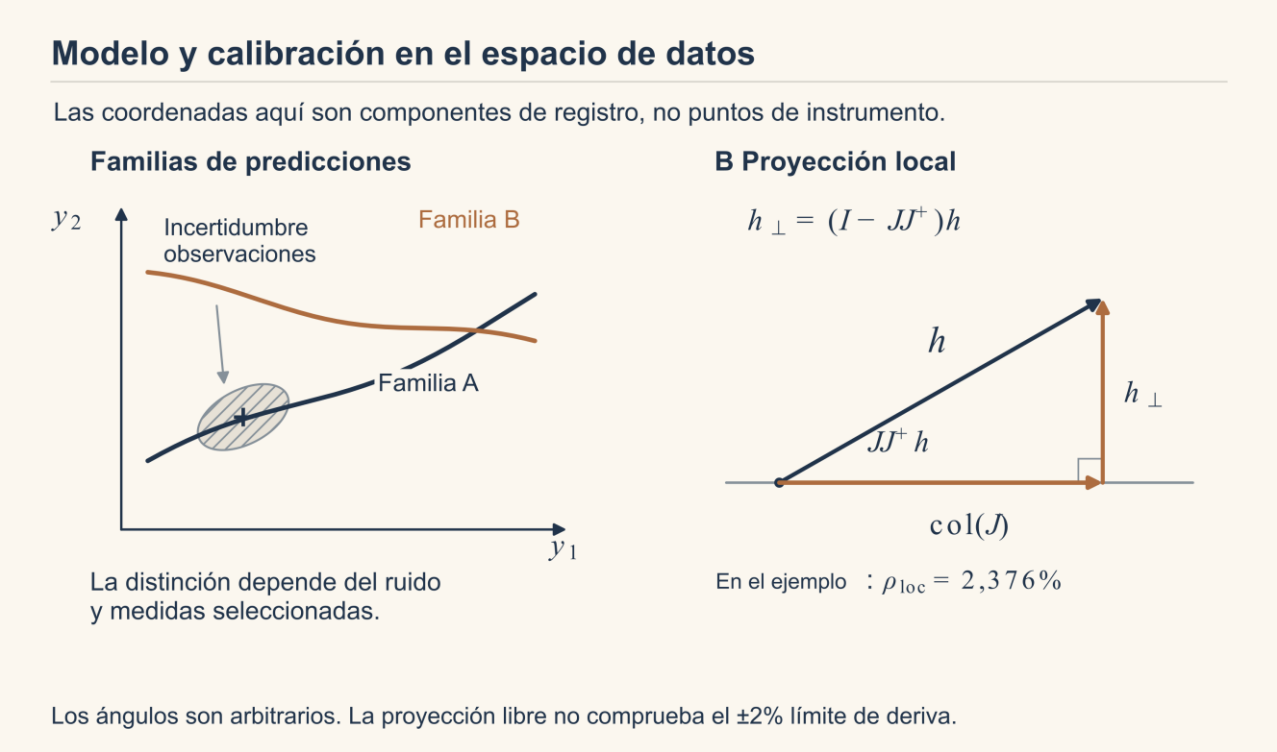


Figura 23. Espacio de datos y ambigüedad de calibración local. A la izquierda hay familias de predicciones e incertidumbre observacional; es un diagrama, no la geometría física de un objeto. A la derecha, la dirección de la señal h se divide en una proyección de calibración y un resto. En el ejemplo de red, el resto es 2.376% de la norma original. Los ángulos de la figura son arbitrarios: una pequeña proyección libre en sí misma no establece compatibilidad con la restricción de deriva finita. ±2%.

Un plan de medición útil busca aumentar la diferencia después de permitir una calibración permisible. Para hacer esto, puede cambiar las ubicaciones de origen, el método de lectura o el operador conocido de la segunda sonda. Un aumento en la señal sin procesar por sí sola no garantiza una mejora: la señal de cambio de calibración también puede aumentar al mismo tiempo. En el siguiente capítulo, aparecerán límites que se aplican a todo el rango finito de pesos.

¿Qué medidas añaden distinguibilidad?

La primera forma de agregar información es cambiar la ubicación del efecto. Una fuente ubicada cerca del extremo previsto de un enlace oculto excita el sistema de manera diferente que una fuente distante. La segunda forma es cambiar la escala de tiempo. Una respuesta lenta logra evitar los caminos largos, mientras que una respuesta rápida detecta más fuertemente las secciones cercanas y los retrasos internos. La tercera forma es hacer un cambio local conocido y comprobar cómo se reconstruye toda la respuesta. En este último caso, el investigador recibe información no solo sobre el estado del sistema, sino también sobre su respuesta a la intervención controlada.

Para una matriz invertible A, una pequeña perturbación conocida δA conduce al primer orden δG = −GδAG. Esta fórmula relaciona la sensibilidad de la respuesta observada con la ubicación de la intervención. Si un cambio en un nodo hace una diferencia significativa entre dos configuraciones

competidoras, es aquí donde es ventajoso colocar un elemento de conmutación o un sensor adicional. Tal planificación es mucho más significativa que un aumento mecánico en el número de mediciones. Cien repeticiones de un canal insensible pueden proporcionar menos información útil que un nuevo canal calibrado independientemente.

Finalmente, uno debe distinguir entre la restauración de un gráfico y la restauración de su incrustación física. El mismo gráfico puede implementarse mediante cables en una tabla, rutas ópticas o interacciones de estados internos. La matriz de conexión en sí no indica a través de qué espacio se establecen estas interacciones. Por lo tanto, el libro utiliza la tomografía de red como una escuela de hipótesis comprobables. Te enseña a encontrar conexiones ocultas, apreciar la ambigüedad y diseñar experimentos discriminatorios. La transición de este resultado a declaraciones sobre el vacío requiere una base física separada, que se considerará después del experimento computacional.

El lugar de esta tarea entre los métodos existentes

La restauración conjunta de varios gráficos ya es una dirección independiente. Yuan et al. estudian la estimación de múltiples laplacios con estructura común, distinta y dispersa a través de la regularización estructurada. Navarro et al consideran observaciones parciales de señales de gráficos estacionarios con nodos ocultos y conectividad similar a través de múltiples redes. Estos trabajos proporcionan puntos de comparación útiles; sus garantías se relacionan con sus propios operadores de observación y requisitos previos. [39] [40]

Formulación del problema	Datos y objeto	Qué comparar
Yuan et al.	Varios conjuntos de señales gráficas; estimación conjunta de laplacios	Un método para especificar una estructura común y diferente; requisitos previos de evaluación
Navarro et al.	Observaciones nodales parciales; influencia de nodos ocultos	Relación entre las estadísticas observadas y el gráfico y las condiciones de recuperación
Ejemplo en este libro	Respuestas de puerto administradas de una red conocida; límites de deriva finitos	Qué pares se excluyen al cambiar puertos y cuáles siguen siendo compatibles

El sujeto del cálculo es más estrecho que el problema general del espacio emergente. Los nodos, la topología básica y los operadores de registro son conocidos. Se desconocen los cambios limitados en los pesos y las posibles relaciones adicionales. La contribución del ejemplo completo es la construcción comprobable de la comparación de tales explicaciones: respuesta exacta, envolvente limitada, contraejemplo peligroso y dimensión que separa las alternativas elegidas. La novedad científica independiente de toda la estructura requerirá una comparación separada con la literatura más amplia; identidades bien conocidas y la idea misma de varias sondas conservan sus orígenes.

Capítulo 7 La hipótesis de la conectividad dispersa compartida

De una señal inusual a una estructura comprobable

Después de discutir la ambigüedad, se puede formular una hipótesis de trabajo. Deje que varios métodos calibrados independientemente de estudiar un sistema indiquen un pequeño número de los mismos compuestos adicionales. Su fuerza puede variar a medida que diferentes procesos interactúan con el objeto de manera diferente. Se supone la disposición común de las conexiones, y no la coincidencia de todas las señales. Tal hipótesis es lo suficientemente específica como para ser incorrecta: las conexiones restauradas pueden no coincidir, la predicción en nuevos puertos puede fallar y la desviación puede deberse completamente al error de calibración normal.

En la primera etapa estamos hablando de una red finita con nodos conocidos. El índice α denota el canal de investigación para el cual su propio operador base $L_0\alpha$ está definido. Estos pueden ser diferentes realizaciones experimentales de la topología general o diferentes procesos físicos, si la correspondencia de los nodos se justifica independientemente para ellos. Usar el mismo índice de puntos en dos modelos no es suficiente: debe establecer que los sensores están accediendo al mismo elemento del sistema. Sin tal comparación, la estructura coincidente de las matrices será una convención notacional en lugar de un hecho observable.

$$L_\alpha = L_{0\alpha} + \sum_{e=1}^{m} g_{\alpha e}\, b_e b_e^{\top}, \qquad b_e = e_{a_e} - e_{b_e}, \qquad g_{\alpha e} \geq 0 \qquad (7.1)$$

La escasez aquí significa que m es pequeño en comparación con el número de pares posibles. No se deriva de los principios generales de la física y se introduce como una restricción comprobable del modelo. Si los datos requieren cientos de relaciones ajustables independientemente, la hipótesis original pierde parsimonia explicativa. Si se permite que un canal individual no vea arbitrariamente ninguna relación inconveniente, la verificabilidad también se debilita. Por lo tanto, antes del análisis, es necesario indicar qué interacciones deben estar presentes en los canales participantes y qué límites de sensibilidad permiten que la ausencia de una respuesta se considere significativa.

Vocabulario común y estructura activa común

La matriz de posibles bordes todavía no determina qué bordes están físicamente presentes. Deje que B contenga dos columnas, y la primera sonda tiene pesos (g, 0), la segunda - (0, g). El vocabulario de los candidatos resulta ser común; no hay conexiones compartidas activas. Por lo tanto, la hipótesis de un solo dispositivo debe identificar explícitamente el conjunto E* de conexiones distintas de cero, el número limitante de sus elementos y los canales sensibles involucrados.

$$E_\alpha^{\mathrm{act}} = \{e : g_{\alpha e} > 0\}, \qquad E_\alpha^{\mathrm{act}} = E_* \qquad (7.2)$$

La igualdad solo se aplica a aquellos canales que están preestablecidos para tener interacciones distintas de cero con los enlaces que se están probando. Si la teoría física permite la ausencia de interacción en un canal particular, esta excepción se fija antes del análisis. No se puede insertar cada vez que la siguiente sonda está incómodamente en desacuerdo con las otras. La detectabilidad también requiere un rango de fuerzas accesibles a una precisión dada; el límite g = 0 sigue siendo el límite de la hipótesis nula.

El ejemplo numérico de dos sondas del capítulo 8 selecciona una versión aún más estrecha: m = 1, el mismo par desordenado, g que van desde 0 a 3 s⁻¹ Coeficientes positivos conocidos ηα, Así que gα = ηαg. En la primera sonda $\eta_1 = 1$, en el segundo $\eta_2 = 1.6$. Esta es una conexión dada entre dos modelos analógicos, y no una relación universal entre las interacciones de diferentes campos naturales. Los límites exteriores incluirán g = 0; Cuando el cero sigue siendo válido, no se ha establecido la existencia de una relación activa.

Los nodos se mapearon antes del análisis. Para cada sonda, se conocen los pesos nominales, el operador de selección de puertos, la fuente y la normalización de la respuesta. El modelo sin adición, el modelo de par común y el modelo que permite diferentes pares en dos canales se consideran por separado. En todas partes se mantiene el mismo límite de cambio relativo en los pesos ordinarios. Gracias a esto, la generalidad de la estructura se comprueba en el fondo de la misma incertidumbre de calibración.

La diferencia entre un diccionario candidato compartido y un enlace activo verdaderamente compartido se puede ver en la Figura 24.

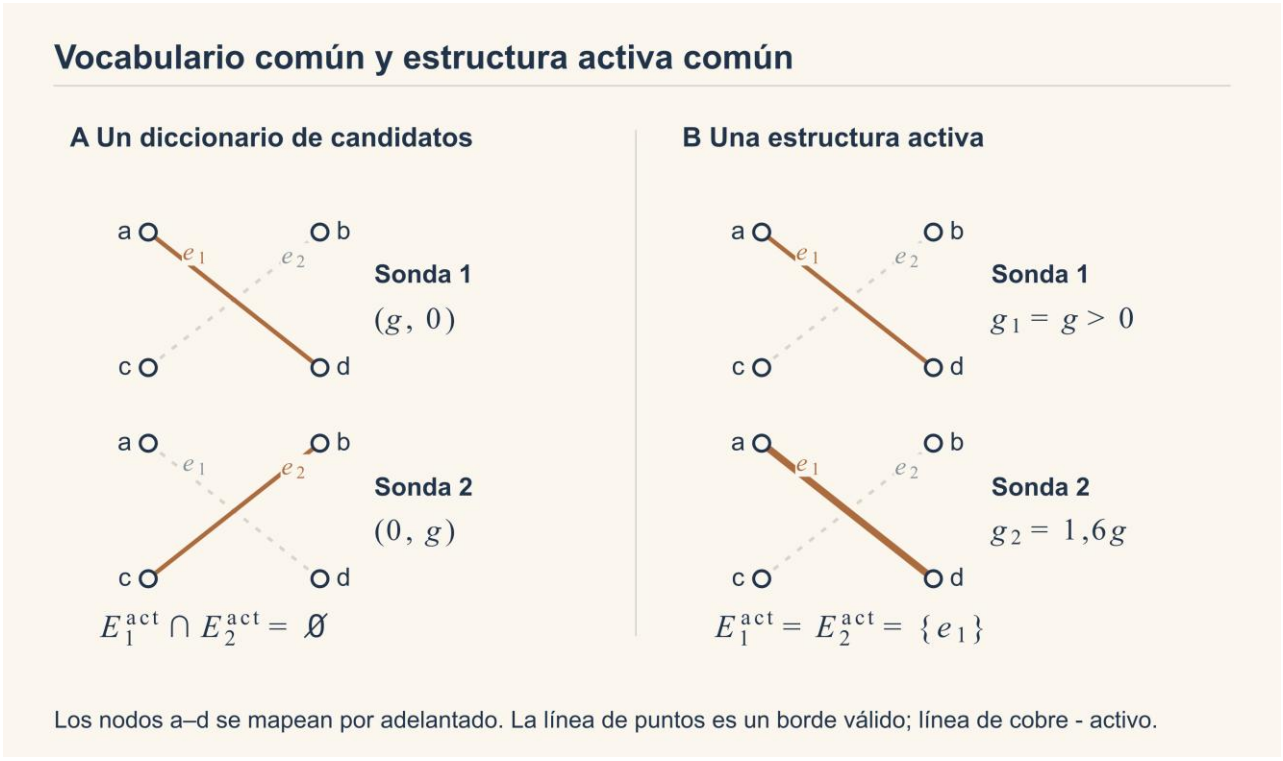


Figura 24. Un vocabulario común y una estructura activa común son condiciones diferentes. En el par izquierdo de circuitos, ambas sondas admiten los mismos aristas e_1 y e_2, pero activa diferentes entradas del diccionario; la intersección de los conjuntos activos está vacía. A la derecha, la misma conexión está activa entre nodos previamente mapeados. Coeficientes g y 1.6g repetir la relación de sensibilidad dada del modelo de dos sondas, sin expresar la ley universal de interacción de los campos naturales.

¿Qué garantizan los pesos positivos?

La matriz L se construye a partir de pesos de borde positivos. Para un vector real arbitrario x, su forma cuadrática es la suma de los cuadrados de las diferencias entre nodos vecinos. Esto implica la no negatividad de los valores propios y la estabilidad de los modos amortiguados de la ecuación = −Lx. El estado uniforme sigue siendo el modo nulo, ya que cada conexión responde solo a la diferencia de valores en los extremos. Estas propiedades aseguran la consistencia matemática del análogo seleccionado. No prueban que la misma dinámica describa el espacio fundamental.

$$x^{\mathsf{T}} L x = \sum_{e} w_e \left(x_{a_e} - x_{b_e} \right)^2 \geq 0, \qquad L\mathbf{1} = 0 \qquad (7.3)$$

Para s reales mayores que cero, el operador A = L + sI es estrictamente positivo e invertible. Si L tiene la dimensión del tiempo inverso, s se mide en las mismas unidades, y $G = A^{-1}$ Tiene la dimensión del tiempo. El factor de acoplamiento g añadido también se mide en segundos recíprocos. El vector b no tiene dimensiones. Por lo tanto, el producto $g\, b^{\mathsf{T}} G_0 b$ es adimensional, como se requiere para la suma con unidad en las siguientes fórmulas. Esta verificación de unidades es

especialmente útil cuando se transfiere un modelo matemático a un circuito eléctrico o banco mecánico.

El incremento negativo de una conexión existente requiere una consideración separada. Puede ser físicamente admisible si el peso resultante permanece no negativo, pero ya no pertenece a la clase de adición. $g \geq 0$ ser probados aquí. Del mismo modo, las interacciones dirigidas, los amplificadores activos y los operadores asimétricos cambian las propiedades del modelo. No se pueden incluir con una aclaración verbal después de un ajuste fallido. La expansión de la clase es posible, pero debe ir acompañada de nuevas condiciones de estabilidad, nuevas fórmulas de respuesta y una reevaluación de la distinguibilidad.

La respuesta exacta de un enlace añadido

Para una conexión, la derivación se puede llevar a cabo sin recurrir a álgebra de matriz engorrosa. Denominemos la solución anterior $x_0 = G_0 f$, donde f es la influencia externa dada. Después de agregar la conexión, la ecuación se convierte en $(A_0 + g b b^T)x = f$. Multiplicar por G_0 da $x = x_0 - g G_0 b (b^T x)$. Toda la corrección desconocida ahora depende de un solo escalar. $\beta = b^T x$, es decir, en la diferencia de estado al final de la conexión añadida.

$$\beta = \frac{b^\top x_0}{1 + g\tau}, \qquad \tau = b^\top G_0 b > 0 \qquad (7.4)$$

Al sustituir de nuevo β y tener en cuenta que la perturbación f es arbitraria, obtenemos el cambio de toda la matriz de transferencia. Se trata de un caso particular de la identidad estándar de Sherman-Morrison. Es importante respetar su origen histórico: el objeto de la investigación propuesta es el diseño de las mediciones y la comprobación de los modelos de conectividad, no atribuirse una fórmula algebraica conocida. Aquí se vuelve a deducir la fórmula para una clase concreta de redes, de modo que el lector pueda comprobar cada paso y las condiciones de su aplicación. [19]

$$\Delta G = -\frac{g}{1 + g\tau}\, u u^\top, \qquad u = G_0 b \qquad (7.5)$$

La respuesta se factoriza en el producto de un perfil espacial y en sí misma. Por lo tanto, su rango no excede uno. Para s positivos, la corrección es semidefinida negativa: cualquier combinación cuadrática de cantidades medidas da un resultado no positivo. Sin embargo, los elementos individuales fuera de la diagonal pueden tener ambos signos, ya que los componentes u también tienen diferentes signos. Una declaración sobre el signo de una matriz no puede ser reemplazada por una declaración sobre el signo de cada uno de sus elementos.

Si solo hay algunos puertos disponibles, la instrucción de selección P reemplaza el perfil u por Pu. La estructura de rango uno se mantiene, pero la amplitud puede volverse muy pequeña o desaparecer por completo. La ausencia de una señal indica entonces la falta de sensibilidad de los puertos seleccionados a esta conexión. No es equivalente a la ausencia de la conexión en sí. Esta es la razón por la que el diseño del sensor es parte de la hipótesis que se está probando: el mismo objeto puede ser visible en una configuración de puerto y casi invisible en otra.

La transición desde la arista añadida a la matriz de puertos disponible se muestra en la figura 25.

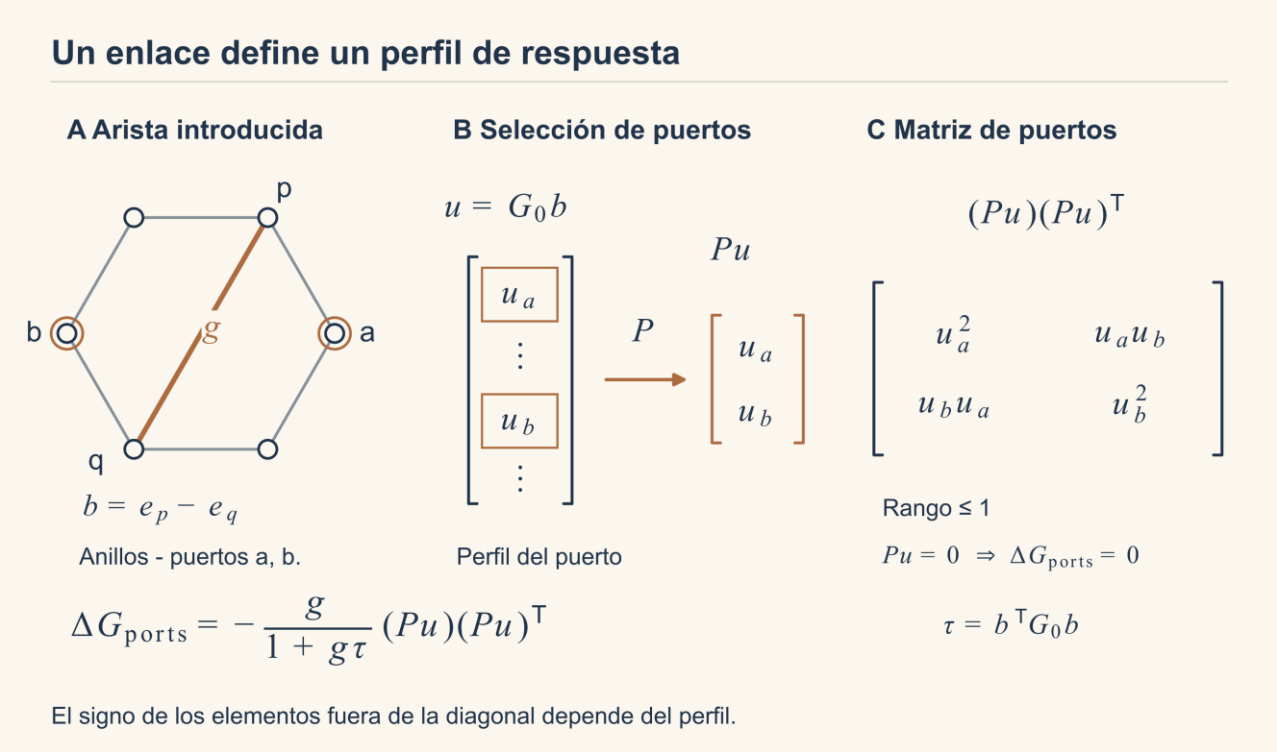


Figura 25. Factorización de la respuesta de una conexión adicional. El borde entre p y q define el vector b, y el operador nominal inverso lo transforma en el perfil u. La selección de dos puertos ilustrativos conserva solo la$_a$ y u$_\beta$ componentes. Su producto externo forma una corrección observable con un factor negativo común. El rango no excede uno, pero los elementos individuales fuera de la diagonal pueden tener cualquier signo. Cuando Pu = 0, los puertos seleccionados no detectan el enlace añadido.

Por qué una conexión fuerte no siempre se mide mejor

La fórmula revela otra limitación. A medida que g aumenta, la amplitud del factor g/(1 + gτ) se satura. Dos enlaces muy fuertes de diferentes pesos pueden unir sus extremos casi por igual y producir respuestas similares. El dispositivo detecta de forma fiable un cambio, pero es pobre en la estimación de su fuerza exacta. Este es un ejemplo de cómo la detectabilidad y la precisión de la determinación de parámetros divergen incluso en un modelo perfectamente conocido. Aumentar la sensibilidad del sensor ayuda solo mientras la incertidumbre no esté determinada por la dependencia más débil de la señal en g.

$$\frac{\partial \Delta G}{\partial g} = -\frac{uu^\top}{(1+g\tau)^2}, \qquad \lim_{g\to\infty} \Delta G = -\frac{uu^\top}{\tau} \qquad (7.6)$$

Esto implica una elección práctica de escalas de medición. Para cada par de puertos, es útil estimar no solo la magnitud de la señal, sino también la derivada con respecto al parámetro desconocido. El canal con la desviación más grande no da necesariamente el error g más pequeño. Análisis conjunto de varios s puede mejorar la situación, ya que el perfil de u y el valor de τ cambio con la escala. Pero no crea información de forma gratuita: el rango s está limitado por el tiempo de grabación, el ruido y la precisión del modelo del dispositivo real.

Múltiples conexiones y un patrón de conectividad compartido

Para varias adiciones, recogemos los vectores b en las columnas de la matriz B e introducimos una matriz diagonal Γ de pesos positivos. Es conveniente poner u = BΓ¹′². Resolviendo el sistema A_0x + UU.ᵀx = f se reduce a encontrar un pequeño vector z = U^Tx. Multiplicando la expresión x = G_0f − G_0Uz por U^T da un sistema lineal para z de dimensión m. Después de resolverlo, se obtiene la forma de la identidad estándar de Woodbury.

$$\Delta G = -G_0 U \left(I + U^\top G_0 U\right)^{-1} U^\top G_0 \qquad (7.7)$$

Desde s > 0 La matriz interna es estrictamente positiva. Por lo tanto, la corrección es de nuevo semidefinida negativa, y su rango no excede el número de columnas linealmente independientes B. Puede ser menor que el número de aristas añadidas: por ejemplo, los vectores de aristas de un ciclo son linealmente dependientes. Medir solo un subconjunto de nodos puede reducir aún más el rango observado. Por lo tanto, el número de valores singulares sobresalientes proporciona información limitada sobre la complejidad de la perturbación, pero no es un contador universal para conexiones ocultas.

En la versión multicanal, el conjunto activo compartido de bordes viene dado por la definición anterior. Las matrices B se pueden escribir en un diccionario extendido, pero los pesos de columna cero no deben crear un acuerdo falso. La prueba compara el modelo de estructura compartida con el modelo de estructura separado y con las causas instrumentales. El número de índices coincidentes solo es útil junto con el mapeo de nodos conocido y las predicciones de medición cuantitativa.

La calibración entra en la hipótesis

Las aristas ordinarios también cambian. En primer lugar, su contribución es −G_0δLG_0, donde δL es la suma de muchos pequeños incrementos locales. En puertos limitados, esta contribución puede ser equivalente a un nuevo enlace. Por lo tanto, en el siguiente procedimiento, la norma se sustituye por una familia de calibraciones válidas. Supongamos que la desviación relativa de cada peso ordinario en valor absoluto no excede ε = 0.02. Para el experimento computacional, esta es la condición exacta del generador; en el instrumento debe basarse en una calibración independiente.

Es conveniente construir la función de desacuerdo usando el vector de residuos r y la matriz de covarianza de errores C. A continuación, se tienen en cuenta las diferentes precisiones de los canales y las correlaciones entre ellos. Pero el valor mínimo de una función después de buscar a través de muchos pares no debe interpretarse automáticamente como estadísticas ordinarias con un parámetro seleccionable. El algoritmo selecciona tanto la fuerza continua de la conexión como la ubicación discreta de sus extremos. La posibilidad de un golpe aleatorio debe tener en cuenta toda la búsqueda, no solo el último paso de optimización.

$$\chi^2 = r^\top C^{-1} r \qquad (7.8)$$

Los dos modelos que se comparan ahora difieren solo en la conexión añadida. En Hcal, los pesos normales se varían libremente dentro de un intervalo dado. En Hcal + borde se aplican los mismos límites y se permite un acoplamiento positivo adicional. El umbral obtenido para una referencia

perfectamente estacionaria no se traslada a esta comparación. Para una clase limitada, puede construir otra prueba que se base en el orden de las matrices positivas y no requiera encontrar el mínimo global sobre los 144 pesos.

La envolvente de todas las calibraciones admisibles

Cada peso ordinario se escribe como $w_e = w_{0e}(1 + \delta_e)$, donde $|\delta_e| \le \varepsilon$. Para cualquier vector x, la suma $w_{0e}\delta_e(x_a - x_\beta)^2$ está limitado en valor absoluto por $\varepsilon x^T L_0 x$. Por lo tanto, el orden de las formas cuadráticas se satisface inmediatamente para todos los pesos admisibles. El signo “precede” en la fórmula significa exactamente este orden, y no una comparación elemento por elemento de matrices.

$$(1 - \varepsilon) L_{0\alpha} \preccurlyeq L_\alpha(\delta_\alpha) \preccurlyeq (1 + \varepsilon) L_{0\alpha} \qquad (7.9)$$

Desde s > 0, todas las matrices después de añadir sI son estrictamente positivas. La inversión invierte el orden. Esto se puede verificar pasando a $B^{-1/2}AB^{-1/2}$: si A no es menor que B, la matriz normalizada no es menor que la matriz de identidad, y su inversa no es mayor que la matriz de identidad. Volviendo a las variables originales da la desigualdad deseada. La misma contribución de arista positivo se puede agregar a ambos límites antes de la inversión.

$$A_{\pm,\alpha} = sI + (1 \pm \varepsilon) L_{0\alpha} + \eta_\alpha g b b^\top \qquad (7.10)$$

$$A_{+,\alpha}^{-1} \preccurlyeq G_\alpha(s) \preccurlyeq A_{-,\alpha}^{-1} \qquad (7.11)$$

La cubierta exterior de la respuesta se obtiene para cualquier distribución de pesos admisibles, incluyendo una deriva correlacionada especialmente seleccionada. No se requiere la independencia de los cambios de borde. Además, diferentes δα Se pueden permitir vectores para diferentes sondas. Si son realmente comunes, la clase se vuelve más estrecha y la envolvente sigue siendo válida. Cuando ε < 1 La positividad de las conductancias ordinarias no se pierde.

El límite se aplica solo a las variables enumeradas. Las capacitancias desconocidas, las fugas a tierra, las conexiones direccionales, los elementos activos ocultos y la normalización inexacta requieren una inclusión separada en el modelo. Sería incorrecto atribuir la protección de cualquier defecto del instrumento a esta fórmula. Su ventaja radica en la cobertura precisa del rango de calibración finito y claramente nombrado.

De una matriz unida a un intervalo medible

Elijamos un vector prenormalizado a, soportado en los puertos disponibles, y consideremos el escalar $z = a^T G a$. Por ejemplo, a puede resaltar una respuesta diagonal o la diferencia de dos puertos divididos por √2. El orden matricial implica un intervalo para z. Un escalar es conveniente porque su incertidumbre se calcula directamente a partir de la covarianza de los elementos de matriz escritos.

$$a^\top A_+^{-1} a \le z \le a^\top A_-^{-1} a \qquad (7.12)$$

Para el par propuesto, ambos límites dependen de g de acuerdo con la fórmula ya derivada para una conexión. Sea R una de las dos matrices nominales inversas con g = 0. Entonces $z_0 = a^T R a$, $v = a^T R b$ y $d = b^T R b$. Todos estos números se calculan antes de ajustar la fuerza dla arista.

$$z_R(g) = z_0 - \frac{\eta g v^2}{1 + \eta g d} \qquad (7.13)$$

La curva no aumenta. La intersección de su valor con un nivel dado z* se encuentra analíticamente cuando el denominador es positivo. En otros casos, las condiciones se comprueban en los extremos del rango g; una solución formal infinita o negativa no es un sustituto de esta prueba.

$$g_* = \frac{z_0 - z_*}{\eta\,[v^2 - d(z_0 - z_*)]} \qquad (7.14)$$

Cada contraste proporciona el intervalo de fuerza requerido. La intersección por contrastes, escalas y sondas conserva el rango g para un par o lo elimina por completo. Para 64 nodos, el código comprueba todos los pares no ordenados de 2016 sin preselección. Cuando g = 0 Todos denotan el mismo caso de no adición; miles de índices preservados en este modo no significan miles de relaciones descubiertas.

La envolvente exterior permite valores que pueden requerir diferentes pesos para diferentes contrastes. Por lo tanto, el par superviviente aún no prueba la existencia de un vector compatible de componentes. Después de la poda, se realiza un ajuste restringido exacto de la respuesta completa. Encontrar un punto válido sirve como evidencia de compatibilidad, pero detener el optimizador local no prueba la ausencia de tal punto. Es esta distinción la que permitirá que las exclusiones estrictas y búsquedas numéricas útiles se utilicen por separado.

La lógica de combinar las restricciones escalares y sus límites se ilustra en la figura 26.

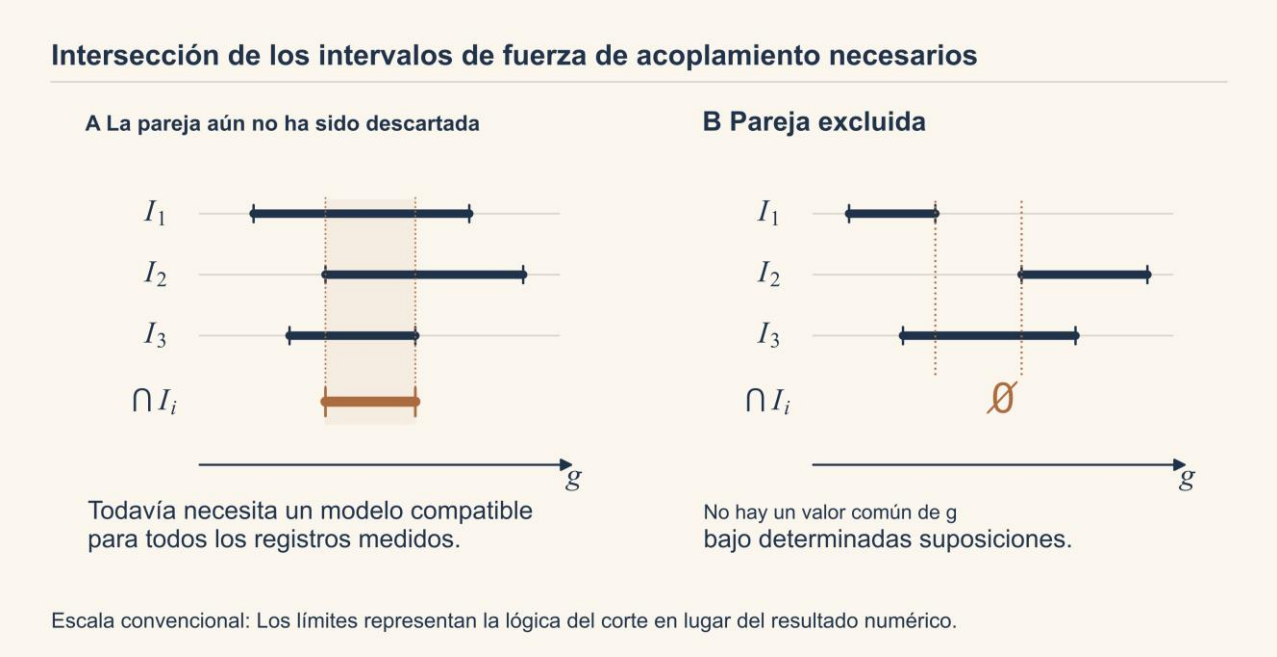


Figura 26. Intervalos necesarios para la fuerza de una supuesta conexión. Cada contraste limita g, después de lo cual los intervalos se cruzan. Una intersección no vacía conserva al candidato, pero aún no presenta un solo vector de pesos ordinarios consistente con todas las observaciones. Una intercepción vacía elimina el par bajo las suposiciones iniciales y el error simultáneo elegido. Los extremos de los intervalos aquí son condicionales: la figura explica la lógica dla envolvente externo y no representa los resultados de una búsqueda numérica.

Cuando la segunda sonda repite la primera

Una arista común se convierte en una restricción significativa si los canales ven alternativas válidas de manera diferente. El control más simple se obtiene escalando todo el operador. Si $L_2 = cL_1$ y los parámetros de Laplace también se multiplican por c, la segunda respuesta repite la primera con un factor conocido.

$$L_2 = cL_1, \quad s_2 = cs_1, \quad G_2(cs) = \frac{1}{c} G_1(s) \qquad (7.15)$$

El ruido independiente de tal repetición puede reducir la incertidumbre estadística. Pero con cero ruido, el conjunto de explicaciones estructurales sigue siendo el mismo: cualquier modelo admisible del primer canal corresponde a un modelo a escala del segundo. Este es un control estricto de que una tabla de datos adicional por sí misma no significa necesariamente información geométrica adicional.

El siguiente capítulo compara las dos opciones. Una sonda escala la primera. El otro cambia la traslación nominal en direcciones y se dirige a la cara opuesta del cubo. Luego se introduce otra configuración de puerto, elegida para separar las alternativas detectadas. Tales transiciones le permiten indicar qué información cambió la salida y qué resultado permanece condicional.

Capítulo 8 Un experimento computacional y su robustez

¿Por qué hacer un pequeño experimento?

La primera prueba de una idea de investigación debe ser lo suficientemente simple como para que pueda replicarse en su totalidad. Una simulación demasiado compleja oculta errores detrás del número de parámetros y hace que sea difícil entender qué se recuperó exactamente. Por lo tanto, se ha elegido un gráfico cúbico finito para este libro. Se conoce su estructura, se introduce explícitamente un enlace adicional y el algoritmo recibe solo datos externos limitados. El experimento le permite verificar fórmulas, crear un procedimiento de búsqueda y ver sus limitaciones antes de fabricar el dispositivo.

Todos los números en este capítulo se obtienen calculando las redes dadas. La primera etapa prueba la recuperación contra una referencia exacta; la segunda muestra cómo esta restauración se destruye cuando falla. La calibración se convierte entonces en una familia completa de explicaciones. El lector necesita toda la secuencia: una respuesta exitosa, un contraejemplo peligroso y un cambio en la medición que resuelva la ambigüedad elegida.

El ejemplo original, las series de prueba extendidas y el protocolo de calibración limitado se almacenan en conjuntos separados. No se pueden mezclar: diferentes puertos, límites de calibración y reglas de inferencia definen diferentes experimentos. Todas las grabaciones son sintéticas; la fabricación del soporte se considera por separado en el taller de medición. La correspondencia de los conjuntos con los programas se da en las instrucciones adjuntas.

Enrejado conocido y conexión desconocida

En el sistema hay 64 nodos ubicados en los puntos enteros del cubo 4 × 4 × 4. Cada nodo está conectado solo a sus vecinos más cercanos a lo largo de tres coordenadas. En total, obtenemos 144 ordinarias, cada una con una intensidad de 1 s^{-1}. Las ocho esquinas del cubo se utilizan como puertos. Sus índices en el orden de numeración aceptado son 0, 3, 12, 15, 48, 51, 60 y 63. Los nodos internos no se miden directamente, pero su existencia y conexiones iniciales son conocidas por el algoritmo.

Adicionalmente, los nodos 5 y 58 están conectados con coordenadas (0, 1, 1) y (3, 2, 2). La intensidad de la nueva conexión es 0.3 s^{-1}. En la retícula anterior, se deben pasar al menos cinco bordes más cercanos entre estos puntos. Por lo tanto, en relación con un gráfico dado, una conexión es un desvío corto de rutas anteriores. Esta definición se refiere a la geometría de la red. En una implementación eléctrica real, un simple cable puede conectar estos puntos sin crear una nueva dimensión espacial.

En cada escala, se mide el cambio en la matriz de transferencia de puertos después de añadir un enlace. Se utilizan cuatro parámetros reales positivos de la transformada de Laplace.: 0.1; 0.3; 1.0 y 3.0 s^{-1}. Los tres primeros se utilizan para el ajuste, el último se deja para probar la predicción. Estos

números no son frecuencias en hercios. Especifican la ponderación exponencial de la respuesta temporal; una transición directa a un dispositivo sinusoidal requiere reemplazar el parámetro real con la expresión compleja correspondiente.

Se añade ruido gaussiano independiente a cada uno de los 64 elementos de la matriz de puertos en cada escala. En la primera ejecución, su desviación estándar es 10^{-5} s. Aunque la matriz verdadera es recíproca, el ruido i → j y j → i Las direcciones se eligen independientemente: se asumen los registros adquiridos independientemente. Por lo tanto, una matriz ruidosa no tiene que ser exactamente simétrica. Este es un modelo de registro especial, no una violación de la reciprocidad física de la red. No hay error en la calibración básica durante la primera ejecución.

En la figura 27, son visibles tres objetos diferentes: el marco cúbico conocido, los puertos seleccionados y la conexión insertada. La posición de los puertos debe leerse como parte de las condiciones experimentales. Esto cambiará en secciones posteriores; este será un nuevo protocolo de medición con los mismos 64 nodos.

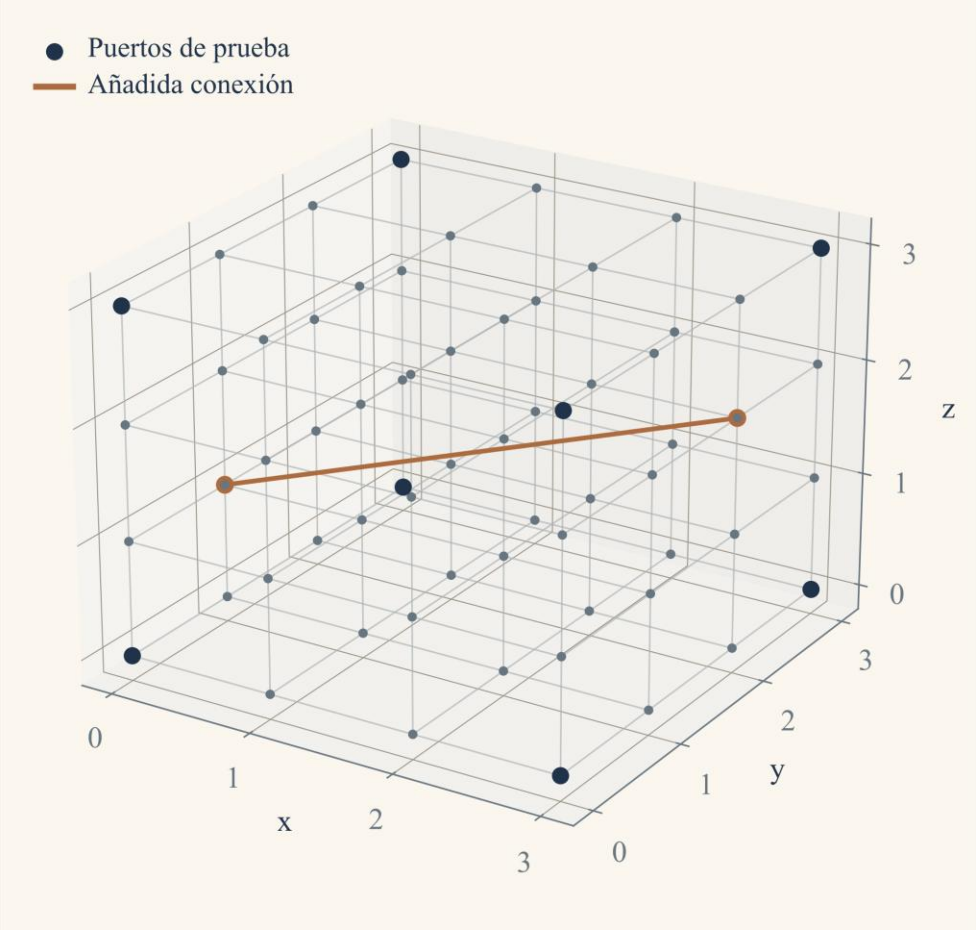


Figura 27. Experimento inicial en el cubo 4 × 4 × 4. Ocho puertos de esquina observan la acción de añadir entre los nodos 5 y 58. La numeración se basa en las coordenadas x, y, z, con z cambiando más rápido que los demás.

Cómo encuentra el algoritmo la respuesta

El algoritmo considera todo 2016 pares desordenados de 64 Nodos. Los candidatos también incluyen aristas locales existentes: agregarles un peso positivo significa el fortalecimiento habitual

de la conexión. Para cada par, g se selecciona en el intervalo de 0 a 3 s^{-1}. La predicción se calcula utilizando la fórmula exacta del capítulo anterior, y luego se compara con tres matrices ruidosas. Por lo tanto, se utilizan 192 registros dirigidos. El algoritmo recibe la clase de explicación por adelantado: se ha cambiado exactamente una conexión positiva en un conjunto conocido de nodos.

El estado inicial del generador de números aleatorios y el entorno informático se registran en el kit adjunto. La proximidad del resultado repetido a los últimos dígitos depende de la precisión de los procedimientos numéricos. Por lo tanto, los números estables, el par seleccionado y el comportamiento de los errores deben compararse; la coincidencia de redondeo de la máquina no es en sí misma un resultado físico.

Dentro del programa, la inversión matricial directa se compara con la corrección analítica. La discrepancia relativa en las cuatro escalas se encuentra aproximadamente entre 2.4×10^{-14} y 4.4×10^{-14}. La relación entre el segundo valor singular de la corrección total sin errores y el primero también está cerca de la precisión de la máquina. Esto verifica la implementación de la identidad y el rango uno. Tal precisión no se aplica a la reconstrucción a partir de datos ruidosos, y ciertamente no caracteriza la posible precisión del futuro dispositivo físico.

La comprobación de rango se ilustra mediante la figura 28. Aquí se muestran los primeros ocho de los 64 valores singulares de la matriz de cambio de respuesta completa. Esta es una matriz diferente del bloque de puertos medido 8 × 8. Casi cero números subsiguientes confirman la factorización algebraica de la respuesta completa libre de errores; la búsqueda ruidosa de puertos resuelve un problema inverso separado.

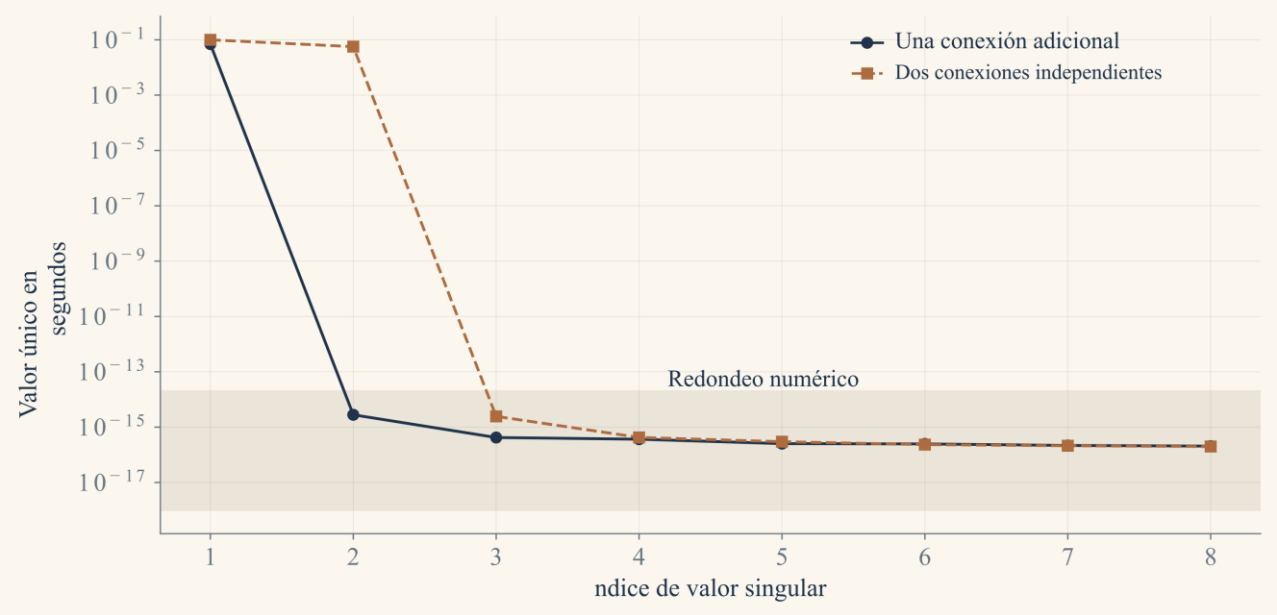


Figura 28. Los primeros ocho valores singulares de la respuesta total de la dimensión 64 × 64. Rango uno se refiere a la adición exacta de una conexión dada un estándar conocido. El número de valores mostrado no indica el número de puertos.

Qué mostró la primera ejecución

El mejor candidato resultó ser el par 5 y 58. La intensidad reconstruida es igual a 0.2994421092 s^{-1}; El error relativo es aproximadamente 0.186 por ciento. La suma de los residuos al cuadrado normalizados en los datos de entrenamiento es igual a 163.636 para 192 registros. Esto es consistente con un buen ajuste a la formulación de ruido elegida, pero la proporción de estos números en sí no se puede convertir en una probabilidad universal de la corrección del par encontrado: la elección tuvo lugar entre muchos candidatos.

Magnitud	Primer resultado de ejecución
Par introducido	5 y 58
Par reacondicionado	5 y 58
Intensidad introducida	0.3000000000 s^{-1}
Intensidad restaurada	0.2994421092 s^{-1}
Error de intensidad relativa	0.18596 %
Error de predicción de respuesta retenida pura	0.17179 %
Retención χ^2 por entrada	1.30606

Los dos candidatos siguientes, los pares 5 y 42 y 21 y 58, Formación producida χ^2 valores alrededor 70 584 y 70 763. En este ejemplo particular de bajo ruido, la diferencia entre los mejores y los competidores más cercanos revisados es grande. En una escala de 3 s^{-1}, El error relativo en la predicción de la respuesta libre de errores fue 0.172 por ciento. Esta cantidad se calcula en relación con una verdad sintética conocida. En el presente experimento no existe tal verdad, y sólo los restos de mediciones relativamente nuevas de ruido están directamente disponibles.

Por lo tanto, la primera ejecución muestra la posibilidad de recuperación en una tarea cuidadosamente limitada. No evalúa la tasa de éxito para otros pares de nodos, niveles de ruido o errores de referencia. Es especialmente beneficioso que la evaluación hacia delante y la búsqueda inversa usen la misma clase de operador. El escalado de espera prueba la predicción dentro de esa clase, pero no hace que la simulación sea una prueba independiente del modelo físico. La siguiente etapa debilita específicamente algunas de las condiciones favorables.

La matriz de la Figura 29 muestra el patrón espacial de la respuesta. El signo de una celda fuera de la diagonal particular está determinado por el producto de los componentes del perfil u. Por lo tanto, una celda positiva no contradice la semidefinición negativa de toda la corrección. La reconstrucción utiliza toda la matriz consistente en lugar de un elemento particularmente prominente.

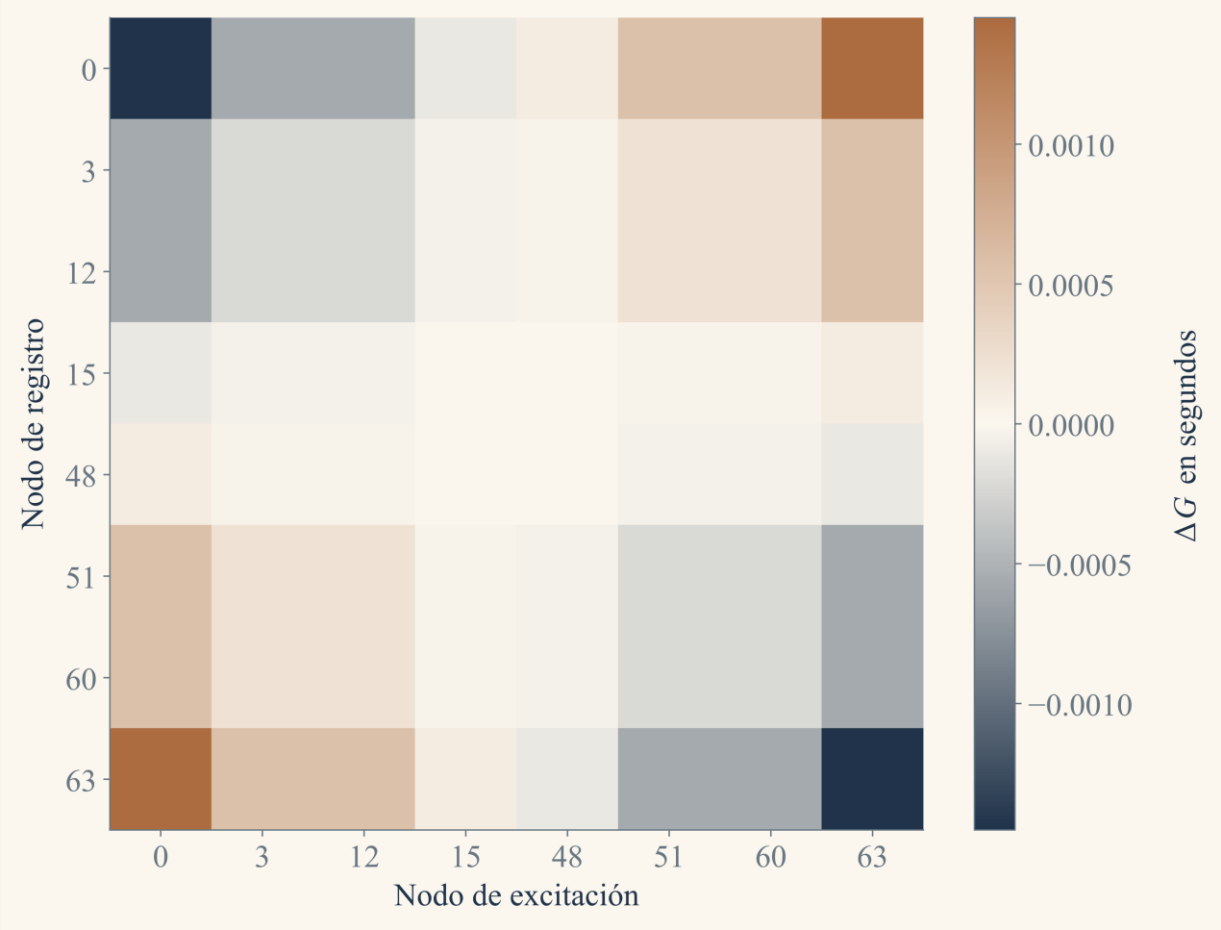


Figura 29. Cambio de respuesta del puerto en el primer experimento. El patrón espacial lleva información sobre los supuestos extremos de la conexión, que se pierde en una amplitud total.

Una serie de comprobaciones en lugar de un ejemplo

El programa extendido ejecuta seis escenarios de veinte realizaciones cada uno. En los tres primeros, solo cambia la desviación estándar del ruido de registro.: 10^{-5}, 10^{-4} y 10^{-3} s. En los dos siguientes, se agrega un error de aristas ordinarios desconocidos para el algoritmo. Sus pesos se multiplican por factores lognormales positivos independientes con una media igual a uno. La desviación estándar del logaritmo es 0.005 o 0.02, que para valores tan pequeños corresponde a aproximadamente 0.5 y 2 porcentaje de la dispersión relativa. El último escenario refuerza la arista local 5-6 en lugar del enlace de larga distancia.

En la búsqueda avanzada, todos los pares de 2016 se evalúan inicialmente en una cuadrícula de 161 valores de intensidad, incluido cero; luego se refinan los doce mejores. Una prueba separada para los tres conjuntos publicados restaura el orden original de generación de datos y compara la búsqueda acelerada con el refinamiento de cada par durante todo el intervalo desde 0 a 3 s^{-1}, Incluyendo ambos extremos. El procedimiento para iniciar la exploración se da en las instrucciones adjuntas.

Escenario	Ruido σ en segundos	Pares correctos	Mediana de error g	Mediana χ^2 por entrada
Estándar preciso	10^{-5}	20 de 20	0.131 %	0.973
Estándar preciso	10^{-4}	20 de 20	1.306 %	0.973
Estándar preciso	10^{-3}	12 de 20	15.913 %	0.965
La propagación del estándar es de aproximadamente 0.5%	10^{-4}	18 de 20	10.134 %	7.290
La propagación del estándar es de aproximadamente 2%	10^{-4}	1 de 20	73.378 %	75.956
Control de arista local	10^{-4}	19 de 20	3.221 %	0.982

El error medio en g en la tabla se calcula en las veinte ejecuciones de cada escenario, incluidas las ejecuciones con el par incorrecto. Si los puntos finales inferidos son incorrectos, el peso estimado se refiere a una conexión diferente; la comparación con el verdadero 0.3 s^{-1} entonces sirve como un diagnóstico general del algoritmo, en lugar de la precisión de estimar la misma cantidad física. La proporción de pares correctamente identificados también describe sólo un pequeño conjunto fijo. Pares 20 éxitos fuera de 20 no establece una fiabilidad perfecta: el 95 el porcentaje de intervalo de Wilson para ese recuento se extiende aproximadamente desde 0.839 a 1.

Dentro de cada escenario, se utilizan diferentes estados iniciales aleatorios desde 12000 hasta 12019. Este conjunto se repite entre escenarios para hacer más transparente la comparación de condiciones. Por lo tanto, las 120 ejecuciones no pueden considerarse pruebas independientes de la misma probabilidad general de éxito. Además, la serie principal prueba un par de larga distancia, y el control prueba un par local. Las acciones resultantes no se pueden transferir a una ubicación arbitraria de la conexión oculta sin un nuevo conjunto de geometría y pesos.

En las tres pruebas, el mismo par 5-58 se seleccionó, y la diferencia en las intensidades encontradas es menor que 10^{-7} s^{-1}. Para los dos registros, las pequeñas discrepancias previamente guardadas también coincidieron; para el primero, los últimos signos dependen del procedimiento de minimización numérica completo. El nuevo archivo retiene ambos valores y no pasa la reconstrucción del modo antiguo que falta como una reproducción bit a bit. Esta prueba se aplica a tres conjuntos de datos y no demuestra la optimalidad global para ninguna señal.

En la Figura 30, debe distinguir entre la corrección del par seleccionado y la cantidad del resto. Con ruido 10^{-3} s, el par incorrecto todavía es capaz de describir los datos con un resto de aproximadamente uno. Cuando hay un error estándar, el resto a menudo se vuelve grande. Estos diferentes mecanismos requieren diferentes experimentos de control.

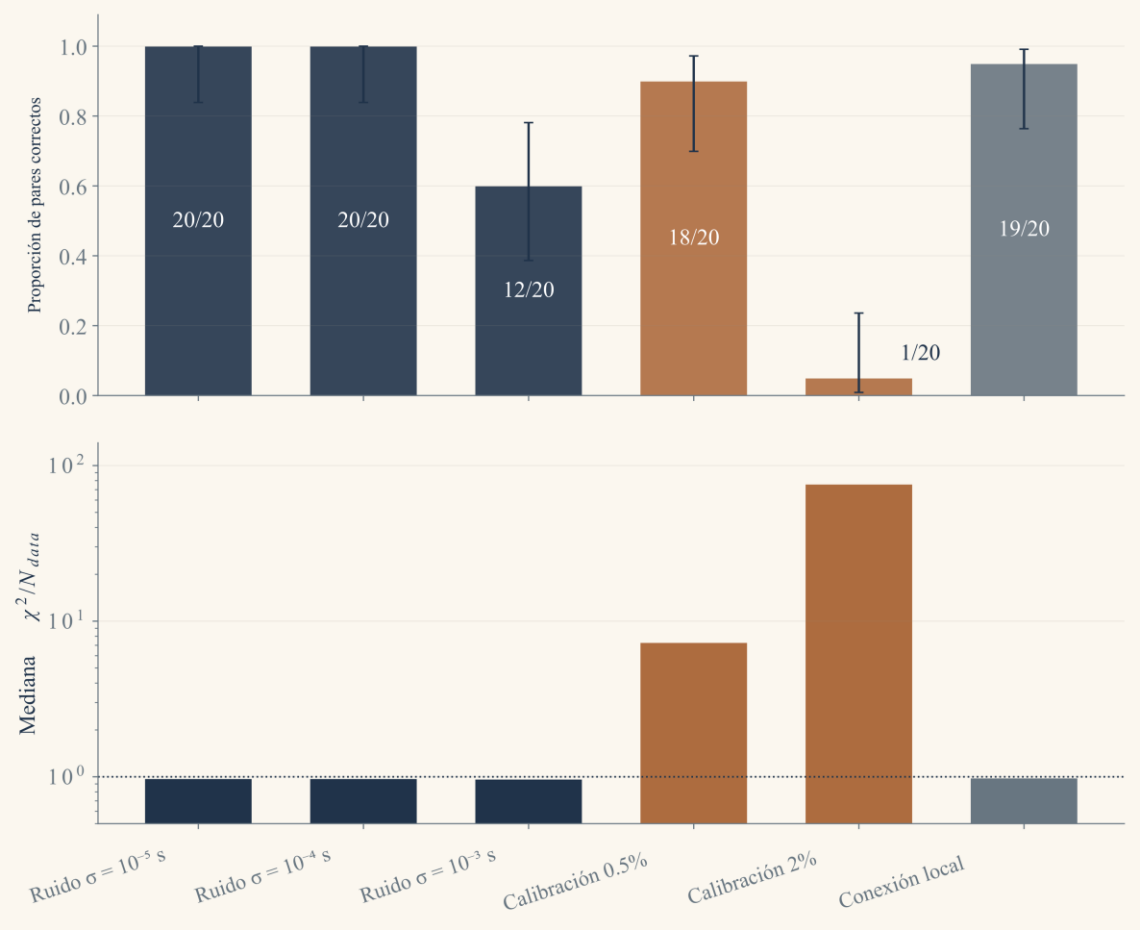


Figura 30. Amplia serie de pruebas. Los índices de recuperación y residual se refieren a los conjuntos individuales indicados; el número total de ejecuciones no es una muestra de la fiabilidad del método.

Por qué el error de modelo de referencia importa más que un mínimo atractivo

En la calibración fina, un aumento en el ruido perjudica principalmente la discernibilidad de los candidatos. En el escenario más ruidoso, los fines correctos se encuentran en doce de cada veinte casos. En este caso, la mediana de la formación χ² Por cada registro permanece alrededor de uno. La razón es simple: la configuración incorrecta a veces reproduce una señal débil lo suficientemente bien contra un fondo de gran ruido. Un resto aceptable es una comprobación necesaria del modelo, pero no establece en sí mismo la verdad de la imagen interna reconstruida.

La variación no contabilizada en la red de referencia tiene un efecto diferente. Con un error de aproximadamente medio por ciento, el par correcto todavía se encuentra en dieciocho realizaciones, pero el error de intensidad media aumenta al diez por ciento y el residuo normalizado se vuelve apreciablemente mayor que uno. En un dos por ciento, el par correcto se mantiene en una sola realización de cada veinte. El algoritmo continúa eligiendo una respuesta supuestamente mejor con confianza, aunque su suposición de que el enrejado original se conoce exactamente ya ha fallado. Aquí, "mejor" se limita a un conjunto de candidatos incorrectos.

Es necesario entender exactamente cómo se introduce este error. El gráfico base real para la simulación difiere del nominal, pero es la respuesta nominal que se resta de la señal. Esto modela una discrepancia de calibración no reconocida. En un experimento físico, si se mide la respuesta basal real en las mismas condiciones antes de cada cambio, se puede eliminar parte de la desviación permanente. Por lo tanto, los porcentajes dados no son límites de aceptación de componentes universales. Muestran el coste de una omisión particular en el modelo de medición y motivan un procedimiento de calibración adicional.

La comprobación retenida también requiere una lectura cuidadosa. Con una extensión de aproximadamente 0.5 porcentaje, la mediana del error relativo en la predicción del cambio neto retenido es aproximadamente 99 porcentaje, mientras que el error normalizado en relación con los datos ruidosos es 1.49 por récord. Estos números no se contradicen entre sí: una señal débil y limpia puede reconstruirse mal, siendo comparable al ruido. No sería suficiente indicar sólo el error relativo o sólo el residuo normalizado; juntos muestran sensibilidad y calidad de descripción.

Umbral de detección y control local

Además, se realizaron cien realizaciones cero sin una conexión introducida y con un estándar exacto para cada uno de los tres niveles de ruido. En cada uno, funciona todo el algoritmo para seleccionar un par. Una mejora en χ^2 comparado con el modelo nulo se registra. Los percentiles empíricos 95 son iguales a 12.3293978, respectivamente; 12.3296483 y 12.3320514. Dado que la búsqueda se repite en su totalidad, el procedimiento tiene en cuenta el efecto de la selección del candidato. Pero cien realizaciones por nivel proporcionan solo un umbral de demostración para este ajuste; Todavía se necesita una verificación independiente de la tasa de falsos positivos declarada.

En las veinte realizaciones de cada escenario distinto de cero, la mejora supera el umbral correspondiente, incluyendo la serie en la que el par correcto se encuentra solo una vez. Esto separa claramente la detección de diferencias de la identificación de causas. En los escenarios de referencia errónea, una verdadera relación complementaria está presente, por lo que no muestran por sí mismos una falsa interpretación de la deriva sola. Para probar esta posibilidad, se realizó un control separado, descrito a continuación. El control local también nos recuerda que exceder un umbral no establece la naturaleza a largo plazo de la interacción.

El control local es igual de significativo. La ganancia usual dla arista 5-6 se determina en diecinueve de veinte realizaciones y da la misma estructura de la corrección analítica. Por lo tanto, el rango uno y la mejora significativa en el ajuste no son una firma única de la comunicación a larga distancia. La diferencia está determinada por la disposición reconstruida de los extremos con respecto a una red conocida independientemente. Es la inclusión de candidatos locales lo que impide que el algoritmo llame a cualquier cambio no local solo porque se ofrece exclusivamente opciones exóticas.

Cuando una deriva normal recibe el nombre equivocado

En el control adicional, no se introduce ninguna conexión nueva. Solo los pesos de los 144 bordes ordinarios cambian, mientras que el algoritmo continúa explicando la desviación como una adición

positiva. Veinte realizaciones fueron ejecutadas para cada extensión de aproximadamente 0.5 y 2 por ciento, con el ruido de 10^{-4} s y los estados iniciales del generador de 44000 a 44019. En los cuarenta casos, la mejora supera el umbral calibrado en la red nominal sin deriva. El procedimiento devuelve de nuevo un par seleccionado y una intensidad positiva, aunque la causa real es un cambio distribuido en componentes conocidos.

Control sin una nueva conexión	Por encima del umbral nominal	Mediana de la g encontrada	Mediana χ^2 por entrada
La extensión de los bordes ordinarios es sobre 0.5%	20 de 20	0.006220 s^{-1}	5.563
La extensión de los bordes ordinarios es de aproximadamente 2%	20 de 20	0.024068 s^{-1}	76.440

Aquí no podemos hablar de la falsa detección de cualquier cambio: el sistema realmente difiere del estándar. Una interpretación más estrecha que atribuya la diferencia a una sola conexión añadida es errónea. Los grandes residuos muestran además el carácter incompleto de esta explicación. Si uno mira solo la mejora relativa a cero e ignora la calidad absoluta del modelo, la deriva normal obtiene fácilmente un nombre convincente pero engañoso. Por lo tanto, el criterio para la investigación futura debe requerir simultáneamente una diferencia detectable, una descripción completa aceptable y una superioridad sobre las alternativas de calibración realistas.

La comprobación extendida final contiene 460 realizaciones sintéticas: 120 con acoplamiento añadido o reforzado, 300 de nulos nominales y 40 con solo error de calibración. Esta suma caracteriza el volumen de cálculos realizados, pero no forma una sola muestra de experimentos independientes distribuidos equitativamente. Diferentes series responden a diferentes preguntas, y se repiten los estados iniciales aleatorios dentro de los escenarios comparados. Las conclusiones estadísticas deben formularse por separado para cada formulación y deben respetarse sus limitaciones.

Deriva que deja un buen residuo

Un gran resto nos permite notar lo incompleto del modelo de enlace único. Un caso más difícil surge cuando la deriva normal se describe bien por ella. Para construirlo, seleccionamos la respuesta nominal débil del 5-58 pareja en g = 0.03 s^{-1}. El problema lineal restringido selecciona los cambios en 144 pesos ordinarios dentro ±2 porcentaje que aproxima esta respuesta a las tres escalas originales. A continuación, se calcula la respuesta no lineal exacta de la red resultante, en la que no hay borde adicional en absoluto.

Solo después de la fijación de los pesos se agrega ruido gaussiano independiente con desviación estándar 10^{-4} s y semillas = 271828. El algoritmo inicial selecciona el par 5-58, evalúa g = 0.02836284 s^{-1}, y mejora χ^2 por 85.69 en el umbral de muestra nominal 12.33. El resto del entrenamiento es igual a 0.8884 por registro, el resto retenido es 0.7829. La enumeración de todos los pares de 2016 confirma esta elección. Esto significa que el error de causa persiste incluso cuando se consideran los pares en su totalidad.

La Figura 31 compara la adición débil y la deriva coincidente. Sus matrices son cercanas, aunque las razones internas son diferentes. La construcción utiliza específicamente cambios correlacionados en los pesos. Esto es evidencia de la existencia de un caso peligroso; no estima la frecuencia de tal configuración en el conjunto lognormal independiente original.

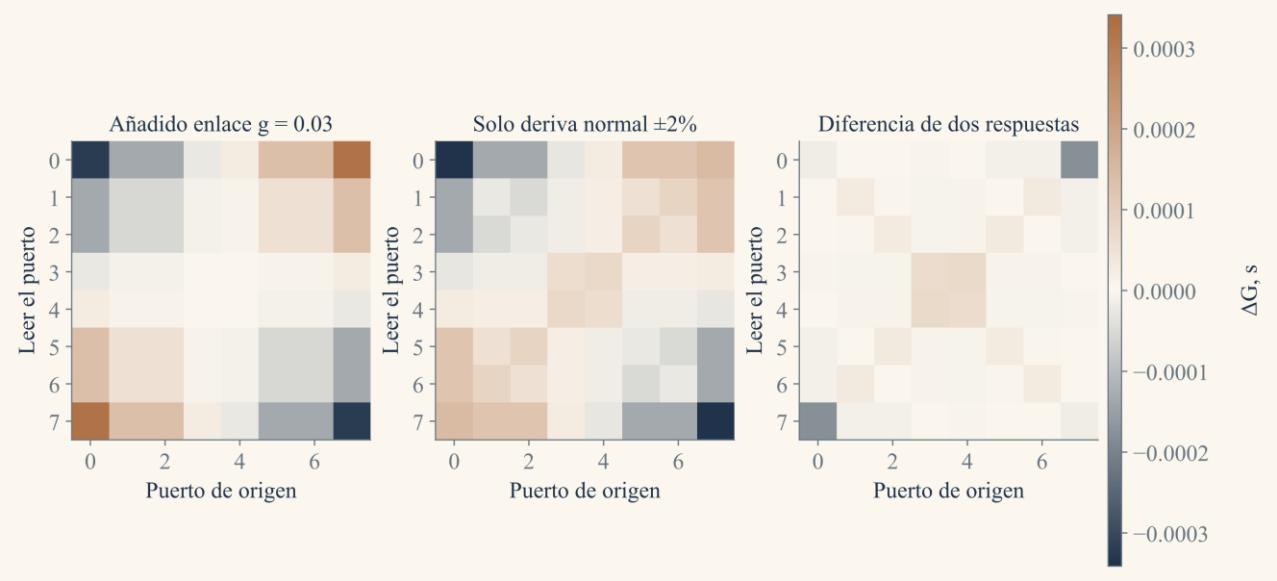


Figura 31. Acoplamiento débil y deriva limitada en los puertos de esquina originales en s = 0.1 s^{-1}. Todos los paneles tienen la misma escala de color. La derecha muestra la pequeña diferencia entre las dos respuestas exactas antes de agregar ruido de registro.

Modelo para los mismos datos	**χ^2 por entrada**	**Lo que se puede concluir**
Red nominal más un enlace	0.8884	Una buena descripción no determina la causa
Solo calibración limitada	0.6105	Se encontró un punto válido sin comunicación adicional.
Misma calibración más comunicación	0.6085	Agregar casi no cambia el resto

El ajuste restringido comenzó la búsqueda con los pesos nominales y encontró el punto de calibración con $\chi^2 = 117.21$ en el 192 entrada. El número es menor que el 99 radio porcentual de la bola gaussiana, igual a 240.50 por 192 componentes con dispersiones independientes conocidas. Todos los pesos encontrados satisfacen los límites originales. Esto es suficiente evidencia de que los datos son capaces de una calibración normal.

El optimizador en este problema alcanzó el límite de cálculo 160 y no informó la convergencia final. Esto no es un obstáculo para la conclusión presentada: el punto ya encontrado ha sido verificado por cálculo directo y satisface las restricciones. No hay ninguna declaración de que se ha logrado un mínimo global. Una pequeña disminución adicional en el residuo en el modelo con una conexión tampoco se interpreta como su detección. La respuesta correcta del procedimiento aquí es la ambigüedad de calibración.

Una prueba que apenas detecta la señal

El valor inicial retenido s = 3 s⁻¹ Parecía una continuación natural de las tres primeras escalas. Pero para los puertos de esquina, es en este modo que la conexión adicional es especialmente débilmente visible. Desde g = 0.3 s⁻¹ y el ruido 10⁻⁴ s, la relación entre la norma de la matriz de señal y la desviación estándar de un elemento es 75.33; 37.86; 6.75 y 0.388 Para los valores sucesivos de s = 0.1; 0.3; 1 y 3 s⁻¹.

$$\rho = \frac{\| \Delta G \|_F}{\sigma}, \qquad \mathbb{E}\left[\frac{\chi^2_{\text{null}}}{64}\right] = 1 + \frac{\rho^2}{64} \qquad (8.1)$$

En este último modo, incluso una predicción cero de la señal adicional da un resultado esperado. χ² por registro de aproximadamente 1.00235. Por lo tanto, el resto exitoso aquí casi no comprueba la estructura restaurada. En el primer experimento más preciso con ruido 10⁻⁵ s, la situación es mejor: la relación señal-ruido aumenta diez veces. La observación se refiere a un modo específico, y no al principio de la predicción mantenida fuera en sí.

Para un nuevo protocolo, los parámetros se seleccionan de acuerdo con la sensibilidad calculada antes de una nueva serie de registros. La figura 32 compara los puertos de esquina antiguos con el lado derecho de la segunda sonda. En el nuevo modo en s = 0.3 s⁻¹ La norma de la señal nominal es igual a 224.88 Desviaciones estándar en σ = 10⁻⁴ s. En la prueba posterior más ruidosa σ = 10⁻³ s este valor disminuye diez veces y todavía es notable.

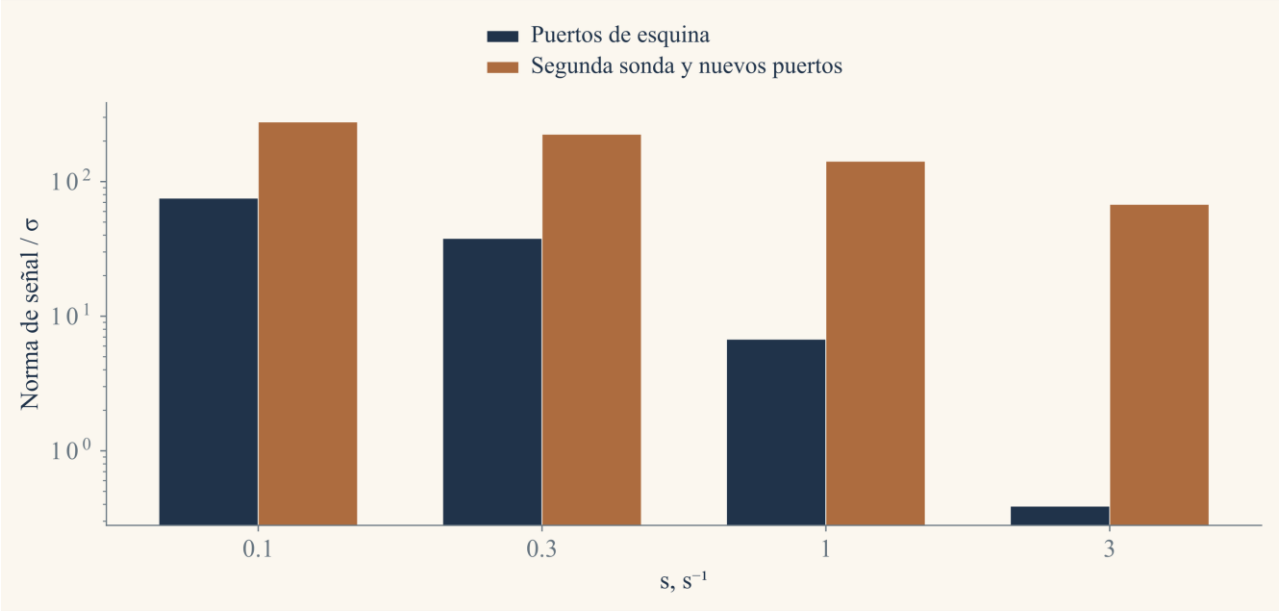


Figura 32. Sensibilidad nominal en g = 0.3 s⁻¹ y la misma σ = 10⁻⁴ s. La segunda configuración cambia simultáneamente el operador y los puertos; el gráfico muestra la ganancia final del esquema seleccionado, sin separar las contribuciones de estos dos cambios.

Un registro separado de la segunda sonda en s = 0.3 s⁻¹ fue obtenido con semilla = 930001. Para este ensayo, se realiza un ajuste limitado de la primera sonda con un par de ensayo predefinido 5-58. La primera sonda en sí deja 52 pares en la región exterior, por lo que la predicción condicional del par seleccionado se comprueba aquí, y su recuperación inequívoca por un canal no se ha establecido.

Esta predicción da $\chi^2/64 = 1.081$; modelo nominal sin la arista añadida - 7.819. Aquí, los datos retenidos son de hecho capaces de rechazar la respuesta nominal nula. Al mismo tiempo, el error de transferencia de la estimación de deriva sigue siendo un problema independiente: se comprueba un modelo de calibración cero con cambios permitidos en los pesos utilizando envolventes completas, y no solo en comparación con un estándar estacionario.

Dos sondas ven diferentes extremos de la misma conexión

Ahora se está introduciendo un nuevo experimento. La primera sonda observa nodos 0, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15 en el lado izquierdo del cubo y tiene pesos nominales 1 s^{-1} en todas las direcciones. El segundo observa el lado derecho a través de los nodos 48, 51, 53, 54, 57, 58, 60, 63. Sus pesos nominales en las direcciones x, y, z son respectivamente 2; 0.7; 1.4 s^{-1}. La fuerza del par común en la segunda sonda es igual a 1.6g por condición.

Se utilizan los tres parámetros anteriores de Laplace, pero estos son datos espaciales diferentes. En un generador, los pesos convencionales tienen una deriva relativa global de ±1 porcentaje; el análisis resuelve todo el rango de ±2 por ciento. El par verdadero es igual a 5-58, $g = 0.3\ s^{-1}$. El ruido de registro independiente tiene $\sigma = 10^{-3}$ s. Cada bloque de puerto está preajustado con ocho contrastes normalizados diagonales y 28 diferencia, para un total de 108 por sonda.

Conjunto de observaciones	Pares no excluidos
Lado izquierdo solamente	52
El lado derecho solamente	48
La cara izquierda y su doble escala	51
Dos sondas diferentes y caras opuestas	1

Ambas sondas descartan individualmente la calibración pura, pero dejan docenas de posibles segundos extremos. En la región exterior de la articulación, solo el par 5-58 se almacena con un intervalo g de 0.202 a 0.429 s^{-1}. También se encuentra un ajuste limitado exacto de un vector general de pesos relativos.: $g = 0.30533\ s^{-1}$, $\chi^2/384 = 0.7669$. Por lo tanto, en este ejemplo, la restricción de par común sobrevivió a ambos sistemas de observación diferentes.

En la figura 33, las hojas dobles 51 escalonadas como un par contra 52 en la primera sonda. El pequeño cambio se debe al ruido independiente; en todos los datos libres de errores correspondientes, el número es el mismo e igual a 44. La identidad de escala se satisface con un error relativo de aproximadamente 7.4×10^{-16}. Una sonda diferente con nuevos puertos reduce el área exterior mucho más. El ejemplo muestra el significado de la nueva información de medición; no establece qué parte de ella está asociada solo con la anisotropía, y qué parte está asociada solo con el movimiento del puerto.

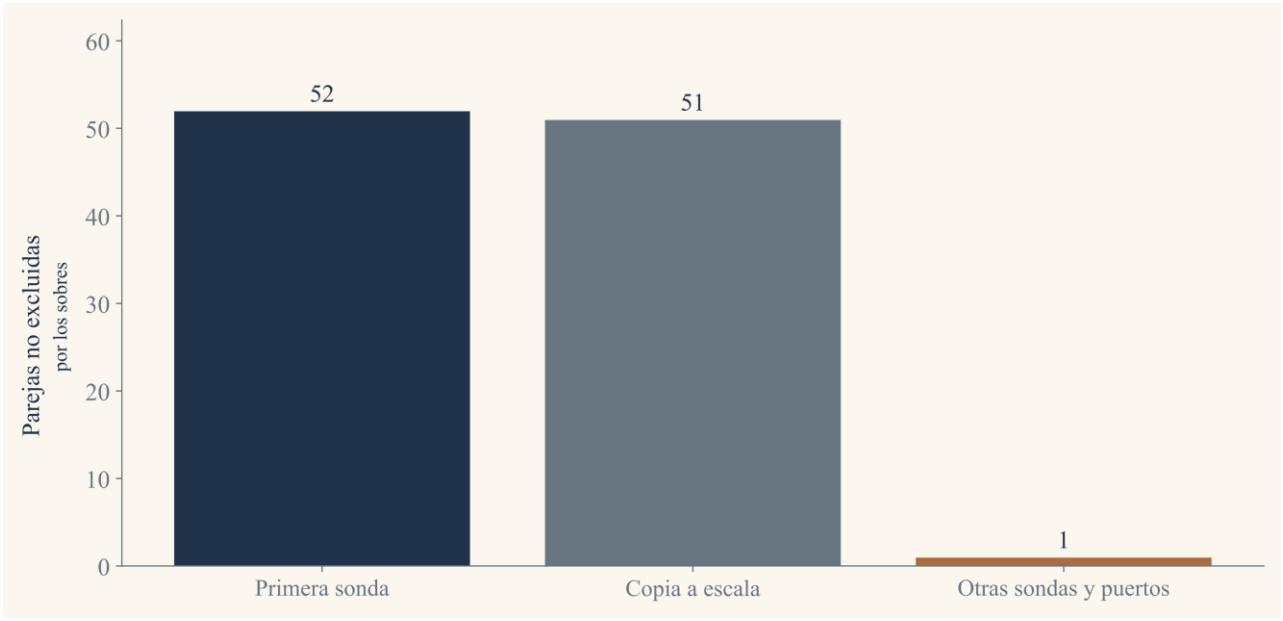


Figura 33. Número de pares retenidos después de pruebas conservadoras en un ejemplo ruidoso. El par restante requiere pruebas adicionales de la existencia de un modelo conjunto y el control de estructuras separadas.

La cubierta de un contraste diagonal separado de la segunda sonda se muestra en la figura 34. La banda azul cubre todos los pesos válidos para el par seleccionado, la banda naranja especifica el intervalo de observación simultáneo. Las intersecciones de diferentes tiras de este tipo dan restricciones a g. El peso cero en el caso fuerte ya está fuera del rango aceptable.

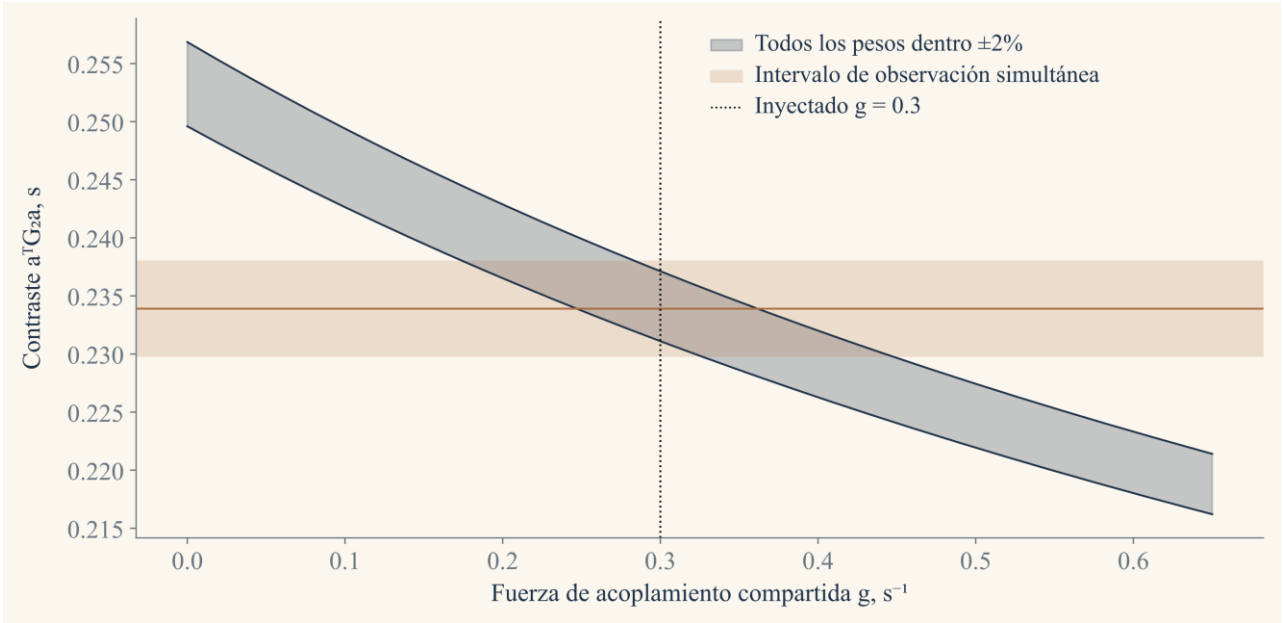


Figura 34. Contraste G_2,58,58 en s = 0.3 s^{-1}. Los límites tienen en cuenta cualquier deriva de las escalas convencionales dentro ±2 por ciento. La barra naranja utiliza una corrección para todo el conjunto predefinido de 216 observaciones escalares.

Peligroso acuerdo entre dos estructuras diferentes

Un par común restante todavía no es igual a la prueba de una estructura compartida. En el siguiente control, la primera sonda contiene la arista 5-58, y la segunda sonda contiene la arista 6-57. Las resistencias de acoplamiento están relacionadas por el mismo coeficiente conocido 1.6; se conservan la deriva normal y el ruido de registro. A partir de las observaciones del lado izquierdo, el extremo 5 se distingue fácilmente, de las observaciones del lado derecho - el extremo 57. La búsqueda conjunta combina estas observaciones locales en el par 5-57.

Este híbrido pasa más que las envolventes escalares. El modelo completo compartido con deriva admisible da χ²/384 = 0.8341 en g = 0.2933 s⁻¹. El modelo con dos pares reales, separados también es compatible: χ²/384 = 0.8096. Por lo tanto, estos registros no establecen que el acuerdo observado corresponda a un enlace físico. Las dos explicaciones plausibles requieren una medida que las distinga.

Después de estudiar este ejemplo de diseño, se diseña un circuito de control: 0, 5, 6, 15, 48, 57, 58, 63, están disponibles en ambas sondas. y la medición se lleva a s = 0.3 s⁻¹. Estos puertos ven ambos extremos competidores y áreas vecinas seleccionadas. El circuito se fija a una nueva serie de realizaciones de ruido. Este procedimiento es una prueba del protocolo diseñado; no se presenta como una confirmación ciega pre-registrada de la hipótesis original.

Las aristas válidos, el candidato común falso y la nueva selección de puerto se comparan en la Figura 35.

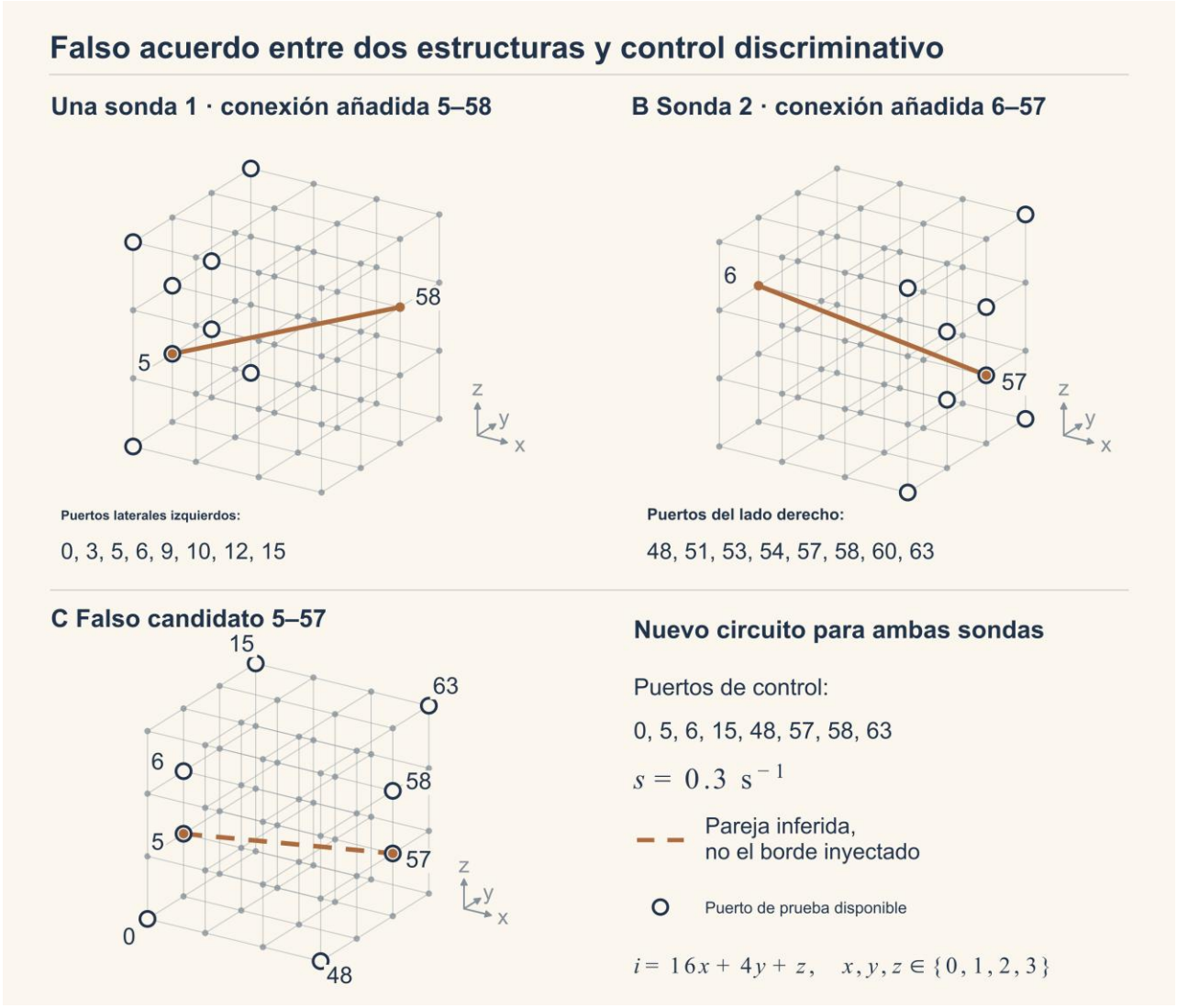


Figura 35. Un ejemplo constructivo de acuerdo falso sobre una estructura compartida en el marco exacto 4 × 4 × 4. La primera sonda contiene la arista 5-58, y la segunda sonda contiene la arista 6-57. Las observaciones de caras opuestas sugieren un falso par común 5-57, que se muestra en líneas de puntos. El diagrama inferior marca los puertos de prueba disponibles en ambas sondas en s = 0.3 s^{-1}. Distinguen las alternativas nombradas en el experimento descrito. Las coordenadas y la numeración de los nodos son las mismas en las tres proyecciones.

Escenario	Antes del circuito de control	Después del circuito de control
Par verdadero común 5-58	Un par común 5-58	Guardado 5-58
Pares separados 5-58 y 6-57	Un falso par común 5-57	Se excluyen todos los pares comunes

Para un par común real, el intervalo exterior resultante g es de 0.2348 a 0.3638 s^{-1}. Adecuado para todo 512 entradas dirigidas da g = 0.30021 s^{-1} y $\chi^2/512 = 0.8075$. En el control separado, la eliminación de una arista común se obtiene por las envolventes para todos los pares 2016 a la vez, en lugar de un fallo del optimizador. El modelo dividido tiene un punto factible con $\chi^2/512 = 0.8222$.

En este ejemplo limitado, el nuevo experimento hizo exactamente el trabajo para el que fue diseñado.

El resultado no implica unicidad universal para todas las posibles conexiones adicionales, capacitancias y nodos ocultos. Muestra una transición completada más estrecha: se detecta una ambigüedad específica, se selecciona un modo de medición, se deriva su predicción y se prueba la discriminación de las alternativas nombradas. Para otras clases de ambigüedad, el circuito debe diseñarse de nuevo.

Señal electrónica común y control independiente

El acuerdo de los dos canales también puede ocurrir después del objeto físico, dentro de la electrónica. Para la verificación, se añadió la misma plantilla de matriz a ambos registros, que coincidía específicamente con la respuesta dla arista en la primera sonda. En los modelos nodales no hay conexión adicional. Esta elección crea un control artificial difícil de la trayectoria de grabación global; no describe la frecuencia de aparición de este patrón particular en un instrumento real.

Antes de las comprobaciones adicionales, la región exterior de la articulación deja de nuevo un par falso, ahora 5-53. En un registro de referencia separado, se inhabilita la propagación física y se conserva la ruta de fuga electrónica sospechosa. Esta notación da $\chi^2 = 1919.59$ por 192 elemento en el 99 porcentaje limitado 240.50 por puro ruido gaussiano conocido. Esto significa que la señal general está disponible en un canal que no debe contener la dinámica de red que se está probando.

La separación de la trayectoria física y la trayectoria de registro persistente se muestra en el diagrama funcional 36.

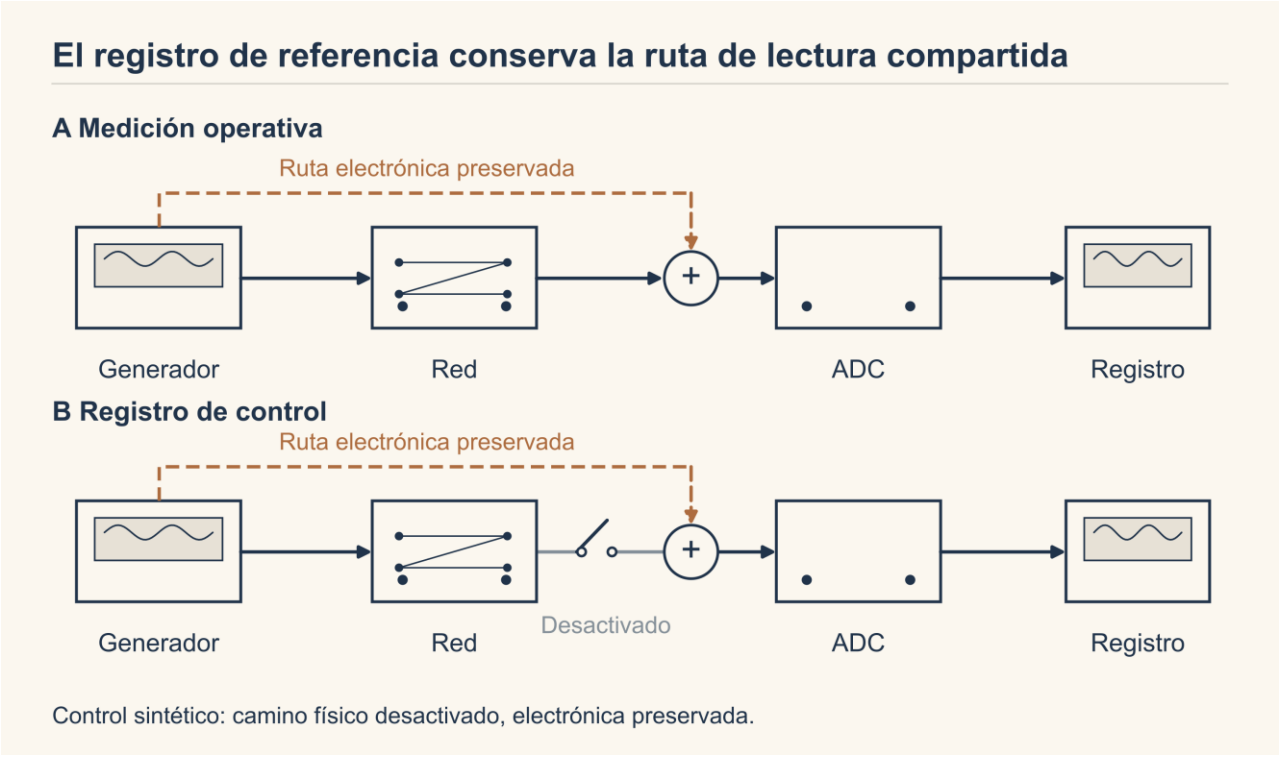


Figura 36. El significado funcional del registro de referencia en el control sintético. La medición operacional contiene la respuesta de la red y la adición de la ruta electrónica común. En la condición de control, la trayectoria física está inhabilitada y se conserva la trayectoria electrónica putativa. La señal que queda en dicha grabación permite probar la causa habitual de acuerdo falso en una estructura compartida. La imagen no indica el diagrama del circuito ensamblado; el banco de pruebas específico debe confirmar por separado que la conmutación conserva realmente la trayectoria de fuga en estudio.

Una vez que se resta el registro de referencia, ya no se descarta una calibración limpia. El costo de tal sustracción es ruido adicional. Dada la misma precisión de dos registros adquiridos independientemente, la desviación estándar de la diferencia es $\sqrt{2}\sigma$. Si se resta la misma entrada de referencia de ambas sondas, sus residuos están correlacionados. La prueba escalar utilizada sigue siendo válida con varianzas marginales correctas porque su límite simultáneo no requiere independencia de contrastes. Para ajustar completamente estos datos sustraídos, se necesitaría una covarianza conjunta.

Los puertos de control también descartan todas las explicaciones comunes de enlace único para este patrón. El registro de referencia añade otra pieza de conocimiento: apunta a la sección específica del circuito de medición donde se almacena la señal. Tal intervención es mucho más fuerte que el desacuerdo estadístico solo porque ayuda a identificar la causa habitual de la desviación.

Nueva serie después de la selección del protocolo

Después de fijar el circuito de control, se completaron cuatro series de 24 realizaciones. Cada uno genera independientemente una deriva relativa general de pesos convencionales, uniforme dentro de ±2 por ciento, y el ruido gaussiano fresco. Los estados iniciales comienzan desde 3600000, 3601000, 3602000 y 3603000, respectivamente. En todos los casos, las fuerzas, pares, mapa de puertos y criterios de exclusión son especificados por el programa. Esta serie está separada de los 460 cálculos anteriores.

Escenario	Sin calibración pura	Después del control no hay un par común
Solo deriva limitada	0 de 24	0 de 24
Pareja compartida	24 de 24	0 de 24
Diferentes pares	24 de 24	24 de 24
Interferencia electrónica común	24 de 24	24 de 24

En 24 realizaciones de este par compartido, su índice se conserva en la región exterior. Con solo una deriva aceptable, no se excluyó la calibración pura. Las conexiones separadas y la diafonía electrónica copiada después del circuito de control no tenían un solo par válido en común. La figura 37 muestra estos contadores juntos: excluyendo la calibración y eliminando la arista común hay diferentes soluciones.

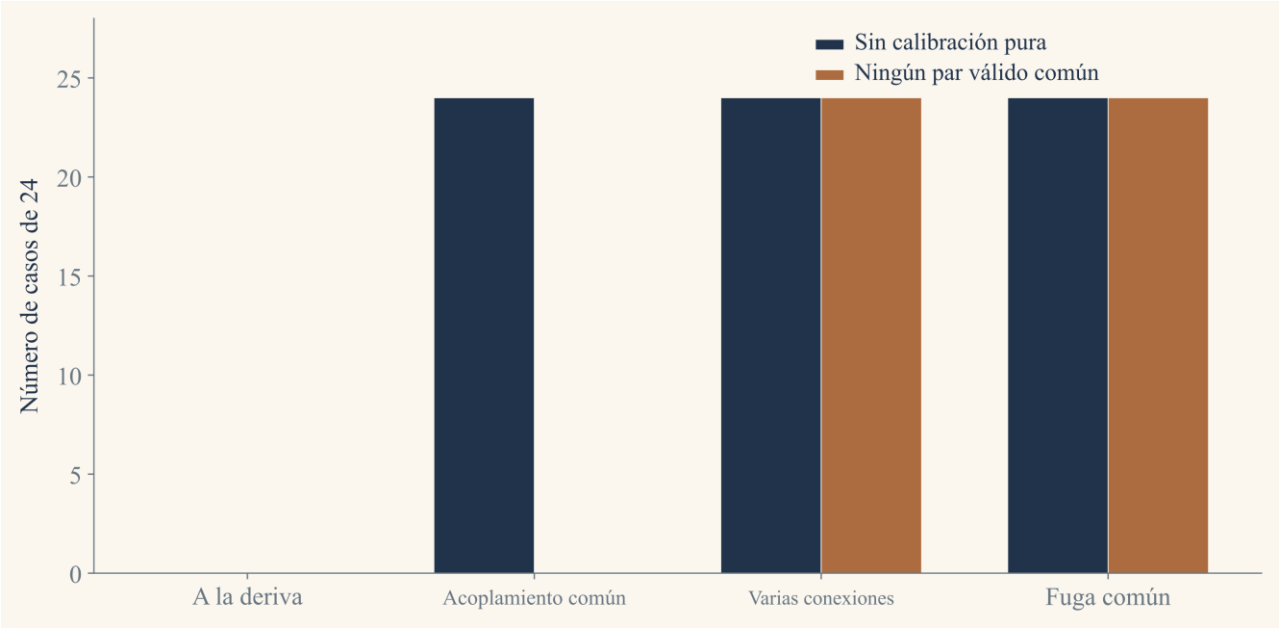


Figura 37. Resultados 96 de nuevas realizaciones sintéticas después de fijar el modo de control. Los contadores describen las cuatro clases especificadas y estos 24 registros de cada clase; no son probabilidades de error de instrumento universal.

Una tasa cero de falsa exclusión en los 24 experimentos no demuestra riesgo cero. El límite formal para los envolventes se deriva en el Capítulo 14 de suposiciones sobre el ruido y la

calibración, en lugar de ser estimado por estos pequeños contadores. La serie comprueba el código y el script seleccionado. La selección aleatoria de todos los pares posibles, nodos desconocidos, retrasos, fugas y errores en los límites de calibración siguen siendo otros desafíos.

La relación entre los modelos directo e inverso sigue siendo estrecha: ambos utilizan una clase dada de red lineal. Este alivio debe tenerse en cuenta. En la literatura del problema inverso, los errores de discretización y el sobreajuste de los modelos se consideran una fuente de reconstrucciones optimistas. Por lo tanto, un taller de física debe agregar grabaciones reales, elementos parásitos y mediciones de calibración independientes. [21]

Capítulo 9 De un análogo de red a un modelo físico causal

Límite de aplicabilidad de la ecuación

Una red computacional es útil precisamente porque su diseño puede ser controlado. Sin embargo, este modelo conveniente tiene sus límites. La ecuación = −Lx describe la igualación de magnitud entre nodos, en lugar del proceso electromagnético completo dentro de los cables. No registra los campos distribuidos, la propagación a lo largo de líneas y el movimiento de energía entre puntos individuales del conductor. Mientras los tiempos de interés sean mucho más grandes que estos tiempos internos, una descripción abreviada puede ser buena. Al examinar la velocidad extrema de una señal, los detalles perdidos se vuelven centrales.

La matriz e^{-tL} en un gráfico finito conectado usualmente tiene elementos distintos de cero entre nodos remotos para cualquier $t > 0$. Para ver la razón, es suficiente con expandir el exponencial en una serie. Para un par separado por r aristas de la trayectoria más corta, la primera contribución distinta de cero se produce con alguna potencia t de orden r. Es extremadamente pequeño por un corto tiempo, pero no tiene que ser estrictamente cero. Por lo tanto, un modelo de difusión ideal no contiene un cono de luz exacto. Descubrir esta característica en la fórmula significa encontrar el límite de aproximación y no descubrir la posibilidad de transmisión superluminal.

En el banco eléctrico, la causalidad proporciona una descripción más completa de conductores y campos. El modelo RC agrupado se utiliza después de eliminar procesos rápidos. Un cable largo, que se representa como una sola línea en el gráfico, físicamente tiene una longitud y un tiempo de propagación. Para los estudios de desintegración lenta esto puede no ser significativo; para la búsqueda de una llegada inusualmente temprana de un impulso - decisivo. Por lo tanto, un instrumento de tomografía de conectividad y un instrumento de estructura causal deben tener diferentes modelos de error y diferentes requisitos de calibración.

La diferencia entre la cola de difusión y el frente causal se ilustra en la figura 38.

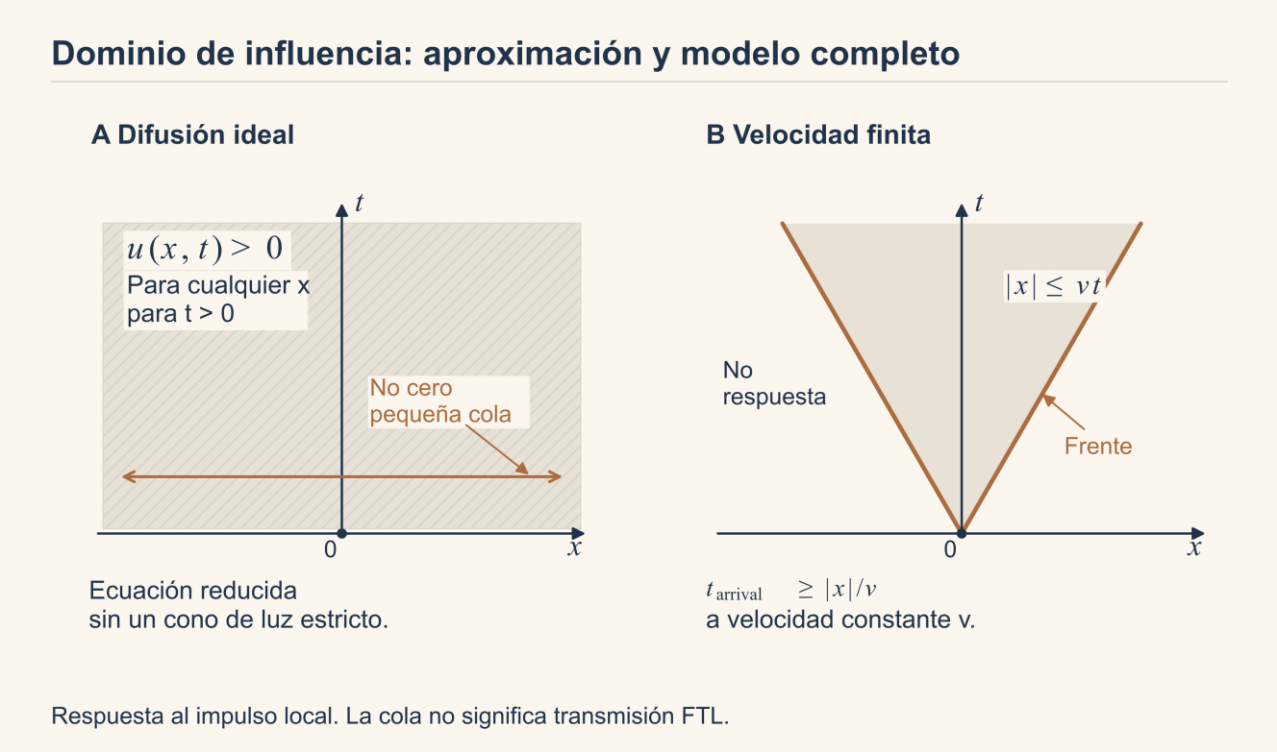


Figura 38. Regiones de apoyo para la respuesta al impulso local en la descripción de difusión ideal y en el modelo de velocidad finita completa. A la izquierda, una pequeña cola matemática aparece para cualquier tiempo positivo; a la derecha, la influencia se limita al frente causal. La figura es esquemática, los ejes no están a una escala numérica, y se elige una velocidad constante v para ilustrar el límite. La cola de difusión indica el límite de la ecuación reducida y no es evidencia de transmisión superluminal física.

El retraso debe ser derivado del aparato

Un intento natural de mejorar el modelo es agregar retrasos. En la frecuencia o descripción de Laplace, el retardo puro viene dado por el factor exp(−sτ). Pero reemplazar arbitrariamente el peso positivo g con g exp(−sτ) no garantiza que la ecuación resultante describa una conexión física pasiva. No solo se retrasan las señales útiles: la retroalimentación, la energía almacenada y las condiciones de estabilidad cambian. Una línea de transmisión real relaciona las cantidades de entrada y salida por un conjunto consistente de ecuaciones, en lugar de por un coeficiente decorado.

Esto se puede ver en el ejemplo escalar. Sin demora, la ecuación = −γx para γ > 0 describe la atenuación. Si reemplazamos x(t) en el lado derecho con x(t − τ), La ecuación característica se convierte s + γ exp(−sτ) = 0. Sustituyendo la raíz puramente imaginaria s = iω muestra el primer límite de estabilidad en γτ = π/2. Por lo tanto, un retardo suficientemente grande convierte la regla inicialmente amortiguada en una inestabilidad oscilatoria. La presencia de un positivo γ ya no ofrece la misma conclusión.

$$\dot{x}(t) = -\gamma x(t-\tau), \qquad s + \gamma e^{-s\tau} = 0, \qquad \gamma\tau = \frac{\pi}{2} \qquad (9.1)$$

Este ejemplo no prohíbe los modelos retrasados. Esto demuestra que necesitan ser revisados de nuevo. Para un análogo de laboratorio, se prefiere un elemento físicamente comprensible: una línea de transmisión, un resonador conocido o un circuito interno medido. Luego, el retraso, la dispersión y la pérdida se determinan conjuntamente. Las mediciones a múltiples frecuencias permiten determinar cuándo el simple acoplamiento constante ya no es una aproximación adecuada. Es en este límite que los grados ocultos de libertad pueden hacerse visibles, pero su detección primero requiere una explicación de ingeniería convencional.

La memoria de un mediador ordinario oculto

Es posible construir explícitamente un elemento que crea memoria después de eliminar la variable interna. Deje dos nodos de voltaje accesibles V_1 y V_2 estar conectado a través de un nodo oculto h por dos conductancias idénticas k. Una capacitancia C_h se instala en el nodo oculto con respecto al conductor de referencia común. Con carga inicial cero, la ecuación de voltaje latente tiene la forma

$$C_h \dot{V}_h + 2kV_h = k(V_1 + V_2) \qquad (9.2)$$

En la transformada de Laplace, por lo tanto $V_h = k(V_1 + V_2)/(SC)_h + 2k)$. Sustitución en el actual $I_1 = k(V_1 - V_h)$ muestra que el coeficiente de influencia mutua de los extremos depende de s. Un elemento fuera de la diagonal −keff(s) aparece en la matriz de conductancia, y los elementos diagonales también cambian. Dejar solo una nueva línea entre los extremos y olvidar estos cambios significaría perder parte de la dinámica del mediador.

$$k_{\mathrm{eff}}(s) = \frac{k^2}{sC_h + 2k}, \qquad k_{\mathrm{eff}}(0) = \frac{k}{2} \qquad (9.3)$$

En la estática, se obtiene la suma familiar de dos resistencias idénticas. En el dominio del tiempo, la contribución mutua contiene una memoria en descomposición. Su tiempo característico $C_h/(2k)$ está determinada por la capacitancia y las conductividades, y no por la longitud geométrica entre los extremos.

$$K_{12}(t) = \frac{k^2}{C_h} \exp\left(-\frac{2k}{C_h} t\right) \Theta(t) \qquad (9.4)$$

Este núcleo describe la magnitud del coeficiente positivo de influencia mutua; el signo en la ecuación actual está determinado por la dirección seleccionada de la corriente. La dimensión kef es siemens, la dimensión $K_{12}(t)$ es siemens por segundo. La presencia de Θ(t) retrasa la memoria en el tiempo. No crea un cono espacial preciso de luz dentro del modelo agrupado.

El ejemplo vincula la reducción de Kron a un rasgo medible. Dos dispositivos estáticamente equivalentes difieren en el proceso transitorio si la banda de grabación incluye el tiempo $C._h/(2k)$. Si esta escala está fuera de la banda, la memoria se oculta en las constantes efectivas. Por lo tanto, el canal dependiente de la frecuencia detectado debe compararse primero con las líneas convencionales de almacenamiento y transmisión de energía. Es un puente físico concreto desde la contracción de la red hasta la dinámica observable.

El diagrama de la capacitancia oculta y el núcleo de memoria que aparece después de su exclusión se muestran en la Figura 39.

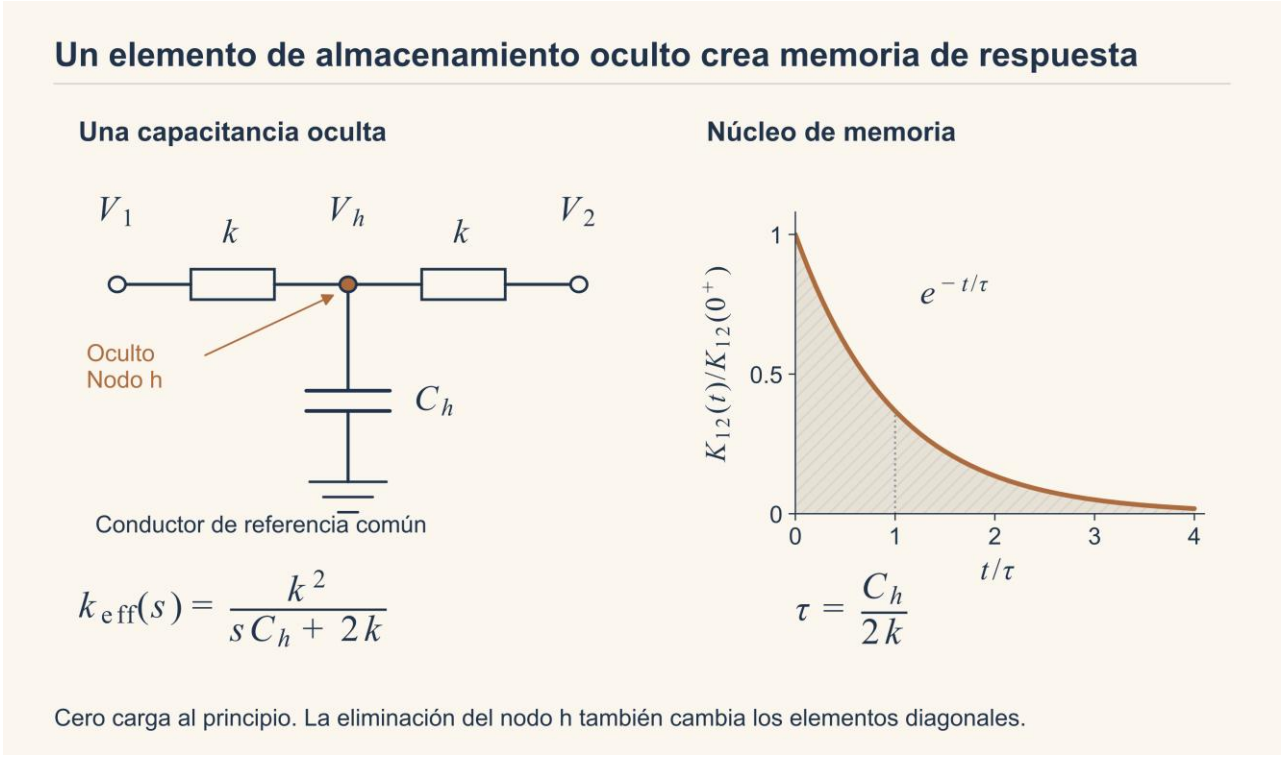


Figura 39. Un intermediario oculto común con la memoria. Dos conductancias k idénticas conectan los nodos accesibles a través del nodo h con la capacitancia C_h en relación con un conductor común. Con carga inicial cero, la eliminación de V_h crea un coeficiente cruzado dependiente de la frecuencia y cambia los elementos diagonales. El núcleo exponencial normalizado exacto para $t \geq 0$ con el tiempo $\tau = C_h/(2k)$ se muestra a la derecha, en lugar de la curva experimental. El retardo de tiempo no define el cono de luz espacial.

La pasividad como restricción comprobable

Para una red RC, la comprobación de energía es particularmente transparente. Sea C la matriz de capacitancia diagonal positiva, K la matriz de admitancia simétrica y V el vector de voltaje. La energía eléctrica en los condensadores es igual a la mitad de la forma cuadrática V^TCV. La ecuación $C\dot{V} + KV = I$ permite calcular su derivada. El resultado es la diferencia entre la potencia suministrada y la potencia disipada por las resistencias. De la positividad de los pesos, se deduce que la red no libera más energía de la que recibió y almacenó anteriormente.

$$E = \frac{1}{2}V^{\mathsf{T}}CV, \qquad \frac{dE}{dt} = V^{\mathsf{T}}I - V^{\mathsf{T}}KV \leq V^{\mathsf{T}}I \qquad (9.5)$$

Esta desigualdad es un caso especial de la teoría general de los sistemas disipativos, donde se comparan la energía almacenada y el flujo externo. Willems formuló el enfoque correspondiente a través de las funciones de almacenamiento y suministro. Para nuestro stand, es útil poder comprobar la pasividad tanto antes del montaje como de acuerdo con los datos del dispositivo. Un aumento inesperado de la energía en un modelo puede indicar un error de signo, una exclusión de variable incorrecta o una fuente de alimentación perdida. [22]

La pasividad no es igual a la corrección física completa. Un circuito eléctrico pasivo sigue siendo un objeto material con un estado de reposo distinto; no puede declararse un modelo de vacío solo porque es estable. Sin embargo, el control de energía corta algunas de las construcciones erróneas incluso antes de discutir la interpretación fundamental. También ayuda a distinguir la amplificación real debido a la energía externa de los cambios en la sensibilidad geométrica. En un instrumento de investigación, estas razones pueden crear un aumento similar en la amplitud, aunque su significado físico es diferente.

Respuesta causal y valor observable

Un modelo lineal más general describe la señal como la convolución de una fuente con un núcleo retardado. El tiempo de registro debe seguir al tiempo de exposición dentro de la estructura causal aceptada. En un espacio localmente plano con la velocidad limitante habitual c, el núcleo de impacto entre los puntos de separación r desaparece antes de r/c. En geometría curva, la condición se formula en términos del cono de luz correspondiente. Si se plantea la hipótesis de una vía causal diferente, su geometría debe determinarse y reconciliarse con las mediciones del reloj y la distancia.

$$y_i(t) = \sum_j \int_{-\infty}^{t} H_{ij}\,(t - t')\, f_j(t')\, dt' \qquad (9.6)$$

Lo que es importante es la dependencia de la respuesta controlada de la fuente. Una correlación entre dos sensores registrados sin dicha intervención no prueba la transferencia de información entre ellos. Puede ser creado por una fuente común, un entorno común o un estado compartido preparado. Reivindicar un nuevo canal requiere mostrar que un cambio en un efecto conocido cambia predeciblemente el resultado distal, y establecer un límite de tiempo para ese cambio. Mezclar la búsqueda de correlación y la medición de la velocidad de la señal significaría responder diferentes preguntas con las mismas estadísticas.

Incluso dado un campo, la nueva teoría debe producir una cantidad observable específica. El componente métrico en las coordenadas seleccionadas no es una lectura de fotodetector ya hecha. Es necesario calcular la trayectoria de la luz, el movimiento de los reflectores, la velocidad del reloj y el procedimiento de comparación de fases. Algunas perturbaciones afectan a ambas ramas del dispositivo diferencial por igual y se cancelan entre sí. Por lo tanto, la propiedad supuesta del espacio puede ser real en el modelo, pero invisible en esta configuración particular. La sensibilidad se establece mediante el cálculo del procedimiento de medición, y no por el nombre del campo.

Positividad de las correlaciones y covariancia de la ley

Si la hipótesis describe una señal común aleatoria, debe especificar la covarianza aceptable de todos los canales. Para cualquier combinación lineal de registros, la potencia espectral no es negativa. Esto implica la semidefinición positiva de la matriz espectral S(f). En particular, el cuadrado del módulo del espectro mutuo de dos canales está limitado por el producto de sus propios espectros. Un patrón hermoso arbitrario de correlaciones angulares puede violar esta condición y

generalmente no corresponde a ningún proceso aleatorio. Esta comprobación se lleva a cabo antes de la comparación con los datos.

$$z^{\dagger}S(f)z \geq 0, \qquad \left|S_{ij}(f)\right|^2 \leq S_{ii}(f)S_{jj}(f) \qquad (9.7)$$

El término «covariancia» en la teoría del espacio se refiere a otra cuestión: cómo se escribe la ley cuando cambian las coordenadas. Un registro coherente y coordinado es necesario para la interpretación geométrica, pero en sí mismo no prueba la ausencia de un sistema de referencia distinguido. La cuadrícula es capaz de establecer direcciones y tiempos específicos; ocultarlos detrás de la notación tensorial no es suficiente. Si se espera que la simetría de Lorentz se restablezca a gran escala, se deben calcular las desviaciones residuales, indicar la región de aproximación y comparar con las restricciones experimentales correspondientes.

La causalidad, las propiedades analíticas de las amplitudes y los coeficientes admisibles de la teoría efectiva también están relacionados. El trabajo de Adams et al. muestra, usando ciertas clases de modelos de campo efectivos, que la aparente aceptabilidad de un Lagrangiano de baja energía no garantiza una continuación consistente de alta energía. Esta no es una prohibición universal de la geometría inusual. Esta es la base para verificar los signos, la estabilidad del fondo y las premisas de los teoremas utilizados cuando se trata de convertir una regla de red en una ley física. [23]

Lo que se necesita para pasar al vacío

Una interpretación completa debe nombrar primero sus grados de libertad. ¿Son eventos de nodos, regiones del espacio, estados de un campo o solo elementos de una cuadrícula computacional? Entonces se requiere la ley de su evolución e interacción con la materia. Para un modelo cuántico, el espacio de estado, la interpretación probabilística y la dinámica se especifican adicionalmente, preservando las propiedades necesarias del estado. Para un sistema abierto efectivo, la disipación es aceptable, pero la fuente de pérdidas y el límite de aplicabilidad de la descripción abreviada deben estar claros.

Los regímenes probados deben entonces ser recuperados. Si un modelo introduce un acoplamiento adicional entre regiones distantes, debe mostrar por qué las mediciones ópticas, mecánicas y gravitacionales ordinarias generalmente lo pasan por alto. La explicación puede implicar una interacción débil, una banda de sensibilidad limitada o un acoplamiento particular a la materia. Estas deben ser propiedades cuantitativas en lugar de explicaciones revisadas después de cada experimento negativo. El modelo debe implicar un rango de parámetros en el que pueda ser falsificado.

Los experimentos análogos siguen siendo útiles en todas estas etapas. Las redes eléctricas ya se han utilizado para reproducir las propiedades de la geometría hiperbólica y probar la propagación en la métrica efectiva correspondiente. Un dispositivo de este tipo demuestra una implementación controlada de un operador matemático, en lugar de convertir el espacio del laboratorio en uno fundamentalmente hiperbólico. Por la misma lógica, el soporte gráfico bajo consideración puede probar métodos para restaurar la conectividad oculta sin pretender automáticamente medir la estructura del vacío. [24]

La transición del gráfico a la física requiere correspondencias secuenciales: una variable modelo es una cantidad física, un coeficiente es una interacción medida, una perturbación matemática es un procedimiento reproducible, una respuesta predicha es una lectura de instrumento. Hasta que se establezca cualquier correspondencia, el resultado se refiere al nivel matemático o analógico. Ya es posible hacer teoremas significativos y soluciones instrumentales. La interpretación fundamental requiere una verificación separada.

Los capítulos siguientes consideran otras realizaciones del mismo orden de investigación. Para una dirección compacta, es necesario calcular la excitación y el registro de los modos del campo seleccionado. Para un potencial aleatorio, la respuesta conjunta de relojes y aceleraciones. Para un interferómetro - trayectoria y fase de la luz. Estas ramas tienen sus propios prerrequisitos físicos; el método general de comparar predicciones no infiere una de la otra.

Capítulo 10 Espectroscopía de geometría oculta

¿Qué se puede aprender de la ley de la fuerza?

Después del experimento en red, surge una nueva pregunta: ¿qué medida podría vincular la respuesta inusual a una dirección física adicional? Se ha elegido una implementación específica para este capítulo: un campo escalar se propaga a lo largo de las tres coordenadas habituales y a lo largo de un círculo. Se considera la fuerza entre cuerpos y la respuesta dinámica del mismo campo. Este es un modelo físico independiente; la arista establecido en el análogo de red no se transfiere a él como una propiedad ya descubierta del espacio.

Imaginemos a un experimentador que no conoce el número de direcciones espaciales. El experimentador tiene acceso a pequeñas masas, un medidor de distancia y un sensor de gravedad. El experimentador mueve la fuente y registra cómo se debilita la fuerza. En el espacio tridimensional ordinario, la fuerza newtoniana de las masas puntuales disminuye inversamente al cuadrado de la distancia. Si el flujo de un determinado campo diverge uniformemente a través de un espacio de una dimensión diferente, el área de la superficie que rodea la fuente cambia de manera diferente. Parece suficiente medir el exponente y obtener el número de dimensiones. Sin embargo, tal razonamiento oculta las condiciones: el campo debe obedecer a la ecuación elegida, la fuente debe ser prácticamente puntual, y la propagación de la interacción no debe cambiar por ninguna otra razón. El experimento prueba conjuntamente la geometría y la ley física que transforma la geometría en fuerza.

$$F(r) \propto r^{-(d-1)}, \qquad d_F(r) = 1 - \frac{d\ln|F(r)|}{d\ln r} \qquad (10.1)$$

El valor d_F denota la dimensión operativa restablecida por la fuerza. Este es un lenguaje conveniente para describir la medición, pero no una definición independiente de la estructura del mundo. Con una ley de poder, coincide con d si se cumplen los supuestos anteriores. Cuando se mueve entre modos, se convierte en una función de la distancia. Un resultado no entero en sí mismo, por ejemplo 3.2, aún no significa un número fraccionario de direcciones físicas. Puede ser generado por varias interacciones que actúan simultáneamente, el tamaño finito de la fuente, la heterogeneidad del material y el error de distancia. El desafío de la investigación es determinar cuáles de estas explicaciones son discernibles dados los datos disponibles, no elegir el nombre más inusual para la curva resultante.

Una hipótesis físicamente significativa de una dimensión adicional debería conectar varias consecuencias. El mismo dispositivo de dirección latente determina los modos espaciales permisibles, sus energías y su contribución a la interacción estática. Si se permite que cada efecto medido tenga su propia escala libre, la hipótesis ya no será comprobable. Por lo tanto, lo que sigue es un programa de espectroscopia de compacidad: recuperar una familia consistente de escalas de diferentes observaciones. La idea misma de dimensiones extra compactas y sus manifestaciones en la gravedad ha existido durante mucho tiempo. En el modelo de Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali, los campos gravitacionales y estándar tienen diferente acceso a direcciones complementarias;

es esta diferencia la que muestra por qué la predicción gravitacional no puede transferirse automáticamente a la luz o la materia. [26]

Un nuevo intermediario puede cambiar la dimensión aparente

Comencemos con un contraejemplo que es más útil que la promesa prematura de descubrimiento. Deja que el espacio permanezca tridimensional, pero además de la atracción newtoniana, surge la interacción con un rango finito. Su parametrización estándar se llama corrección Yukawa. El coeficiente adimensional α especifica la fuerza relativa, y λ, medida en metros, determina el rango. En este capítulo, el signo α se permite en ambas formas; las expresiones para la derivada logarítmica se usan solo cuando la fuerza total no desaparece. La fórmula es una descripción efectiva comprobable, y el origen de la nueva interacción requiere una teoría separada. Incluso un ejemplo tan simple muestra lo arriesgado que es identificar a un exponente inusual con una dimensión cambiada.

$$V(r) = -\frac{GmM}{r}\left(1 + \alpha e^{-r/\lambda}\right), \qquad x = \frac{r}{\lambda} \qquad (10.2)$$

Desde B(x) > 0 la interacción sigue siendo atractiva; Es conveniente trabajar con un módulo de fuerza radial positiva. La diferenciación del potencial da dos contribuciones: la derivada del factor 1/r y la derivada de la exponencial. La segunda parte es fundamental: si simplemente multiplicas la fuerza newtoniana por la corrección potencial, la predicción será incorrecta. Vamos a denotar el corchete cuadrado en vigor por B (x). Entonces la derivada logarítmica contiene el término usual −2 y la suma xB′/B. La derivada de B′ es igual a $-\alpha x e^{-x}$. Después de la sustitución, obtenemos una expresión para d_F, en el que, para positivo α, Se produce una adición a tres. Todos los factores en esta adición son adimensionales, por lo que la fórmula pasa una comprobación simple pero obligatoria de la unidad.

$$|F(r)| = \frac{GmM}{r^2}|B(x)|, \qquad B(x) = 1 + \alpha(1+x)e^{-x}, \qquad B'(x) = -\alpha x e^{-x} \qquad (10.3)$$

$$d_F(r) = 3 + \frac{\alpha x^2 e^{-x}}{1 + \alpha(1+x)e^{-x}} \qquad (10.4)$$

Para una x pequeña, la corrección es casi constante y principalmente cambia la fuerza de interacción efectiva. Para la x grande desaparece exponencialmente. Entre estos límites aparece un área que puede llamarse erróneamente dimensión espacial aumentada. Esta conclusión se obtiene por diferenciación ordinaria, y no por descubrimiento experimental. Establece un requisito útil para el futuro dispositivo: es necesario medir una gama suficientemente amplia de distancias y verificar la forma de la transición. En un intervalo estrecho, las diferentes funciones se ven fácilmente iguales. Incluso un registro sin errores de d_F Más de tres inicialmente sólo nos permitirá afirmar que el modelo de fuerza original es insuficiente. La siguiente pregunta se referirá al origen físico de la enmienda detectada.

En secciones con B < 0, la misma derivada logarítmica se calcula a través de ln|B|. En el punto B = 0 la d_F El indicador no está definido. En estos casos, el signo de la fuerza debe mostrarse por separado: un gráfico de su magnitud oculta la transición entre atracción y repulsión.

Una dirección compacta y una torre de modos

Ahora considere un modelo especificado explícitamente. Además de las tres coordenadas extendidas, hay una coordenada periódica y con periodo 2πR. Un campo escalar sin masa se propaga a lo largo de él; las fuentes están ubicadas en el mismo valor y. La periodicidad permite números de onda n/R, donde n es un número entero. Un observador que solo tiene acceso al espacio ordinario describe los modos distintos de cero como excitaciones masivas. Este es un modelo escalar de entrenamiento en el espacio $R^3 \times S^1$. Permite derivar la conexión entre el espectro y el potencial estático, pero no reemplaza la teoría tensorial de la gravedad: los espines, los campos adicionales, un mecanismo para fijar el radio y las conexiones reales con la materia aún no se especifican aquí.

$$q_n = \frac{n}{R}, \qquad m_n = \frac{|n|\hbar}{cR}, \qquad E_n = m_n c^2 = \frac{|n|\hbar c}{R}, \qquad \lambda_n = \frac{R}{|n|} \tag{10.5}$$

Si normalizamos el modo cero para que la interacción de largo alcance tenga la forma habitual, el par de modos con números n y −n hace contribuciones iguales. La suma de los exponentes se convierte en una cotangente hiperbólica. A distancias significativamente mayores que R, el potencial 1/r permanece. A distancias significativamente menores que R, el campo tiene tiempo para propagarse a lo largo de la dirección adicional, y el potencial se vuelve proporcional a R. $1/r^2$. Su fuerza disminuye a medida que $1/r^3$. Este comportamiento se deriva de la geometría adoptada y las reglas de propagación de campo. El coeficiente 2 delante de la suma se refiere específicamente al modelo escalar seleccionado; no puede transferirse sin verificación a una hipótesis gravitacional realista.

$$V_{\mathrm{sc}}(r) = -\frac{GmM}{r}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nr/R}\right] = -\frac{GmM}{r}\coth\left(\frac{r}{2R}\right) \tag{10.6}$$

$$V_{\mathrm{sc}}(r) \simeq -\frac{GmM}{r} \quad (r \gg R), \qquad V_{\mathrm{sc}}(r) \simeq -\frac{2GmMR}{r^2} \quad (r \ll R) \tag{10.7}$$

Para ilustrar las unidades, tomemos R igual a 10 micrómetros. La energía del primer modo es entonces aproximadamente 0.0197 electronvoltios, y la frecuencia E_1/h es 4.77 terahertz. Esta es una consecuencia aritmética del radio elegido, no una predicción de detección, y no una declaración de que una opción dada está permitida por las observaciones existentes combinadas. La frecuencia sola no determina la posibilidad de excitación. Necesitamos un operador de acoplamiento, su coeficiente, reglas de selección, intensidad de fuente y método de lectura. Un generador electromagnético a una frecuencia especificada puede no interactuar con el modo deseado en absoluto. El significado práctico del ejemplo es diferente: un radio especifica simultáneamente el rango de fuerza estática y la escala de energía que una teoría completa debe tener en cuenta.

En la figura 40 se comparan dos formas diferentes de obtener la estructura de escala. A la izquierda, un mediador ordinario crea una desviación del indicador de fuerza de tres. Los rangos de

modo compacto asociados se muestran a la derecha. La secuencia correcta establece una hipótesis más estricta, pero solo puede probarse si la medición es sensible a al menos varios de sus términos.

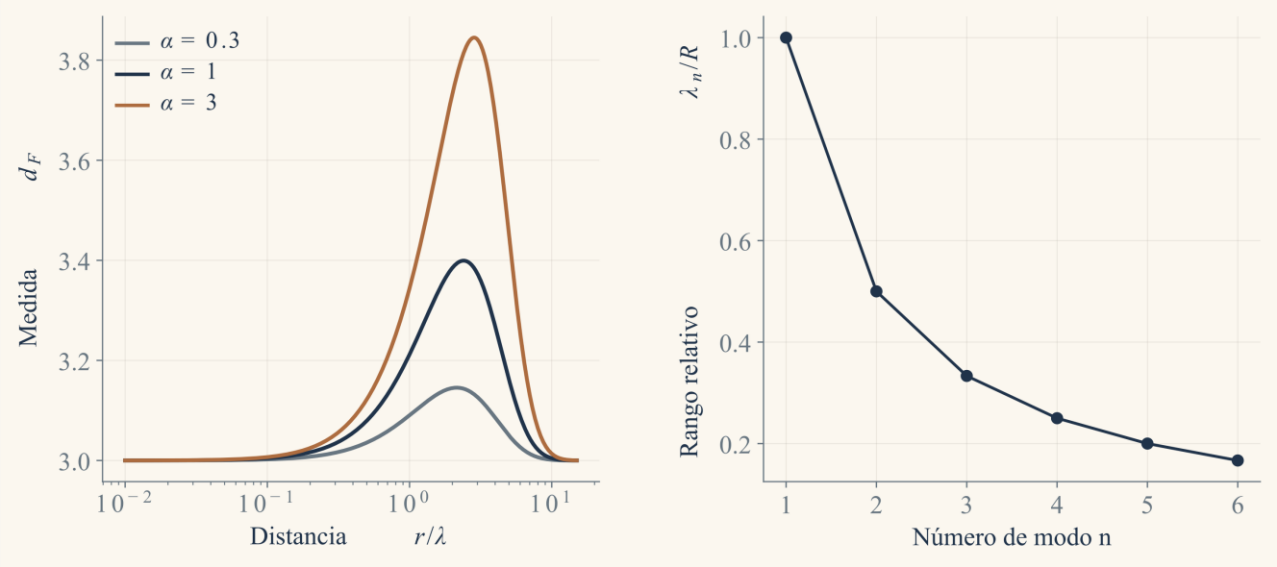


Figura 40. Índice de fuerza operativa para una corrección Yukawa y rango de modo compacto. Las curvas de la izquierda se calculan para positivo α; a la derecha λ_n/R = 1/n. Estas son consecuencias de los modelos elegidos, no observaciones de dimensiones adicionales.

Fuente, detector y respuesta retardada

Para que el espectro de modo se convierta en un pronóstico del dispositivo, establecemos la fuente. Un pequeño cuerpo de masa m se encuentra en y = 0 y se desplaza a lo largo de la línea hacia el detector por ε cos(ωt). Su carga escalar es proporcional a su masa. Un cuerpo de prueba de masa M también se encuentra en y = 0 e interactúa con el potencial a través de la energía MΦ_s. El movimiento de la fuente se apoya en un accionamiento externo; ε es significativamente menor que la distancia r, y la velocidad εω es significativamente menor que c. Se adoptan dinámicas escalares lineales con un radio fijo R. Define completamente este ejemplo, manteniendo separada la cuestión de la posibilidad de su implementación en la naturaleza.

En la figura 41, el movimiento de la fuente, la respuesta retardada y la lectura del canal de potencia se separan como partes diferentes de un único operador de medición.

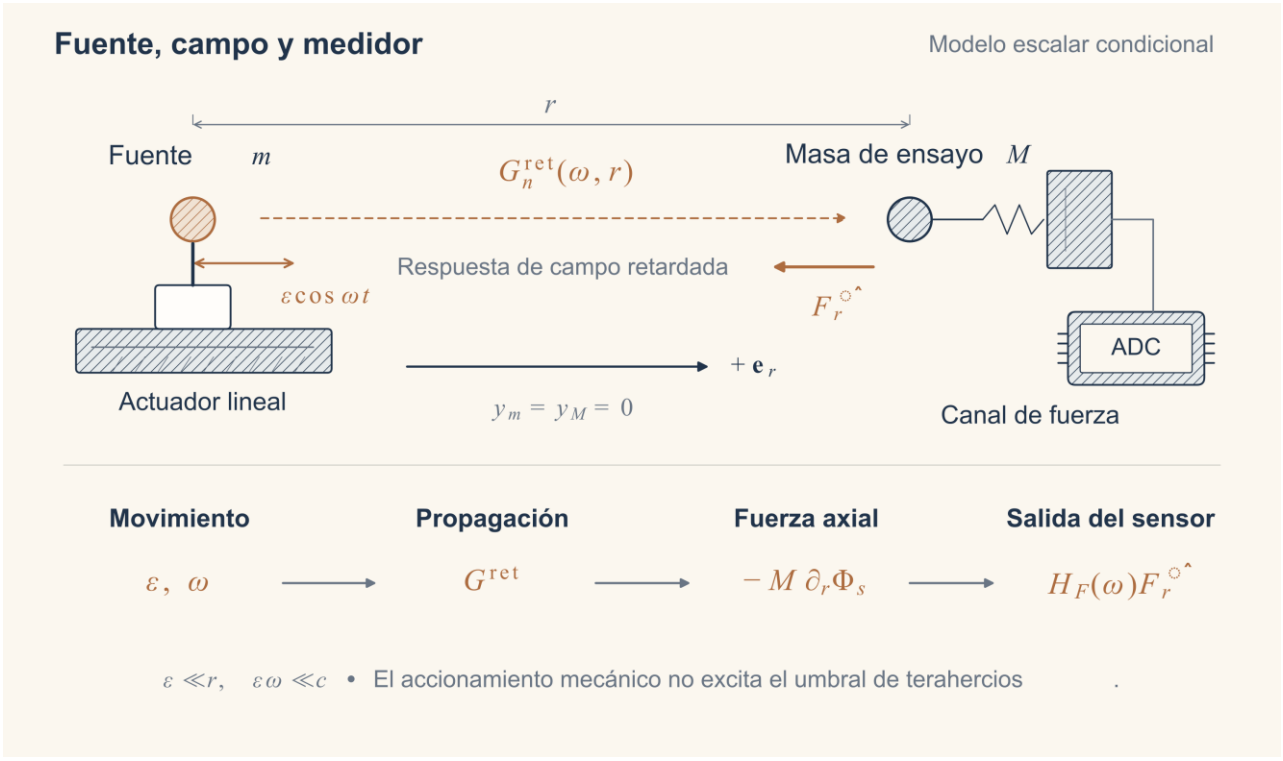


Figura 41. La fuente m y la masa de ensayo M están situadas en la misma coordenada compacta y = 0. El actuador desplaza la fuente a lo largo de la dirección radial positiva; la flecha de fuerza fija el signo de la respuesta casi estática atractiva. Entre el movimiento y la salida digital están la función de Green, la derivada espacial del potencial y la respuesta del sensor de fuerza. Se representa el diseño del principio de medición en un modelo escalar dado. La excitación mecánica a 100 Hz no se convierte en una fuente de terahercios debido a la presencia de un umbral compacto en la ecuación de campo.

$$\left(\nabla_{\mathbf{x}}^2 + \partial_y^2 - c^{-2}\,\partial_t^2\right)\Phi_s = 4\pi G_4 \rho_4, \qquad G_4 = 2\pi R G_s, \qquad (10.8)$$

$$\rho_4 = m\,\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \epsilon\cos(\omega t)\mathbf{e}_r)\delta_{2\pi R}(y) \qquad (10.9)$$

Aquí. Φ_s Tiene unidades de m²/s², la densidad espacial de cuatro dimensiones ρ_4 Es kg/m⁴, y G_4 es m⁴/(kg s²). La función delta periódica se integra en una unidad alrededor del círculo. El coeficiente G_s determina la fuerza escalar lejana después de seleccionar el modo cero. Todas las amplitudes complejas se multiplican por exp(−iωt). Por lo tanto, la onda radial saliente contiene exp(ik_nr), y la rama de la raíz se elige con una parte imaginaria no negativa.

$$k_n(\omega) = \sqrt{\frac{(\omega + i0)^2}{c^2} - \frac{n^2}{R^2}}, \qquad G_n^{\mathrm{ret}}(\omega, r) = \frac{e^{ik_n r}}{4\pi r} \qquad (10.10)$$

Desde ω < nc/R, el número k_n es imaginario: la contribución disminuye exponencialmente y no transfiere el modo de propagación libre sobre una gran distancia. Por encima del umbral, k_n se convierte en real. El momento radial habitual permanece continuo, por lo que el umbral no tiene que ser una línea espectral estrecha. La resonancia requeriría confinamiento adicional, reflexión o dinámica de fuente específica. El límite estático de la misma función da exp(−nr/R)/r y devuelve el

potencial ya obtenido. Esta comprobación conecta dos partes del modelo con un operador. La conexión entre el espectro compacto y las correcciones de Yukawa se ha estudiado en la literatura primaria; los coeficientes dependen de la geometría y la degeneración de los modos. [45]

Un pequeño movimiento de la fuente diferencia la función de Green según la posición de la fuente. La fuerza medida requiere otra derivada con respecto a la posición del detector. Para un experimento de punto coaxial, la amplitud de la fuerza radial tiene la forma

$$\widehat{F}_r(\omega) = -\frac{G_s m M \epsilon}{r^3}\mathcal{D}(\omega, r), \qquad \mathcal{D} = \sum_{n=0}^{\infty} w_n\, e^{ik_n r}\left[2 - 2ik_n r - (k_n r)^2\right], \qquad (10.11)$$

$$w_0 = 1, \qquad w_n = 2\ (n \geq 1) \qquad (10.12)$$

El signo corresponde al eje radial desde la fuente hasta el detector. Cuando ω = 0 el primer soporte es igual a dos para el modo cero, y para el modo masivo se convierte en 2 + 2nr/R + (nr/R)². Por lo tanto, la lectura dinámica se define junto con su amplitud y fase. Las condiciones de aproximación de puntos requieren tamaños de cuerpo mucho más pequeños que r; A continuación, los cuerpos finitos se calcularán utilizando una integral separada.

Desde R = 10 μm El primer umbral es 4.7713 THz, Mientras que una unidad en 100 Hz da ωR/c = 2.10 × 10⁻¹¹. El movimiento mecánico disponible explora la fuerza casi estática. La mera presencia de una escala de terahercios calculada no hace que una fuente mecánica sea un excitador de terahercios. El panel izquierdo de la figura 44 muestra la referencia dinámica adimensional en r = 3R; la región de alta frecuencia sirve como una predicción de la ecuación de campo especificada, y no como una especificación del experimento mecánico propuesto.

Desde masas puntuales hasta pares medidos

Una masa real tiene una distribución de forma, espesor y densidad. Cuando el espacio es comparable a sus dimensiones, la fuerza entre los centros no describe la lectura del sensor. Es necesario sumar las interacciones de todos los pares de elementos de una sustancia. Para una fuente giratoria, primero calcule la energía potencial total en el ángulo θ, y luego su derivada con respecto a este ángulo. La integral incluye las superficies medidas, las inhomogeneidades de densidad, los agujeros y la pantalla. Esta operación ocupa un lugar central en el modelo de instrumento: un efecto débil que desaparece después de que se refina la geometría no indica un espacio cambiado. La geometría del propio dispositivo debe conocerse mejor que la geometría que se pretende descubrir.

$$U(\theta) = -G\int d^3x\, d^3y\, \frac{\rho_1(\mathbf{x})\rho_2(\mathbf{y})}{s(\mathbf{x},\mathbf{y},\theta)}\left[1 + \sum_n \alpha_n\, e^{-s(\mathbf{x},\mathbf{y},\theta)/\lambda_n}\right], \qquad \tau_z = -\frac{\partial U}{\partial \theta} \qquad (10.13)$$

Aquí s es la distancia real entre los elementos de los cuerpos después de que se haya girado la fuente. Las densidades tienen unidades de kilogramo por metro cúbico, la integral de energía es joule y el momento es newton meter. Un diseño de fuente útil contiene varios períodos espaciales. A

medida que rotan, crean diferentes armónicos, cada uno de los cuales pesa las distancias dentro de la integral de manera diferente. Cambiar la brecha agrega información independiente. Este enfoque ayuda a separar la forma de la interacción de la ganancia total del sensor. Pero los armónicos múltiples no deben considerarse a priori como experimentos independientes: los mismos errores de superficie o posición pueden polarizar simultáneamente todos los canales, y su covarianza total debe incluirse en el análisis.

Li et al probaron la interacción en huecos que van desde 52 µm a 3 mm. En su análisis de 2020, el rango de la corrección Yukawa de la fuerza gravitacional en magnitud, |α| = 1, Limitado a un valor menor que 38.6 µm Con un nivel de confianza de 95%. Este es un punto de sección transversal específico de la región (α, λ), y no un límite universal en el radio de cualquier dirección adicional. En el trabajo de Tan et al., la supresión del movimiento de la membrana de protección redujo el efecto del potencial superficial residual. Ambos ejemplos muestran que la interpretación de la fuerza depende del modelo de interacción y las propiedades medidas de la configuración.[27] [28]

Cálculo completamente especificado de dos discos finitos

Consideremos dos discos coaxiales homogéneos con un radio a = 5 mm y un espesor t = 100 µm cada uno. La densidad de ambos cuerpos es igual a 19 300 kg/m³. La brecha promedio z_0 es 50 µm, y la unidad lo reduce por ε cos(ωt), donde ε = 0.1 µm y la frecuencia es 100 Hz. El sensor mide el primer armónico de la fuerza axial. Los valores determinan el modelo de diseño: las propiedades de la unidad, la pantalla y el sensor de fuerza aún deben verificarse en un modelo separado.

Para la comparación con la fuerza de largo alcance habitual, es conveniente introducir β. Si el componente escalar lejano es G_s El coeficiente total medido es G_N, let β = G_s/G_N. Por la suma de dos contribuciones atractivas, 0 ≤ β ≤ 1; el valor β = 1 devuelve una referencia escalar pura. El modo cero ya está incluido en G_N. Los términos adicionales de Yukawa entonces tienen α_n = 2β y λ_n = R/n. Los números debajo de usar G_N = 6.67430 × 10^{-11} $m^3/(kg\ s^2)$.

$$V(r) = -\frac{G_N m M}{r}\left[1 + 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nr/R}\right] \qquad (10.14)$$

La integral sobre dos cuerpos cilíndricos se puede reducir a dos variables sin reemplazar los discos finitos con placas infinitas. Con un desplazamiento transversal u, el área de superposición de sus proyecciones es igual a A_ov(u). La suma de las profundidades de dos elementos w tiene un peso triangular b(w). Estos pesos geométricos tienen en cuenta todos los pares de elementos de una sustancia.

$$A_{\mathrm{ov}}(u) = 2a^2 \arccos\frac{u}{2a} - \frac{u}{2}\sqrt{4a^2 - u^2}, \qquad 0 \le u \le 2a, \qquad (10.15)$$

$$b(w) = \min(w, 2t - w), \quad s = \sqrt{u^2 + (z_0 + w)^2}, \quad 0 \le w \le 2t \qquad (10.16)$$

Los valores geométricos de la integral y la dirección de modulación del hueco se recogen en la figura 42.

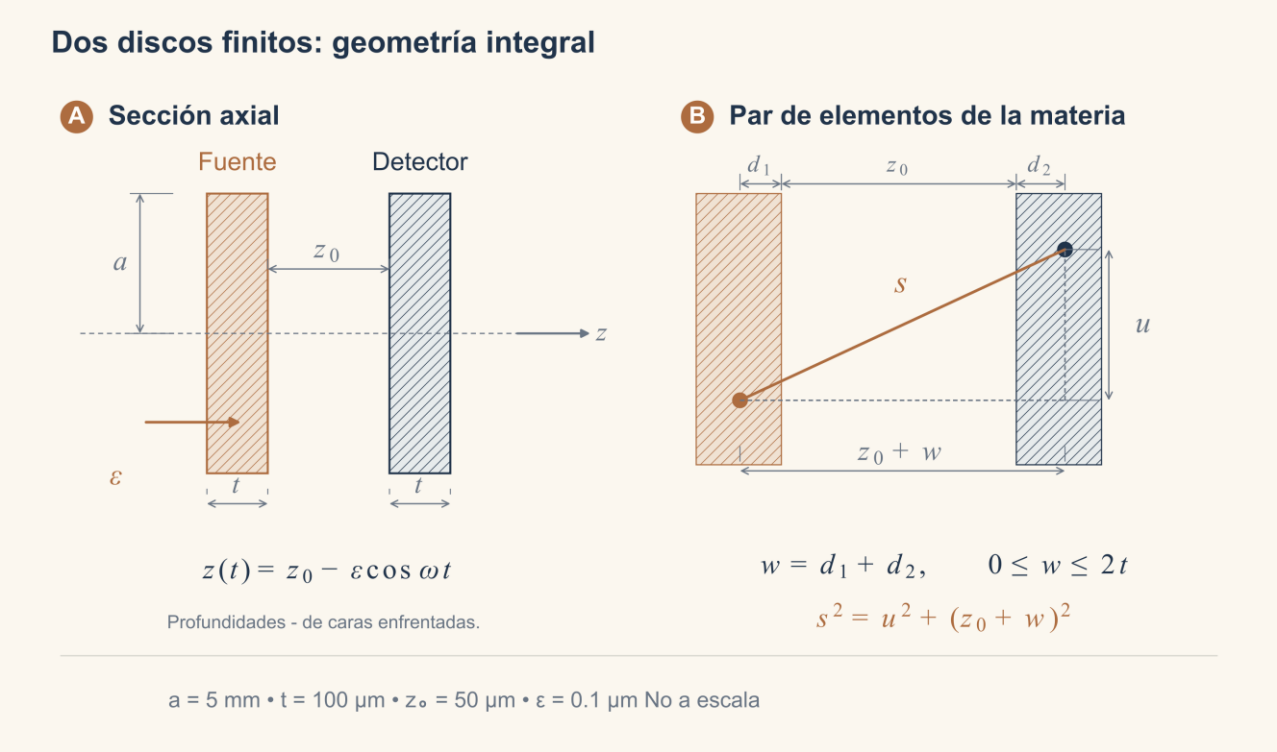


Figura 42. Dos discos coaxiales homogéneos tienen el mismo radio a y grosor t. Mover la fuente reduce la brecha promedio z_0 por ε cos(ωt). En un par ampliado de elementos, d_1 y d_2 se cuentan dentro de los cuerpos desde las caras enfrentadas; su suma w especifica la distancia axial z_0 + w, y u especifica la distancia transversal. Por lo tanto, la distancia del par es = √[u² + (z_0 + w)²]. El grosor, la holgura y el movimiento no se muestran a escala; no se incluye una pantalla adicional en la geometría calculada.

$$F_Y(z_0;\lambda,\alpha) = 2\pi G_N \rho^2 \alpha \int_0^{2a} u\, A_{\mathrm{ov}}(u)\, du \int_0^{2t} b\,(w)\, \frac{z_0 + w}{s^3} \left(1 + \frac{s}{\lambda}\right) e^{-s/\lambda}\, dw \qquad (10.17)$$

$$F_{1,Y} = -\epsilon \frac{\partial F_Y}{\partial z_0}, \qquad F_{1,\mathrm{tower}} = \sum_{n \ge 1} F_{1,Y}\,(z_0; R/n, 2\beta) \qquad (10.18)$$

La fuerza F_Y En la entrada (10.17) es positivo para la atracción. A medida que el espacio disminuye, aumenta; por lo tanto, la amplitud del primer armónico es positiva. En el programa, la derivada del núcleo se calcula analíticamente, después de lo cual se realiza la cuadratura. La contribución newtoniana se obtiene reemplazando el factor exponencial por uno y también se integra sobre los cuerpos finitos. No desaparece con la modulación: los campos de borde del disco finito crean una derivada distinta de cero de la fuerza.

Valor en R = 10 µm y β = 1	**Resultado del cálculo**
Fuerza constante newtoniana	1.12028×10^{-13} N

Valor en R = 10 μm y β = 1	Resultado del cálculo
Primer armónico newtoniano	5.66708×10^{-18} N
Armonías adicionales de toda la torre	1.65240×10^{-19} N
Armónico adicional del primer par de modos	1.64682×10^{-19} N
La proporción de los siguientes modos en el armónico adicional	0.3377%

El aumento del orden de cuadratura cambió el armónico adicional en menos de 10^{-13} en relación con su magnitud, y el armónico newtoniano por aproximadamente 1.2×10^{-11}. Esta es una prueba de la integración numérica de la geometría ideal seleccionada. No evalúa los errores en dimensiones reales, densidad y posición. Linealización en ε da una corrección separada del orden $(\varepsilon/\lambda)^2$ para un modo separado; en ε/R = 0.01 el modo de conducción está profundamente en el régimen lineal. Los modos más altos, para los que la proporción es mayor, son aquí suprimidos exponencialmente por la brecha.

El fondo armónico newtoniano resultante es aproximadamente 34 veces mayor que la señal adicional. Su calibración se incluye en la tarea junto con la sensibilidad del sensor. Si, después de todas las correcciones, el error armónico estándar 3×10^{-20} Se requiere N, el presupuesto geométrico y newtoniano también debe caber dentro de este número. La mera promesa de un ruido de lectura tan bajo no garantiza la precisión resultante.

Mapa de sensibilidad e intermediario competidor

Que el error estándar del armónico de fuerza ya estimado, incluyendo los parámetros residuales nombrados, sea igual a $\sigma_F = 3 \times 10^{-20}$ N. Para una R fija, la escala nominal de dos lados $1.96\sigma_F$ da $\beta_{min} = 1.96\sigma_F/F_1(\beta = 1)$. Esta es la característica de una prueba preseleccionada en la aproximación gaussiana. Las búsquedas de muchas R y la incertidumbre de la forma de fondo requerirán el procedimiento estadístico general del Capítulo 14.

$$\beta_{\min}(R) = \frac{1.96\,\sigma_F}{F_{1,\text{tower}}(R, \beta = 1)} \qquad (10.19)$$

Cuando R = 10 μm, $\beta_{min} = 0.35584$ se obtiene. Esta es la escala de cruzar un umbral dado, y no una garantía de alta potencia: una señal con expectativas matemáticas. $1.96\sigma_F$ cruza el umbral superior en aproximadamente la mitad de las realizaciones. Por un poder de cerca 80% con la misma regla nominal de dos lados, aproximadamente $2.80\sigma_F$ es necesario, que aquí corresponde a β sobre 0.509. La Figura 43 muestra esta área de sensibilidad convencional. Describe las consecuencias de un error dado, no el límite experimental alcanzado. Tampoco destaca la región supuestamente resuelta por todas las observaciones existentes: para hacer esto, es necesario transferir por separado restricciones reales a la torre de modo y sus conexiones con la materia. Límite literario en |α| = 1 se refiere a una enmienda Yukawa; es imposible convertirla en un límite exacto para toda la torre sin re-análisis.

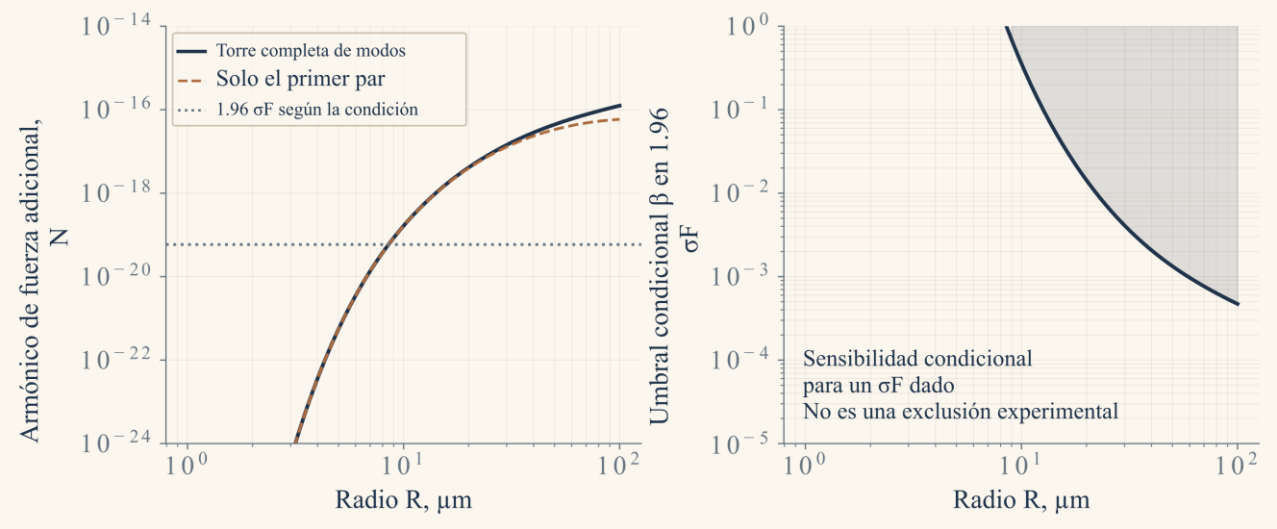


Figura 43. Discos finitos y un presupuesto de ruido dado. A la izquierda, el armónico de fuerza adicional se calcula para β = 1, a la derecha - β_min por σ_F = 3 × 10⁻²⁰ N. El sombreado indica solo la distinguibilidad condicional en este cálculo; las áreas excluidas experimentales no se representan aquí.

La siguiente prueba pregunta si la torre es distinguible de un intermediario ordinario. En el estándar artificial, R = 20 μm y β = 0.1 se especifican. Libre α y λ de un solo mediador se seleccionan de acuerdo con armónicos exactos en espacios 60 y 100 μm. α = 0.2144505 y λ = 19.77856 μm fueron obtenidos. Ambos puntos de entrenamiento coinciden con la torre en la precisión de la búsqueda numérica. Esto se espera: dos parámetros se ajustan a dos números.

Nueva brecha	Diferencia entre torre y mediador montado	Diferencia / σ_F
20 μm	3.56857 × 10⁻¹⁹ N	11.90
30 μm	9.68061 × 10⁻²⁰ N	3.23
40 μm	2.47110 × 10⁻²⁰ N	0.82

Los datos de 40 micrones en el presupuesto adoptado casi no comparten estas explicaciones. En 20 μm Sus predicciones difieren notablemente. El panel derecho de la figura 44 muestra esta diferencia y marca los puntos de ajuste. Los valores en la última columna expresan la distancia entre dos pronósticos fijos en unidades de error asignado. No son valores de descubrimiento ya hechos: la incertidumbre de los parámetros, los errores generales de depuración y el reajuste a datos ruidosos reales aumentarán el área de superposición.

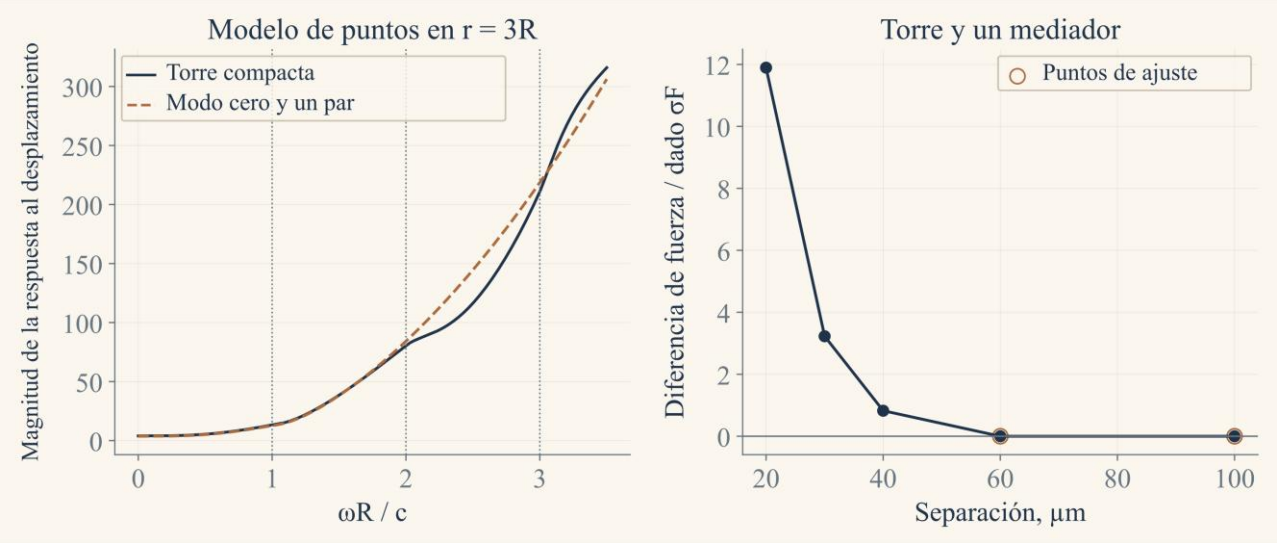


Figura 44. Dos comprobaciones del modelo compacto. A la izquierda está la respuesta dinámica del punto al desplazamiento de la fuente en r. = 3R; las verticales marcan los umbrales ωR/c = 1, 2, 3. A la derecha está la diferencia en los armónicos del disco final entre la torre y un solo mediador emparejado en dos puntos de entrenamiento. Los números se obtuvieron por cálculo.

Todos los resultados de esta sección son reproducidos por el physics_revision.py programa. Realiza la integral de cuerpo finito, se ajusta al mediador habitual y construye ambos paneles. Este ejemplo aclara el significado de la espectroscopia de geometría: hay pocas escalas relacionadas en la ecuación; lo que se necesita son regímenes en los que su contribución exceda la incertidumbre de la explicación competitiva.

¿Qué conclusión permite este experimento?

En el modelo escalar elegido, un solo radio determina los rangos estáticos, los umbrales de propagación y la respuesta dinámica. La integral para los discos finitos los convierte en un armónico de fuerza, y una comparación con un solo mediador indica la brecha discriminante.

La búsqueda física requiere medir la geometría, el fondo y el presupuesto completo de errores, y luego realizar cambios registrados en la brecha. Una desviación establecería una interacción adicional en esta banda. Una interpretación geométrica requeriría un acuerdo entre otras predicciones del mismo operador y la prueba de una clase más amplia de proxies.

A continuación, se considera la consistencia de las frecuencias de reloj y el gradiente de campo espacial. Se requerirá un monitoreo separado del movimiento del instrumento y la interferencia general.

Capítulo 11 Relojes y gravímetros como sonda conjunta del espacio

Una causa y dos formas de observar

Dos instrumentos idénticos pueden confirmar la repetibilidad de la lectura. Dos tipos diferentes de instrumentos prueban aún más la relación entre las cantidades observadas. En un campo cuasi-estático débil, la comparación de relojes está relacionada con la diferencia de potencial, y la aceleración del cuerpo de prueba está relacionada con su gradiente espacial. Por lo tanto, los relojes y los gravímetros se pueden combinar para probar una causa. Este capítulo lleva el modelo estadístico seleccionado a un espectro conjunto, geometría específica, presupuesto de ruido y experimento sintético permutado por reloj.

En un campo débil, denotamos el potencial adicional por δΦ e introduzca la cantidad adimensional q = δΦ/c². Para un reloj fijo con cambios lentos y después de tener en cuenta los efectos conocidos, la corrección de frecuencia relativa entre los puntos a y b es aproximadamente igual a la diferencia q. El signo elegido depende de la relación de frecuencia que se nombra y_ab; A continuación utilizamos exactamente la definición escrita en la fórmula. El canal gravimétrico está asociado con un gradiente de potencial espacial negativo. El sensor real en el soporte mide el movimiento en relación con su sistema mecánico, por lo que su respuesta a esta cantidad debe calibrarse. La ecuación de campo en sí misma aún no es una ecuación para la lectura del instrumento. La notación q en este capítulo se refiere solo al potencial adimensional y no se usa para el escalar matricial del problema de red.

$$q(\mathbf{x},t)=\frac{\delta\Phi(\mathbf{x},t)}{c^2}, \qquad y_{ab}(t)\simeq q(\mathbf{x}_a,t)-q(\mathbf{x}_b,t), \qquad \delta\mathbf{a}(\mathbf{x},t) = -c^2\nabla q(\mathbf{x},t) \qquad (11.1)$$

La capacidad de medir diferencias gravitacionales muy pequeñas usando relojes ha sido confirmada por experimentos individuales, pero esto no es evidencia del campo adicional propuesto. Bothwell y sus coautores observaron un gradiente de frecuencia gravitacional dentro de una muestra atómica de tamaño milimétrico. Zheng y sus coautores realizaron una prueba de corrimiento al rojo a ciegas en una serie de cinco conjuntos atómicos con una diferencia de altura total de un centímetro. Para este capítulo, estos trabajos proporcionan evidencia para el principio de medición y la cultura del monitoreo de los efectos sistemáticos. Sus resultados no pueden traducirse en sensibilidades prefabricadas de una red arbitraria: otras distancias, líneas de transmisión, intervalos de sondeo y entornos requerirán su propia evaluación. [29] [30]

Relojes acelerados en espacio-tiempo plano

Antes de atribuir una señal conjunta a la curvatura, es útil examinar un caso en el que definitivamente no existe. Que el sistema de observadores se acelere uniformemente a lo largo de x. En las coordenadas de Rindler, el intervalo tiene la forma

$$ds^2 = -N(x)^2 c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad N(x) = 1 + \frac{a_0 x}{c^2} > 0 \qquad (11.2)$$

Para los relojes estacionarios en estas coordenadas, el tiempo apropiado es dτ = N(x)dt. Compararlos revela un cambio de frecuencia dependiente de la posición. En a_0 = 9.81 m/s² y una línea de base corta de un metro, el cambio de primer orden es 1.0915×10^{-16}. Un acelerómetro unido al soporte también da una lectura distinta de cero: la aceleración apropiada del observador es $a_0/N(x)$. Sin embargo, el espacio-tiempo es plano, como lo muestra directamente la transformación a coordenadas inerciales.

$$cT = \left(x + \frac{c^2}{a_0}\right) \sinh \frac{a_0 t}{c}, \qquad X = \left(x + \frac{c^2}{a_0}\right) \cosh \frac{a_0 t}{c} - \frac{c^2}{a_0} \qquad (11.3)$$

La sustitución (11.3) convierte la métrica en $-c^2dT^2 + dX^2 + dy^2 + dz^2$, así que todo el tensor de Riemann es cero. Incluso el gradiente espacial de las lecturas de los soportes acelerados no debe identificarse directamente con la curvatura de la marea. Desde $\alpha(x) = a_0/N(x)$ La relación exacta se mantiene

$$\partial_x \alpha + \frac{\alpha^2}{c^2} = 0 \qquad (11.4)$$

El segundo término tiene en cuenta la cinemática del sistema acelerado seleccionado. La aceleración relativa de los cuerpos de prueba libres en el marco inercial local tiene un significado diferente: después de tener en cuenta las velocidades iniciales y el movimiento de la base de medición, se relaciona con los componentes de curvatura de las mareas. En general, se requiere un protocolo de medición que incluya observadores, intercambio de señales y movimiento de soporte. Son precisamente estas cuestiones operativas las que se consideran en los trabajos sobre la brújula del reloj y el geoide relativista. [41] [42]

El control Rindler especifica un requisito específico para el procedimiento extendido: debe devolver la curvatura cero después de tener en cuenta la aceleración del sistema. Ahora vamos a comprobar el mismo diseño contra un fondo con un componente de marea no cero predeterminado.

Curvatura distinta de cero: reloj y gradiómetro de marea

Ahora vamos a establecer un fondo con una acción de marea distinta de cero y dibujar ambos canales de medición a través de él. Preservamos la métrica estática con secciones espaciales euclidianas añadiendo un término cuadrático a la función N. El parámetro a_0 Tiene unidades de aceleración, κ - el segundo recíproco al cuadrado. La región N > 0 se considera, donde ambos términos adicionales son pequeños. Este es un ejemplo geométrico local dado; la fuente de sus tensiones no se deriva de las ecuaciones de Einstein, y no se declara un modelo del campo de la tierra.

$$ds^2 = -N(x)^2 c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \qquad N(x) = 1 + \frac{a_0 x}{c^2} + \frac{\kappa x^2}{2c^2} \qquad (11.5)$$

Para que el signo de curvatura sea verificable, fijamos el acuerdo para el tensor de Riemann con la siguiente fórmula. La coordenada x^0 es igual a ct. Los signos de prima denotan además derivadas con respecto a x, que aquí mide simultáneamente su propia longitud espacial en una sección estática.

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \qquad (11.6)$$

En el sector tiempo y x, los coeficientes de conexión distintos de cero son $\Gamma^{0}_{0x} = \Gamma^{0}_{x0} = N'/N$ y $\Gamma^{x}_{00} = NN'$. Sustituirlos da $Rx_{0x0} = NN''$. Ir a la referencia ortonormal del observador estacionario divide los dos componentes de tiempo por N. Si $\alpha = c^2N'/N$ es la aceleración adecuada medida del soporte a lo largo del eje x positivo, el resultado se expresa convenientemente en unidades de gradiente de marea.:

$$\mathcal{K}(x) = c^2 R_{\hat{0}\hat{x}\hat{0}\hat{x}} = c^2 \frac{N''}{N} = \partial_x \alpha + \frac{\alpha^2}{c^2}, \qquad \mathcal{K}(0) = \kappa \qquad (11.7)$$

Colocaremos el reloj estático en x = 0 y x = ±h. Dos fuentes extremas con la misma frecuencia natural ν_0 enviar luz a un observador central, que compara las frecuencias recibidas con su reloj. Para cada rayo, la frecuencia es proporcional a −u·k; preservar la componente de tiempo covariante del vector de onda en la métrica estática especifica la relación exacta. Por lo tanto, los desplazamientos registrados y± son iguales a N(±h) − 1. Su suma elimina el término de aceleración lineal:

$$\frac{\nu_R}{\nu_E} = \frac{\left(u^\mu k_\mu\right)_R}{\left(u^\mu k_\mu\right)_E} = \frac{N_E}{N_R}, \qquad C_2 = y_+ + y_- = \frac{\kappa h^2}{c^2} \qquad (11.8)$$

El segundo canal es la diferencia entre las lecturas de dos acelerómetros estáticos en los extremos de la misma base, complementado por la lectura del soporte central. Sus ejes están alineados a lo largo de x. La diferencia finita estima la derivada, y la aceleración al cuadrado medida por separado elimina la contribución cinemática. El valor resultante tiene una interpretación física independiente: los cuerpos cercanos libres en un marco inercial local no giratorio experimentan una aceleración relativa de las mareas. Positivo κ es compresivo. La relación con los marcos de medición y el movimiento de los soportes es parte del protocolo de brújula de reloj. [41]

$$\widehat{\kappa}_g = \frac{\alpha(h) - \alpha(-h)}{2h} + \frac{\alpha(0)^2}{c^2}, \qquad \delta a_{\parallel} = -\mathcal{K}\,\xi_{\parallel} \qquad (11.9)$$

La Figura 45 compara el mismo reloj y protocolo acelerométrico bajo fondo plano acelerado y bajo curvatura de marea positiva.

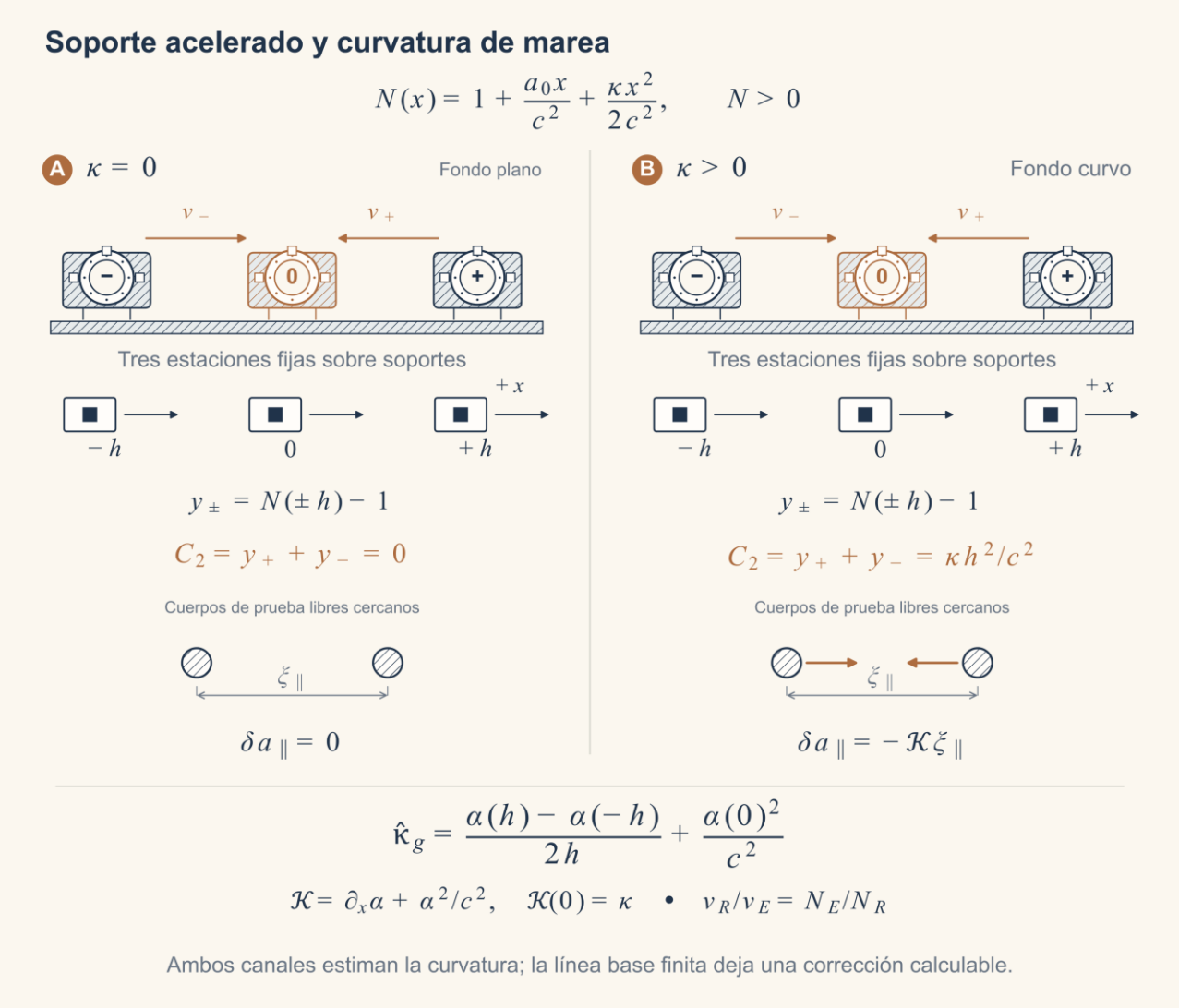


Figura 45. Los relojes atómicos exteriores transmiten la luz a un reloj central; las tres estaciones se apoyan en soportes, y los ejes de los acelerómetros se dirigen a lo largo de +x. Los cambios de frecuencia se definen como N(±h) − 1. Su suma elimina el término de aceleración lineal. El gradiente de aceleración requiere una corrección central separada $\alpha(0)^2/c^2$. Los pares inferiores indican cuerpos de prueba libres, no soportes de reloj: positivo κ da compresión. Esta es una métrica local dada; no representa el campo inferido de la Tierra. La línea de base finita deja una corrección calculada para la estimación del gradiente.

Déjenos elegir a_0 = 9.81 m/s², κ = 3 × 10^{-6} s^{-2} y h = 100 m. Entonces C_2 = 3.33795 × 10^{-19}, y el componente central de la curvatura es igual a 3.33795 × 10^{-23} m^{-2}. La diferencia en la aceleración de los soportes es 5.999999998 × 10^{-4} m/s². La corrección cinemática es igual a 1.07077 × 10^{-15} s^{-2}; Después de agregarlo, la estimación κ Difiere del valor dado por −5.01 × 10^{-25} s^{-2} debido a la base finita. La aceleración relativa libre correspondiente basada en 200 m En la aproximación local se −6 × 10^{-4} m/s².

Asignemos errores estándar completos después de promediar: a cada uno de los tres canales de reloj independientes 10^{-20}, a cada acelerómetro 2 × 10^{-5} m/s². Se trata de condiciones de cálculo, no

de características de instalación establecidas. El reloj central común se incluye en ambas diferencias de frecuencia: su covarianza es σ², Así que el error C_2 es √6 σ en lugar de 2σ. Se supone que la transmisión de frecuencia está calibrada; una correlación adicional desconocida requeriría un recálculo presupuestario.

La geometría tiene dos errores diferentes: el error estándar de la media base común es 1 mm, la posición del centro de los dispositivos externos con respecto al central es 10 μm. Esto último es especialmente significativo: el desplazamiento del medio b añade un término lineal. $2a_0b/c^2$ a C_2. La medición independiente del centrado no puede ser reemplazada por la promesa de la simetría. Teniendo en cuenta estos errores, la primera transferencia de incertidumbre lineal da σ(κ) = 2.2102 × 10^{-7} s^{-2} para el reloj y 1.4142 × 10^{-7} s^{-2} para el gradiómetro. Las relaciones entre la señal especificada y estos errores son 13.6 y 21.2; este es un presupuesto teórico para una configuración fija.

Para el control Rindler en κ = 0 el mismo contraste de reloj es exactamente cero, al igual que la curvatura local. La diferencia finita de aceleraciones deja sólo el resto calculado. −1.28 × 10^{-43} s^{-2}. Esto significa que el protocolo distingue entre un sistema plano acelerado y un fondo curvo dado. El cálculo se realiza con mayor precisión aritmética: la sustracción habitual de tres números alrededor de uno aquí pierde el contraste del reloj. Esta precaución computacional no dicta la precisión del reloj. A continuación, volvemos al potencial aleatorio: su señal conjunta en sí misma no reemplaza el control de marea realizado aquí.

Patrón de campo aleatorio verificable

Para empezar, es suficiente construir una hipótesis fenomenológica limitada. Sea q la media cero, la varianza igual en cada punto, y la correlación espacial disminuyendo a escala. ℓ. Con el tiempo, la correlación decae con el tiempo característico τ_c. La opción conveniente más simple combina una dependencia gaussiana de la distancia con una dependencia exponencial del cambio de tiempo. El parámetro A describe la amplitud cuadrática media q, ℓ Se mide en metros, τ_c - en segundos. Esta elección no se deriva de la teoría comprobada de la gravedad cuántica. Especifica un objeto de prueba específico para el que es posible derivar relaciones observadas de antemano y determinar qué configuraciones de sensor son las más informativas.

$$C_q(r,\Delta t) = \langle q(\mathbf{x},t)q(\mathbf{x}+\mathbf{r},t+\Delta t)\rangle = A^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2\ell^2}\right)\exp\left(-\frac{|\Delta t|}{\tau_c}\right) \qquad (11.10)$$

La función de correlación no puede ser elegida solo por su hermosa apariencia. Para cualquier conjunto de puntos, la matriz de sus valores debe dar una dispersión no negativa de cualquier combinación lineal de señales. Aquí se cumple esta condición: el núcleo gaussiano espacial y el núcleo exponencial temporal son definidos positivamente, y su producto conserva la propiedad deseada. Pero la admisibilidad probabilística aún no significa integridad física. Es necesario explicar qué dinámica genera el campo, cómo está conectado con la materia y a qué transformaciones está sujeto al cambiar el sistema de referencia. Una covarianza dada describe las estadísticas en el sistema de observación seleccionado y no determina por sí misma la respuesta causal o la tasa de transmisión del efecto.

El límite de la longitud de correlación larga es especialmente importante. Si todos los relojes están en una región significativamente más pequeña que ℓ, el campo cambia sus frecuencias casi por igual, y la medición de la diferencia suprime el efecto. La red no se vuelve más sensible a un cambio completamente general solo porque su reloj es muy preciso. En el límite opuesto, cuando la distancia es mucho mayor que ℓ, los relojes ven valores casi independientes y la varianza de la diferencia se satura. Oculto entre estos límites está la información sobre la escala espacial. Por lo tanto, se necesitan diferentes bases, y no una sola distancia. Para la misma banda de tiempo, una fórmula de varianza que muestra ambos modos sigue inmediatamente del núcleo seleccionado.

$$\mathrm{Var}(y_{ab}) = 2A^2\left[1 - \exp\left(-\frac{d_{ab}^2}{2\ell^2}\right)\right] \qquad (11.11)$$

$$\sqrt{\mathrm{Var}(y_{ab})} \simeq A\frac{d_{ab}}{\ell} \quad (d_{ab} \ll \ell), \qquad \sqrt{\mathrm{Var}(y_{ab})} \to \sqrt{2}A \quad (d_{ab} \gg \ell) \qquad (11.12)$$

En la figura 46, la supresión de la diferencia con una pequeña base es visible a la izquierda, y la franja de tiempo del modelo es visible a la derecha. La designación ℓ_c en el eje horizontal de la figura significa el mismo valor de ℓ que se usa en el texto; no hay una segunda escala espacial separada aquí.

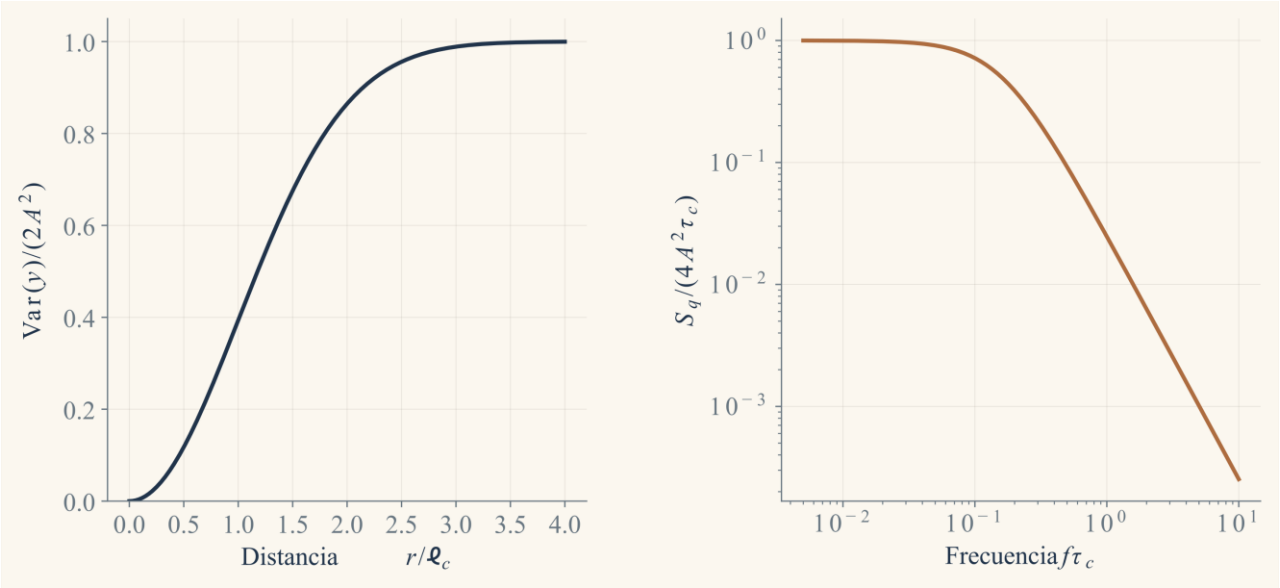


Figura 46. Partes espaciales y temporales de la covarianza seleccionada. A la izquierda está la varianza de la diferencia de dos relojes normalizada a 2A²; a la derecha está el espectro normalizado de Lorentz de un q. En la figura, ℓ_c denota el ℓ utilizados en el texto.

Una interpretación física y sus límites

El reloj coordinado y la señal gravimétrica pueden tener un origen común. Una masa en movimiento crea un potencial −GM/|x − x_s(t)|; su diferencia y gradiente caerán en ambos canales con los mismos coeficientes cuasi-estáticos. Por lo tanto, el primer resultado físico de una red de este tipo será una estimación del campo general, y el origen de este campo tendrá que establecerse por

separado. Las mediciones de servicio de la presión, el movimiento de los soportes y la distribución de las masas cercanas se convierten en parte del experimento científico.

Para una plantilla gaussiana espacial, se puede construir explícitamente una interpretación newtoniana cuasi estática. En el sistema elegido, establecemos una pequeña fluctuación de densidad alrededor de una distribución de fondo positiva para que se satisfaga la ecuación de Poisson. Entonces

$$\delta\rho(\mathbf{x},t) = \frac{c^2}{4\pi G}\nabla^2 q(\mathbf{x},t), \qquad P_{\delta\rho}(\mathbf{k},f) = \frac{c^4 k^4}{(4\pi G)^2} P_q(\mathbf{k},f) \qquad (11.13)$$

El espectro sigue siendo positivo. En tres dimensiones espaciales, el núcleo gaussiano da la raíz densidad cuadrada media $c^2\sqrt{15}\ A/(4\pi G\ell^2)$. Para el ejemplo numérico a continuación es 4.15 kg/m³. El valor caracteriza las estadísticas requeridas del fondo material distribuido en esta interpretación, y no la densidad medida y no la prueba de su existencia. Localmente negativo δρ significa una disminución con respecto a la densidad de fondo. El uso de la ley gaussiana sigue siendo una aproximación de pequeñas fluctuaciones; sus colas infinitas no pueden tomarse como un modelo literal de masa total negativa.

Tal campo no es un potencial estrictamente armónico en una región sin fuentes.: ∇^2Por lo general, q es distinto de cero. Por lo tanto, la suposición de un vacío ambiental no puede combinarse simultáneamente con esta explicación del material sin cambiar el modelo. Para un trasfondo real, también se requerirán las leyes del movimiento de la materia, la conservación de la masa y la medición de su espectro. La relación (11.13) completa la conexión estática entre la fuente y el potencial, pero no reemplaza la hidrodinámica o elasticidad de la fuente.

La covarianza de tiempo exponencial corresponde a un proceso con un pliegue en el desplazamiento de tiempo cero. Es adecuado para un patrón espectral en una banda limitada, pero una métrica suave completa en todas las frecuencias requeriría una descripción ultravioleta adicional. Aquí se filtran las señales de funcionamiento; Cuando se construye una fuente física, el espectro de alta frecuencia debe cortarse suavemente por encima de la banda experimental. Las condiciones $2\pi f\ell/c \ll 1$ permitir el uso de una aproximación cuasi-estática. La correlación espacial de ruido en sí misma no determina la velocidad de transmisión del efecto controlado.

En la gravedad semiclásica estocástica, la parte aleatoria de la respuesta métrica se asocia con fluctuaciones de energía-momento y la ecuación de Einstein-Langevin. Este es un ejemplo de una formulación dinámica más profunda, en lugar de un origen deducido del núcleo gaussiano elegido aquí.[43] Para este capítulo es suficiente fijar el sistema de referencia, la banda y el estado del potencial como un modelo efectivo probado.

Espectro de diferencias de frecuencia y gradiente

En el dominio de la frecuencia, la ley del tiempo elegida da un espectro lorentziano. A continuación, se usa la densidad espectral unilateral: la integral sobre frecuencias no negativas es igual a la dispersión total. Por lo tanto, el coeficiente 4 en el numerador se debe a la convención de normalización y no a la física adicional. Para q adimensional, la unidad de densidad espectral es el hercio inverso. Al denotar el núcleo espacial entre los puntos i y j por K_ij, se puede obtener el

espectro mutuo de dos comparaciones de reloj cualesquiera. Sus cuatro términos corresponden a cuatro pares de puntos. Los relojes presentes en ambas comparaciones producen simultáneamente errores instrumentales comunes; estos errores deben considerarse por separado del campo hipotético.

$$S_q(r,f) = \frac{4A^2\tau_c}{1+(2\pi f\tau_c)^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\ell^2}\right), \qquad K_{ij} = e^{-d_{ij}^2/(2\ell^2)}, \qquad f \geq 0 \qquad (11.14)$$

$$S_{y_{ab}y_{cd}}(f) = \frac{4A^2\tau_c}{1+(2\pi f\tau_c)^2}\left(K_{ac} - K_{ad} - K_{bc} + K_{bd}\right) \qquad (11.15)$$

La predicción gravimétrica se obtiene por diferenciación espacial del mismo núcleo. Vamos. r = x − x′. Dado que cada una de las aceleraciones contiene una derivada, su covarianza contiene una segunda derivada mixta con respecto a las coordenadas de los dos puntos. En la separación cero, el valor cuadrático medio de un componente es c²A/ℓ. Sobre una base distinta de cero, la covarianza depende no solo de la distancia, sino también de la orientación del componente que se está midiendo. Por lo tanto, los canales longitudinales y transversales llevan información diferente. Esta diferencia surge de la naturaleza de gradiente del campo; no debe agregarse al ajuste como una función angular arbitraria independiente. De lo contrario, se perderá el significado físico general de las dos mediciones.

$$\langle \delta a_i(\mathbf{x},t)\delta a_j(\mathbf{x}',t)\rangle = c^4A^2\left(\frac{\delta_{ij}}{\ell^2} - \frac{r_i r_j}{\ell^4}\right)e^{-r^2/(2\ell^2)}, \qquad a_{i,\mathrm{rms}} = \frac{c^2A}{\ell} \qquad (11.16)$$

Con una base pequeña, la diferencia de potencial es aproximadamente igual a la derivada veces la distancia. Esto nos da una prueba práctica: la señal de reloj a lo largo de la base debe corresponder a la proyección de aceleración con un coeficiente d conocido./c² y un signo elegido. Esta relación es más útil que la coincidencia de dos picos espectrales porque captura la amplitud relativa. Sin embargo, solo es válido cuando d es mucho más pequeño que ℓ, el mismo tiempo de filtrado y el modelo de respuesta correcto de ambos dispositivos. Si un canal fue promediado durante un minuto y el otro registró fluctuaciones rápidas, sus valores totales de RMS no pueden compararse directamente. Una simple comprobación dimensional no corregirá la desalineación de las bandas de medición.

$$y_{ab} \simeq -\frac{\delta a_{\parallel} d_{ab}}{c^2} \qquad (d_{ab} \ll \ell) \qquad (11.17)$$

El espectro cruzado de dos instrumentos diferentes

Vamos a introducir $S_0(f) = 4A^2\tau_c/[1 + (2\pi f\tau_c)^2]$ y $K(x,z) = \exp[-|x - z|^2/(2\ell^2)]$. Las amplitudes espectrales se multiplican por exp(−i2πft), y el espectro mutuo está determinado por el orden $S_{uv} = \langle \tilde{u}\tilde{v}^*\rangle$. El canal mixto se obtiene mediante un derivado del mismo núcleo. Desde $\partial K(x,z)/\partial z_i = (x_i - z_i)K/\ell^2$, el signo de la aceleración se conserva explícitamente:

$$S_{y_{ab},a_i(\mathbf{z})}(f) = -\frac{c^2 S_0(f)}{\ell^2}\left[(x_a - z)_i K(\mathbf{x}_a, \mathbf{z}) - (x_b - z)_i K(\mathbf{x}_b, \mathbf{z})\right] \qquad (11.18)$$

Unidad (11.18) - (m/s²)/Hz: el primer canal es adimensional, el segundo es la aceleración. El autoespectro de aceleración tiene una unidad de/s²)²/Hz. Estas diferentes dimensiones deben preservarse al construir la matriz conjunta; Para la inversión numérica, es conveniente normalizarla al ruido característico de cada canal.

Pongamos el reloj a en x = +d/2, reloj b en x = −d/2, El gravímetro en x = 0. Su dirección positiva coincide con la x positiva. Entonces, el signo negativo del espectro cruzado significa que la diferencia de potencial positivo dirige la aceleración en la dirección opuesta. Los tres elementos de señal de la matriz toman una forma simple:

$$S_{yy} = 2S_0\left(1 - e^{-d^2/(2\ell^2)}\right), \qquad S_{aa} = \frac{c^4 S_0}{\ell^2}, \qquad S_{ya} = -\frac{c^2 S_0 d}{\ell^2} e^{-d^2/(8\ell^2)} \qquad (11.19)$$

$$\gamma^2 = \frac{|S_{ya}|^2}{S_{yy} S_{aa}} = \frac{x}{\sinh x}, \qquad x = \frac{d^2}{4\ell^2} \qquad (11.20)$$

Esto es consecuencia de la covarianza elegida. Como d/ℓ → 0, la coherencia tiende a la unidad, pero la dispersión de la diferencia de reloj simultáneamente tiende a cero. Cuando d/ℓ ≫ 1 El reloj ve potenciales casi independientes, y el gravímetro medio está débilmente acoplado a ambos. Entre estos límites, debe elegir una base teniendo en cuenta el ruido y no basándose en un valor máximo de γ². En d = ℓ La coherencia ideal es igual a 0.98966.

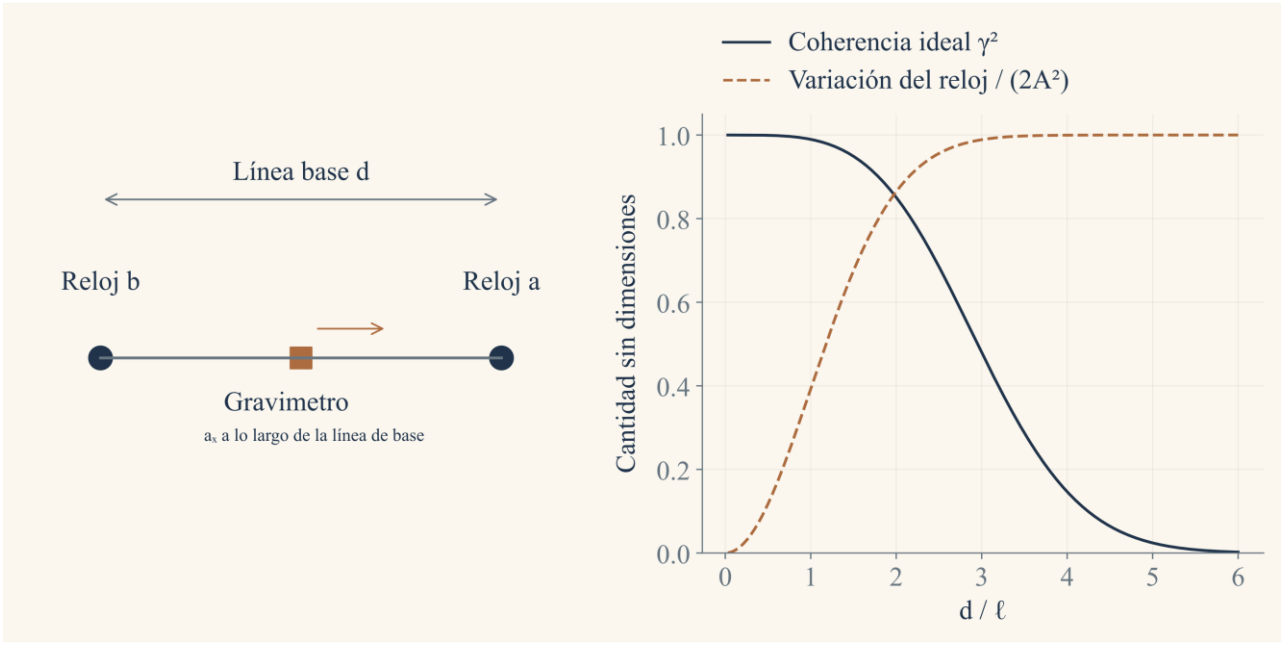


Figura 47. Dos relojes y un gravímetro central. La dirección positiva de la aceleración es de b a a. La coherencia ideal de la señal y la dispersión relativa del canal de reloj se muestran a la derecha. La alta coherencia con una base pequeña se acompaña de una pequeña amplitud de la diferencia medida.

La Figura 47 explica por qué es útil una serie de líneas de base. En el régimen espacial de longitud de onda larga, la relación de señal fija principalmente el gradiente, y la información sobre la longitud de correlación en sí misma es débil. Medición cerca de d ≃ ℓ y sobre una base más grande cambia la forma de la matriz espectral y ayuda a separar ℓ. Este es un problema de estimación de parámetros que no se puede resolver simplemente aumentando el tiempo en una línea base cercana a cero.

Una banda de medición compartida

El espectro teórico se hace observable sólo después de pasar a través de la ventana de tiempo de interrogación, la línea de transmisión y el algoritmo de procesamiento. El reloj puede medir la fase o frecuencia promedio en ciclos individuales. El gravímetro tiene su propia sensibilidad a la frecuencia, resonancia mecánica o una secuencia de pulsos atómicos. Antes del análisis conjunto, cada canal está asociado con una función de transferencia compleja H(f), que incluye amplitud y fase. La transición a la banda común se realiza teniendo en cuenta estas funciones. Las frecuencias en las que la respuesta es poco conocida o casi nula no pueden reconstruirse mediante una división incontrolada: tal operación amplifica el ruido y crea la apariencia de una estructura donde los datos no contienen información.

$$S_{ab}^{\mathrm{obs}}(f) = H_a(f) H_b^*(f) S_{ab}^{\mathrm{field}}(f) + S_{ab}^{\mathrm{noise}}(f) \qquad (11.21)$$

La fórmula casi estática para la diferencia de frecuencia requiere, en particular, que el tiempo característico del cambio de campo sea significativamente más largo que el tiempo de propagación de la luz sobre la base: el producto 2πfd/c debe ser pequeño en la banda utilizada. Para cambios más rápidos, la contribución de la trayectoria de la señal, el movimiento de los extremos de la línea, y la selección de eventos que se comparan debe calcularse en su totalidad. Esta no es una corrección que se pueda reducir automáticamente a ruido adicional. Cambia el pronóstico físico en sí. Incluso en modo lento, el movimiento de la plataforma, los cambios de altura, la extensión térmica de la línea y el error de transmisión de frecuencia residual son capaces de simular parte de la señal. Por lo tanto, el tiempo, la geometría y la calibración deben registrarse junto con los datos básicos.

Para una ventana de frecuencia rectangular ideal entre f_min y f_max, la fracción de varianza del proceso de Lorentz seleccionado se expresa en términos de la diferencia en arcotangentes. Esta fórmula es conveniente para un presupuesto preliminar: muestra inmediatamente qué parte del campo esperado observa generalmente el dispositivo. Si τ_c es muy grande en comparación con la duración del experimento, el proceso parece ser una deriva casi constante. Si es demasiado pequeño en comparación con el intervalo de sondeo, la mayor parte de la potencia permanece fuera de banda y puede causar solapamiento si no se filtra suficientemente. Esto significa que la ausencia de una señal visible tiene sentido solo en conjunto con el rango especificado de τ_c y con el modelo de selección de datos.

$$B(f_{\min}, f_{\max}) = \frac{2}{\pi}\left[\arctan(2\pi f_{\max}\tau_c) - \arctan(2\pi f_{\min}\tau_c)\right], \qquad \mathrm{Var}_{\mathrm{band}}(q) = A^2 B \qquad (11.22)$$

Un experimento sintético con ruido común y relojes intercambiados

Consideremos un caso completamente definido con conocido ℓ = 1000 m y τ_c = 10 s. La base es igual a 1000 m, La frecuencia de la celda espectral es f_0 = 0.01 Hz, La amplitud introducida es A = 10^{-20}. El ruido de salida del reloj viene dado por n_y = $10^{-18}/\sqrt{Hz}$, y el ruido del gravímetro viene dado por n_a = 10^{-7} $m/s^2/\sqrt{Hz}$. Estos valores son las condiciones de entrada para el cálculo. No reportan la red construida con tanta precisión.

La A introducida corresponde a la aceleración cuadrática media total de un componente 8.99 × 10^{-7} m/s^2. Se elige para el experimento computacional, y no como una región factible establecida del nuevo campo cosmológico. La compatibilidad de tal campo con todas las mediciones existentes no se indica aquí. La interpretación newtoniana anterior muestra lo fuerte que un fondo material acompañaría a este patrón.

La frecuencia del reloj se promedia un segundo con una marca de tiempo en el medio de la ventana; H_y = sinc(πfT_y), donde sinc(z) = sin(z)/z. Para el gravímetro, una función monopolar calibrada H_a = 1/(1 − if/f_c) con f_c = 0.1 Hz y se selecciona el signo aceptado de las amplitudes de Fourier. El ruido de salida incluye una correlación global positiva. ρ_n = 0.3. En cada frecuencia la matriz observada es igual a

$$\mathbf{S}^{\mathrm{obs}} = \mathbf{H}\mathbf{S}^{\mathrm{field}}\mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{N}, \qquad \mathbf{H} = \mathrm{diag}\left(H_y, H_a\right), \qquad (11.23)$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} n_y^2 & \rho_n n_y n_a \\ \rho_n n_y n_a & n_a^2 \end{pmatrix}, \qquad |\rho_n| \le 1 \qquad (11.24)$$

La matriz de interferencia (11.24) es definida no negativa. El filtrado también conserva la positividad de la matriz de señal, por lo que se pueden generar observaciones gaussianas complejas a través de la descomposición Cholesky de la suma normalizada. El programa usa las semillas 20261113 y 4096 de realizaciones espectrales independientes para cada configuración. Los valores resultantes son datos sintéticos con covarianza conocida.

En la segunda configuración, los relojes se intercambian, pero el gravímetro y los canales electrónicos se conservan. Las identidades a y b son específicas del instrumento: la permutación cambia el signo del campo S_ya, mientras que el ruido electrónico total seleccionado sigue siendo el mismo. Este comportamiento de interferencia es una suposición verificable del protocolo. Si la reorganización cambia la electrónica en sí o su relación con la vibración, se requerirá un modelo separado para ese cambio.

La identidad de los relojes, la dirección fija del gravímetro y la conservación de los canales electrónicos cuando se reorganizan se muestran en la figura 48.

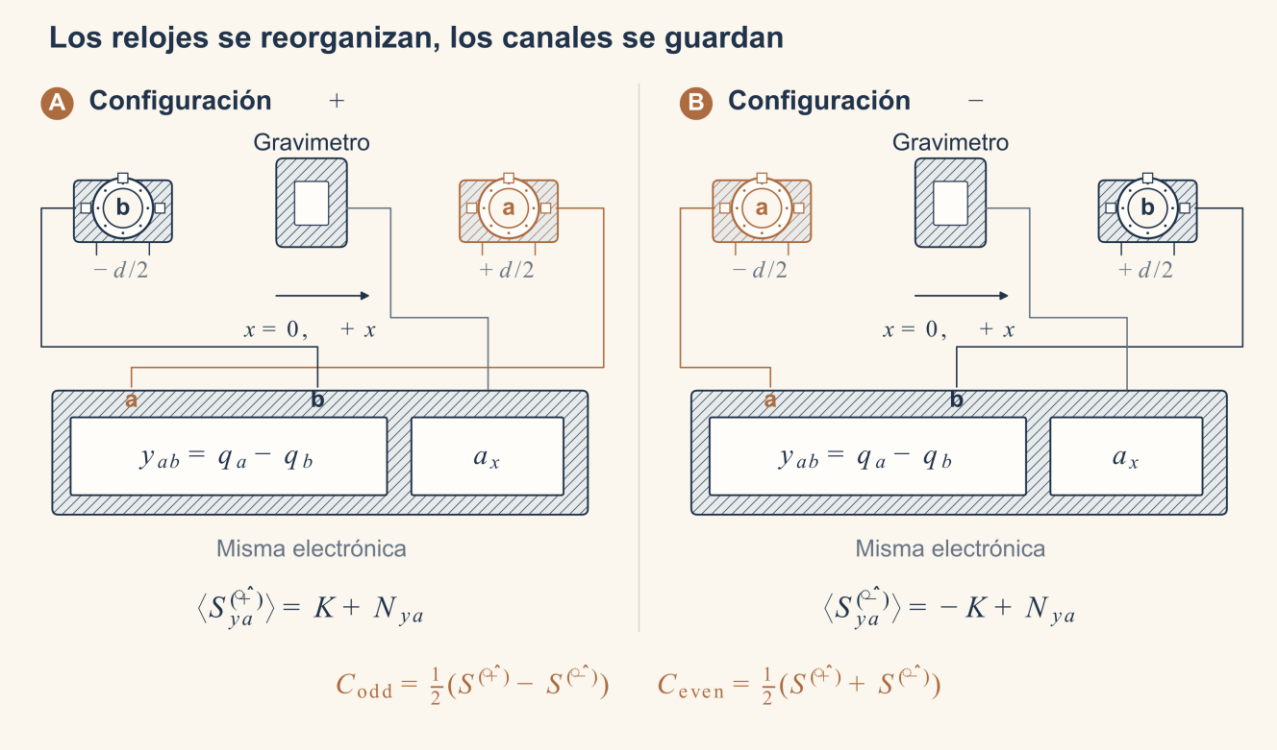


Figura 48. En la primera configuración, el reloj a está en +d/2, El reloj b está en −d/2; en el segundo, solo cambian sus posiciones físicas. La comparación electrónica preserva la definición y_ab = q_a − q_b, el gravímetro permanece en el centro y no cambia el eje positivo. Aquí K indica el espectro cruzado de campo filtrado. La interferencia electrónica total seleccionada N_ya se considera incluso con respecto a la interferencia. Esta es una suposición comprobable de un experimento en particular: la contribución gravitatoria espacial habitual también cambia de signo y no se excluye automáticamente.

$$C_{\mathrm{odd}} = \frac{\hat{S}^{(+)}_{ya} - \hat{S}^{(-)}_{ya}}{2}, \qquad C_{\mathrm{even}} = \frac{\hat{S}^{(+)}_{ya} + \hat{S}^{(-)}_{ya}}{2} \qquad (11.25)$$

En promedio, la parte impar contiene H_yH_a* S_ya campos, y la parte par contiene N_ya Ruido total. Pongamos K = H_yH_a* S_ya(A = 1). La estimación de la amplitud cuadrada antes de la restricción de no negatividad es Re(K* C_odd)/|K|². Un valor negativo en los datos de ruido debe conservarse al comprobar el sesgo estimado, y el límite $A^2 \geq 0$ Se debe considerar por separado al informar el límite físico.

Magnitud	El resultado de este cálculo
Señal ideal γ²	0.98966
Observado γ² En la primera configuración	0.001678
Inyectado A²	$1{,}0000 \times 10^{-40}$
Recuperado a²	$1{,}2252 \times 10^{-40}$
Error estándar A² dada covarianza	$1{,}6575 \times 10^{-41}$

Magnitud	El resultado de este cálculo
Recuperado a	$1{,}1069 \times 10^{-20}$
A^2 puntuación en un experimento separado con solo un ruido común	0.157 error estándar de cero

La caída en la coherencia observada en casi 590 veces muestra el papel del ruido del reloj. Sin embargo, la acumulación de un número dado de realizaciones independientes hace posible aislar un espectro cruzado impar. El intervalo nominal $A^2 \pm 2\sigma$ es $[8.94 \times 10^{-41}; 1.56 \times 10^{-40}]$ y contiene el valor introducido. Se calcula con fijo ℓ, τ_c, funciones de transferencia y covarianza; ajustar estos parámetros juntos ampliará la incertidumbre.

En la ejecución de control, el campo está desactivado, pero se mantiene la interferencia general. La parte par da 3.102×10^{-26} $(m/s^2)/Hz$ con lo esperado 3.000×10^{-26}, y la estimación impar A^2 Se desvía de cero sólo por 0.157 Error estándar. Una de estas corridas pone a prueba la lógica de una intervención dada. La frecuencia de las decisiones falsas debe determinarse en una serie separada con nuevos ruidos y con aquellas clases de causas comunes que están realmente presentes en la instalación.

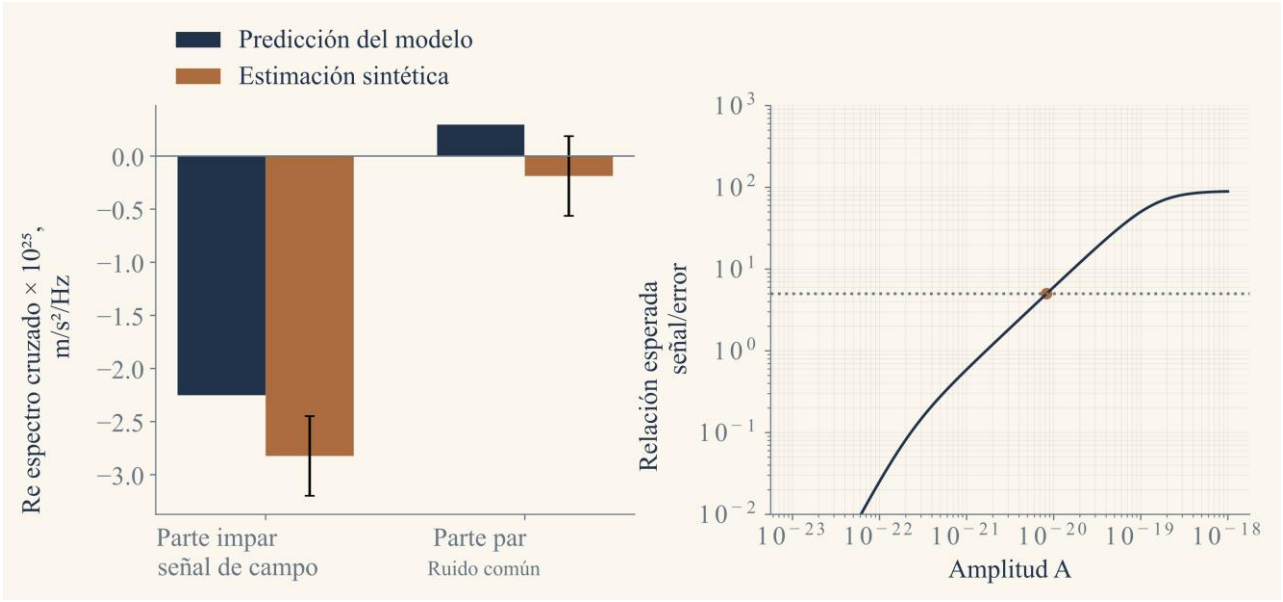


Figura 49. Experimento de articulación sintética. A la izquierda están las partes reales esperadas y obtenidas del espectro cruzado; las barras de error muestran un error estándar dado el modelo. A la derecha está la relación esperada de una señal de campo impar a su error cuando A cambia y otros parámetros permanecen sin cambios.

Desde el panel derecho de la figura 49, una relación de señal a error esperada de cinco se logra cuando $A \approx 8.28 \times 10^{-21}$. Este es un umbral condicional de sensibilidad a un patrón fijo, no un significado universal del descubrimiento. Cuando $A = 10^{-20}$ La relación esperada es 6.03. Si el ancho efectivo de una celda espectral independiente es igual a 0.001 Hz, Una estimación simple $T \approx 2M/\Delta f$ da sobre 94.8 días para ambas configuraciones incluso antes de tener en cuenta las interrupciones. Este período exige inmediatamente la estabilidad de la interferencia y la calibración.

La permutación distingue entre un campo y una conexión electrónica invariable específica. El campo gravitatorio espacial habitual cambiará de signo junto con el hipotético. Por lo tanto, el

experimento establece la señal de gradiente general y verifica su forma estadística; no determina automáticamente su origen cuántico. Esto requiere información de fuentes externas y configuraciones adicionales.

Cómo separar un campo de una causa común en hardware

Dos instrumentos en la misma mesa tienen muchas razones comunes para la correlación. Se combinan por el soporte, la alimentación, temperatura, oscilador de referencia y procesamiento de software. Incluso los medidores independientes pueden responder a una perturbación gravitacional común: el movimiento de la masa, un cambio en la presión o la redistribución del agua. Por lo tanto, la red física debe incluir canales de servicio y cambios de configuración controlados. Es útil mover los relojes entre puntos, cambiar la longitud de la base mientras se mantiene parte de la electrónica, comparar diferentes tipos de transiciones de reloj y hacer adiciones ciegas de una señal conocida. Cada intervención se selecciona porque el campo previsto y la interferencia específica hacen diferentes predicciones para ella.

Debe evitarse la comprobación que se hace por definición. Si se calculan tres frecuencias relativas a partir de las mismas frecuencias locales, la suma y_ab + y_bc + y_ca es igual a cero algebraicamente. El cierre exitoso de tal triángulo no confirma la nueva geometría. Puede comprobar la consistencia de los canales de transmisión independientes, si son verdaderamente independientes, pero el significado del resultado es instrumental. Del mismo modo, una alta correlación entre todos los pares no es evidencia independiente de un campo universal: el error general del estándar puede crear una matriz con el mismo rango bajo. La inferencia geométrica requiere una respuesta a los reordenamientos espaciales que no pueden ser reproducidos por la electrónica general sin cambios.

El resultado de una búsqueda física completa debe contener la región A válida., ℓ y τ_c junto con los parámetros de fondo. El ejemplo completo muestra el procesamiento de una sección de este problema con datos conocidos. ℓ y τ_c. Se necesitan varias bases y bandas de frecuencia para restaurar otros parámetros; se necesita control de marea para inferir la curvatura. Si los diferentes canales requieren parámetros incompatibles, se rechaza el núcleo seleccionado. Si están de acuerdo, el siguiente objeto de estudio se convierte en la fuente del campo común. En el capítulo interferométrico, el mismo principio se aplicará a una trayectoria de luz completa.

Capítulo 12 ¿Qué puede oír un interferómetro?

La luz mide el camino completado

Un interferómetro compara las fases de las ondas de luz que han recorrido diferentes caminos y luego se encuentran nuevamente en el detector. A menudo se representa como una regla de extrema precisión. Para el estudio del espacio, tal representación es útil solo como una primera aproximación. La lectura depende del movimiento de los espejos, la propagación de la luz, la referencia de fase y el método de lectura. Si la teoría cambia la métrica, todos estos elementos pueden cambiar en concierto. Primero no se puede declarar que el espacio se ha expandido en una cierta cantidad, y luego, sin cálculo, atribuir la misma cantidad a la salida del dispositivo. Es necesario determinar qué eventos se comparan y qué fase física se devuelve a la ubicación de medición.

En funcionamiento normal, un pequeño cambio en la diferencia en las longitudes de los brazos se asocia con un desplazamiento de fase. Para un viaje de ida y vuelta simple, el coeficiente contiene 4π/λ_laser, donde λ_laser es la longitud de onda del láser. Sin embargo, esta fórmula se aplica a geometrías específicas y bajas frecuencias de cambio mecánico. En presencia de resonadores, la luz pasa a través del brazo muchas veces, y con perturbaciones rápidas, diferentes secciones del camino experimentan diferentes valores de campo. La función de transferencia adquiere ceros de frecuencia y retardos de fase. Aumentar la potencia óptica mejora parte del presupuesto de ruido, pero no restablece la señal física a una frecuencia a la que la configuración seleccionada es insensible.

$$\delta\varphi \simeq \frac{4\pi}{\lambda_{\mathrm{laser}}}\,\delta L_{\mathrm{diff}} \qquad \text{para un régimen sencillo de baja frecuencia con doble paso} \qquad (12.1)$$

Por lo tanto, cuando se diseña una sonda geométrica, primero se especifica el modelo de perturbación, luego se calcula la respuesta completa y solo después se seleccionan la longitud del brazo, la banda de frecuencia y el método de grabación. En algunos casos, un ancho de banda amplio es óptimo para distinguir la forma del espectro. En otros, una región estrecha de la señal máxima esperada es más importante. El trabajo de Sharmila, Vermeulen y Datta, publicado en Nature Communications en 2026, relaciona sistemáticamente varias clases de correlaciones de fluctuaciones putativas con las firmas de frecuencia y escala de la salida del interferómetro. Confirma la productividad de tal secuencia, pero no informa el descubrimiento de la estructura cuántica del espacio. [33]

Las coordenadas no deben convertirse en una señal

La métrica de un espacio débilmente perturbado se puede escribir como la suma de la métrica de fondo y el campo pequeño h_μν. Sin embargo, los propios componentes de h dependen de la elección de las coordenadas. Con una pequeña transformación de coordenadas, cambian a derivadas de la función de transformación. Si la señal calculada cambia solo porque el investigador ha renombrado las coordenadas, esa señal no coincide con la lectura del instrumento. El cálculo debe transformar consistentemente las trayectorias de luz, las líneas del mundo espejo y los eventos de

comparación de fases. El resultado invariante es una fase definida físicamente o el tiempo apropiado, y no un componente arbitrariamente elegido de la perturbación. Este requisito es especialmente importante para hipótesis en las que el comportamiento inusual del espacio está representado por una sola función escalar.

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \qquad h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu \qquad (12.2)$$

Un ejemplo sencillo muestra lo fácil que es obtener un pronóstico falso. En la aproximación de longitud de onda larga, un interferómetro de igual brazo estándar es sensible a una cierta combinación de tensor de perturbación espacial. Si las direcciones unitarias de los brazos están denotadas por u y v, su tensor geométrico es igual a la mitad de la diferencia entre u_i u_j y v_i v_j. La traza de este tensor es cero. En consecuencia, la deformación isotrópica igual neta de longitudes espaciales se reduce en tal combinación diferencial. Esta no es una prohibición universal para registrar ningún campo escalar: otros componentes de la métrica, el movimiento de los espejos, los brazos desiguales y la longitud de onda finita requieren cálculos separados. Pero la identificación automática del ruido escalar con la diferencia de brazos ya resulta ser incorrecta.

$$D^{ij} = \frac{1}{2}\left(u^i u^j - v^i v^j\right), \qquad D^{ij}\delta_{ij} = 0, \qquad h_{ij} \propto \delta_{ij} \;\Rightarrow\; D^{ij}h_{ij} = 0 \qquad (12.3)$$

Para el modelo lineal general, es conveniente representar la salida de cada sensor como una convolución del campo con el núcleo de respuesta. Este núcleo incluye trayectoria espacial, retardos, sensibilidad a la polarización y conversión a unidades de lectura seleccionadas. La densidad espectral cruzada de los sensores se obtiene entonces aplicando dos de tales granos a la correlación de campo. La notación esquemática a continuación destaca la estructura del cálculo; no reemplaza la expresión específica para la teoría elegida. Hasta que aparezca esta expresión, no se puede afirmar que el dispositivo haya logrado sensibilidad a la amplitud h, ya que incluso la relación entre h y la tensión medida puede seguir siendo incierta.

$$s_A(f) = \int d^3k \; R_A^{\mu\nu}(\mathbf{k}, f) h_{\mu\nu}(\mathbf{k}, f) + n_A(f) \qquad (12.4)$$

Caso de prueba completo con una onda transversal

Para el cálculo completo, se eligió un modelo físico bien conocido: una onda gravitacional sin trazas transversal plana débil en una aproximación lineal. Proporciona un estándar estricto para convertir una perturbación métrica en fase. Cualquier hipótesis nueva que se reduzca en una franja dada al mismo sector tensor utiliza la función de respuesta resultante; una hipótesis con una estructura de campo diferente necesitará su propio cálculo. El caso de prueba en sí no se afirma que sea un nuevo mecanismo de geometría cuántica.

$$ds^2 = -c^2dt^2 + \left[\delta_{ij} + e_{ij}h\left(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{x}}{c}\right)\right]dx^i dx^j, \qquad (12.5)$$

El vector n especifica la dirección de propagación, e_ij es el tensor de polarización seleccionado, h es la pequeña amplitud sin dimensiones. Un simple interferómetro de igual brazo tiene brazos de longitud L a lo largo de los vectores unitarios u y v. El divisor de haz se encuentra en el origen, los espejos distantes están en los puntos Lu y Lv. En un sistema transversal sin trazas, los espejos que

caen libremente con velocidad de coordenadas inicial cero conservan estas coordenadas en el primer orden. El tiempo en el divisor de haz coincide con su propio tiempo.

La última condición completa el modelo de movimiento de los extremos. Agregar otro "estiramiento" asignado manualmente a los espejos fijos aquí significaría contar el mismo efecto dos veces. Si los espejos se sostienen rígidamente o entran en la región de resonancias mecánicas del cardán, sus líneas mundiales cambiarán y se debe incluir una función mecánica medida en respuesta. A continuación, consideramos la masa libre en la banda operativa por encima de resonancias mecánicas significativas y el diseño óptico sin cavidades de Fabry-Perot.

Sea t el momento en que la luz vuelve al divisor de haz, T = L/c y μ = n·u. De la condición ds² = 0 se deduce que el tiempo de viaje adicional pequeño es igual a la mitad de la integral h_ij u_i u_j a lo largo del rayo imperturbable, dividido por c. Para la ruta de ida y vuelta, los valores del argumento de campo son diferentes:

$$I_-(t) = \int_0^L h\left(t - 2T + \frac{(1-\mu)l}{c}\right) dl, \qquad (12.6)$$

$$I_+(t) = \int_0^L h\left(t - T(1+\mu) + \frac{(1+\mu)l}{c}\right) dl, \qquad (12.7)$$

$$\delta T_u(t) = \frac{u^i e_{ij} u^j}{2c}\left[I_-(t) + I_+(t)\right] \qquad (12.8)$$

En la primera integral, el fotón se mueve desde el divisor de haz, y en la segunda, desde el espejo distante. La corrección de la propia trayectoria dentro de la ya pequeña h no necesita tenerse en cuenta en este orden: da el siguiente orden. Los dos haces se comparan después de volver al mismo evento en el divisor de haz, por lo que el resultado se refiere a la medición completada. La respuesta exacta a través del tiempo de la trayectoria de la luz y su diferencia con la aproximación de longitud de onda larga se discute en detalle en el trabajo principal de Rakhmanov, Romano y Whelan. [44]

La trayectoria de luz cerrada de un simple interferómetro y los tres eventos de un solo viaje de ida y vuelta se muestran en la Figura 50.

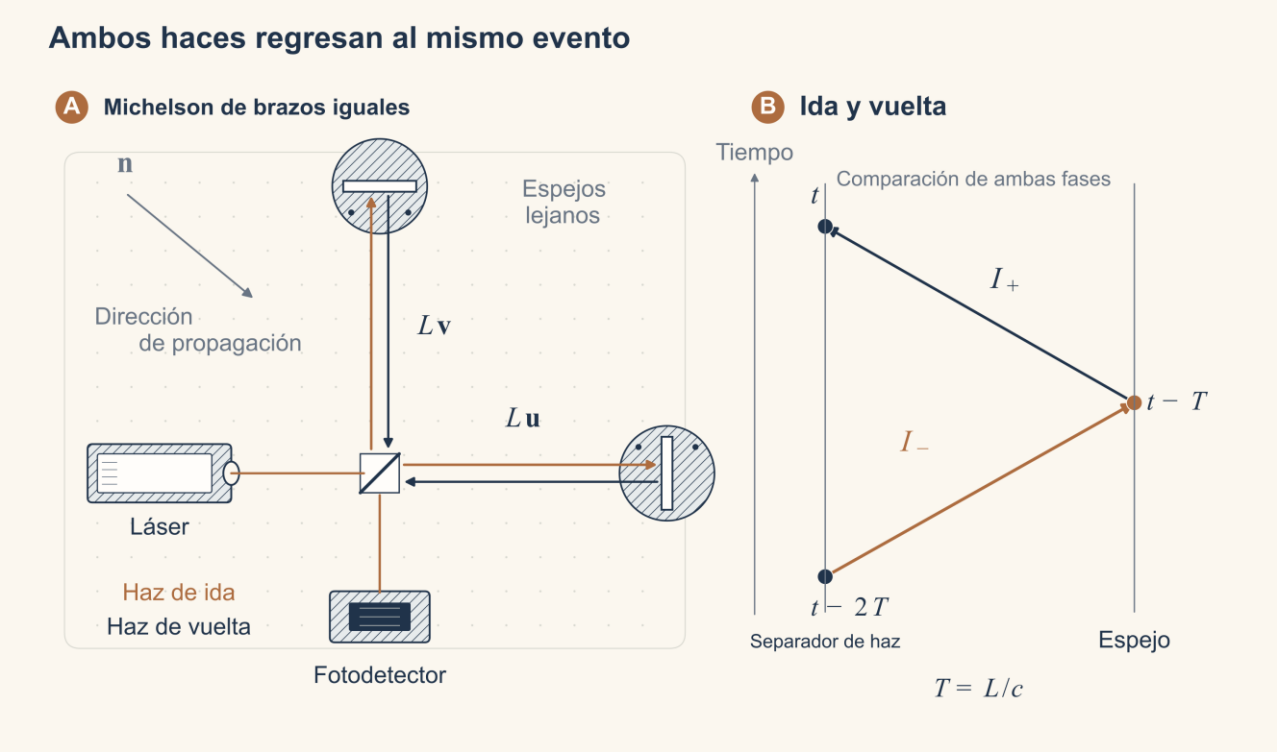


Figura 50. En un Michelson de brazos iguales simple, cada rayo viaja una distancia L al espejo lejano y L atrás. Las secciones de cobre y azul separan los trazos hacia adelante y hacia atrás; en el dibujo están ligeramente espaciadas para la legibilidad. La figura correcta captura la salida, reflexión y retorno del evento de comparación de fase general. Las condiciones para el movimiento de los espejos corresponden a las masas libres en el modelo TT seleccionado. No hay cavidades de Fabry-Perot. Para una onda oblicua, los diferentes argumentos de campo a lo- y yo+ se conservan en integrales en lugar de ser reemplazados por una sola vez.

La frecuencia y la dirección entran en la respuesta medida

Vamos a sustituir h(t) = h_ω exp(−iωt). Cada integral (12.6) y (12.7) es una integral de un exponencial sobre un segmento finito. Vamos a introducir Ω = ωL/c y sinc(z) = sin(z)/z con un valor continuo sinc(0) = 1. Entonces

$$\delta T_u = T\left(u^i e_{ij} u^j\right)\mathcal{T}(\Omega,\mu)h_\omega e^{-i\omega t}, \qquad \mathcal{T} = \frac{t_- + t_+}{2}, \qquad (12.9)$$

$$t_- = e^{i\Omega(3+\mu)/2}\operatorname{sinc}\frac{\Omega(1-\mu)}{2}, \qquad t_+ = e^{i\Omega(1+\mu)/2}\operatorname{sinc}\frac{\Omega(1+\mu)}{2} \qquad (12.10)$$

Los factores de fase positivos reflejan que el campo a lo largo del camino se observó antes de que la luz regresara; el signo corresponde a la señal aceptada. exp(−iωt). Como Ω → 0 Ambos factores tienden a la unidad. Definimos el retardo de fase positivo como ω_laser(δT_u − δT_v). La diferencia de brazos da

$$\widehat{\delta\varphi} = \frac{4\pi L}{\lambda_{\text{laser}}}\mathcal{F}(\omega,\mathbf{n},e)h_\omega, \qquad (12.11)$$

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2}\left[\left(u^i e_{ij} u^j\right)\mathcal{T}(\Omega, \mathbf{n}\cdot\mathbf{u}) - \left(v^i e_{ij} v^j\right)\mathcal{T}(\Omega, \mathbf{n}\cdot\mathbf{v})\right] \qquad (12.12)$$

Esto tiene en cuenta la trayectoria de la luz, la sensibilidad del tensor y el movimiento seleccionado de los espejos. La función F es adimensional. Con incidencia normal en el plano de brazos ortogonales y polarización e_xx = 1, e_yy = −1, se reduce a una forma particularmente simple:

$$\mathcal{F}_\perp = e^{i\Omega}\mathrm{sinc}(\Omega), \qquad f_{\mathrm{null},1} = \frac{c}{2L} \qquad (12.13)$$

El primer cero se produce cuando diferentes secciones de la trayectoria de luz completa se cancelan entre sí. Desde L = 40 m Esto es 3.7474 MHz. A esta frecuencia, la onda del plano normal elegida no crea una fase diferencial de primer orden, aunque el propio campo sea distinto de cero. La inclinación cambia la fase a lo largo de los brazos, por lo que los ceros y las amplitudes de otras direcciones son diferentes. En el programa, el límite normal se compara con una fórmula general; en la cuadrícula de cálculo, la discrepancia no excede 4.1×10^{-16} en amplitud adimensional.

El mecanismo del primer cero de la función de transferencia puede verse como la compensación de las contribuciones de trayectoria completa en la figura 51.

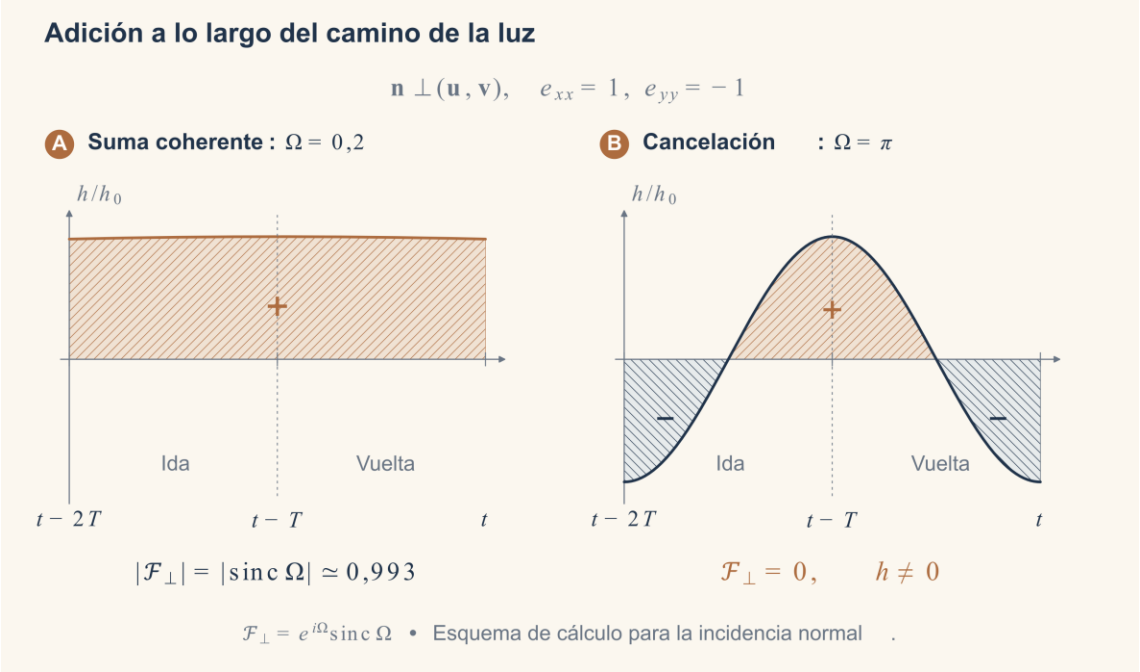


Figura 51. La cuadratura real de la onda TT armónica se muestra en incidencia y polarización normales. e_xx = 1, e_yy = −1. La fase cero se elige en el medio de la ruta completa: el integrando es proporcional a cos[Ω(t′ − t + T)/T]. En Ω = 0.2 las contribuciones son casi consistentes; en Ω = π, Las áreas positivas y negativas se anulan mutuamente. La cuadratura impar también se integra en cero. Por lo tanto, f⊥ = 0 para un campo distinto de cero. Este es un diagrama de cálculo exacto, no un registro del detector; para otras direcciones los ceros cambian.

Si la amplitud h es un proceso aleatorio estacionario de una dirección y polarización dadas, su espectro se convierte en S_φ Multiplicando por |4πLF/λ_laser|². Para la distribución de direcciones y polarizaciones, se requerirá la integral correspondiente, y para un par de instalaciones, también se requerirá la fase espacial entre ellas. Por lo tanto, la respuesta calculada se refiere al sector

nombrado con precisión del modelo; no sirve como un convertidor universal de cualquier fluctuación escalar u holográfica en el ruido de longitud.

Presupuesto numérico condicional de un interferómetro simple

Vamos a tomar L = 40 m, longitud de onda del láser 1064 nm, potencia óptica en la entrada de los fotodetectores de lectura 10 mW y eficiencia cuántica η = 0.8. Para una lectura equilibrada idealizada en cuadratura, establecemos la densidad espectral de potencia de fase unilateral del ruido de Poisson. S_φ,tiro = 2/, donde = ηP/(hν) es el flujo efectivo de fotones detectados. La potencia aquí se refiere a la lectura y no automáticamente a la potencia en los brazos largos o dentro del resonador.

$$\dot{N} = \frac{\eta P \lambda_{\mathrm{laser}}}{hc}, \qquad \sqrt{S_{\varphi,\mathrm{shot}}} = \sqrt{\frac{2}{\dot{N}}} \qquad (12.14)$$

Además, asignamos ruido de fase técnico y electrónico independiente. 10^{-8} y 3×10^{-9} rad/√Hz. Estos son niveles constantes condicionales en la banda bajo consideración. La adición en cuadratura da el ruido de fase total. En un instrumento real, el ruido puede ser coloreado y correlacionado, y sus funciones de transferencia medidas reemplazarán estas constantes simples.

La raíz cuadrada de la densidad espectral de potencia se llama densidad espectral de amplitud (ASD). Para el ruido de fase, su unidad es radianes por raíz cuadrada de hercios. En la siguiente tabla, todos los componentes de ruido se reducen a uno de tales valores.

Componente	Valor aceptado o calculado
Flujo de fotones eficaz	4.2850×10^{16} s^{-1}
Fase de Poisson ASD	6.8318×10^{-9} rad/√Hz
Fase técnica ASD	1.0000×10^{-8} rad/√Hz
Fase electrónica ASD	3.0000×10^{-9} rad/√Hz
ASD de fase total	1.2477×10^{-8} rad/√Hz
Coeficiente de fase en F = 1	4.7242×10^{8} rad por unidad h

$$\sqrt{S_h^{\mathrm{equiv}}(f)} = \frac{\sqrt{S_{\varphi,\mathrm{total}}(f)}}{|4\pi L \mathcal{T}(f)/\lambda_{\mathrm{laser}}|} \qquad (12.15)$$

En el límite de baja frecuencia de incidencia normal, el ruido de deformación equivalente es 2.6411×10^{-17}/√Hz. En 1 MHz es igual a 2.9778×10^{-17}/√Hz, en 3 MHz es 1.1328×10^{-16}/√Hz, y en 10 MHz - 2.5653×10^{-16}/√Hz. Este no es un resultado medido de un aparato. La diferencia en números se produce con ruido de fase constante solamente debido a la dependencia de frecuencia calculada de la respuesta.

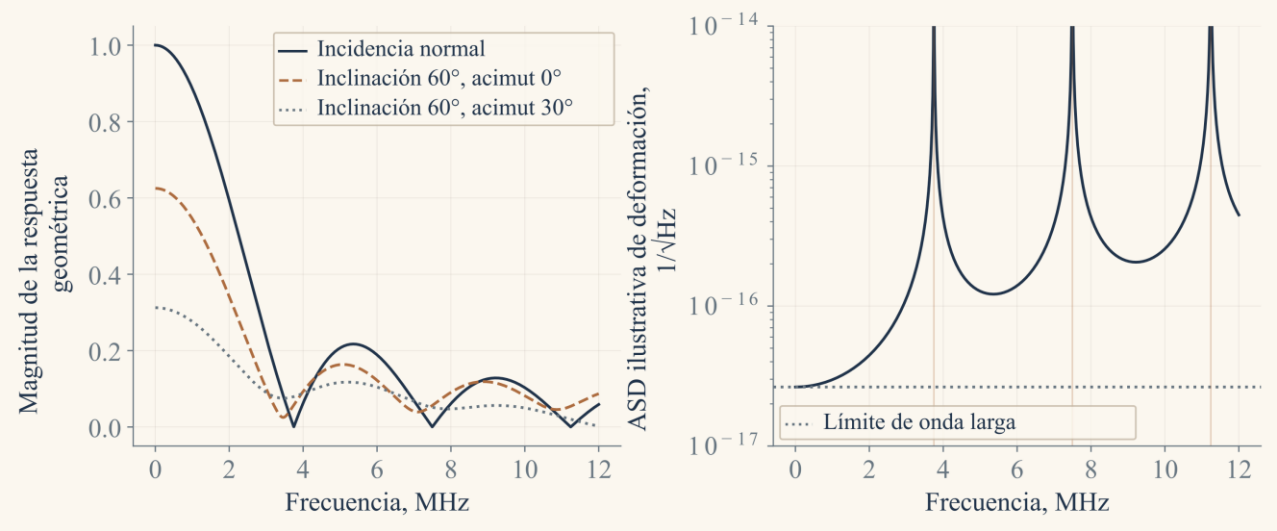


Figura 52. Respuesta de un simple interferómetro de 40 metros a una polarización TT seleccionada. A la izquierda es normal y dos direcciones oblicuas; a la derecha es el ruido de deformación equivalente para la incidencia normal en un presupuesto de fase dado. Las verticales marcan los ceros geométricos. Cerca de ceros, la transición de fase en h se vuelve inestable.

La figura 52 muestra por qué la optimización debe tener en cuenta la forma de la hipótesis. Aumentar la potencia reduce la contribución de Poisson, pero no elimina el cero geométrico. Cambiar la longitud o la dirección añade información que no está presente en el modo insensible. Para un campo TT estocástico condicional, la tabla le permite especificar el espectro en la banda y calcular los datos esperados; Para un nuevo mecanismo de fluctuación, primero debe verificar si su campo realmente pertenece a este sector.

Un presupuesto simple no incluye cavidades, presión de radiación, luz comprimida y pérdidas técnicas de una ruta óptica compleja. Deben agregarse al elegir la implementación adecuada, preservando el significado calculado de la fase. Aquí la tarea se completa en el nivel seleccionado: el campo, la trayectoria de la luz, los espejos que se mueven libremente, la función de respuesta y todos los números del ejemplo de ruido asignado están conectados por una cadena.

La correlación debe ser matemáticamente válida

Una red de interferómetros es útil porque un campo hipotético puede producir señales consistentes, mientras que el ruido propio de algunos instrumentos es independiente. Pero una tabla arbitraria de correlaciones deseadas no describe necesariamente un posible proceso aleatorio. En cada frecuencia, la matriz espectral debe ser definida Hermitiana y no negativa. Para un par de canales, esto sigue una restricción familiar: el cuadrado del módulo del espectro mutuo no excede el producto de sus propios espectros. Si el modelo viola esta condición, ningún aumento en el tiempo de medición lo hará físicamente significativo. La comprobación de positividad debe realizarse para toda la matriz de red, ya que la validez de los pares individuales no garantiza la validez de la población general.

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{S}^{\dagger}(f), \qquad \mathbf{z}^{\dagger}\mathbf{S}(f)\mathbf{z} \geq 0, \qquad |S_{AB}(f)|^2 \leq S_{AA}(f)S_{BB}(f) \qquad (12.16)$$

Para probar algoritmos, puede usar un patrón válido conocido de correlaciones de salida. Vamos. $S_0(f)$ ser la densidad espectral no negativa de algún proceso escalar, y el núcleo espacial igual al exponencial menos el cuadrado de la distancia. Multiplicar el núcleo por los coeficientes complejos de respuesta R_i y sus conjugados retiene positividad. Esta plantilla es útil para entradas digitales ciegas, estimando la separación de ruido independiente y total, y bases de planificación. Describe las posibles estadísticas de las señales, pero aún no prueba que estas señales sean capaces de generar fluctuaciones físicamente consistentes de la métrica. La transición de la plantilla a la interpretación gravitacional requiere un cálculo previo de las trayectorias de luz.

$$S_{ij}^{\text{template}}(f) = R_i(f) R_j^*(f) S_0(f) \exp\left(-\frac{d_{ij}^2}{2\ell_c^2}\right), \qquad S_0(f) \geq 0 \qquad (12.17)$$

Por la misma razón, no puede asignar un coeficiente arbitrario adicional para cada ángulo y distancia y luego llamar a un ajuste exitoso un descubrimiento de geometría. Rotar el dispositivo debe cambiar su respuesta de acuerdo con el modelo de campo general. La separación de los instrumentos debe cambiar la correlación consistente con la misma estructura espacial. Si la rotación cambia simultáneamente el cableado, la tensión de la fibra y las condiciones de enfriamiento, la diferencia observada no es una prueba geométrica pura. El diseño de una serie de experimentos debe proporcionar varias intervenciones diferentes: algunas cambian predominantemente la respuesta física prevista, otras - vías de comunicación instrumentales específicas. Solo una comparación de tales series permite distinguir las causas de la señal común.

Lo que Holómetro mostró

El holómetro Fermilab fue diseñado específicamente para capturar cambios rápidos y correlacionados en la posición diferencial. La descripción de la instalación de 2017 muestra dos interferómetros independientes adyacentes con brazos de aproximadamente 40 metros y lectura de correlación de hasta decenas de megahercios. El trabajo de 2021 utilizó una configuración en la que se dobló un brazo de cada interferómetro de 39 metros para sensibilidad a perturbaciones rotacionales específicas. Los hallazgos restringieron un modelo específico de fluctuaciones rotacionales espacialmente consistentes. Estos experimentos muestran que una hipótesis inusual puede convertirse en una predicción espectral comprobable. No significan que se excluyan las posibles propiedades cuánticas del espacio.[31] [32]

Se debe tener especial cuidado al comparar la densidad espectral de la deformación con el tiempo de Planck. La deformación es adimensional, por lo que su densidad espectral tiene la dimensión del tiempo; la comparación de unidades aquí es correcta. Pero la sensibilidad de la densidad espectral no es igual al error instantáneo de medición de distancia expresado en metros. Para ir a la dispersión, debe integrar el espectro en la banda especificada y tener en cuenta la respuesta espacial. Para pasar a los parámetros del modelo cuántico, se requieren suposiciones adicionales sobre la normalización y las correlaciones. La frase sobre la sensibilidad de Planck sin estas aclaraciones crea fácilmente la impresión errónea de que el aparato distingue directamente segmentos individuales de la longitud de Planck.

La lección práctica es también las limitaciones de cada resultado negativo. Una configuración que es sensible a una simetría de perturbación puede tener poca o ninguna respuesta a otra. Si una teoría cambia de forma después de cada excepción, es necesario registrar abiertamente qué versión anterior se rechaza y qué nueva suposición se agrega. Para un programa futuro, es más útil componer por adelantado un conjunto de modelos verdaderamente diferentes y calcular la respuesta de cada uno a varias configuraciones. Entonces el nuevo experimento reduce el espacio explicativo de una cierta manera. Sin un registro de este tipo, incluso la alta precisión corre el riesgo de seguir siendo un número que es difícil de traducir en conocimiento sobre la estructura del espacio.

QUEST y GQuEST como diferentes estrategias de medición

En la primera serie publicada de QUEST, se utilizaron dos interferómetros de sobremesa para buscar fluctuaciones de longitud correlacionadas. Patra et al reportaron límites en la región 13 a 80 megahertz; la acumulación duró 10^4 segundos, y la reducida sensibilidad a la deformación en 40 Megahertz fue 3×10^{-20} por raíz cuadrada de hertz. El mismo trabajo indica la sensibilidad de diseño de un interferómetro separado. 2×10^{-19} metros por raíz cuadrada de hertz sobre una banda más ancha. Estas son cantidades diferentes con diferentes unidades y estado: el proyecto, el resultado medido y el resultado del promedio de correlación no pueden reemplazarse entre sí. [34]

Una dirección separada de desarrollo para QUEST está relacionada con la luz comprimida. Bergamin et al., en 2025, examinaron una fuente diseñada para tal aplicación y registraron hasta 6.8 decibelios de compresión; no menos que 3 decibelios permanecieron en la banda estudiada 100 megahertz. Estos valores caracterizan la fuente óptica específica y el procedimiento de medición. Una vez incorporado en un dispositivo grande, parte del beneficio puede perderse debido a la pérdida óptica, el ruido de fase y el desajuste de modo. Por lo tanto, las características de la fuente no se pueden registrar automáticamente en la especificación del interferómetro terminado. Este es un ejemplo de confirmación paso a paso: primero un componente, luego un subsistema, luego un canal científico completo. [35]

GQuEST utiliza una idea de lectura diferente: aislar y contar fotones asociados con una sospecha de perturbación, en lugar de la detección habitual de una fase pequeña en un fondo de un campo óptico fuerte. El documento 2025 de Vermeulen et al. presenta el proyecto que se está implementando y evalúa su beneficio para modelos de fluctuación geontrópica seleccionados. Este es un estudio del proyecto y la información esperada, no un mensaje sobre la detección de la gravedad cuántica. El método requiere su propia evaluación de fotones de fondo, eficiencia de detección, filtrado y pérdidas. Afirmar que se superan las limitaciones de un método de detección interferométrica particular no significa la eliminación de todas las limitaciones de medición cuánticas y técnicas. [36]

Estas instrucciones muestran por qué no puede elegir un dispositivo basado en un número de registro. El esquema de correlación, la luz comprimida y el conteo de fotones resuelven diferentes problemas y tienen diferentes debilidades. Para su propia hipótesis, debe calcular las estadísticas de salida esperadas y comparar los métodos con la misma señal física, tiempo y pérdidas realistas. Si un enfoque produce una banda más estrecha, su ganancia en amplitud puede ir acompañada de una pérdida de información sobre la forma de la correlación. Si el otro conserva un amplio espectro, es la

forma de onda que puede ayudar a distinguir la hipótesis del fondo. El criterio se convierte en la capacidad de distinguir entre explicaciones, en lugar de una sola figura de sensibilidad.

La diferencia entre las tres operaciones en la señal de medición se muestra en la figura 53.

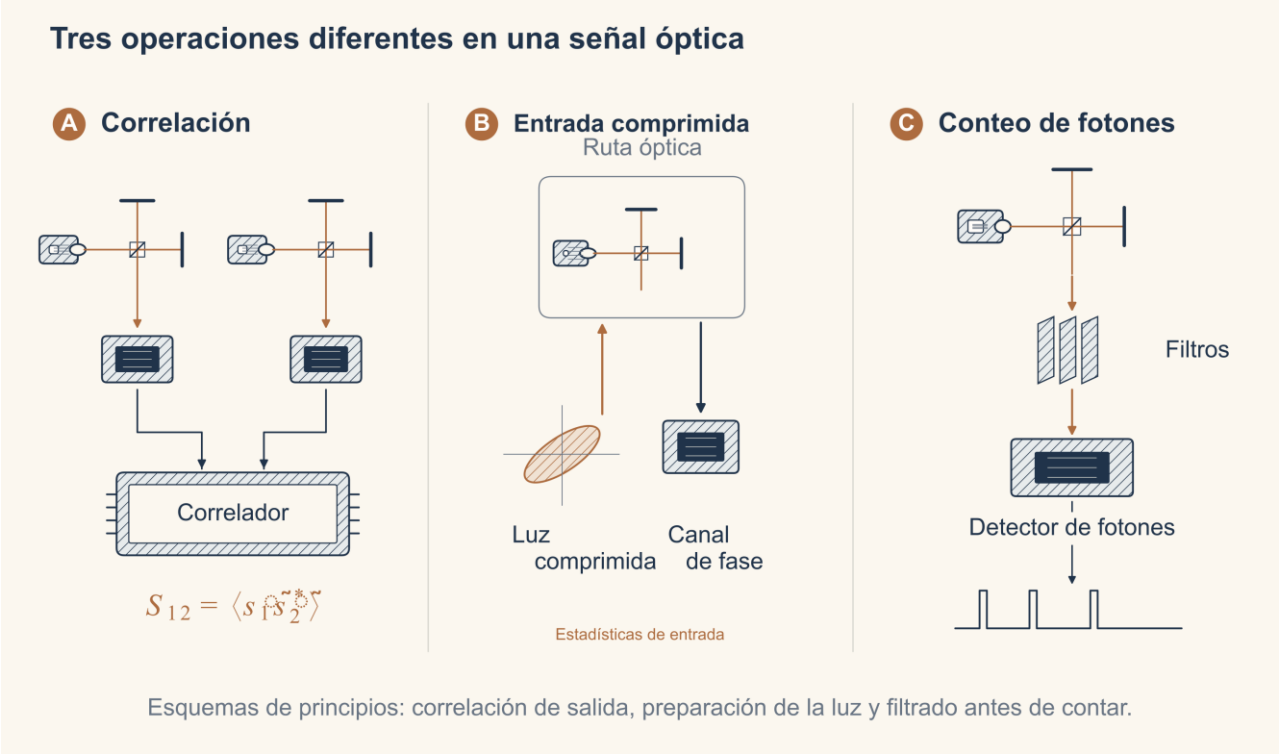


Figura 53. A la izquierda, dos salidas interferométricas independientes alimentan la estimación del espectro cruzado. En el centro, la luz comprimida preparada cambia las estadísticas cuánticas de una sola entrada óptica; Las flechas simbólicas indican operaciones en lugar de un mapa completo de puertos. A la derecha, el filtrado óptico precede a la detección de fotones individuales. Se muestran los principios de las tres estrategias, no los diagramas de cableado exactos de Holómetro, QUEST o GQuEST. La ganancia de cada enfoque requiere su propia estimación de pérdida, banda, fondo y estadísticas de salida.

Por qué el promedio no reemplaza el control

Con ruido independiente, el espectro mutuo promedio de dos canales tiende a cero, y el error aleatorio en su estimación disminuye con el número de muestras independientes. En la aproximación de una señal débil y ruido independiente gaussiano, la varianza de la parte real de la estimación es del orden del producto de los autoespectros dividido por dos veces el número de promedios. Esto plantea una distinción importante: el umbral de potencia espectral mejora aproximadamente como la raíz cuadrada inversa del tiempo, mientras que el umbral de densidad espectral de amplitud de una señal estocástica mejora como la inversa de la cuarta raíz del tiempo. Esta no es una ley para todos los métodos de medición, sino una consecuencia del procedimiento de correlación especificado. Los métodos de correlación óptima y el papel del ruido total se desarrollan en detalle en el trabajo de Allen y Romano. [37]

$$\mathrm{Var}\left[\mathrm{Re}\hat{S}_{12}\right] \simeq \frac{S_{11}S_{22}}{2M}, \qquad M \sim T\Delta f \quad \text{para promedios efectivos independientes} \qquad (12.18)$$

La interferencia general no desaparece con tal acumulación. Por el contrario, su evaluación es cada vez más precisa, y la confianza estadística en la presencia de una correlación está creciendo. Por lo tanto, toda promesa de mejorar la sensibilidad a lo largo del tiempo debe ir acompañada de una pregunta sobre el margen de error sistemático. Son útiles osciladores de referencia independientes, intercambio de canales, control de interferencias eléctricas, mediciones ocluidas en la trayectoria óptica y focalización deliberada de fuentes de ruido sospechosas. Sin embargo, ningún control es universal: el bloqueo de la luz cambia el modo del detector y la reorganización de la electrónica puede dejar una conexión mecánica general. La convicción surge de un conjunto coherente de pruebas seleccionadas para explicaciones alternativas específicas.

Un resultado científico requiere un mapa de la salida en función de la frecuencia, longitud y configuración. El ejemplo TT completo muestra cómo obtener tal mapa del campo físico y cómo detectar modos de instalación ciegos incluso antes del ensamblaje. Las búsquedas de correlación prueban modelos estadísticos más amplios pero usan la misma secuencia: respuesta calculada, ruido medido y diferencias preseleccionadas entre explicaciones. El siguiente capítulo traduce este enfoque en dossiers de ingeniería y un taller completo sobre una red de RC accesible.

Capítulo 13 Tres instrumentos y el camino de la señal a la inferencia

La cantidad medida define el proyecto

La hipótesis geométrica debe traducirse al lenguaje de las señales de salida: voltaje, ángulo, relación de frecuencia. Cada traducción tiene su propio precio exacto. Un error de preparación de estado inicial en una red eléctrica puede parecer una propagación diferente. Mover la fuente de masa cambia ligeramente la fuerza calculada. Un generador común puede vincular lecturas de reloj que se pensaba que eran independientes. Por lo tanto, el diseño del instrumento comienza con la determinación de qué datos produce y cuánto de la salida se basa en parámetros medidos individualmente.

Este capítulo examina tres niveles de investigación. La red eléctrica hace posible experimentar la restauración de la conectividad en un sistema cuyo diseño se puede cambiar intencionalmente. Un sensor mecánico comprueba la ley de interacción de los cuerpos materiales. Una red de relojes y gravímetros compara el potencial y los canales de gradiente en una banda común. Lo que tienen en común es un procedimiento: especificar un modelo, calcular una indicación, obtener una calibración y probar una explicación competitiva. Pasar al siguiente nivel requiere sus propios datos.

Proyecto	Datos directos	Resultado verificable
Red RC	Voltajes de nodos después de una preparación conocida	Diferencia entre conexiones adicionales y ordinarias en un sistema artificial
Sensor mecánico	Ángulo o desplazamiento y fase de la respuesta armónica	Limitación de la ley de fuerza elegida con una geometría conocida
Reloj y gravímetro	Ratio de frecuencia y aceleración en la banda común	Compatibilidad de dos canales con un campo común dado

El siguiente nivel eléctrico ha sido llevado a un taller ejecutable: se adjuntan las grabaciones originales y el programa para su procesamiento. Todas estas grabaciones son sintéticas. Para las otras dos direcciones, se dan presupuestos estimados y condiciones de transferencia a una instalación real. Esto nos permite separar los experimentos numéricos que ya se han realizado de las características de hardware que aún no se han medido.

Espectrómetro de conectividad eléctrica

Cada nodo del prototipo eléctrico contiene un condensador conectado a un conductor de referencia común. Hay resistencias entre los nodos. Las tensiones se ecualizan a velocidades determinadas por las conductancias de las conexiones y las capacitancias de los nodos. Después de apagar las fuentes externas, el circuito implementa la propagación lineal, conveniente para probar el problema inverso. El enfoque de red tiene predecesores: Nokkala, Piilo y Bianconi investigaron la

determinación de la dimensionalidad espectral a través de modos de baja frecuencia de una red de osciladores cuánticos. El modelo RC utiliza la dinámica clásica y resuelve su propio problema de medición. [38]

$$C_i \frac{dV_i}{dt} = \sum_j g_{ij}\left(V_j - V_i\right) - g_{i0}V_i + I_i(t), \qquad \mathbf{C\dot{V}} = -\mathbf{KV} + \mathbf{I} \qquad (13.1)$$

La conductancia g tiene unidades de siemens, la capacitancia C tiene unidades de faradios y la relación g/C tiene unidades de segundos recíprocos. Con capacitancias iguales C_0 y sin fugas, el operador $L=K/C_0$ es simétrica. Preparar el voltaje en el nodo j solamente y luego observar el nodo i da el elemento exponencial de matriz. El conjunto completo de preparaciones revela la matriz de propagación; varios puertos disponibles proporcionan solo su bloque observable.

$$\mathbf{V}(t) = e^{-t\mathbf{L}}\mathbf{V}(0), \qquad \mathbf{G}(s) = (s\mathbf{I} + \mathbf{L})^{-1} = \int_0^\infty e^{-st}\, e^{-t\mathbf{L}}\, dt \qquad (13.2)$$

El ejemplo completo más simple consiste en cuatro nodos conectados en una cadena. Cada uno tiene un condensador de 100 nF, y entre vecinos hay una resistencia de 100 kOhm. El tiempo nominal de un enlace es 10 ms, La intensidad de conexión es 100 s^{-1}. Para el experimento de control, una resistencia adicional 500 kOhm se instala entre los extremos del circuito, es decir, una conexión con una intensidad de 20 s^{-1}. Estos valores determinan el diseño; la precisión de los componentes y medidores terminados no se deduce de ellos.

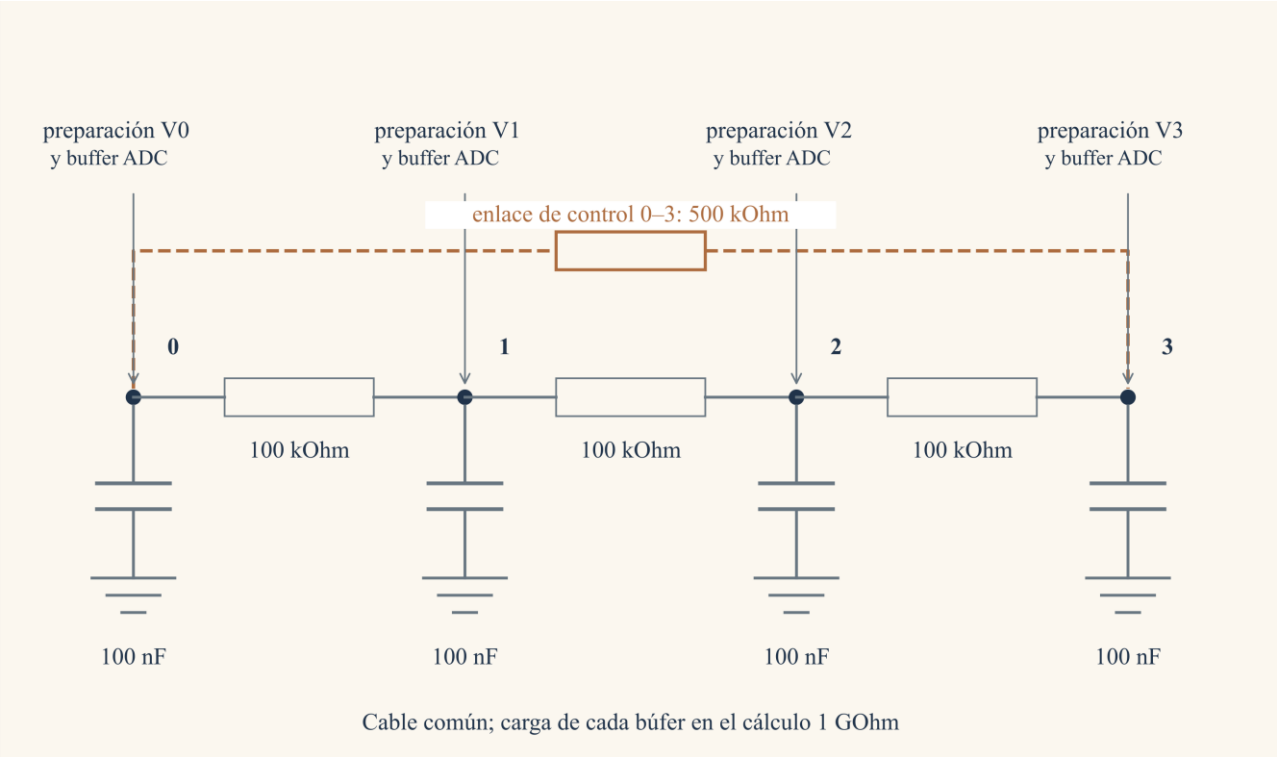


Figura 54. Diseño RC de cuatro nodos. Las conexiones convencionales tienen un valor nominal de 100 kOhm, cada nodo - 100 nF con respecto al cable común. Naranja muestra la conexión adicional 0-3 a través de 500 kOhm. Las flechas indican la preparación y los canales de lectura de alta resistencia; las intersecciones sin nodos no forman conexiones eléctricas. En el ejemplo numérico, la carga de cada entrada es igual a 1 GOhm.

La figura 54 muestra la razón para elegir un diseño pequeño: todos los nodos son conocidos, se pueden preparar cuatro estados independientes y se puede medir toda la respuesta. En la gran red del capítulo 8 no existe tal acceso. El pequeño experimento primero verifica la normalización y las estadísticas de las mediciones; Después de esto, se puede reducir el número de puertos y observar qué diferencias ya no están disponibles.

La conexión con el método actual también es clara. En el estado inicial cero, la matriz de transferencia de corriente a voltaje es igual a $HVI(s)=(SC)+K)^{-1}$. Para capacitancias idénticas $G(s)=C_0HVI(s)$. La primera matriz se mide en ohmios, la segunda en segundos. Por lo tanto, el ruido numérico en G no puede declararse directamente como un requisito para la precisión del voltímetro. Es necesario tener en cuenta la excitación, capacitancia, tiempo de registro y método de estimación de la integral.

Un experimento de extremo a extremo con etiquetas ciegas

El taller “Del voltaje a la reconstrucción de la conectividad” utiliza cuatro preparaciones iniciales alrededor de 1 V. Los preparativos están ligeramente mezclados: un pequeño voltaje también está presente en los nodos vecinos. Su matriz real se incluye en la calibración por adelantado. La lectura tiene una fuga idéntica conocida correspondiente a la impedancia de entrada 1GΩ. Un ruido gaussiano independiente con una desviación estándar de 0.2 mV se añade a cada muestra. Este ruido describe el ejemplo digital adoptado, no el rendimiento prometido de un convertidor analógico a digital (ADC) particular.

Para cada preparación, una grabación con una duración de 0.25 s Se obtuvo con un paso de 50 µs. El procesamiento restaura la respuesta normalizada en s=20, 60 y 200 s^{-1}, teniendo en cuenta la mezcla de estados iniciales, carga y el intervalo finito común. Dado que las tres integrales se calculan a partir de los mismos registros, sus errores están correlacionados. Por ejemplo, la correlación para los dos primeros valores de s es 0.866. La covarianza completa se pasa al ajuste en lugar de tres estimaciones independientes.

Antes del análisis, se selecciona un contraste entre los extremos de la cadena. Da la lectura escalar $z=a^{T}G(20)a$, donde $a=(1,0,0,-1)/\sqrt{2}$. Para cualquier combinación de conductancias ordinarias dentro ±2En % se conoce una envolvente estricto de sus posibles valores. En este diseño se extiende de 11.10052 a 11.43981 ms. A esto se suma el margen de ruido calculado, la cola finita y la integración numérica. La regla no requiere probar todos los patrones de deriva posibles.

Registro	Contraste en s=20 s^{-1}, ms	Resultado de la regla	Marcado después del análisis
A	7.75782	Modelo local limitado rechazado	La deriva y la comunicación 0-3
B	11.26718	Modelo local válido compatible	Circuito de referencia
C	11.23150	Modelo local válido compatible	Deriva de conexiones ordinarias

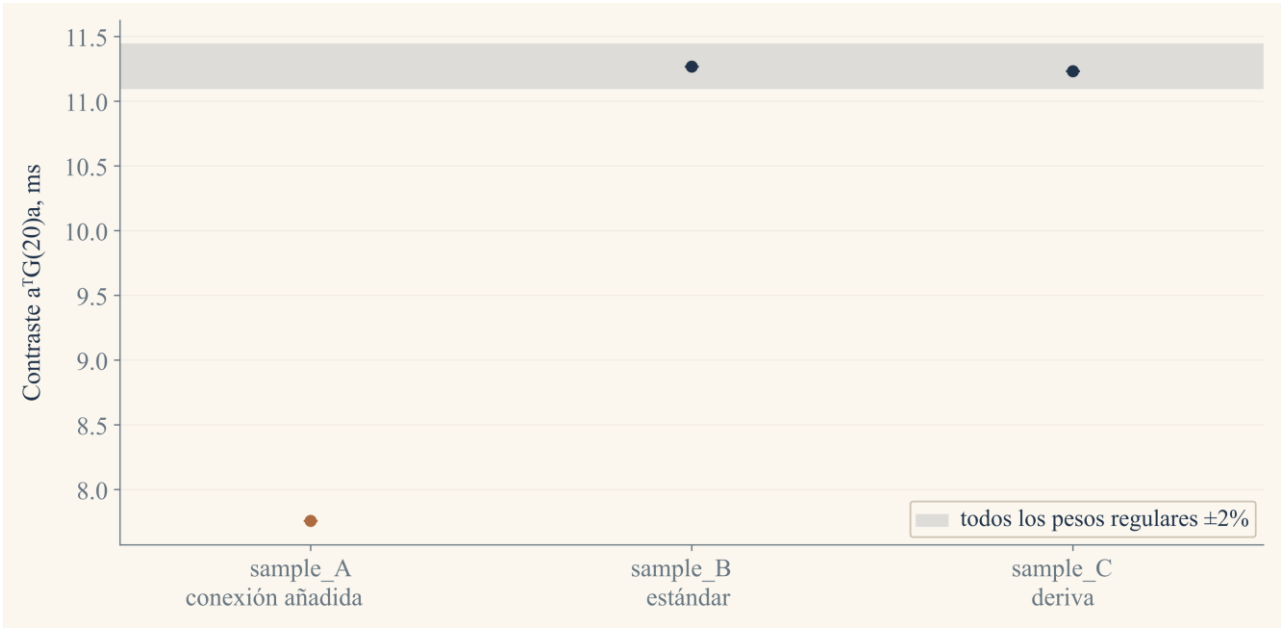


Figura 55. Verificación sintética de tres registros. La banda contiene posibles contrastes de todas las conductancias comunes dentro de la ±2%. Las barras incluyen cinco errores estándar, un límite de cola y cuadraturas; a esta escala son pequeñas. Las marcas debajo de las letras se revelan después de que se completa el análisis. El programa de análisis no lee el archivo que contiene los parámetros verdaderos.

En la Figura 55, el acoplamiento adicional se elige para que sea lo suficientemente fuerte como para que su efecto vaya con seguridad más allá del intervalo de calibración permisible. Ajustar el modelo extendido determinó el par 0-3 y la intensidad 19.9974 s^{-1} con la introducción 20 s^{-1}. La relación de χ^2 a 48 Las observaciones escalares son iguales a 0.871. En los otros dos casos, no se requiere una ventaja adicional para explicar los datos. Esto no equivale a probar la ausencia de ninguna conexión, sin importar cuán débil sea.

La discriminación aquí es significativamente mejor que en el ejemplo difícil de una red grande. Los cuatro nodos son observables, los estados iniciales son conocidos y la conductancia añadida es del 20% de la habitual. El taller muestra el funcionamiento de toda la cadena de medición en el modo seleccionado. No mide la precisión de reconstrucción universal y no invalida el contraejemplo de calibración del capítulo 8. El siguiente paso es reducir deliberadamente el acceso a los nodos o debilitar la conexión y rastrear el límite de aplicabilidad de la misma regla.

Los componentes y el medidor ingresan al operador

En el circuito ensamblado habrá que comprobar la igualdad de las capacitancias. Para valores C_i distintos, la matriz $C^{-1}K$ suele ser asimétrica en las coordenadas de tensión. El operador simétrico aparece tras la sustitución $u=C^{1/2}V$. Los productos escalares y las normalizaciones de las sondas deben corresponder a esa sustitución. La traza completa se conserva bajo la transformación de semejanza: las respuestas diagonales de tensión normalizadas siguen dando la traza de la exponencial, pero el operador y el proyector del modo estacionario deben calcularse con las capacitancias reales. Si se sigue ajustando el modelo de capacitancias iguales, las diferencias entre componentes se atribuirán erróneamente a las conexiones.

$$\mathbf{L}_{\mathrm{sym}} = \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{K}\mathbf{C}^{-1/2}, \qquad \mathbf{u} = \mathbf{C}^{1/2}\mathbf{V} \qquad (13.3)$$

La impedancia de entrada y la propia fuga de los condensadores añaden acoplamiento al cable común. Para una fuga igual, L se convierte en L+γI. A continuación, la señal de retorno recibe un multiplicador exp(−γt), y la estimación de la dimensión espectral aumenta en 2γt. En el modelo de diseño, γ=0.01 s^{-1} se conoce de antemano y se elimina durante el procesamiento. Una fuga desconocida desigual no puede ser corregida por tal corrección escalar: debe entrar en la matriz del operador de medición.

$$\widetilde{P}(t) = e^{-\gamma t} P(t), \qquad \tilde{d}_s(t) = d_s(t) + 2\gamma t \qquad (13.4)$$

La preparación también requiere calibración. Las fuentes de baja impedancia mantienen cuatro voltajes establecidos y luego se abren simultáneamente. La resistencia de los interruptores, los tiempos de apertura desiguales y la liberación de carga cambian el vector inicial. En el taller, en lugar de un vector unitario ideal, se utiliza una matriz de preparación de medición W. Si es invertible y está bien acondicionada, la propagación se restaura multiplicando los voltajes registrados por $W.^{-1}$. Aquí el número de condición es 1.0049, por lo que la operación casi no agrega ruido. Con preparaciones casi idénticas, la inversión se volvería poco confiable.

En la figura 56, la red física está incluida en la ruta de registro digital de preparación y alta impedancia completa.

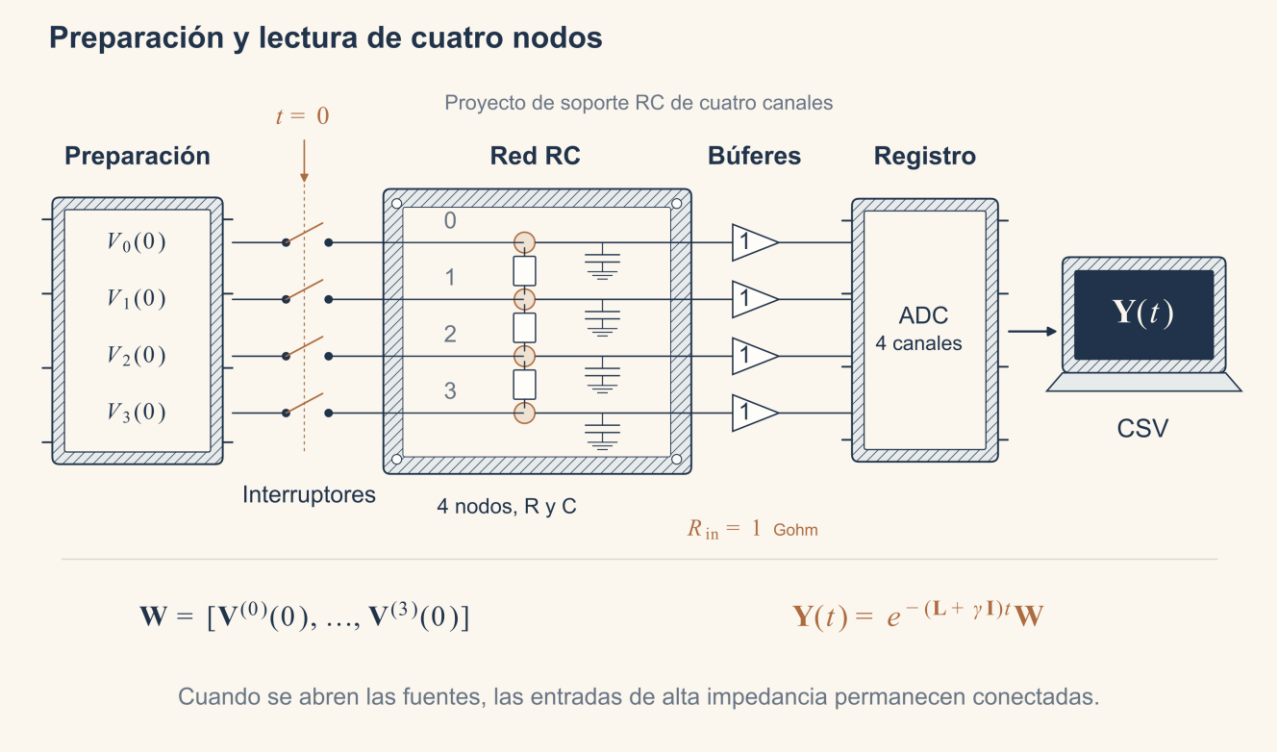


Figura 56. Cuatro fuentes contienen el vector inicial completo, luego se abren cuatro conmutadores por un solo evento. La supervisión continúa a través de buffers de alta impedancia y ADC separados. El valor R_in = 1 GΩ se refiere a la carga de entrada del ejemplo de diseño; no significa que no haya fugas. La matriz W contiene los estados preparados reales, e Y(t) contiene las tensiones registradas. La placa se muestra como un diseño de soporte moderno; La topología exacta y los condensadores se describen por separado en el diagrama del circuito. Conectar la entrada de baja impedancia directamente a los nodos cambiaría el operador.

El ruido térmico en las resistencias se debe a la disipación. Para una única resistencia en el modo clásico, la densidad espectral de potencia de voltaje unilateral es igual a 4 kBTR. En una red, el ruido de corriente intrínseco pasa a través de un operador común y crea correlaciones entre nodos. Las mediciones de termometría de ruido del NIST muestran cuán significativa es la coincidencia de respuesta de frecuencia, la diafonía y la separación de ruido de lectura. [46] [47]

El presupuesto de diseño debe considerar por separado la incertidumbre de W, capacitancia, fuga, ganancia y escala de tiempo. La parte aleatoria puede llevarse a cabo a través de la covarianza. La incertidumbre sistemática debe incluirse en la clase admisible de modelos o evaluarse a intervalos. En los datos adjuntos, estos valores de calibración se especifican con precisión, y ±2% se refieren solo a las conductancias ordinarias. Para aplicar la misma envoltura a un circuito físico, los errores restantes deben restringirse independientemente y agregarse al margen.

Especificaciones mecánicas y un presupuesto de par ilustrativo

Una fuente de masa controlada crea un par variable, y un elemento de detección, como un oscilador de torsión, lo convierte en un ángulo. Para pequeñas vibraciones, el momento de inercia I, rigidez κ y se usan el coeficiente de amortiguación viscosa b. La amplitud y la fase de la susceptibilidad mecánica determinan la traslación de la lectura óptica en el memento. Se prueban en un rango de operación con exposición conocida.

La figura 57 se refiere al diseño de un sensor torsional a la secuencia de conversión del par en una señal medida.

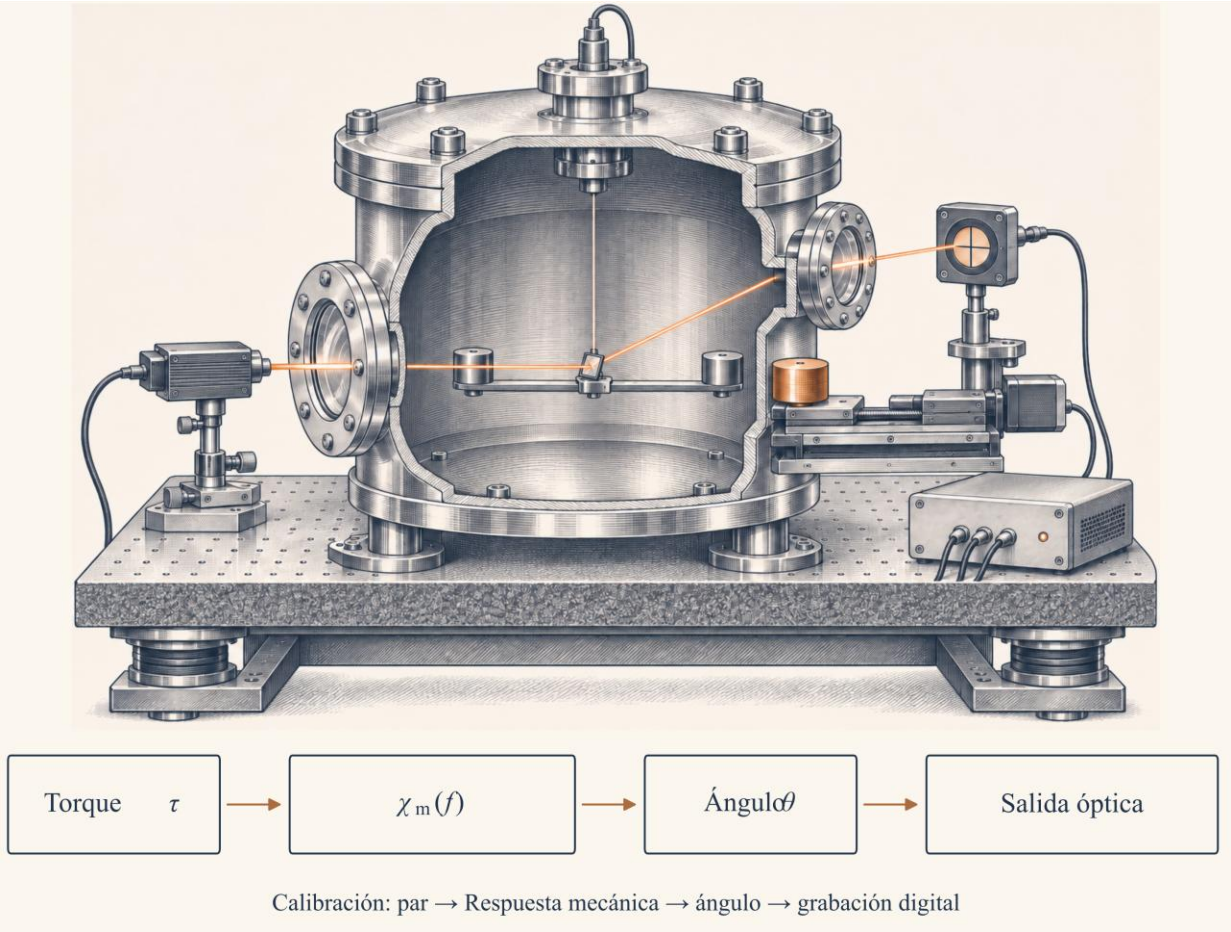


Figura 57. Concepto de sensor de torsión moderno. El haz de detección está suspendido por una rosca delgada en un alojamiento de vacío; la masa controlada crea el par, y la lectura del láser registra el ángulo. La cadena inferior separa el par, la susceptibilidad mecánica, el ángulo y la salida del registrador. Esta es una ilustración de un posible diseño: las dimensiones, el blindaje y la sensibilidad del dispositivo construido no se indican aquí. El presupuesto condicional de baja frecuencia en el texto no se traslada al experimento de dos discos del capítulo 10.

$$I\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + \kappa\theta = \tau(t), \qquad \chi_{\theta\tau}(\omega) = \frac{1}{\kappa - I\omega^2 + ib\omega} \qquad (13.5)$$

A continuación, se selecciona un estándar de baja frecuencia para el cálculo, y no una especificación del equipo existente. Vamos. $I=10^{-6}$ kg m², frecuencia natural $f_0=0.01$ Hz, factor de calidad Q=1000, temperatura 300 K. La fuente es modulada en f=0.005 Hz, y se supone que el ruido de lectura óptica es 10^{-8} rad/√Hz. Para amortiguación viscosa $\kappa=I(2\pi f_0)^2$ y $b=I2\pi f_0/Q$. Estos supuestos completan el cálculo del modelo simple.

$$S_\tau^{\mathrm{th}} = 4k_B T b, \qquad S_\tau^{\mathrm{ro}}(f) = \frac{S_\theta^{\mathrm{ro}}(f)}{|\chi_{\theta\tau}(2\pi f)|^2} \qquad (13.6)$$

Magnitud	Valor calculado
Rigidez torsional κ	3.948×10^{-9} Nm/rad

Magnitud	Valor calculado
Coeficiente b	6.283×10^{-11} N m s/rad
Módulo de susceptibilidad a 0.005 Hz	3.377×10^{8} rad/(Nm)
Par térmico ASD	1.020×10^{-15} Nm/√Hz
Lectura de ASD en unidades de torque	2.961×10^{-17} Nm/√Hz
Error de amplitud para 10^{5} s con fase conocida	3.228×10^{-18} Nm

La última línea se obtiene para estimar la amplitud $2T^{-1}\int\tau(t)\cos(2\pi ft)dt$ durante muchos períodos y ruido de par blanco estacionario. Para la densidad unilateral aceptada, su dispersión es aproximadamente igual a $S\tau(f)/T$. Si ambas cuadraturas son desconocidas, la distribución del módulo y la regla de detección cambian. Para el brazo 1 cm, el error de par indicado corresponde a un error armónico de fuerza de aproximadamente 3.23×10^{-16} N.

Este cálculo ayuda a estimar la distancia entre un diseño mecánico simple y un requisito de búsqueda específico. El ejemplo de fuerza ilustrativo del capítulo 10 especifica su geometría, frecuencia de modulación y error requerido. El estándar de torsión de baja frecuencia no obtiene automáticamente estas características: la transferencia requiere recalcular la susceptibilidad, la relación fuerza-par y el error total. Una frecuencia de fuente más alta puede debilitar dramáticamente su respuesta angular.

La amortiguación viscosa se elige aquí como un modelo definido explícitamente. Para la fricción estructural interna, la ley de frecuencia del ruido térmico es diferente; Saulson discute en detalle la distinción relevante. Por lo tanto, el factor de calidad medido en una frecuencia aún no determina todo el espectro. [48]

La parte principal del presupuesto real puede ser sistemática. El error en la separación δd cambia el par previsto por $(\partial\tau/\partial d)\delta d$; para una corrección de corto alcance, este cambio puede simular el efecto deseado. El movimiento de la pantalla, los potenciales de superficie, las vibraciones, la densidad y las dimensiones de la fuente se prueban por separado. No se incluyen en el cálculo de la tabla. La primera prueba de hardware debe reproducir un efecto conocido y un pequeño cambio introducido en varias geometrías. Después de esto, el espectro medido y los errores permisibles se usan en la integral sobre los cuerpos del capítulo 10.

Red de reloj con un canal gravimétrico común

En el capítulo 11, se eligió la geometría de dos relojes y un gravímetro en el centro de la base. El espectro conjunto relaciona la diferencia de potencial con la derivada direccional del mismo campo. Para comprobar la ley espacial, se necesitan varias bases o un cambio en la geometría. Si todas las distancias son mucho más pequeñas que la longitud de correlación, el/ℓ predomina la combinación y los parámetros individuales están mal determinados. La escala espacial se selecciona en función del cambio en las predicciones, y no solo por la conveniencia de colocar instrumentos.

El ejemplo numérico del capítulo 11 Utiliza la base 1000 m, La longitud de correlación 1000 m, El tiempo de correlación 10 s y la amplitud de campo adimensional $A=10^{-20}$. Para el ruido del instrumento, la salida condicional ASD $10^{-18}/\sqrt{Hz}$ en el canal del reloj y 10^{-7} $m/s^2/\sqrt{}$Se establecen los Hz en el canal de aceleración. El componente de ruido común y una prueba cambiando el signo de la respuesta espacial también se incluyen. Estos números definen el experimento sintético, y el laboratorio individual debe proporcionar sus propios espectros y funciones de sensibilidad.

Antes de combinar registros, se registran la escala de tiempo general, los retrasos, los filtros de frecuencia y la orientación del eje sensible del gravímetro. Las comparaciones y aceleraciones de reloj se traducen en una banda de frecuencia. El registro incluye la ubicación de las muestras atómicas, el movimiento de los soportes, la temperatura, el campo magnético, la presión y los movimientos de masas significativas cercanas. La coincidencia de canales se lleva a cabo en base a una respuesta medida independientemente; una corrección de fase libremente ajustable puede ocultar la causa del hardware de la correlación.

El número de canales en sí mismo no garantiza la independencia. Una sola línea de transmisión, un oscilador óptico común o un sistema de reloj común pueden vincular diferentes comparaciones de frecuencia. Por lo tanto, la especificación de red contiene tanto espectros locales como elementos de interferencia cruzada. Un control separado que retiene la conexión de hardware pero cambia el signo o suprime la respuesta del campo espacial es útil. Es este papel el que juega la permutación geométrica, discutida en el capítulo 11.

$$\delta y \simeq \frac{g\,\delta h}{c^2}, \qquad \delta h = 1\ \text{mm} \ \Rightarrow\ \delta y \simeq 1.09 \times 10^{-19} \qquad (13.7)$$

La estimación (13.7) $g\approx 9.81\ m/s^2$ muestra por qué la medición de altura se convierte en parte del experimento de frecuencia. La expansión térmica del soporte o el desplazamiento de la muestra en un milímetro crea un efecto de frecuencia notable para la escala seleccionada. Esto es una consecuencia de la fórmula de campo bajo, y no una característica del nuevo sensor. La calibración con una masa en movimiento también requiere un cálculo preliminar: el valor de $\Delta\Phi/c^2$ puede ser demasiado pequeño para el canal del reloj, aunque la aceleración ya es visible con el gravímetro.

La inferencia de ingeniería debe limitarse al valor observable. La coincidencia de los canales de potencial y gradiente verifica el modelo de campo general adoptado. La inferencia de curvatura requiere adicionalmente controles cinemáticos y de marea, descritos en el capítulo 11. Estas mediciones se incluyen en la configuración de la planta antes de buscar residuos inusuales.

¿Qué significa preparación para la medición?

Cada proyecto debe tener una versión ejecutable de un modelo de un sistema conocido. Esto incluye no solo el objeto que se está examinando, sino también la preparación, lectura, ancho de banda, geometría y calibración. Después de añadir un efecto hipotético, se comprueba qué características permanecen distinguibles con cambios aceptables en otros parámetros. El conjunto de tales características determina el rango útil del dispositivo.

El taller de RC completa esta cadena en un pequeño sistema sintético: desde voltios en CSV hasta una respuesta normalizada y una decisión informada sobre la clase local seleccionada. La

transferencia al modelo de laboratorio comienza con la medición de aquellos parámetros que actualmente se especifican con precisión en el archivo de calibración. Los expedientes mecánicos y de reloj utilizan la misma lógica, pero requieren diferentes técnicas y confirmación independiente del presupuesto de ruido.

La aceptación incluye tanto la detección del efecto introducido como el trabajo en su ausencia o indistinguibilidad. Las grabaciones originales guardadas le permiten repetir el análisis con un modelo de interferencia diferente y verificar qué paso cambió la salida. El siguiente capítulo formaliza este procedimiento: cómo seleccionar casos de prueba, comparar explicaciones e informar el resultado cuando los datos no especifican una sola respuesta.

Capítulo 14 Cómo distinguir un descubrimiento de un error convincente

La declaración debe preceder al resultado

La instrucción que se está verificando captura el objeto, la clase de modelo, los datos y la regla de decisión. Después de ver el resultado, puede formular una nueva hipótesis y diseñar el próximo experimento. Es importante mantener la coherencia: la investigación que provocó la pregunta y los registros que lo probaron cumplen diferentes roles. En el ejemplo anterior, así es exactamente como funciona la transición de un par híbrido a puertos de control.

En el programa propuesto, el objeto principal de la prueba es la distinguibilidad de la geometría y la dinámica. La dimensión operativa puede cambiar debido a la conectividad, el método de transporte, la dispersión de frecuencia, las fugas o la mala calibración. Por lo tanto, el modelo nulo no debe ser caricaturescamente simple. Junto con él, se especifican varias alternativas significativas: geometría convencional con parámetros no homogéneos, un nuevo campo sin una dimensión adicional y un proceso general instrumental. Si una hipótesis inusual se compara solo con una descripción ciertamente incompleta, ganar esa comparación revela poco sobre el mundo. El objetivo científico es ganar contra las explicaciones razonables más fuertes, no contra un oponente especialmente debilitado.

Antes de comenzar la fase costosa, es útil crear una tabla de predicción para varias intervenciones. Por ejemplo, el cambio de distancia, el cambio de material, la rotación del sensor y la reorganización de la electrónica afectan al modelo de manera diferente. Si dos hipótesis hacen las mismas predicciones para todas las intervenciones disponibles, aumentar la precisión de la misma medición puede no resolver la disputa. Se requerirá un nuevo canal monitoreado. Tal conclusión se puede obtener incluso antes de la construcción del dispositivo y, por lo tanto, evitar la acumulación a largo plazo de datos que fundamentalmente no responden a la pregunta planteada. El cálculo preliminar de la distinguibilidad se convierte en un resultado de investigación independiente, ya que determina las condiciones necesarias para un descubrimiento futuro.

Pruebas a ciegas como parte del diseño

El análisis ciego limita el ajuste involuntario del procesamiento a una respuesta esperada. Los datos pueden contener un desplazamiento desconocido para los analistas, una permutación oculta de etiquetas o una señal inyectada. Las reglas de selección, calibración e incertidumbre-estimación se fijan antes del desenmascaramiento. El método de cegamiento aún debe permitir que se detecten fallas reales. Por ejemplo, se puede ocultar una escala absoluta mientras se conservan las relaciones de diagnóstico entre canales. Zheng y sus colegas ya utilizaron un procedimiento ciego en una prueba de laboratorio de desplazamiento al rojo gravitacional. Aquí, el principio se propone para probar la dimensión operacional; una prueba aún no realizada no se presenta como un experimento completado. [30]

Para un prototipo eléctrico, es conveniente preparar varias redes ocultas. El operador los mide usando un protocolo, el analista recibe series de tiempo sin diagramas de conexión, y la persona responsable de las etiquetas conserva la estructura verdadera hasta el final del cálculo. En algunos conjuntos, se introducen inhomogeneidades de resistencia ordinarias y fugas que pueden simular una conectividad inusual. Otros agregan una verdadera ruta de corriente adicional. La proporción de recuperaciones correctas, la tasa de descubrimiento falso y la capacidad de reconocer la incertidumbre deben evaluarse simultáneamente. Un algoritmo que siempre nombra con confianza una estructura puede parecer exitoso en un conjunto conveniente, pero falla en ejemplos degenerados especialmente seleccionados.

La adición de hardware y la adición digital resuelven diferentes problemas. La señal digital comprueba el procesamiento matemático después de la ubicación de la aplicación. El movimiento del espejo de calibración comprueba la óptica y la lectura, pero no reproduce necesariamente la métrica prevista a lo largo de la trayectoria de la luz. El cambio de masa prueba el modelo mecánico y gravitacional, pero puede crear simultáneamente vibración. Por lo tanto, cada aplicación va acompañada de una indicación de qué parte del circuito de medición se probó. Es útil tener varios métodos de entrada independientes y registros de control sin entrada. La finalización exitosa de un programa de este tipo confirma la idoneidad del dispositivo para una cierta clase de señales, dejando abierta la cuestión de su naturaleza.

El orden de acceso a la estructura, los registros y la llave en el ensayo a ciegas propuesto se muestra en la Figura 58.

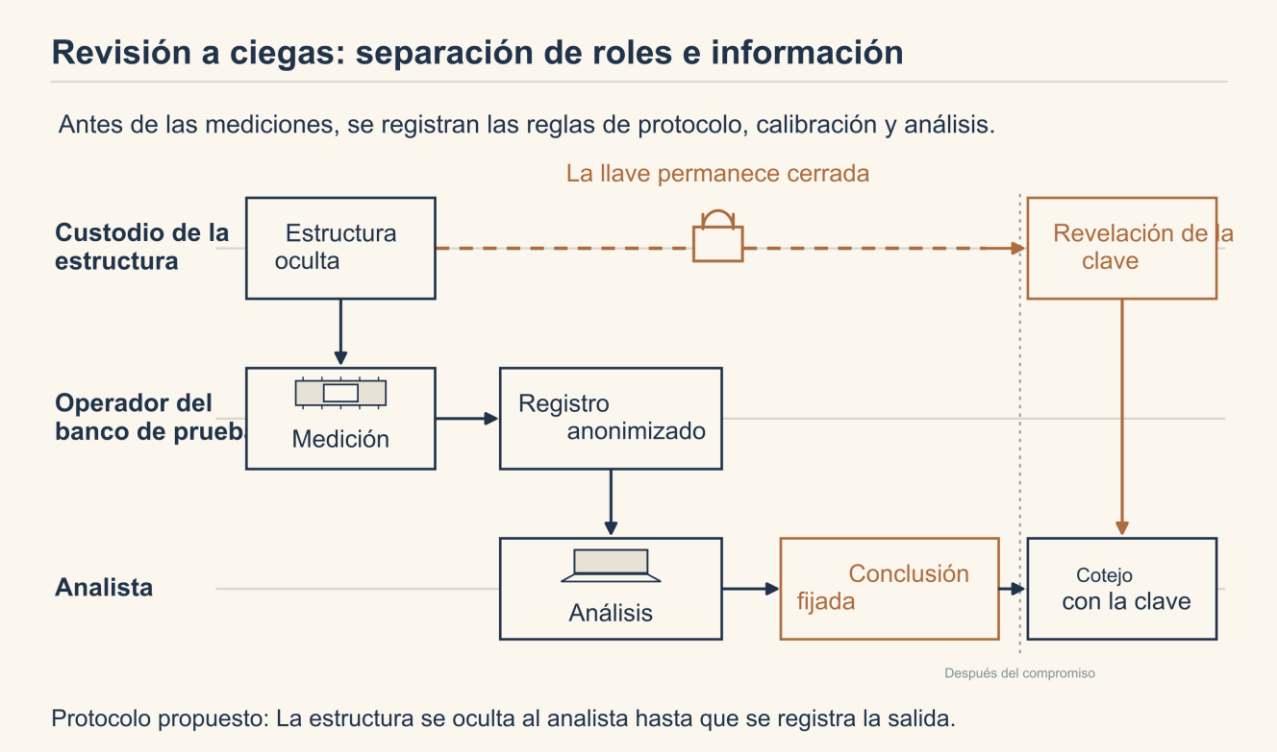


Figura 58. Propuesta de división de roles en un juicio a ciegas. El custodio guarda la estructura verdadera y la clave de las etiquetas, el operador realiza mediciones de acuerdo con un protocolo preestablecido y el analista recibe registros anónimos. La salida se confirma hasta que se revela la clave; solo entonces se realiza una comparación con la estructura conocida. El diagrama muestra el orden de acceso a la información, no el experimento que tuvo lugar. Debe combinarse con diagnósticos de fallos accesibles y una indicación explícita del área que se está probando por cada señal de entrada.

Parámetros de inferencia e interferencia probabilísticos

El modelo estadístico debe describir no solo el valor promedio esperado, sino también las correlaciones de error. Para un vector de datos real, la aproximación gaussiana utiliza una forma cuadrática con una matriz de covarianza inversa. Si la covarianza misma depende de los parámetros de la hipótesis, es necesario preservar el término con su determinante. Eliminar este término puede fomentar un modelo que simplemente aumenta el ruido declarado. La siguiente fórmula da la verosimilitud condicional bajo los parámetros físicos θ y los parámetros de calibración η. Si hay una no gaussiana significativa, un pequeño número de promedios u otras estadísticas de contadores, la distribución debe cambiarse; la familiaridad de la forma gaussiana no es una justificación para su uso.

$$-2\ln\mathcal{L} = (\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu})^T\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{d}-\boldsymbol{\mu}) + \ln\det\mathbf{C} + N\ln(2\pi), \qquad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}(\theta,\eta), \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}(\theta,\eta) \tag{14.1}$$

Los parámetros de calibración no pueden ser simplemente sustituidos en números exactos convenientes si su error es comparable al efecto deseado. Se limitan a mediciones independientes y

luego se perfilan o se integran con distribuciones de incertidumbre especificadas explícitamente. Diferentes enfoques estadísticos responden a diferentes preguntas, y los resultados deben etiquetarse en consecuencia. La región de confianza no es la probabilidad de que una teoría sea cierta, y la proporción de evidencia bayesiana depende de familias de modelos y distribuciones de parámetros dadas. En lugar de una única métrica impresionante, es útil publicar residuos, robustez a modelos de ruido alternativos y predicciones para datos retenidos. Esto hace que la conclusión sea comprobable más allá del método elegido de representación estadística.

La razón de la indistinguibilidad se puede ver ya en la aproximación lineal. Un pequeño cambio en la señal esperada consiste en las contribuciones de los parámetros geométricos y de calibración. Si la dirección de cambio asignada a la geometría coincide con la combinación de las direcciones de los errores de calibración, los datos no pueden separar estas causas sin información externa. Las matrices de sensibilidad en la fórmula contienen derivadas de la señal con respecto a los parámetros correspondientes. Su estrecha dependencia lineal no significa la debilidad del algoritmo computacional, sino la falta de información en el experimento. Aumentar el número de decimales en el optimizador no corrige este problema. Se necesita una configuración diferente, una calibración independiente o un nuevo observable.

$$\delta \mathbf{\mu} = \mathbf{J}_{\mathrm{geom}} \delta \mathbf{\theta} + \mathbf{J}_{\mathrm{cal}} \delta \mathbf{\eta} \qquad (14.2)$$

Al buscar a través de un gran número de longitudes de correlación, intervalos de frecuencia o posibles conexiones ocultas, aumenta la probabilidad de encontrar una combinación interesante por casualidad. Por lo tanto, el umbral de detección se calibra para todo el procedimiento de búsqueda, incluyendo la selección del mejor resultado. Una forma adecuada es ejecutar múltiples simulaciones del modelo nulo con la misma búsqueda y las mismas reglas de detención. Sin embargo, tal calibración solo es válida en la medida en que la simulación nula reproduzca las propiedades esenciales del ruido real. Una perturbación general no contabilizada puede hacer que un evento formalmente raro sea común. Es por eso que la búsqueda de correlación debe combinar el promedio estadístico con la verificación de las fuentes físicas de la señal común, y no considerar estas tareas por separado.

Intervalos simultáneos para una red limitada

En el protocolo del capítulo 8, Cada observación escalar tiene la forma zj = a_j^T G_{obs} aj. Si los elementos de la matriz dirigidos adquiridos independientemente tienen la misma varianza σ² y aj tiene una norma unitaria, la varianza de zj también es σ². Los contrastes en sí son dependientes: dos vectores pueden usar los mismos elementos. Para una covarianza general, cj indica el vector de coeficiente de la combinación lineal de datos registrados.

$$\sigma_j^2 = c_j^{\mathsf{T}} C c_j, \qquad c_j = \mathrm{vec}\left(a_j a_j^{\mathsf{T}}\right) \qquad (14.3)$$

Se seleccionarán los contrastes M antes de la serie de pruebas. Para los errores marginales gaussianos con varianzas conocidas, asignamos a cada uno un intervalo de dos lados con una probabilidad de error de no más de β/M. La combinación de eventos de falta entonces tiene una

probabilidad de como máximo β independientemente de la correlación de los contrastes. Desde β = 0.01 Se utiliza el siguiente multiplicador:

$$k = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\beta}{2M}\right), \qquad I_j = \left[z_j - k\sigma_j,\ z_j + k\sigma_j\right] \qquad (14.4)$$

Para dos sondas iniciales M = 216 y k = 4.07358. Después de agregar dos registros de control para 36 contrastes M = 288; el multiplicador se recalcula para todo el conjunto final. Si los pesos verdaderos se encuentran en la casilla declarada y el modelo de ruido marginal es correcto, su respuesta con una probabilidad no inferior a 1 − β cae en todos los intervalos. En este caso, las capas externas de la matriz conservan sus parámetros verdaderos.

Enumerando 2016 pares no requiere otro factor 2016 en este diseño. Primero, se construye una región simultánea para todas las observaciones preseleccionadas, luego se invierte en el espacio de parámetros. Sea lo que sea un verdadero par de una clase dada, no se corta en el evento de cobertura general. Esta es una forma diferente de controlar el error que encontrar la mejora máxima en χ² y calibrar empíricamente su umbral.

El porcentaje de nivel 1 se refiere a la exclusión errónea de un parámetro verdadero por esta regla de envolvente bajo sus premisas. No es la probabilidad de verdad del par restante y no cubre las causas físicas faltantes. Si las variaciones se estiman a partir de un pequeño número de registros, tienen colas no gaussianas o cambian después de elegir un canal interesante, la fórmula debe reemplazarse o complementarse. Para un registro de tiempo general, primero se calcula la covarianza correcta de los datos transformados.

Prueba de compatibilidad y prueba de exclusión

Estas dos acciones tienen diferentes costos computacionales. Para mostrar la compatibilidad del modelo, es suficiente presentar un conjunto válido de parámetros cuya respuesta directa se encuentra en la región de error seleccionada. Para excluir, debe asegurarse de que no haya tales conjuntos. El optimizador local puede ayudar a la primera acción, pero detenerla en un gran resto no prueba la segunda.

En el libro, la búsqueda limitada de la respuesta exacta utiliza el jacobino analítico y los límites de peso. ±2 por ciento. Para dos sondas, la búsqueda de evidencia considera adicionalmente la deriva relativa global. Esta es una subclase más estrecha que las derivas individuales permitidas en envolventes; el punto encontrado también pertenece a la clase ancha. El fracaso en una subclase estrecha no excluiría una amplia. Todos los valores restantes se calculan por sustitución directa repetida de parámetros.

$$\chi^2(\theta) = \big(d - \mu(\theta)\big)^{\top} C^{-1} \big(d - \mu(\theta)\big) \le q_{0.99,N} \qquad (14.5)$$

En esta prueba de diagnóstico, $q_{0.99,n}$ es un quantile de χ² para N errores normalizados independientes conocidos. El número N no se reduce por el número de parámetros encontrados: se comprueba la existencia de un punto en la bola de datos, en lugar de la estadística residual asintótica estándar después de la estimación. El pequeño mínimo de 144 variables de calibración no es

evidencia de que un modelo tan flexible sea preferible; muestra que no puede ser rechazado por los datos en el área seleccionada.

La bola restante completa y la familia de intervalos escalares son construcciones de diagnóstico diferentes. En un programa, las exclusiones rigurosas se hacen sólo por envolventes; la ausencia de pruebas encontradas transfiere el resultado a un estado indeterminado. Por lo tanto, no se emite una bola de error del 99 por ciento separada como un nuevo nivel general de todo el procedimiento. Si un futuro protocolo rechaza modelos usando múltiples reglas a la vez, su error acumulativo tendrá que ser controlado por separado.

Situación observada	Salida válida
Calibre restringido sin borde encontrado	La calibración convencional es compatible; la adición no se ha demostrado
La calibración está excluida por envolventes; hay un certificado para un par común	Un par común es compatible dentro de una clase dada; se comprueban razones separadas y de hardware
Se excluyen todos los pares comunes; modelo separado tiene certificado	Esta versión del modelo de enlace único compartido es rechazada.
Las envolventes permiten pares, pero no se encontraron pruebas	Cálculo o incertidumbre del modelo; sin declaración de excepción
La señal global se almacena en el control de hardware independiente	Hay razones para investigar la sección correspondiente de la ruta de registro

Lecciones del experimento numérico del libro

La primera serie estableció el rendimiento de la reconstrucción de un solo enlace en una red conocida de bajo ruido y su vulnerabilidad al error de referencia. El contraejemplo limitado del capítulo 8 mostró una situación más peligrosa: incluso un buen resto no separa una nueva conexión de una pequeña deriva a medida. La inclusión de la calibración en la clase de explicaciones nos permitió presentar una causa común para estos datos.

A continuación, las dos sondas redujeron el conjunto de pares posibles. Pero el control de estructuras separadas creó un falso consenso que pasó y limitó la adaptación. Se seleccionaron puertos adicionales después de estudiar este caso y luego se fijaron hasta la nueva serie. Ellos hicieron posible excluir todos los pares comunes para un contraejemplo dado. Aquí se completa la cadena de investigación específica, incluyendo el fracaso del criterio intermedio.

Las 96 nuevas realizaciones dadas comprueban el protocolo seleccionado bajo los rangos y el ruido declarados. No estiman la probabilidad de una anomalía natural arbitraria. En particular, el resultado para el par 5-58 y varias alternativas especialmente definidas no se transfiere automáticamente a todo el conjunto de pares. Para escalar el método, se requieren conjuntos de geometría separados, errores físicos adicionales y grabaciones de hardware independientes.

Etapas de la prueba física

Para mantener la claridad, es útil distinguir entre varios niveles de resultado. En primer lugar, se comprueba la consistencia matemática del modelo y la corrección del cálculo de la respuesta. El método se prueba entonces en un sistema artificial con propiedades conocidas. El siguiente nivel es una desviación reproducible en un experimento físico. Después de esto, se establece una causa común específica y solo entonces se discute la interpretación geométrica. Finalmente, los orígenes cuánticos requerirían características que no pueden explicarse por un modelo aleatorio clásico adecuado dentro de los supuestos aceptados. Estos niveles no tienen que tomar la misma cantidad de tiempo, pero saltar entre ellos hace que la conclusión sea más fuerte que los datos disponibles y destruye la posibilidad de pruebas justas.

Nivel	Lo que se ha establecido	Lo que aún no se puede confirmar
Cálculo	El modelo y la respuesta son consistentes con supuestos específicos	Que el modelo es realizado por la naturaleza
Análogo controlado	El método reconoce las propiedades de una red artificial	Que la dimensión del espacio libre ha cambiado
Resto reproducible	El modelo de datos original es insuficiente	La razón es necesariamente geométrica.
Mecanismo físico general	Múltiples observaciones explicadas por una causa comprobada	Que el mecanismo tiene sólo una interpretación
Hipótesis geométrica	Sus predicciones distintivas resisten el escrutinio independiente.	Que la naturaleza cuántica se demuestra automáticamente
Interpretación cuántica	Se han verificado las características que distinguen las explicaciones cuánticas y clásicas dadas.	Que todas las alternativas imaginables están excluidas

La replicación independiente debe cambiar al menos algunas de las rutas de error posibles. La repetición en el mismo dispositivo es útil para la estabilidad, pero conserva sus características sistemáticas. Repetir otro grupo en una copia del diagrama reduce algunos riesgos y deja otros. El experimento con un principio físico diferente de lectura es especialmente convincente si ambas instalaciones comprueban una cantidad cuantitativamente relacionada. Sin embargo, la discrepancia entre los resultados no debe explicarse inmediatamente por una nueva dependencia del efecto en cada diferencia de condiciones. En primer lugar, debe determinar si se están comparando los mismos modos y si los parámetros se transfieren correctamente. La nueva condición es teóricamente válida, pero debe crear una nueva predicción comprobable.

El registro cero también puede ser un buen resultado si se muestra de antemano qué rango de parámetros es capaz de probar el experimento. La publicación debe incluir limitaciones bajo diferentes supuestos de ruido, un cálculo abierto de la respuesta y una descripción de los intervalos de datos excluidos. Si un dispositivo no alcanza el nivel requerido debido a la sistemática identificada, esto debería llamarse una limitación de ingeniería en lugar de un límite de la naturaleza. Dicho informe preserva la posibilidad de mejora: el siguiente grupo entiende qué es exactamente lo

que necesita cambiar. Si se logra la sensibilidad y no hay una señal modelo, la teoría recibe una limitación real. Son estas diferencias las que hacen que el programa de investigación sea acumulativo en lugar de una sucesión de declaraciones dispares.

Transición de un cálculo completado al siguiente experimento

La etapa computacional ahora tiene un resultado limitado completo: se especifican las clases de modelo, se deriva una capa conservadora, se encuentran parámetros compatibles, se construyen casos negativos difíciles y se prueba el modo discriminativo. El siguiente paso significativo es transferir precisamente estas condiciones al taller eléctrico. Necesitamos medir los límites de peso, las capacitancias, la carga de lectura, la ventana de tiempo y la covarianza, y luego determinar qué suposiciones del ejemplo numérico se mantienen en el mundo real.

Después de comprobar el prototipo eléctrico, puede elegir una instalación más compleja para una hipótesis física específica. Dicha transición requiere una señal calculada en la geometría del instrumento seleccionado, una comparación con el fondo medido y una intervención que distinga las explicaciones subyacentes. El éxito del protocolo de red proporciona un método probado para trabajar con clases limitadas, pero no especifica automáticamente la interacción del vacío con relojes, masas o luz. Estas conexiones se derivan en los capítulos de física para modelos condicionales individuales.

El tercer resultado es una prueba independiente de una familia consistente de predicciones. Para geometrías compactas, estos pueden ser rangos asociados y escalas espectrales en un modelo de acoplamiento de materia completamente especificado. Para un potencial aleatorio débil: la estructura espacial y temporal conjunta de relojes y gravímetros. Para la hipótesis interferométrica, la dependencia de la trayectoria de la luz, orientación y frecuencia, calculada antes de la observación. En cualquier etapa, el programa puede refutar su propia idea original. Al mismo tiempo, los métodos probados, las limitaciones y el conocimiento instrumental permanecerán. Es precisamente este diseño de trabajo el que crea una oportunidad para dar un salto cualitativo: una hipótesis inusual tiene la oportunidad de resultar correcta, y el experimento conserva el derecho de mostrar que el espacio está estructurado de manera diferente.

Capítulo 15 Qué se ha establecido y cómo continuar con las pruebas

Resultados que se pueden repetir

El libro comenzó con la cuestión de reconstruir la estructura del espacio sobre la base de las observaciones disponibles. Esta pregunta recibió varias respuestas diferentes en los ejemplos completados. Una medición promedio a veces pierde información discriminativa por completo. Con datos más ricos, la estructura se puede restaurar, pero un error estándar puede cambiar el significado del resultado. La sonda adicional ayuda solo en la medida en que accede a la información perdida.

El primer ejemplo exacto está dado por dos redes de tres nodos del capítulo 2. Sus espectros coinciden, por lo que toda la traza térmica también coincide. La excitación local distingue las redes que ya están en un nodo prenombrado. Este resultado no depende de la optimización numérica: se verifica diagonalizando dos matrices pequeñas y calculando sus exponentes.

Un experimento más grande ha revelado una ambigüedad más práctica. La deriva correlacionada de 144 pesos ordinarios dentro de ±2% simula una conexión adicional débil. Un modelo de enlace único con respecto a un estándar sin cambios selecciona el par 5-58, mejora en χ^2 alrededor 85.69 Restos favorables. Después de incluir la deriva permisible, se encontró una explicación sin conexión adicional con el objeto. $\chi^2/192 \approx 0.6105$. Esto es evidencia de que los datos son compatibles con la calibración; la base para una conclusión positiva sobre la nueva conexión desaparece.

La limitación ±2% tiene un significado independiente aquí. Especifica la clase de modelos de origen que se van a comprobar. Para un instrumento real, dicho intervalo debe basarse en mediciones de calibración. Reducir el intervalo facilita la eliminación, pero es científicamente válido solo cuando la precisión de los componentes es realmente mejor conocida.

Las envolventes matriciales del capítulo 7 producen un tipo diferente de resultado que un ajuste local. Si el contraste de medición va más allá del límite simultáneo, excluye toda la clase de calibración limitada bajo los supuestos estadísticos aceptados. Entrar en la envolvente conserva la posibilidad del modelo, pero no prueba la existencia de un conjunto común de pesos. Por compatibilidad, se presenta adicionalmente un punto aceptable de cálculo directo preciso. El fallo del optimizador local sigue siendo un hecho computacional y no reemplaza el límite de exclusión.

¿Qué añadió la segunda sonda?

El nuevo ejemplo de dos sondas utiliza diferentes operadores subyacentes conocidos y accede a bordes opuestos de la red. Los conjuntos de datos individuales dejan 52 y 48 como pares válidos; las condiciones necesarias conjuntas dejan un par 5-58. Un ajuste limitado del caso general da $g \approx 0.3053\ s^{-1}$ con el valor introducido $0.3\ s^{-1}$ y $\chi^2/384 \approx 0.7669$. Este es el resultado para una clase dada a partir de una única relación no negativa, un registro de nodo conocido y una relación de intensidad de señal definida entre sondas.

Una copia a escala del primer canal proporciona significativamente menos información estructural nueva. En el experimento de control ruidoso, el par 51 permanece. Sin ruido, el canal original y su toma a escala retienen los mismos 44 pares. La repetición independiente es beneficiosa para la precisión, pero cambiar las unidades de tiempo y amplitud no crea información espacial faltante.

El control más difícil se produjo con diferentes pares verdaderos para dos sondas: 5-58 y 6-57. El análisis conjunto de los puertos fuente deja un falso par híbrido 5-57. Incluso un ajuste preciso del modelo general está sujeto a ruido. Por lo tanto, el único par restante en el conjunto de datos final aún no confirma la suposición física de la estructura global.

Después de estudiar este ejemplo de diseño, se selecciona un patrón de puerto adicional y se fija a una nueva serie de ruidos. Incluye nodos 0, 5, 6, 15, 48, 57, 58 y 63 con s = 0.3 s^{-1} para ambas sondas. Este control conserva el caso verdadero de enlace compartido y elimina la clase de enlace único compartido en el ejemplo híbrido. El origen del diseño es significativo: es una prueba de un protocolo diseñado sobre nuevos datos, en lugar de una prueba ciega de un diseño elegido antes de encontrar un ejemplo difícil.

Nueva clase de serie	Número de realizaciones	Resultado después de un control adicional
Deriva limitada sin comunicación adicional	24	El modelo de calibración no se excluye en 24 casos.
Una verdadera conexión común	24	Par verdadero guardado en 24 casos
Diferentes pares verdaderos de dos sondas	24	La clase compartida de un solo enlace se excluye en 24 casos
Canal parasitario electrónico común especificado	24	La clase compartida de un solo enlace se excluye en 24 casos

Estas 96 realizaciones se refieren a cuatro diseños dados y nuevos valores de generador de ruido. No determinan las tasas de error para redes arbitrarias, tipos desconocidos de interferencia u otras incertidumbres de calibración. Su propósito es probar la reproducibilidad de una secuencia particular de decisiones, incluido el rechazo de un acuerdo falso.

De una serie temporal a una estructura

El taller RC completa un recorrido separado desde la señal de medición hasta el modelo. Cuatro nodos y tres casos ocultos generan doce archivos de series temporales. El procesamiento tiene en cuenta el estado inicial, la normalización del voltaje, la carga de entrada, la ventana finita y la covarianza conjunta de las estimaciones de la transformada de Laplace. El análisis funciona con archivos de observación; La clave del generador se utiliza por separado para probar la solución.

Para el contraste seleccionado y el rango de conductancia local ±2%, la envolvente de calibración es aproximadamente 11.1005-11.4398 ms. El caso de referencia y el caso de deriva caen en esta región. La conexión añadida 0-3 da aproximadamente 7.7578 ms y excluye la clase local. Su intensidad fue restaurada como 19.9974 s^{-1} con verdadero 20 s^{-1}. Aquí, la diferencia es

deliberadamente lo suficientemente grande como para que todo el procesamiento pueda verificarse en un circuito simple.

El taller sigue siendo un soporte sintético. Su resultado final es la consistencia de ecuaciones, unidades, archivos y algoritmos. El siguiente experimento de física es descubrir qué tan bien los modelos de carga, ruido y calibración adoptados describen el circuito ensamblado. Si hay una discrepancia, primero debe expandir el modelo de medición y repetir los casos de prueba.

Los modelos físicos tienen consecuencias medibles

La rama compacta relaciona ahora el espectro de modo con la respuesta estática y dinámica de la sonda escalar seleccionada. En el ejemplo estático, se tienen en cuenta las dimensiones finitas de la fuente y el detector, y luego se calcula el armónico de fuerza cuando se modula el espacio. El cálculo dinámico muestra los umbrales de propagación. Le permite verificar qué características realmente siguen de la compacidad y cuáles requieren un resonador adicional o una ley de acoplamiento con el dispositivo.

En el ejemplo de reloj, se muestran todos los bloques del espectro de señal conjunta, incluyendo el canal mixto con el gravímetro. La señal introducida y el ruidoelectrónico uniforme especificado están separados por unaredisposición física de la posición de los sensores de relojmientras se mantienen los canales de lectura. Este control se basa en las propiedades de la interferencia seleccionada. Una causa ambiental espacial con la misma simetría requerirá su propia medición.

El ejemplo de Rindler limita la interpretación geométrica: el gradiente del reloj y las lecturas del instrumento acelerado son posibles con un tensor de curvatura cero. Por lo tanto, el reloj adaptado y la señal de aceleración primero prueban el modelo de observación general. Para inferir la curvatura, se debe tener en cuenta el movimiento del marco de referencia y la información de marea.

La ramificación interferométrica se lleva a una función de respuesta exacta en el sector seleccionado de la onda plana sin trazas transversal y el modo de espejo libre condicional. La aproximación de baja frecuencia se compara con un tiempo finito de vuelo. Las caídas de sensibilidad a ciertas frecuencias muestran por qué el espectro de campo no puede llamarse directamente el espectro de la fase medida. El presupuesto numérico establece los requisitos para el esquema seleccionado; no reemplaza el ruido medido de una instalación instalada real.

En los tres casos, se obtiene más que el nombre del dispositivo: hay una ruta calculada desde los parámetros del modelo hasta la lectura. La comprobación de la admisibilidad física de los parámetros, la calibración independiente y la búsqueda de señales de la naturaleza forman la siguiente tarea experimental.

El alcance del resultado original del libro

La presentación utiliza identidades matriciales bien conocidas, teoría de respuesta lineal, métodos espectrales y modelos físicos indicados en la bibliografía. La reconstrucción de redes conjuntas y las interpretaciones geométricas de correlaciones también tienen bibliografía previa. La combinación de varias sondas en sí misma no establece la prioridad científica.

El contenido específico del programa ejecutado consiste en una formulación consistente de un experimento limitado: la clase de calibración se especifica explícitamente, la ambigüedad se presenta por los datos, las capas de exclusión se separan del ajuste, el falso acuerdo de dos sondas se comprueba por un impacto separado y el procedimiento de medición se lleva a registros de series de tiempo. Estos elementos se pueden reproducir y comparar con otros algoritmos en los mismos datos de entrada.

La publicación como un estudio independiente requerirá una pregunta más enfocada. Por ejemplo, ¿cuánto reduce una opción de puerto particular la ambigüedad de calibración del peor de los casos para un número fijo de mediciones? ¿O qué contrastes adicionales se garantizan para separar dos clases de conectividad predefinidas? Estas preguntas se pueden responder con un teorema, un contraejemplo o una comparación numérica reproducible. Su formulación especifica el sujeto de la novedad que se está probando.

El siguiente experimento físico

El primer paso práctico es ensamblar una pequeña red RC y reproducir el procedimiento en el Apéndice E. Antes de revelar los cambios de control, se deben medir las capacitancias, conductancias, carga y ruido originales, luego se debe registrar el modelo de error y la regla de decisión. Después de esto, se comprueban la referencia, la deriva permisible y la comunicación adicional. La precisión calculada debe compararse con la dispersión real de entradas duplicadas.

La transición a una red más grande se justifica después de verificar toda la cadena en una pequeña. El número de puertos, su ubicación y los modos de conducción se seleccionan en función de su capacidad para distinguir entre los modelos de la competencia. La reducción de ruido es útil siempre que se mida la diferencia deseada; si dos clases proporcionan los mismos datos disponibles, el experimento en sí necesita ser cambiado.

Para las ramas compacta, reloj e interferométrica, el siguiente paso se determina por el presupuesto correspondiente. Es necesario medir las funciones de transferencia e interferencia que se especificaron en el cálculo. Entonces es útil introducir una señal de referencia conocida y probar la recuperación de su amplitud, patrón espacial y dependencia del tiempo. El éxito de dicha entrada verifica la ruta de adquisición y el análisis, manteniendo separado el origen de una posible señal natural.

Preguntas abiertas en la física del espacio

Más allá de los ejemplos completados, queda una topología de referencia desconocida, nodos ocultos ilimitados, varios enlaces débiles, leyes desconocidas de conexión entre sondas y un objeto común, y calibración incompleta. En estas condiciones, será necesario redefinir la clase de alternativas. Las fórmulas dadas ayudan a establecer el problema, pero no proporcionan una solución automática para ningún dispositivo.

Aún más profunda es la transición del operador efectivo a la geometría fundamental. Requiere dinámica, coordinación de diferentes campos, causalidad y consecuencias observables que puedan soportar la comparación con mecanismos físicos ya conocidos. Una conexión detectada en un

análogo eléctrico establece una propiedad del análogo. Una declaración sobre la estructura del espacio requiere un experimento físico correspondiente.

El avance comienza cuando la pregunta se vuelve lo suficientemente precisa como para ser probada contra los datos. Un circuito de medición pierde la distinción entre las dos redes; el otro la devuelve. Un modelo erróneamente atribuye deriva a una nueva conexión; monitoreo avanzado detecta este error. Esta transición de la asunción al experimento discriminante constituye la base de trabajo para una mayor exploración del espacio.

Apéndice A Convenciones matemáticas

Símbolos y unidades

La misma designación a veces tiene diferentes significados en diferentes áreas de la física. En este libro, el operador de red se denota por la letra L, y la longitud física del brazo del interferómetro se denota por el símbolo L o por una longitud explícitamente nombrada. El parámetro s se refiere a la transformada de Laplace; frecuencia f se mide en hercios, frecuencia angular ω es igual a 2πf. El parámetro de difusión σ en un núcleo térmico continuo puede tener la dimensión del cuadrado de la longitud, mientras que el tiempo t en el análogo eléctrico se mide en segundos. Es imposible identificarlos sin un coeficiente de normalización.

Designación	Significado	Unidades en el modelo utilizado
L	Laplaciano de una red de difusión normalizada	s^{-1}
g	Tasa de acoplamiento	s^{-1}
G(s)	Matriz de respuesta normalizada	s
s	Parámetro de transformación Laplace	s^{-1}
K	Matriz de conductancia eléctrica	siemens
C	Capacitancia de nodo o matriz de capacitancia en un modelo eléctrico	farad
R	Radio de dirección compacto	m
q_n	Escala de modo espacial inversa	m^{-1}
q	Fluctuación potencial $\delta\Phi/c^2$ en el modelo de reloj	1
A	Amplitud de campo RMS q en el modelo de reloj	1
ℓ y τc	Duración y tiempo de correlación del patrón de reloj	m y s
S(f)	Densidad espectral de potencia	unidades de señal por Hz
$\tau = b^T G_0 b$	Cambio de acoplamiento escalar en el capítulo 7; depende de la pareja y s	s
C en la prueba estadística	Matriz de covarianza de errores de medición	cuadrado de unidades de señal medidas
$A_0 = L_0 + sI$	Matriz de ecuaciones de red en el capítulo 7	s^{-1}

Designación	Significado	Unidades en el modelo utilizado
σ ruido de registro	Desviación estándar de los errores de respuesta de la matriz	s
δ_e y ε	Cambio relativo en el peso y el límite de su módulo	1
η_a	Factor conocido de la conexión entre el parámetro general g y la sonda a	1
$a^T G(s) a$	Medición del contraste a	s
α Familia Estadística	Probabilidad aceptable de ir más allá de al menos un límite conjunto para un modelo de ruido dado	1
α de la contribución Yukawa y β de la torre de moda	Las amplitudes relativas de las interacciones se determinan por separado de las estadísticas. α	1
$K(t) = \exp(-Lt)$	Respuesta de impulso de una red normalizada; diferente de la matriz eléctrica K	1
HVI(s)	Transferencia de corriente a voltaje	ohm
Hφ(f)	Transferencia de la amplitud del campo seleccionado a la fase	rad por unidad de campo

El escalar del grafo $\tau = b^T G_0 b$ tiene unidades de tiempo. Reloj $q = \delta\Phi/c^2$ es adimensional. Los diferentes valores de la letra K también se indican localmente: la matriz eléctrica de conductancias se mide en siemens, y la respuesta de impulso K(t) de la red normalizada es adimensional. Al moverse entre capítulos, determinar la magnitud es más importante que hacer coincidir la letra.

Una matriz cuadrada actúa sobre un vector de cantidades medidas. Para una red de voltaje, dicho vector contiene los voltajes de todos los nodos. La matriz de respuesta relaciona el vector de excitaciones con el vector de respuestas para un valor fijo del parámetro s. Su elemento diagonal describe la respuesta en el mismo nodo donde se aplica el impacto; fuera de la diagonal: la respuesta está en otro nodo. La transposición se indica mediante el superíndice T, y el conjugado hermitiano de una matriz compleja se indica mediante un asterisco, junto con la transposición o signo † según el contexto. En los modelos de redes simétricas reales, estas diferencias se simplifican.

La norma de Frobenius de una matriz es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los módulos de sus elementos. El error relativo se refiere a una entidad especificada explícitamente: intensidad de acoplamiento, cambio de respuesta o respuesta general. En el experimento principal de 64 nodos, se analiza el cambio en ΔG en relación con el patrón. En el taller de RC, la precisión de la G completa se muestra por separado, y la decisión de conexión se toma mediante contraste discriminativo y comparación de modelos. Un pequeño error en la respuesta completa puede enmascarar un gran error relativo en el componente aditivo débil.

$$\| M \|_F = \left(\sum_{i,j} |M_{ij}|^2 \right)^{1/2}, \qquad \varepsilon_M = \frac{\| M_{\text{pred}} - M_{\text{true}} \|_F}{\| M_{\text{true}} \|_F} \qquad \text{(A.1)}$$

Sobre probabilidades y espectros

Un laplaciano positivo de una red con ponderaciones no negativas de enlaces vecinos genera una difusión que preserva la probabilidad. Para una red conectada finita, la traza de calor normalizada tiende a la unidad en tiempo cero y al número inverso de nodos en tiempos grandes. Esto significa que la dimensión espectral calculada a partir de la derivada logarítmica tiende a cero en ambos extremos del rango. Debería buscarse una posible meseta de dimensiones entre estos modos, comprobando si sigue siendo la misma a medida que aumenta la red y cambia la resolución.

La propagación unitaria cuántica y la difusión ordinaria utilizan diferentes operadores de evolución. La probabilidad de supervivencia de un estado cuántico no puede ser sustituida sin inferencia para la traza de calor. Del mismo modo, la densidad espectral de potencia y su raíz cuadrada tienen diferentes unidades. Para la deformación adimensional, el primero se mide en Hz^{-1}, El segundo en $\text{Hz}^{-1/2}$. La comparación de las sensibilidades del instrumento también requiere las mismas convenciones con respecto al espectro unilateral o bilateral, el tiempo de adquisición y el ancho de banda de frecuencia.

$$P(t) = \frac{1}{N} \operatorname{Tr} e^{-tL}, \qquad P(0) = 1, \qquad \lim_{t \to \infty} P(t) = \frac{1}{N} \qquad \text{(A.2)}$$

Orden de matriz y región de compatibilidad

La notación $A \preccurlyeq B$ significa que $v^T(B - A)v \geq 0$ para cada vector real v. Este es el orden Lwnwner en matrices simétricas. Para matrices definidas positivas, la inversión invierte el orden. En el experimento de red, s positivo asegura la invertibilidad incluso cuando el Laplaciano tiene un modo cero.

$$0 \prec A \preccurlyeq B \quad \Rightarrow \quad B^{-1} \preccurlyeq A^{-1} \qquad \text{(A.3)}$$

El conjunto de contrastes individualmente aceptables define la región externa de los posibles datos. No todos los puntos de esta región son generados por un vector de conductancia compartido. Por lo tanto, el candidato restante recibe el estado de no ser excluido por la envolvente. El conjunto específico de parámetros factibles calculado a través del modelo directo exacto proporciona evidencia numérica adicional de compatibilidad.

Los χ^2/Los valores de N en las tablas significan la suma de los cuadrados normalizados de los residuos por número de registros. Aquí N no se sustituye por el número de grados de libertad después de seleccionar los parámetros y elegir la estructura. Estos valores son convenientes para comparar la escala del resto, pero en sí mismos no constituyen una probabilidad fácil de descubrimiento.

Apéndice B Repetición de experimentos computacionales

Contenido del kit

Los datos y programas iniciales para experimentos computacionales se dan en el kit adjunto. Los programas usan rutas relativas, por lo que la estructura de directorios debe ser preservada. Los gráficos numéricos se reproducen utilizando las mismas fórmulas y datos; las ilustraciones de los aparatos se marcan como conceptuales.

Programa	Lo que se reproduce	Resultado principal
revision2/code/foundations.py	Tres nodos, un par isoespectral y una esfera	results/foundations.json
revision2/code/math_revision.py	Calibración limitada, dos sondas, controles difíciles y 96 nuevas realizaciones	results/math_revision.json
revision2/code/physics_revision.py	Respuesta compacta, espectro de reloj mixto e interferómetro	results/physics_revision.json
revision2/code/rc_practicum.py	Generación y procesamiento de registros de series temporales de un pequeño soporte RC	datos/rc y results/rc_analysis.json

Los nombres de los resultados en la tercera columna se cuentan desde el directorio revision2. Los programas crean datos a partir de modelos matemáticos; Tener un archivo CSV no convierte una entrada sintética en una entrada de laboratorio. Los comandos de inicio y los requisitos para el entorno de software se dan en las instrucciones adjuntas para los cálculos.

Los programas repiten experimentos computacionales y guardan los resultados en los archivos apropiados. Un programa separado book/study_v02.py reproduce una serie de 460 realizaciones; toma más tiempo para comenzar.

Precisión de repetición y verificación de búsqueda

Los estados iniciales de los generadores, los parámetros de ruido y el orden de adquisición de datos se registran en programas. En un entorno diferente, los últimos dígitos del álgebra lineal y la optimización pueden diferir. Por lo tanto, la comprobación debe comparar el par seleccionado, las unidades físicas, los límites de restricción y la precisión numérica especificada, al tiempo que conserva el resultado original para la comparación.

Una comprobación de búsqueda separada reproduce los tres conjuntos de datos originales basándose en las semillas almacenadas y el orden de generación. Todos los pares de 2016 se prueban con una minimización escalar limitada en [0; 3] y ambos extremos del intervalo. Los pares seleccionados coinciden con la búsqueda rápida; la diferencia en las estimaciones de fuerza de acoplamiento es menor que 10^{-7} s^{-1}. Dos registros coincidieron con las diferencias numéricas

anteriores hasta las cifras dadas; en el primero, las últimas cifras cambiaron. Ambos resultados se guardan con indicación de las condiciones para el cálculo numérico.

La verificación se refiere a los datos nombrados. No demuestra la optimalidad global de la búsqueda de cualquier posible implementación de ruido. Las nuevas inferencias excluyentes usan límites de matriz, y el ajuste local proporciona por separado ejemplos numéricos factibles.

Reanálisis de archivos de series temporales

El modo de generación crea registros y una clave de verdad separada. El modo de análisis procesa los archivos existentes y la información de calibración compartida sin leer esa clave. El modo completo regenera los archivos CSV sintéticos, realiza el análisis, luego revela las etiquetas y crea las figuras. Para sus propios registros, utilice analizar con un directorio de datos especificado por separado; todo está destinado a reproducir la demostración. El formato y la covarianza instrumental de sus propios registros deben especificarse de acuerdo con el Apéndice E.

En un experimento físico, una sola semilla no garantiza la reproducibilidad. Se requerirán diagramas de cableado, versiones de firmware, modos de unidad, calibraciones iniciales, marcas de tiempo y registros sin modificar. El Apéndice E describe un conjunto suficiente para el primer soporte pequeño. Los archivos del kit sintético sirven como una muestra de procesamiento y formato.

Apéndice C Un mapa de afirmaciones comprobables

Resultados y condiciones para su aplicación

La tabla vincula los principales resultados con su estado y los datos que podrían cambiar la conclusión. Está destinado a ser leído repetidamente. Prerrequisitos detallados, estándares y esquemas experimentales se encuentran en los capítulos correspondientes.

Enunciado	Estado y antecedentes	Verificación o restricción
El índice espectral no determina de manera única la estructura	Ejemplo exacto de tres nodos del capítulo 2	Espectros idénticos y diferentes K_{11} Se calculan directamente
La deriva es capaz de simular una nueva conexión débil	Ejemplo construido en ±2% y dado el ruido	Todos los pesos y ajuste Hcal aceptable presentados
La clase de calibración puede eliminarse sin ajuste global	Conchas de matriz e intervalos simultáneos para límites y distribuciones de errores dados	Cambiar el intervalo de calibración o la covarianza requiere un nuevo cálculo
La segunda sonda es capaz de reducir muchos pares	Dos operadores bien conocidos, registro de nodos y acoplamiento de amplitud dada	La toma de escala y los diferentes pares verdaderos se comprueban por separado
Falso acuerdo es detectado por control adicional	Esquema fijado después del desarrollo; cuatro clases condicionales de acuerdo con 24 implementación	Otros pares e interferencia requieren nuevas pruebas, frecuencia universal no clasificada
La respuesta de la red RC se extrae de los archivos de series temporales	Soporte sintético con una carga y covarianza dadas	El ensamblaje físico debe verificar el patrón de lectura y deriva
El modelo compacto predice una escalera de contribuciones estáticas y dinámicas	Operador escalar seleccionado y relación con las fuentes	Los límites convencionales de proxy y experimentales se comparan en los mismos parámetros.
La señal de reloj mixta tiene una geometría calculada	Núcleo espacial especificado, banda y filtros	La coincidencia con la interferencia ambiental y de campo puede requerir un canal adicional.
El gradiente de reloj no define la curvatura	El ejemplo exacto de Rindler	El tensor de curvatura es cero para un gradiente de reloj distinto de cero.
El interferómetro tiene caídas de frecuencia	Onda de plano TT seleccionada y modo de espejo libre	Diferentes ópticas o mecánicas requieren una función de transferencia diferente

La interpretación geométrica de una señal requiere un modelo físico específico y la prueba de las alternativas disponibles.

Apéndice D Diccionario de conceptos básicos

Relectura de conceptos

Geometría interna. Descripción de las distancias, ángulos y curvatura por medio del espacio en estudio. No requiere la asunción de un espacio externo dentro del cual una geometría dada supuestamente se localiza.

Geodésico. Una línea de geometría seleccionada localmente definida por una métrica y la ecuación de movimiento correspondiente. En una esfera, las geodésicas son los arcos de grandes círculos; una geodésica no tiene que ser el camino global más corto entre dos de sus puntos.

Curvatura. Características de la desviación geométrica de una estructura localmente plana en regiones finitas. Se puede estudiar a través de la transferencia de direcciones, el comportamiento de las geodésicas y la medición de distancias, sin considerar la flexión de la superficie desde el exterior.

Topología. Propiedades de conectividad y estructura global del espacio que se conservan bajo deformaciones continuas de un tipo adecuado. La topología difiere de distancias y ángulos específicos.

Dirección compacta. Dirección espacial descrita por una variedad compacta. En el modelo más simple en consideración, se cierra en un círculo de radio finito. El pequeño radio puede hacer que sus modos adicionales sean inaccesibles para la observación de baja energía.

Dimensión sintética. Un conjunto organizado de estados internos o parámetros controlados en los que las interacciones reproducen la estructura matemática de una dirección adicional. Su implementación en el dispositivo no aumenta en sí mismo el número de coordenadas del espacio circundante.

Dimensión espectral. Un indicador de escala para una traza de calor u otro objeto espectral estrictamente definido. Su valor depende de la geometría, el operador de propagación y el rango de escala seleccionado.

Laplaciano de la red. Una matriz compuesta por las intensidades de las conexiones entre nodos. Para una red simétrica con pesos positivos, describe el intercambio difusivo, tiene un espectro no negativo y mantiene un modo homogéneo.

Resolvente. Matriz inversa u operador de la forma $(L+sI)^{-1}$. Relaciona la estructura del operador dinámico con la respuesta transformada medida.

Rank. El número de direcciones linealmente independientes en la imagen matricial. En el modelo bajo consideración, un número limitado de adiciones independientes establece el límite superior en el rango del cambio de respuesta. La conclusión inversa es generalmente incorrecta: el pequeño rango observado no establece el número de perturbaciones ocultas y no es igual al número de mediciones espaciales.

Reducción de Kron. Exclusión de nodos internos de una red lineal utilizando el complemento Schur. En el exterior, la red reducida puede tener conexiones que no corresponden a las conexiones inmediatas del sistema original.

isoespectralidad. Coincidencia de los espectros de dos operadores u objetos geométricos. Las diferentes formas pueden ser isoespectrales, por lo que el conjunto de resonancias no siempre define de manera única la geometría.

Identifiabilidad. La capacidad de determinar de forma única una propiedad o parámetro dentro de una clase especificada de modelos utilizando datos disponibles. Depende de la configuración de la medición y los requisitos previos, y no solo de la precisión del algoritmo numérico.

Calibración. Determinación de la relación entre las cantidades registradas y el impacto físico, incluidas las incertidumbres de esta relación. Un error de calibración desconocido puede simular un cambio en el sistema bajo prueba.

Modelo nulo. Descripción contra la que se comprueba la necesidad de un efecto adicional. Debe incluir señales y ruidos conocidos relevantes, no solo la ausencia idealizada de cualquier movimiento.

Densidad espectral. La distribución de potencia o covarianza de una señal sobre la frecuencia bajo una convención de conversión seleccionada. No se puede comparar con la amplitud sin tener en cuenta las unidades y la banda de frecuencia.

Retraso en la respuesta. El cambio en el valor observado después de un impacto aplicado, teniendo en cuenta el orden causal. Se diferencia de la correlación de dos cantidades en el estado preparado.

Pasividad. La propiedad de un sistema que no emite más energía de la que recibió o tenía en reserva, dadas las entradas y salidas especificadas. En un dispositivo analógico, ayuda a eliminar la autoexcitación como fuente de una señal falsa.

Falsabilidad. La presencia de resultados de observación que son inconsistentes con la declaración bajo condiciones predeterminadas. La capacidad de explicar cualquier resultado mediante la adición de parámetros libres debilita la capacidad de prueba.

Alcance de aplicabilidad. El conjunto de escalas, estados y regímenes en los que se justifica la descripción utilizada. Un modelo exitoso dentro de este dominio no obtiene automáticamente el derecho a describir toda la naturaleza.

Medición del contraste. Una combinación predefinida de lecturas seleccionadas para probar una diferencia de modelo particular. En un experimento matricial, $a^{T}Ga$ corresponde a excitación y lectura a lo largo de un perfil espacial normalizado.

Orden de Löwner. Una comparación de matrices simétricas a través de los signos de todas sus formas cuadráticas. Permite límites en toda una clase de operadores y sus inversos sin enumerar cada peso admisible.

Área de compatibilidad externa. Un conjunto de condiciones necesarias que contienen todos los datos de una clase dada con errores aceptados. Entrar en esta área no garantiza la existencia de un modelo que reproduzca simultáneamente todas sus coordenadas.

Evidencia numérica de compatibilidad. Parámetros específicos dentro de límites aceptables, para los cuales un cálculo directo preciso es consistente con los datos de acuerdo con la regla establecida. La ausencia de tal resultado del optimizador local no es evidencia de la ausencia de una solución.

Coherencia. Una cantidad normalizada construida a partir del espectro mixto de dos señales y sus autoespectros. Caracteriza la consistencia en la banda de frecuencia seleccionada. Un valor alto no identifica una causa física y no es un sustituto para estimar la amplitud de la señal.

Covarianza conjunta. Matriz de error de varias estimaciones teniendo en cuenta su dependencia mutua. Esto es especialmente significativo cuando se calculan diferentes transformaciones a partir del mismo registro de tiempo.

Medición reservada para la evaluación. Datos que no se utilizaron para determinar los parámetros que se estaban probando. Su importancia depende de la sensibilidad a la diferencia entre las predicciones de la competencia, no sólo de la independencia del ruido.

Control a ciegas. Organización del experimento en el que el cambio que se está probando se oculta del procedimiento de toma de decisiones hasta que se registra el resultado. La separación sintética del generador y el análisis prueban la lógica de procesamiento; el cegamiento del hardware también requiere la asignación independiente de cambios.

Apéndice E Trabajo práctico: desde los voltajes hasta la reconstrucción del enlace

Archivos de tareas y mediciones

La tarea del taller es comprobar, utilizando registros de tiempo de un circuito eléctrico de cuatro nodos, si las conexiones ordinarias con deriva aceptable son suficientes. Tres conjuntos de voltajes se dan con etiquetas de letras. El análisis utiliza las mismas reglas pre-escritas. Una vez completado, un archivo separado revela la configuración que generó cada entrada. Esta es una separación por software de datos y marcado; todas las señales se generaron; la configuración física no se usó en este experimento.

Las conductancias de los bordes ordinarios 0-1, 1-2 y 2-3 se expresan como w_e/R_0, donde R_0=100 kOhm y $0.98 \le w_e \le 1.02$. Capacidades iguales C_0=100 nF dar la intensidad nominal $\kappa = 1/(R_0 C_0) = 100$ s^{-1}. Una conexión adicional se entiende como uno de los bordes 0-2, 0-3 o 1-3. Su intensidad se permite dentro del rango de 0 a 60 s^{-1}. En la configuración de control, la conexión 0-3 con intensidad 20 s^{-1} fue introducido.

Archivo o directorio	Índice
revision2/data/rc/calibration.json	Nominales, matriz de voltaje inicial, carga, paso, ventana, ruido y regla de solución
sample_A_source_0.csv y similares	Tiempo y cuatro voltajes para una preparación inicial
revision2/data/rc/truth_key.json	Verdaderos parámetros y semillas; el análisis no lee este archivo
revision2/results/rc_analysis.json	Estimaciones G, covarianza total, ajustes y solución sin etiquetar
revision2/results/rc_validation.json	Comparación con la respuesta verdadera después de la expansión de marcado

En total, se presentan 12 CSV: tres conjuntos de cuatro preparaciones. El encabezado de cada archivo es el mismo: time_s,v0_V,v1_V,v2_V,v3_V. Contiene 5001 línea de lecturas de 0 a 0.25 s con el paso 0.00005 s. El número de origen significa el estado preparado, el número v significa el nodo observado. Esta separación evita la confusión entre fila y columna de la matriz de respuesta.

La matriz W en la calibración se mide en voltios. Su columna j es igual al vector inicial real para la preparación j. Los elementos diagonales están cerca de 1 V; elementos vecinos son iguales a 0.0015 V. El resto es igual a cero. Una pequeña cantidad de mezcla se incluye intencionalmente en la tarea para que el procesamiento no dependa de la suposición de una excitación de unidad ideal.

Preparación y esquema físico

Para la implementación de hardware, se usan cuatro condensadores con respecto al cable común y tres resistencias reemplazables, como en la figura 54. Cada nodo tiene un canal de voltaje separado.

Es deseable el recuento simultáneo; si se usa un multiplexor, sus retardos se incluyen en la rejilla de tiempo de cada canal y se tienen en cuenta antes de la integración. Las resistencias de entrada y las capacitancias parásitas se miden junto con los cables conectados.

Antes de la grabación, las fuentes de baja impedancia mantienen los voltajes especificados de los cuatro nodos. Todas las fuentes se desconectan por un evento desencadenante común, y los medidores de alta impedancia continúan monitoreando. Las tensiones iniciales deben determinarse recalibrando en el mismo modo de conmutación. No se requiere el estado ideal ej: son suficientes cuatro columnas de W claramente distinguibles. Lo importante es la reproducibilidad de estas columnas y una estimación independiente de su error.

La conexión directa de un solo nodo a la fuente sin dejar la red libre no crea el estado inicial requerido: la tensión tiene tiempo para transferirse a sus vecinos. Por lo tanto, se elige o bien la retención síncrona de todos los nodos o la medición del vector completo resultante real. La apertura de los conmutadores debe ser más rápida que la dinámica de red significativa, y la sobretensión transitoria se registra o incluye en W. Si la grabación se inicia más tarde, se determinan consistentemente un nuevo origen y la correspondiente W.

La recuperación entre experimentos se realiza restableciendo activamente todos los nodos a un cable común. La espera pasiva no es suficiente aquí: una red ideal sin conexión a tierra retiene la carga total, y la carga 1 GOhm da un tiempo de fuga de aproximadamente 100 s. Antes de la siguiente preparación, se comprueban los voltajes residuales. Después de cada serie, vuelven a la configuración original para separar los cambios de conexión de la deriva lenta.

La secuencia de conmutación y la continuidad de la monitorización de alta resistencia se muestran en la Figura 59.

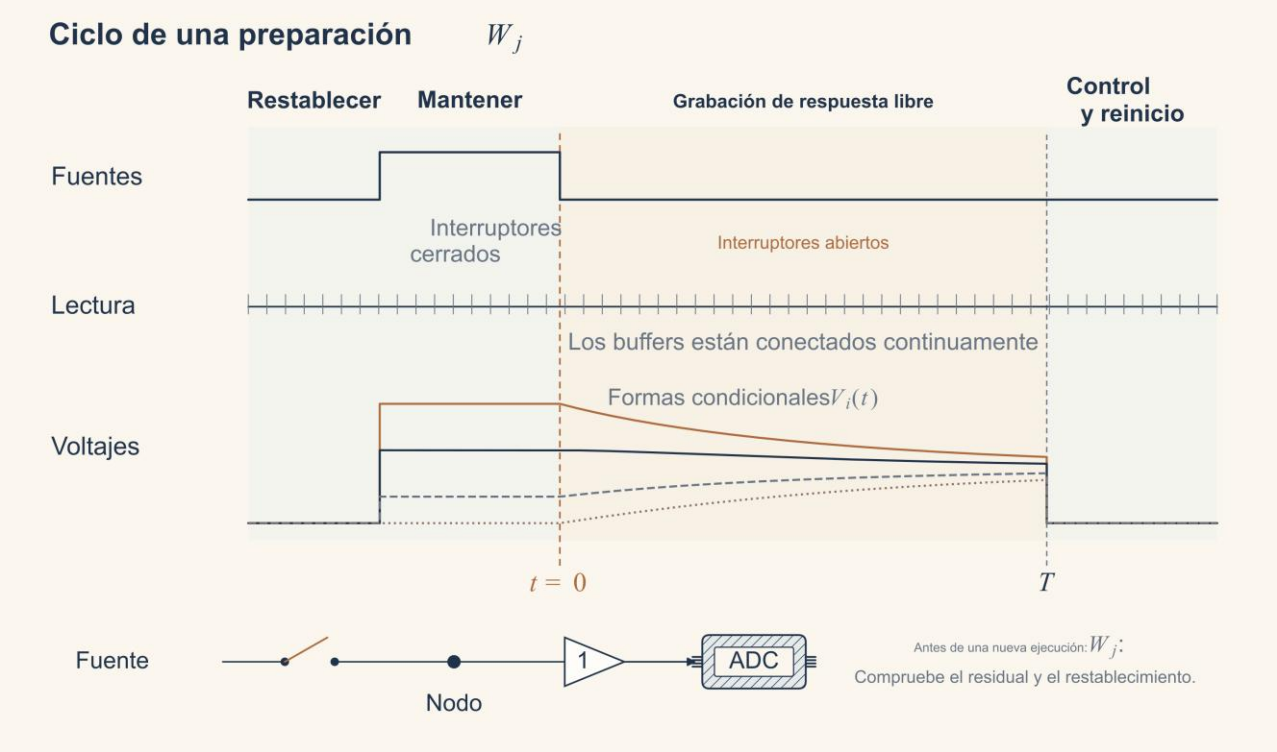


Figura 59. El ciclo incluye un reinicio activo, mantenimiento simultáneo de cuatro voltajes iniciales, desconexión general de las fuentes en el momento de la operación. t = 0 y grabación de dinámicas libres. Los buffers y los ADC permanecen conectados. A continuación, se comprueban los voltajes residuales y todos los componentes se restablecen antes de la siguiente preparación. Las formas V_i(t) son condicionales: se calculan para un vector de inicio ilustrativo del circuito nominal y no sustituyen a las CSV adjuntas. La duración de la preparación y el reinicio no se especifica numéricamente. La espera natural no reemplaza la eliminación activa de la carga total.

Parámetro	**En este cálculo**	**Lo que se requiere durante la transferencia física**
R_0 y C_0	100 kOhm y 100 nF	Los valores medidos y sus incertidumbres
Carga de entrada	1 GOhm en cada nodo	Prueba de resistencia, sesgo y capacitancia de entrada
Matriz de preparación W	Especificado exactamente, cond(W)=1.0049	Reevaluación después del cambio
Paso y ventana	50 µs y 0.25 s	Calibración de línea de tiempo y retardo
Error de conteo aleatorio	0.2 mV, Ruido gaussiano independiente	Mediciones de covarianza de espectro e intercanal

Si las capacidades reales difieren marcadamente, el operador $C^{-1}K$ y su forma simétrica de (13.3) debe ser utilizado. Cambiar el número C_0 En el programa por sí solo no es suficiente. Para este taller, la igualdad de capacitancias es un requisito previo verificable: el archivo de cálculo lo

especifica exactamente, y el protocolo de hardware debe confirmarlo con el error requerido o expandir el modelo.

De una matriz de voltaje a una respuesta normalizada

Denominemos por Y(t) la matriz de voltajes registrados: sus columnas corresponden a cuatro preparaciones. Con una carga idéntica conocida γ y sin un error aleatorio, $Y(t)=\exp[-(L+\gamma I)t]W$. Multiplicar a la derecha por W^{-1} elimina la mezcla de preparaciones; el multiplicador $\exp(\gamma t)$ devuelve la dinámica de red descargada. En el ejemplo numérico, $\gamma=1/(RinC)_0)=0.01\ s^{-1}$.

$$\widehat{\mathbf{E}}(t) = e^{\gamma t}\mathbf{Y}(t)\mathbf{W}^{-1}, \qquad \mathbb{E}\widehat{\mathbf{E}}(t) = e^{-t\mathbf{L}} \qquad \text{(E.1)}$$

La respuesta normalizada E es adimensional. Su integral con el peso $\exp(-st)$ tiene unidades de tiempo. El parámetro s aquí es real y positivo; especifica la amortiguación del peso integral y no es la frecuencia de excitación sinusoidal en hercios. Para la medición de corriente en condiciones iniciales cero, la misma relación tiene la forma:

$$\mathbf{H}_{VI}(s) = (s\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1}, \qquad \mathbf{G}(s) = C_0\mathbf{H}_{VI}(s), \qquad [H_{VI}] = \Omega,\ [G] = \mathrm{s} \qquad \text{(E.2)}$$

En esta fórmula, K se refiere a la red descargada seleccionada. Si la respuesta actual se mide con la misma carga de entrada γ, Entonces $HVI,meas(s)=G(s+\gamma)/C_0$. Para restaurar la G original, se requiere un cambio del argumento: $G(s)=C_0HVI,meas(s-\gamma)$, por $s>\gamma$ utilizado aquí. En el método de estado inicial, el mismo cambio es implementado por el $\exp[-(s-\gamma)t]$.

Si el operador de la red de enseñanza utiliza una intensidad unitaria para una arista ordinario, mientras que el aparato físico tiene una intensidad κ, Entonces $Lphys=\kappa Lunit$. La cantidad s y toda la matriz de respuesta deben escalarse consistentemente. Por ejemplo, sunita=0.2 corresponde a 20 s^{-1} cuando $\kappa=100\ s^{-1}$; la G física es cien veces menor que el valor calculado en las unidades de tiempo de la red original.

$$\mathbf{L}_{\mathrm{phys}} = \kappa\mathbf{L}_{\mathrm{unit}}, \qquad s_{\mathrm{phys}} = \kappa s_{\mathrm{unit}}, \qquad \mathbf{G}_{\mathrm{phys}}(\kappa s) = \kappa^{-1}\mathbf{G}_{\mathrm{unit}}(s) \qquad \text{(E.3)}$$

La normalización a la referencia también requiere disciplina. Aquí, G se estima a partir de las tensiones absolutas, y la matriz nominal G_0 se calcula a partir del modelo de calibración. Por lo tanto, $\Delta G=G-G_0$ tiene la misma covarianza de error aleatorio que G. Si G_0 se obtiene mediante un registro ruidoso separado, se agrega su covarianza; Con parámetros de calibración comunes, aparecen términos cruzados. La incertidumbre del estándar no se puede eliminar con una simple resta.

La secuencia de procesamiento completa y la rama de descripción de la clave de control separada de ella se muestran en la Figura 60.

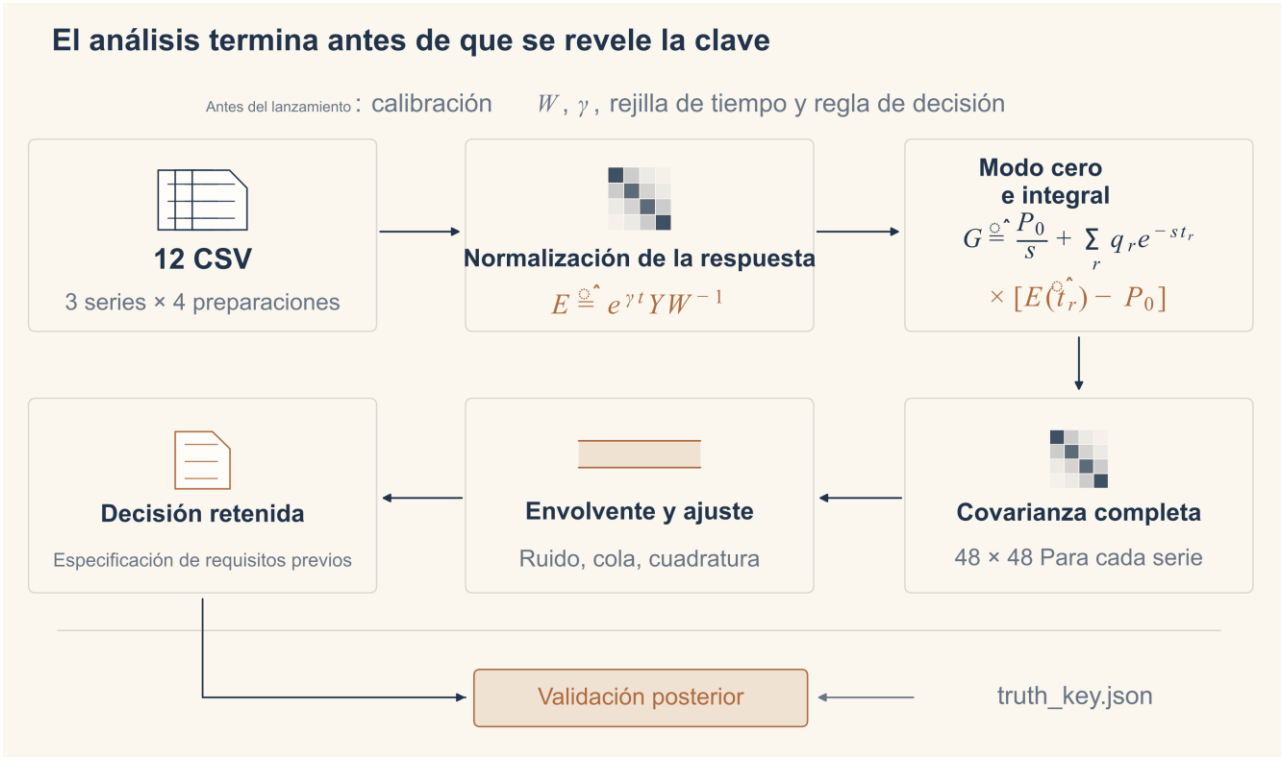


Figura 60. La regla de calibración y decisión se especifican antes de analizar los doce CSV. La respuesta normalizada se restablece de las tensiones, el modo cero conocido se resta antes de la integración numérica, y se devuelve analíticamente como P_0/s. La covarianza total relaciona los elementos de la matriz y tres valores s de las mismas entradas. Luego se comprueba la envolvente de calibración, se tienen en cuenta la cola y la cuadratura, se realizan ajustes de diagnóstico y se guarda la solución. Los truth_key.json El archivo solo se utiliza para la validación posterior; no hay manera de volver al análisis.

Por qué una ventana finita es suficiente

La integral a T finita es diferente del resolvente. Para un operador lineal bien conocido, el offset tiene la forma exacta:

$$\mathbf{G}_T(s) = \int_0^T e^{-st}\, e^{-t\mathbf{L}}\, dt = \mathbf{G}(s)\left[\mathbf{I} - e^{-(s\mathbf{I}+\mathbf{L})T}\right] \qquad \text{(E.4)}$$

Un gráfico conectado sin conexión a tierra tiene un modo cero conocido: la misma tensión en todos los nodos. Su proyector $P_0=11^T/4$ no decae. Por lo tanto, la tensión total no debe cortarse simplemente al final de una ventana corta. En este experimento, el componente común se resta antes de la integración y se agrega analíticamente como P_0/s. Solo quedan por integrar los modos no homogéneos amortiguados.

$$\widehat{\mathbf{G}}(s) = \frac{\mathbf{P}_0}{s} + \sum_{r=0}^{M} q_r\, e^{-st_r}\left[\widehat{\mathbf{E}}(t_r) - \mathbf{P}_0\right] \qquad \text{(E.5)}$$

Los pesos q_r son los pesos de la fórmula compuesta de Simpson: h/3 en los extremos, 4h/3 en los nodos internos impares y 2h/3 en los pares. El número de intervalos es 5000. El primer valor propio

distinto de cero del circuito nominal es igual a 58.5786 s⁻¹, El más grande es 341.4214 s⁻¹. Si los pesos habituales están limitados desde abajo por el número 0.98, se garantiza que la amortiguación de los modos no uniformes no sea más lenta que 57.4071 s⁻¹.

Para el contraste elegido con la norma unitaria y los componentes de suma cero, la cola absoluta bajo la hipótesis de las conexiones ordinarias está limitada por exp.−(s+0.98λ₂)T]/(s+0.98λ₂). Cuando s=20 s⁻¹ no excede 5.10 × 10⁻¹¹ s. El límite de error conservador de la fórmula de Simpson es 1.60 × 10⁻¹⁰ s. Ambos valores son mucho más pequeños que el error de contraste aleatorio estándar. 2.36 × 10⁻⁷ s.

$$\varepsilon_{\mathrm{tail}} \le \frac{e^{-(s+0.98\lambda_2)T}}{s+0.98\lambda_2}, \qquad \varepsilon_{\mathrm{quad}} \le \frac{Th^4}{180}(s+1.02\lambda_{\max})^4 \qquad \text{(E.6)}$$

El límite de cuadratura se refiere a la hipótesis nula con conductancias ordinarias limitadas: su integral escalar es una mezcla positiva de exponenciales amortiguados. Los errores de cola y cuadratura se añaden a la tolerancia al probar esta hipótesis. Para una conexión específica introducida, el programa compara adicionalmente el procesamiento del registro limpio con la matriz inversa exacta. La tasa de error determinista es 6.9 × 10⁻¹² s.

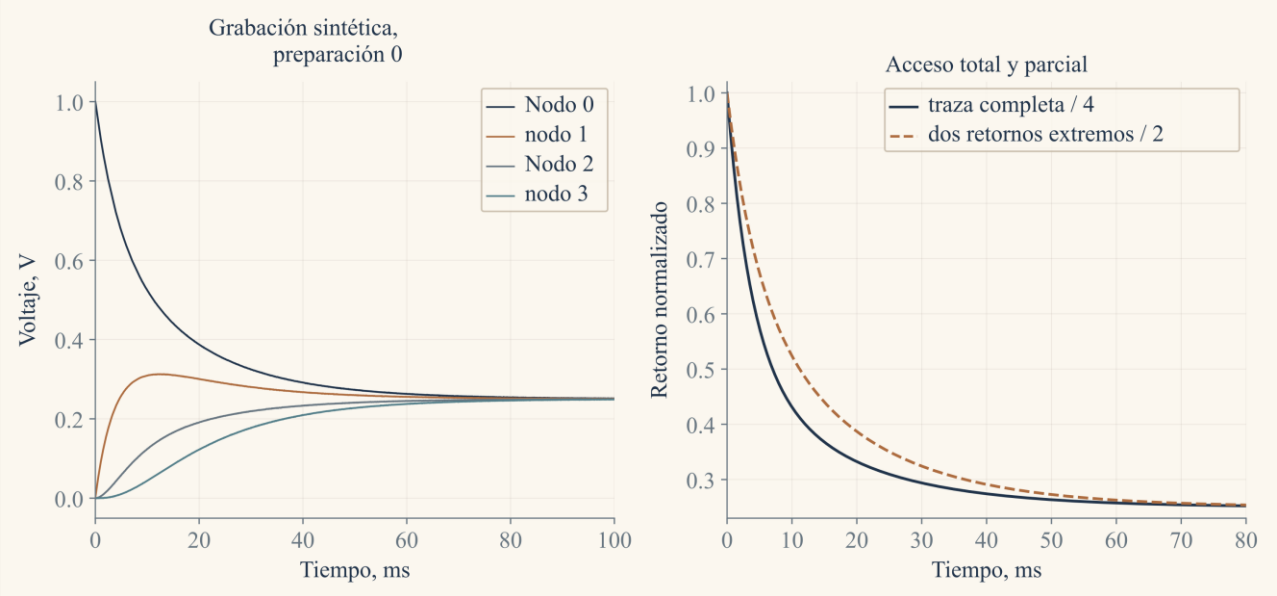


Figura 61. A la izquierda están las tensiones sintéticas de cuatro nodos después de preparar 0 en el circuito de referencia. A la derecha está la traza de calor normalizada completa y el promedio de los dos retornos extremos para un operador puro descargado. La observación parcial proporciona una función diferente, aunque ambos utilizan la misma red.

En el panel izquierdo de la figura 61, las tensiones se aproximan a un componente común de aproximadamente un cuarto de voltio. La restauración de G conserva su contribución analítica. El panel derecho muestra por qué los dos retornos disponibles no se pueden llamar una traza térmica completa. En el circuito de referencia, la diferencia absoluta máxima entre estas funciones es de aproximadamente 0.102; es causada por un acceso incompleto, no por ruido.

Covarianza de un registro de tiempo

Que cada error de voltaje inicial sea independiente en tiempo, canal y preparación y tenga una varianza σV^2. Después de invertir W, se relacionan los errores de diferentes columnas reconstruidas, y después de la integración, también se relacionan diferentes s. Para preservar ambas dependencias, es conveniente denotar $M=W^{-1}$ y $a_r(s)=q_r\exp[-(s-\gamma)t_r]$. Entonces la covarianza de los elementos individuales tiene la forma:

$$\mathrm{Cov}\left[\hat{G}_{ij}(s),\hat{G}_{kl}(s')\right]=\delta_{ik}\sigma_V^2\left(\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}\right)_{jl}\sum_r a_r(s)a_r(s') \qquad \text{(E.7)}$$

El vector de observación contiene 48 elementos: tres valores s a lo largo de 16 elementos matriciales dirigidos. El programa traza la covarianza de tamaño 48×48 en el orden “s, nodo observado, preparación”. Es positivo definido para un conjunto dado de pesos y W invertible. Para calcular χ^2, la descomposición de Cholesky se utiliza para que el resto se compare con el ruido en unidades consistentes.

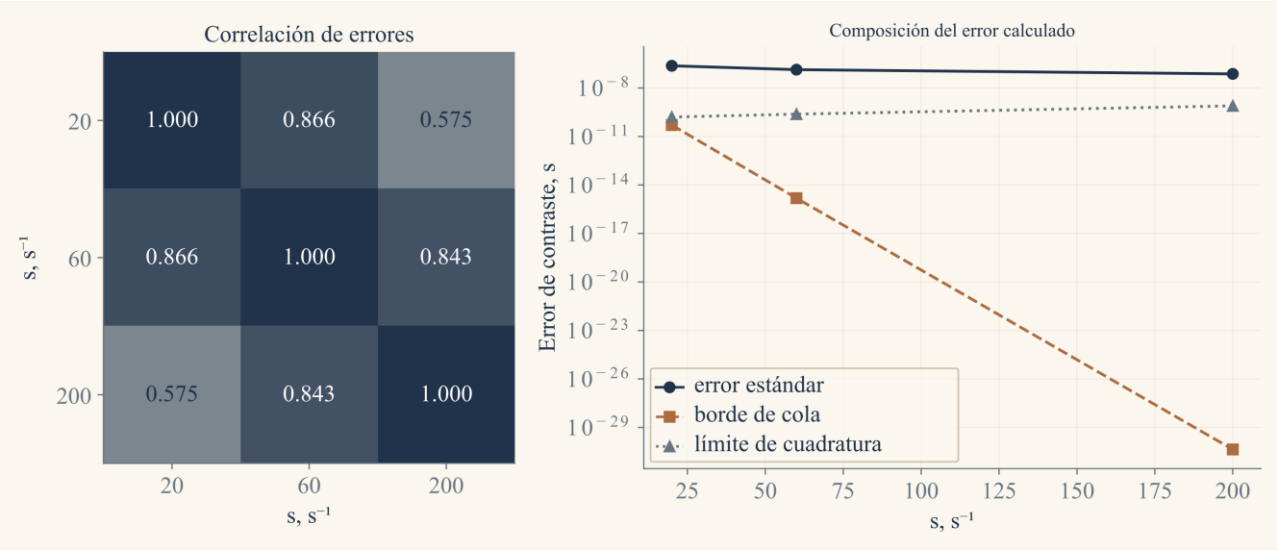


Figura 62. A la izquierda - correlaciones de errores aleatorios de integrales de Laplace de un registro para s=20,60,200 s^{-1}. A la derecha está el error estándar del contraste seleccionado, la cola conservadora y los límites de cuadratura. Estos últimos fueron calculados bajo la hipótesis de conductancias ordinarias dentro de ±2%.

La correlación en la figura 62 sigue siendo alta incluso para valores espaciados de s. Si elimina elementos fuera de la diagonal, las entradas anteriores se considerarán erróneamente más independientes. Dividir las integrales de un oscilograma en “entrenamiento” y “pruebas” no crea en sí mismo ruido independiente. Para tal verificación, se necesita un registro separado o una distribución condicional que tenga en cuenta la covarianza completa.

Para el ruido coloreado real, la fórmula (E.7) se reemplaza transfiriendo la covarianza medida de las muestras originales a través del mismo operador lineal. Si W, γ, o las ganancias también se estiman por error, agregan términos individuales o se convierten en parámetros del modelo admisible. El programa adjunto los registra con precisión para verificar por separado el cálculo y el uso de correlaciones para una serie temporal.

Envolvente de calibración predefinida

La hipótesis nula Hcal permite cualquier combinación de los tres pesos convencionales dentro de 0.98-1.02. No requiere la independencia de su deriva. Dado que cada borde añade una matriz semidefinida positiva, el orden de los operadores se sigue de los límites de los pesos. Invertir matrices definidas positivas cambia la dirección de la desigualdad:

$$0.98\mathbf{L}_0 \preccurlyeq \mathbf{L} \preccurlyeq 1.02\mathbf{L}_0 \quad \Rightarrow \quad (s\mathbf{I}+1.02\mathbf{L}_0)^{-1} \preccurlyeq \mathbf{G}(s) \preccurlyeq (s\mathbf{I}+0.98\mathbf{L}_0)^{-1} \tag{E.8}$$

Para una pre-selección a=(1,0,0,−1)/√2, la desigualdad de matriz da el intervalo para z=a^{T}Ga. Cuando s=20 s^{-1} Los límites son iguales a 0.01110051757 y 0.01143981347 s. Cubren toda la clase admisible de conductancias ordinarias, incluida la deriva constante de los tres bordes. Esta es la diferencia entre dicha comprobación y el fallo de un único optimizador numérico.

El error z se calcula a partir de la misma covarianza total. En este set σz=2.3572 × 10^{-7} s. 5σz y dos límites deterministas (E.6) se añaden al intervalo en cada lado; el margen total es igual a 1.1788 × 10^{-6} s. Para un contraste gaussiano preseleccionado, un margen de cinco desviaciones estándar tiene un valor de cola conocido. Aquí sirve como una regla específica del experimento de enseñanza más que como una declaración del nivel de importancia de una búsqueda amplia a través de múltiples geometrías.

Exceder el intervalo extendido rechaza Hcal bajo los supuestos dados. No prueba la unicidad de la ventaja adicional entre todas las causas físicas posibles: capacitancia desconocida, no linealidad, escala de tiempo incorrecta o carga no contabilizada son otras alternativas. Por lo tanto, la solución va acompañada de una especificación de los parámetros incluidos. Estar dentro del intervalo solo significa que la envolvente no rechazó la clase. Para la compatibilidad de todas las observaciones, también se requiere encontrar un vector común factible de pesos. En los registros B y C se encuentra un vector de este tipo; una ausencia absoluta de nuevas conexiones no se deduce de esto.

Configuraciones de control de montaje y apertura

Además, se realiza un ajuste no lineal de Hcal para los 48 valores y tres ajustes de Hcal+edge para los candidatos 0-2, 0-3, 1-3. Los pesos normales en ambas clases tienen los mismos límites. La intensidad dla arista adicional no es negativa. La función objetivo es la norma al cuadrado del resto, blanqueada por la covarianza total. Un ajuste exitoso demuestra la compatibilidad de los parámetros encontrados; la exclusión global de la clase local depende de la envolvente, no del estado del solucionador.

$$\chi^{2}(\theta) = (\widehat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}(\theta))^{\mathsf{T}} \mathbf{C}_G^{-1} \big(\widehat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}(\theta)\big) \tag{E.9}$$

Para el vector de parámetros encontrado, se comprueba si cae en el elipsoide de ruido de 99 por ciento de junta de dimensión 48. Los parámetros ajustados no se restan del número de mediciones: la región del vector medio factible se construye aquí, en lugar de una prueba de mejora del modelo extendido. El radio es igual a la raíz del cuantil correspondiente χ² con 48 grados de libertad más un límite conservador para el cambio blanqueado de la integral. Para una clase local resulta ser

aproximadamente 8.64, para una arista adicional permitido - 8.72. La presencia de tal punto es evidencia calculada de compatibilidad. Si el solucionador no lo encontró, esto en sí mismo no prueba que no exista.

Para el registro A, el modelo local logra $\chi^2/48 \approx 5.87 \times 10^6$, y el modelo con la relación 0-3 da 0.871. Los pesos comunes en el ajuste extendido son aproximadamente 1.010048; 0.990024; 1.005033. La estimación de intensidad adicional es 19.9974 s^{-1}. Después de abrir las marcas, resulta que los pesos 1.01 han sido introducidos; 0.99; 1.005 e intensidad 20 s^{-1}. El ejemplo se elige deliberadamente para ser fácilmente distinguible.

El registro B se obtiene a partir de los pesos nominales 1;1;1. Su ajuste local le da $\chi^2/48=1.028$. Los registros C contienen los pesos 1.015;0.985;1.01 sin un nuevo borde; valor $\chi^2/48=1.149$. En ambos casos, una pequeña ventaja positiva adicional a veces reduce ligeramente el resto, pero la regla no lo declara necesario. Esto muestra por qué sería un procedimiento incorrecto seleccionar siempre el modelo extendido solo por el modelo más pequeño. χ^2.

Verificar después de la divulgación	A	B	C
Error relativo de toda la G según la norma Frobenius	0.00186%	0.00222%	0.00197%
Error absoluto máximo del elemento G	4.61×10^{-7} s	4.35×10^{-7} s	4.41×10^{-7} s
$\chi^2/48$ del mejor modelo con una arista adicional	0.871	1.027	1.149
Hcal global de la envolvente	Violado	Cumplido con	Cumplido con

Estas son tres realizaciones de prueba y no una estimación estadística de la tasa de error de todo el algoritmo. Las semillas y los parámetros iniciales completos se guardan para repetir un cálculo específico. Para estimar el rango de operación, es necesario pre-especificar la serie en términos de amplitud de acoplamiento, incertidumbre de capacitancia, carga y ruido. El límite de tal rango será una propiedad del procedimiento de diseño y medición seleccionado.

La traza completa y los puertos observados

La traza térmica de un operador de N nodos completo es igual a la media de N retornos diagonales. Para medirlo directamente, es necesario preparar y observar cada nodo o aplicar un método validado por separado para estimar la traza. En una práctica de cuatro nodos, existe acceso completo, por lo que ambas funciones en el panel derecho de la figura 61 se evalúan de manera única.

$$P(t) = \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3} E_{ii}\,(t), \qquad P_{\{0,3\}}(t) = \frac{1}{2}\left[E_{00}(t) + E_{33}(t)\right] \qquad \text{(E.10)}$$

Si solo están disponibles los puertos más externos, se mide la segunda función. Pesa con más fuerza los modos visibles en los extremos de la cadena y, por lo tanto, tiene una dependencia del tiempo diferente. Su pendiente logarítmica se puede describir como una medida del retorno observado seleccionado, pero sin justificación adicional no es igual a la dimensión espectral del operador completo.

Incluso el seguimiento completo de cuatro nodos no proporciona un amplio rango de ley de potencia. En tiempos muy cortos, la discretización aparece; en tiempos largos, el modo cero permanece y $P \to 1/4$. La tarea principal de un pequeño experimento es restaurar la dinámica conocida y verificar las transformaciones de medición. Ir a 64 nodos con ocho puertos conserva el procedimiento matricial del bloque observado, pero no da automáticamente toda la traza de calor.

Orden de calibración y repeticiones independientes

En primer lugar, se prueba un circuito RC: constante de tiempo, polaridad, escala de voltaje y error de temporización. A continuación, cuatro nodos se conectan sin una arista adicional. Las capacitancias reales se miden teniendo en cuenta las entradas, la conductancia y las corrientes de fuga. Varias repeticiones de la preparación dan el W promedio y su variabilidad. Si el error de calibración es comparable al efecto deseado, se incluye en el modelo factible antes de procesar las configuraciones de control.

La siguiente pasada se realiza con el circuito estacionario y excitación cero para evaluar los desplazamientos intrínsecos, el ancho de banda de ruido y la interferencia general del canal. El patrón se registra después durante la preparación normal. Cambiar la polaridad y la amplitud te permite comprobar la linealidad. Para cada uno de dichos impactos, se compara la respuesta normalizada predicha; la reconfiguración arbitraria de coeficientes después del resultado priva a la prueba de independencia.

El enlace de control es establecido por el operador, que almacena el marcado por separado del analizador. Después de la serie, es útil repetir la conexión original. Si el estándar ha cambiado, la propia secuencia muestra la deriva y hace posible limitar su magnitud. Las pruebas en una nueva serie temporal utilizan una nueva preparación y un nuevo registro; las integrales adicionales de la serie anterior siguen siendo datos correlacionados.

Durante la aceptación de hardware, un pequeño cambio en una capacitancia y un aumento en la carga de entrada se agregan a las tres configuraciones ejecutadas. Estos dos controles adicionales están específicamente fuera de la estrecha Hcal de este ejemplo ejecutable. La respuesta correcta del procedimiento es detectar la discrepancia y expandir el modelo de hardware, en lugar de asignar automáticamente cualquier anomalía a un nuevo borde.

Reproducción y reanálisis

El kit que lo acompaña le permite repetir todo el cálculo: crear registros sintéticos, realizar análisis sin acceso a la clave, luego abrir por separado el marcado y crear dibujos. Los comandos y requisitos para el entorno informático se dan en las instrucciones para los cálculos.

Al analizar sus propios registros, se utilizan la información de calibración y los voltajes observados; la clave de marcado verdadera no se incluye en el cálculo. Los archivos deben cumplir con el esquema y los requisitos previos especificados. Para el ruido coloreado o las capacitancias desiguales, es necesario modificar el modelo de covarianza o dinámica apropiado.

El resultado obtenido completa la tarea específica: la respuesta en segundos se reconstruye a partir de las lecturas de voltaje, se calcula su error conjunto, se verifica la clase local limitada y se encuentra una explicación compatible para la señal de control fuerte. El siguiente paso es reemplazar la calibración sintética con parámetros medidos. Aquí es cuando las promesas sobre la precisión de un dispositivo físico se vuelven verificables.

Referencias

[1] Albert Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. 1916. DOI 10.1002/andp.19163540702. https://doi.org/10.1002/andp.19163540702

[2] Hermann Weyl. Das asymptotische Verteilungsgesetz der Eigenwerte linearer partieller Differentialgleichungen (mit einer Anwendung auf die Theorie der Hohlraumstrahlung). 1912. DOI 10.1007/BF01456804.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF01456804

[3] Jan Ambjørn, Jerzy Jurkiewicz, Renate Loll. The Spectral Dimension of the Universe is Scale Dependent. 2005. DOI 10.1103/PhysRevLett.95.171301.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0505113

[4] Luca Bombelli, Joohan Lee, David Meyer, Rafael D. Sorkin. Space-time as a causal set. 1987. DOI 10.1103/PhysRevLett.59.521.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.59.521

[5] J. Abajian, Steven Carlip. Dimensional reduction in manifoldlike causal sets. 2018. DOI 10.1103/PhysRevD.97.066007.
https://arxiv.org/abs/1710.00938

[6] Petr Hořava. Spectral Dimension of the Universe in Quantum Gravity at a Lifshitz Point. 2009. DOI 10.1103/PhysRevLett.102.161301.
https://arxiv.org/abs/0902.3657

[7] Oliver Lauscher, Martin Reuter. Fractal Spacetime Structure in Asymptotically Safe Gravity. 2005. DOI 10.1088/1126-6708/2005/10/050.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0508202

[8] Oskar Klein. Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie. 1926. DOI 10.1007/BF01397481.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF01397481

[9] Michael Lohse, Christian Schweizer, Hannah M. Price, Oded Zilberberg, Immanuel Bloch. Exploring 4D quantum Hall physics with a 2D topological charge pump. 2018. DOI 10.1038/nature25000.
https://arxiv.org/abs/1705.08371

[10] Juan M. Maldacena. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity. 1998. DOI 10.1023/A:1026654312961.
https://arxiv.org/abs/hep-th/9711200

[11] Shinsei Ryu, Tadashi Takayanagi. Holographic Derivation of Entanglement Entropy from AdS/CFT. 2006. DOI 10.1103/PhysRevLett.96.181602.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0603001

[12] Mark Van Raamsdonk. Building up spacetime with quantum entanglement. 2010. DOI 10.1007/s10714-010-1034-0.
https://arxiv.org/abs/1005.3035

[13] Ryogo Kubo. Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes. I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems. 1957. DOI 10.1143/JPSJ.12.570.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jpsj1946/12/6/12_6_570/_article/-char/en

[14] Elliott H. Lieb, Derek W. Robinson. The finite group velocity of quantum spin systems. 1972. DOI 10.1007/BF01645779.
https://www-thphys.physics.ox.ac.uk/talks/CMTjournalclub/sources/LR.pdf

[15] Ji-Seong Chae. Covariant holographic entanglement entropy inversion to reconstruct bulk geometry. 2026. DOI 10.1007/JHEP09(2026)251.
https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP09(2026)251

[16] Carolyn Gordon, David L. Webb, Scott Wolpert. One cannot hear the shape of a drum. 1992. DOI 10.48550/arXiv.math/9207215.
https://arxiv.org/abs/math/9207215

[17] Florian Dörfler, Francesco Bullo. Kron Reduction of Graphs With Applications to Electrical Networks. 2013. DOI 10.1109/TCSI.2012.2215780.
https://arxiv.org/abs/1102.2950

[18] John Sylvester, Gunther Uhlmann. A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem. 1987. DOI 10.2307/1971291.
https://annals.math.princeton.edu/1987/125-1/p04

[19] Jack Sherman, Winifred J. Morrison. Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix. 1950. DOI 10.1214/aoms/1177729893.
https://www.jstor.org/stable/2236561

[20] Sina Y. Caliskan, Paulo Tabuada. Kron Reduction of Generalized Electrical Networks. 2012. DOI 10.48550/arXiv.1207.0563.
https://arxiv.org/abs/1207.0563

[21] Jari Kaipio, Erkki Somersalo. Statistical inverse problems: Discretization, model reduction and inverse crimes. 2007. DOI 10.1016/j.cam.2005.09.027.
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042705007296

[22] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part I: General theory. 1972. DOI 10.1007/BF00276493.
https://link.springer.com/article/10.1007/BF00276493

[23] Allan Adams, Nima Arkani-Hamed, Sergei Dubovsky, Alberto Nicolis, Riccardo Rattazzi. Causality, Analyticity and an IR Obstruction to UV Completion. 2006. DOI 10.1088/1126-6708/2006/10/014.
https://arxiv.org/abs/hep-th/0602178

[24] Patrick M. Lenggenhager et al. Simulación del espacio hiperbólico en una placa de circuito. 2022. DOI 10.1038/s41467-022-32042-4. https://arxiv.org/abs/2109.01148

[25] Gianluca Calcagni, Astrid Eichhorn, Frank Saueressig. Probing the quantum nature of spacetime by diffusion. 2013. DOI 10.1103/PhysRevD.87.124028.
https://arxiv.org/abs/1304.7247

[26] Nima Arkani-Hamed; Savas Dimopoulos; Gia Dvali. The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter. 1998. DOI 10.1016/S0370-2693(98)00466-3.
https://arxiv.org/abs/hep-ph/9803315

[27] J. G. Lee; E. G. Adelberger; T. S. Cook; S. M. Fleischer; B. R. Heckel. New Test of the Gravitational $1/r^2$ Law at Separations down to 52 μm. 2020. DOI 10.1103/PhysRevLett.124.101101.
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.101101

[28] Wen-Hai Tan; An-Bin Du; Wen-Can Dong; Shan-Qing Yang; Cheng-Gang Shao; Sheng-Guo Guan; Qing-Lan Wang; Bi-Fu Zhan; Peng-Shun Luo; Liang-Cheng Tu; Jun Luo. Improvement for Testing the Gravitational Inverse-Square Law at the Submillimeter Range. 2020. DOI 10.1103/PhysRevLett.124.051301. https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.051301

[29] Tobias Bothwell; Colin J. Kennedy; Alexander Aeppli; Dhruv Kedar; John M. Robinson; Eric Oelker; Alexander Staron; Jun Ye. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample. 2022. DOI 10.1038/s41586-021-04349-7. https://www.nature.com/articles/s41586-021-04349-7

[30] Xin Zheng; Jonathan Dolde; Matthew C. Cambria; Hong Ming Lim; Shimon Kolkowitz. A lab-based test of the gravitational redshift with a miniature clock network. 2023. DOI 10.1038/s41467-023-40629-8. https://www.nature.com/articles/s41467-023-40629-8

[31] Aaron Chou; Henry Glass; H. Richard Gustafson; Craig Hogan; Brittany L. Kamai; Ohkyung Kwon; Robert Lanza; Lee McCuller; Stephan S. Meyer; Jonathan Richardson; Chris Stoughton; Ray Tomlin; Rainer Weiss. The Holometer: An Instrument to Probe Planckian Quantum Geometry. 2017. DOI 10.1088/1361-6382/aa5e5c. https://arxiv.org/abs/1611.08265

[32] Jonathan W. Richardson; Ohkyung Kwon; H. Richard Gustafson; Craig Hogan; Brittany L. Kamai; Lee P. McCuller; Stephan S. Meyer; Chris Stoughton; Raymond E. Tomlin; Rainer Weiss. Interferometric Constraints on Spacelike Coherent Rotational Fluctuations. 2021. DOI 10.1103/PhysRevLett.126.241301. https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.126.241301

[33] B. Sharmila; Sander M. Vermeulen; Animesh Datta. Signatures of correlation of spacetime fluctuations in laser interferometers. 2026. DOI 10.1038/s41467-025-67313-3. https://www.nature.com/articles/s41467-025-67313-3

[34] Abhinav Patra; Lorenzo Aiello; Aldo Ejlli; William L. Griffiths; Alasdair L. James; Nikitha Kuntimaddi; Ohkyung Kwon; Eyal Schwartz; Henning Vahlbruch; Sander M. Vermeulen; Keiko Kokeyama; Katherine L. Dooley; Hartmut Grote. Broadband Limits on Stochastic Length Fluctuations from a Pair of Table-Top Interferometers. 2025. DOI 10.1103/61j9-cjkk. https://arxiv.org/abs/2410.09175

[35] Fabio Bergamin; Nikitha Kuntimaddi; Abhinav Patra; Stephanie Montoya; Moritz Mehmet; Katherine Dooley; Hartmut Grote; Henning Vahlbruch. A broadband squeezed light source for table-top interferometry. 2025. DOI 10.1088/1367-2630/ae2987. https://arxiv.org/abs/2508.08857

[36] Sander M. Vermeulen; Torrey Cullen; Daniel Grass; Ian A. O. MacMillan; Alexander J. Ramirez; Jeffrey Wack; Boris Korzh; Vincent S. H. Lee; Kathryn M. Zurek; Chris Stoughton; Lee McCuller. Photon-Counting Interferometry to Detect Geontropic Space-Time Fluctuations with GQuEST. 2025. DOI 10.1103/PhysRevX.15.011034. https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.15.011034

[37] Bruce Allen; Joseph D. Romano. Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities. 1999. DOI 10.1103/PhysRevD.59.102001. https://arxiv.org/abs/gr-qc/9710117

[38] Johannes Nokkala; Jyrki Piilo; Ginestra Bianconi. Probing the spectral dimension of quantum network geometries. 2020. DOI 10.48550/arXiv.2005.09665. https://arxiv.org/abs/2005.09665

[39] Yanli Yuan; De Wen Soh; Xiao Yang; Kun Guo; Tony Q. S. Quek. Joint Network Topology Inference via Structured Fusion Regularization. 2021. DOI 10.48550/arXiv.2103.03471. https://arxiv.org/abs/2103.03471

[40] Madeline Navarro; Samuel Rey; Andrei Buciulea; Antonio G. Marques; Santiago Segarra. Joint Network Topology Inference in the Presence of Hidden Nodes. 2024. DOI 10.1109/TSP.2024.3392348. https://arxiv.org/abs/2306.17364

[41] D. Puetzfeld, Y. N. Obukhov, C. Lämmerzahl. Gravitational clock compass in General Relativity. 2018. DOI 10.1103/PhysRevD.98.024032. https://arxiv.org/abs/1805.10673

[42] D. Philipp, E. Hackmann, C. Lämmerzahl, J. Müller. The Relativistic Geoid: Gravity Potential and Relativistic Effects. 2020. DOI 10.1103/PhysRevD.101.064032. https://arxiv.org/abs/1912.10159

[43] R. Martín, E. Verdaguer. Stochastic semiclassical gravity. 1999. DOI 10.1103/PhysRevD.60.084008. https://arxiv.org/abs/gr-qc/9904021

[44] M. Rakhmanov, J. D. Romano, J. T. Whelan. High-frequency corrections to the detector response and their effect on searches for gravitational waves. 2008. DOI 10.1088/0264-9381/25/18/184017. https://arxiv.org/abs/0808.3805

[45] A. Kehagias, K. Sfetsos. Deviations from the $1/r^2$ Newton law due to extra dimensions. 2000. DOI 10.1016/S0370-2693(99)01421-5. https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905417

[46] Harry Nyquist. Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. 1928. DOI 10.1103/PhysRev.32.110. https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.32.110

[47] Nathan E. Flowers-Jacobs; Alessio Pollarolo; Kevin J. Coakley; Adam C. Weis; Anna E. Fox; Horst Rogalla; Weston L. Tew; Samuel P. Benz. The NIST Johnson Noise Thermometry System for the Determination of the Boltzmann Constant. 2017. DOI 10.6028/jres.122.046. https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/122/jres.122.046.pdf

[48] Peter R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. 1990. DOI 10.1103/PhysRevD.42.2437. https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.42.2437

Índice de ilustraciones

1. Observador dentro de la red de medición 8

2. Coordenadas, direcciones independientes y longitud 10

3. Dos ensayos de curvatura interna 12

4. Geometría local y cierre global 14

5. Tiempo, cono de luz y trayectorias permisibles 15

6. Cómo crece el área disponible 17

7. Discos geodésicos e índice de escala esférica 18

8. Distancia de retorno y propagación 20

9. De tres nodos a la matriz de respuesta 23

10. Redes isoespectrales y respuesta discriminativa local 25

11. Tres regímenes de un aparato finito 27

12. Dos formas de definir la geometría discreta 32

13. Las coordenadas se guardan, el indicador espectral cambia 33

14. Dirección cerrada en círculo 37

15. Periodicidad y familia de modos 38

16. Traza de calor de la dirección compacta 40

17. Eje sintético en un resonador moderno 42

18. Causa común y efecto controlado 46

19. Área límite y superficie en el volumen 47

20. Dos protocolos de reconstrucción para un sistema 51

21. Red cerrada y puertos accesibles 53

22. Exclusión estática del nodo oculto 56

23. Espacio de datos: dos modelos y dirección de calibración 59

24. Diccionario de borde común y conexión verdaderamente común 63

25. Un enlace, un perfil y una observación del puerto 65

26. Cómo los intervalos de contrastes individuales limitan la fuerza de la conexión 68

27. Enrejado original y borde añadido 5–58 71

28. Valores singulares del cambio total de la respuesta 72

29. Patrón espacial de la respuesta del puerto 74

30. Estabilidad en la primera serie 76

31. Acoplamiento débil y deriva limitada simulándolo 79

32. Sensibilidad de la configuración original y nueva 80

33. ¿Cuántos candidatos almacena cada conjunto de observaciones? 82

34. Envolvente limitada de contraste separado 82

35. Falso par común y puertos de control 84
36. Registro de referencia que preserva la fuga electrónica 86
37. Resultados 96 de los controles sintéticos del protocolo fijo 87
38. Aproximación de difusión y frente causal 90
39. Condensador oculto y memoria de respuesta 92
40. Indicador de potencia y escala de alcance de mods compactos 99
41. Del movimiento de la fuente a la lectura del detector 100
42. Geometría de dos discos finitos 103
43. Fuerza adicional y sensibilidad condicional de discos finitos 105
44. Umbrales dinámicos y brecha de discriminación 106
45. Aceleración y curvatura de marea: un protocolo, dos fondos 110
46. Escala y banda de tiempo de la covarianza del reloj 112
47. Geometría de dos relojes y gravímetro central; coherencia 115
48. Reorganización física de relojes mientras se mantiene la electrónica 118
49. Resultados de la permutación del reloj sintético 119
50. Recorrido de luz completado del interferómetro 124
51. ¿Por qué un campo distinto de cero puede producir una salida cero ? 125
52. Respuesta de frecuencia y ruido equivalente del interferómetro 127
53. Tres estrategias de lectura interferométrica 130
54. Diagrama eléctrico preciso de la placa de cuatro nodos RC 133
55. Comparación a ciegas de tres registros RC con la envolvente de calibración 135
56. Ruta de hardware moderna del experimento RC 136
57. Sensor torsional moderno y trayectoria de medición de par 138
58. Protocolo a ciegas: quién ve el dispositivo, el registro y la clave 144
59. Preparar, escribir y restablecer el ciclo 166
60. De CSV a la prueba de hipótesis: cadena de procesamiento completa 168
61. Registros de series de tiempo y devolución completa/parcial 169
62. Covarianza de integrales y componentes de error 170

Autor y proyectos

Correo electrónico: info@brenev.com

Sitio web del autor: brenev.com

Sitio web de Mira: mira.technology

Otros proyectos: haraizen.tech

Telegram: https://t.me/Eudgenee